

## 多移动机器人负载均衡任务规划算法<sup>①</sup>

高平安<sup>②\*</sup> \*\* 蔡自兴 \* 余伶俐 \*

(\* 中南大学信息科学与工程学院 长沙 410083)

(\*\* 湘潭大学信息科学与工程学院 湘潭 411105)

**摘要** 研究了多移动机器人探测多个目标位置的任务规划问题,提出了基于移动吸引子分组的任务规划算法。移动吸引子的数目等于机器人的数目,任务规划的目标是均衡各机器人的探测路径长度。该算法通过正交遗传算法确定移动吸引子的坐标,利用移动吸引子确定未探测任务的分组,将不同的任务组分配给不同的机器人。算法的计算时间复杂度低,适用于动态环境下多移动机器人系统的任务规划。对测试数据的实验证明了该规划算法能实现多个机器人的均衡规划,规划结果较四个代表性算法具有明显的优势。

**关键词** 多机器人,任务规划,负载均衡,移动吸引子

### 0 引言

多移动机器人协作探测多个目标位置,是多移动机器人协作探测环境的一种常见形式,如多个军事机器人协作侦察多个军事据点、多个太空机器人搜集多个观测点空间特征数据等应用中都会涉及到这种形式的任务规划问题。与此类似的问题有多旅行商问题(MTSP)和多车辆路由问题(VRP),但这两类问题的算法并不可以直接用于求解多机器人系统的任务规划问题,主要原因是机器人工作环境的动态不确定性要求系统实时调整任务规划,规划算法的计算时间复杂度应该尽可能低。另外目前机器人系统车载计算能力通常很有限,尚不足以快速执行复杂的规划程序以实现实时的任务规划。因此,有必要研究能满足多移动机器人系统需要的任务规划方法。

多个移动机器人合作探测多个目标位置的任务规划问题是一个 NP-hard 问题<sup>[1]</sup>,最优规划算法的计算时间复杂度随任务数目指数组增长,因此通常采用启发式规划算法实现近似最优规划。Golfarelli<sup>[2]</sup>等通过扩展合同网协议提出一种基于市场机制的协商协议,各移动体之间通过协商每次交换一个任务的方法实现多个移动体之间的任务分配。Gerkey<sup>[3]</sup>等基于合同网协议提出了一种通过拍卖(auction-based)单个任务实现多移动机器人任务分配,所有参与拍卖的机器人中竞拍价格最高者将获

得该任务,每一轮拍卖实现对一个任务的分配。这两种方法的共同缺点是没有考虑多机器人系统的整体效率而只考虑机器人个体效用值的最大化。为了克服这一缺点,Lagoudakis<sup>[4]</sup>等将任务分配问题映射成加权连通图的最小生成树构造问题,图的顶点对应待分配的任务,图的边对应机器人从一个任务位置移动到另一个位置需要花费的代价,于是任务的分配过程转换成了最小生成树的构造过程,并称边的权值总和最小的树为最小代价树。任务分配过程等价于每个机器人构造最小代价树的过程,分配的结果是每个机器人分配到的任务形成一棵以机器人当前位置对应顶点为根节点的最小代价树。该方法在静态环境下的任务分配问题可以保证多机器人执行任务的总代价(全体机器人移动路径长度总和)不会超过最小总代价的 2 倍。这种规划方法虽然能保证执行任务总代价的上界,但容易出现严重的负载不均衡,极端情况是单个机器人执行全部任务而其余机器人被闲置。Somhom<sup>[5]</sup>提出了一种利用神经网络最小化最长旅行路径长度的 MTSP 路由规划算法,该问题模型要求各旅行商从同一城市出发且返回同一个城市,这与多移动机器人的任务规划问题不同,且算法参数的设置也比较复杂,影响了算法的适应性。文献[6]提出单任务拍卖方法可以近似最小化任务的平均探测代价,但也不适合用于求解均衡机器人负载的任务规划问题。本文提出了一种基于多个移动吸引子对多点探测任务进行分组以均衡

① 国家基础研究项目(A1420060159)资助。

② 男,1969 年生,硕士,副教授;研究方向:多机器人系统;联系人,E-mail:gaopa@xtu.edu.cn  
(收稿日期:2008-04-21)

各机器人任务负载为目标的任务规划方法,该方法的性能优于上述方法。

## 1 均衡机器人负载的任务规划问题

均衡负载任务规划问题是指给定一个多移动机器人集合  $R = \{r_1, \dots, r_n\}$ , 一个目标任务集合  $T = \{t_1, \dots, t_m\}$ , 一个代价矩阵  $C = (c_{ij})$ ,  $C$  中的元素  $c_{ij}$  表示机器人从目标  $i$  移动到目标  $j$  ( $i, j = 1, \dots, m$ ) 所需花费的代价, 任务规划的目的是将所有目标任务进行分配, 即  $T = \bigcup_{i=1}^n T_i$ ,  $T_i \cap T_j = \emptyset$ , 对  $\forall i, j \in \{1, \dots, m\}$ ,  $i \neq j$ , 并给出各机器人的遍历路径使得最长遍历路径最短, 即

$$\min_{T_i} \max_i (f(r_1, T_1), \dots, f(r_n, T_n)) \quad (1)$$

其中  $f(r_i, T_i)$  ( $i = 1, \dots, n$ ) 是机器人  $r_i$  遍历  $T_i$  中全部目标位置需要花费的代价, 即

$$f(r_i, T_i) = \sum_{h, k \in T_i} c_{hk}$$

$c_{hk}$  是机器人  $r_i$  沿规划好的探测路径从目标  $h$  移动到目标  $k$  所需要花费的代价。

均衡系统中各机器人负载并使负载最小化的问题等价于优化问题:

$$\begin{aligned} \text{Min } F(R, T) &= \sum_{r \in R} f^2(r, T_r) \\ \text{St } \bigcup_{r \in R} T_r &= T \\ T_i \cap T_j &= \emptyset, \forall i \neq j \in R \end{aligned} \quad (2)$$

其中  $R$  表示机器人集合,  $T$  表示目标任务集合。

均衡负载任务规划问题的最大特点是任务的分配与各机器人的遍历路径长度紧密耦合。任务的不同分配直接影响各机器人的遍历路径长度, 而任务分配的优劣程度需要根据各机器人的遍历路径长度来度量。

在不影响研究问题本质的前提下, 本文对多移动机器人的任务规划问题作如下假设:

- a) 机器人的工作环境是二维平面环境;
- b) 机器人执行任务的代价用机器人移动的路径长度表示;
- c) 有专门的路径规划机构计算任意两个目标位置间的最短路径;
- d) 机器人在各目标位置执行任务消耗的代价忽略不计;
- e) 不同机器人的出发点未必相同, 且各机器人执行完任务后返回各自的出发点位置。

## 2 均衡负载规划算法

本文记均衡负载规划算法为 BPA (balance plan-

ning algorithm), 算法 BPA 采用正交试验与最小代价树构造相结合的方法求解任务规划问题的近似最优解。正交试验法<sup>[7]</sup>是一种通过少数次代表性试验寻找最好或较好试验条件的方法, 基本原理是根据影响试验指标的因素和水平按照试验选择的正交表将各因素的水平区间进行划分。如果要寻找最优试验条件, 则对优秀的区间重复进行正交划分以寻找更优的试验条件。

正交遗传算法<sup>[8,9]</sup>是一种基于正交试验的遗传算法, 算法的基本特征是将每个正交试验条件作为一个染色体参与遗传操作。如最小化优化问题

$$\text{Min } f(\mathbf{x}) \quad (3)$$

$$\text{St } l < \mathbf{x} < u$$

式中的  $l = [l_1, \dots, l_d]$  与  $u = [u_1, \dots, u_d]$  表示向量  $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_d)$  的定义域。

正交遗传算法求解优化问题的主要过程是先根据预设的水平分割数  $Q$  构造一个正交表  $L_M(Q^d)$ , 其中  $M = D^J$ ,  $J$  是满足  $d = (Q^J - 1)/(Q - 1)$  的最小正整数。然后定义遗传操作的交叉算子 Crossover 与变异算子 Mutation, 下面给出两算子的定义来说明正交遗传操作的基本过程。

设父代群体中两个体

$$p_1 = (p_{11}, \dots, p_{1d})$$

$$p_2 = (p_{21}, \dots, p_{2d})$$

首先确定交叉产生的子代各分量定义域  $[l_p, u_p]$ , 其中

$$l_p = [\min(p_{11}, p_{21}), \dots, \min(p_{1d}, p_{2d})]$$

$$u_p = [\max(p_{11}, p_{21}), \dots, \max(p_{1d}, p_{2d})]$$

然后根据正交表  $L_M(Q^d)$  对  $[l_p, u_p]$  进行正交水平分割, 产生  $M$  个子代个体, 从这  $M$  个个体中选择一个最优的个体作为  $p_1$  与  $p_2$  交叉产生的一个子代个体。

设从父代群体中选择执行变异操作的个体为

$$p_k = (p_{k1}, \dots, p_{kd})$$

则变异算子 Mutation 首先确定  $p_k$  的变异位  $j$ , 然后对变异位  $j$  上的分量  $p_{kj}$  在其定义域  $[l_{kj}, u_{kj}]$  内随机选择一个值替换  $p_{kj}$ , 即  $p_{kj} = \text{random}(l_{kj}, u_{kj})$ , 每次变异操作只改变一个分量值, 得到一个新个体作为子代成员。

文献[8]应用正交遗传算法对全局优化问题的 15 个标准测试函数进行测试的结果表明, 正交遗传算法能以概率 1 收敛到全局最优解, 而且算法的搜索速度比多种代表性进化算法的搜索速度快。此外, 文献[9]给出了正交遗传算法收敛性的严格证

明。

吸引子是一个虚拟的可以在机器人任务空间中自由移动的粒子,这种粒子对任务目标具有吸引性。可以用一个三元组  $(x, y, a)$  表示一个吸引子,其中  $x, y$  表示吸引子的坐标,  $a$  表示吸引子的吸引强度。吸引子对任务目标吸引力  $f$  的大小与吸引强度  $a$  成正比,与吸引子和任务目标之间的距离  $D$  成反比,即  $f \propto a/D$ 。任务目标归附于对自己吸引力大的吸引子,所有归附于同一个吸引子的任务目标形成一个分组。若所有的吸引子的吸引强度相同,则各任务目标将归附于距离自己最近的吸引子。

每个吸引子在机器人任务空间中的坐标是决定任务分组的重要参数,因为吸引子的位置决定吸引子对各任务目标的吸引力强弱,影响任务目标的分组。算法根据所有目标任务及所有机器人的位置确定正交表的水平值范围,因素数  $N$  等于机器人数  $|R|$  的两倍,构造正交表  $L_M(Q^N)$ ,其中  $Q$  可以任意取一个小素数(如 3,5)。若机器人数目为  $n$ ,则算法中染色体的形式设定为  $(x_1, y_1, x_2, y_2, \dots, x_n, y_n)$ ,其中  $(x_i, y_i)$  表示吸引子  $i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) 的坐标。

基于正交遗传算法的任务规划算法的主要步骤描述如下:

步骤 1 初始话:构造正交表  $L_M(Q^N)$ ,其中  $Q = 5, N = 2n$ ,根据  $L_M(Q^N)$  和机器人任务空间边界产生一个规模为  $M$  的初始种群  $P(0), t = 0$ 。

步骤 2 对群体  $P(t)$  中的每个个体根据交叉概率和变异概率选择执行交叉操作或变异操作,产生子代群体  $P(*)$ 。

步骤 3 计算  $P(t)$  与  $P(*)$  中每个个体的适应值。个体的适应值等于目标以个体所表示的吸引子对目标分组后各组目标形成的最短路径长度的平方和的倒数。

步骤 4 从群体  $P(*)$  和群体  $P(t)$  两个群体中选择  $M$  个适应值最大的个体形成新的种群  $P(t+1), t = t + 1$ 。

步骤 5 若不满足算法终止条件,则转步骤 2 执行。

步骤 6 从群体  $P(t)$  中选择适应值最大的个体作为吸引子对目标进行分组,将各任务组分配给各机器人,各机器人规划各自的最短遍历路径。

影响算法效率的关键过程是个体适应值计算过程,因为需要计算各分组目标任务的遍历路径长度才能得到个体的适应值,而多个目标任务的最短遍

历路径问题是一个旅行商问题(TSP),于是每个个体的适应值计算过程等价于多个 TSP 的计算过程。为了提高任务分组速度,规划算法采用最小代价树的边长和代替最优路径长度。显然,  $V$  个节点的 TSP 路径长度不会小于  $V$  个节点的最小代价树边长之和,而遍历最小代价树全部节点所经路径的长度不会超过最优路径的 2 倍,即有关系式

$$\begin{aligned} L_{MCT}(V) &\leq L_{TSP}(V) \\ L_{RMCT}(V) &\leq 2 * L_{TSP}(V) \end{aligned} \quad (4)$$

成立,其中  $L_{MCT}(V)$  是  $V$  个节点的最小代价树的所有边长度之和,  $L_{TSP}(V)$  是遍历  $V$  个节点的最优路径长度,  $L_{RMCT}(V)$  是遍历  $V$  个节点的最小代价树的路径长度。因此这样计算的个体适应值对目标任务的分组效果并不会显著差于根据最优路径计算适应值的目标任务分组效果,但分组速度得到了显著提高。

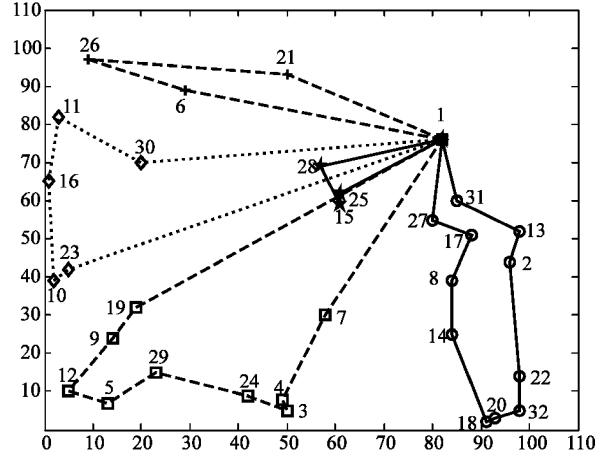


图 1 最优分组<sup>[10]</sup>

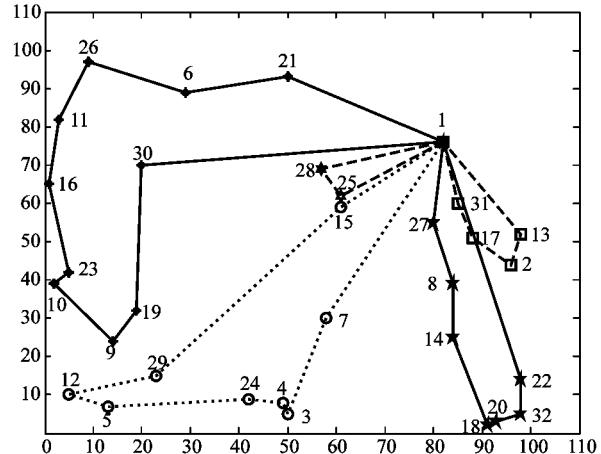


图 2 基于 BPA 的分组

图 1 是对 a-n32-k5 测试实例用 5 个机器人遍历的最优分组效果图<sup>[10]</sup>,所有机器人都从 1 号位置出发,路径总长度为 784。图 2 是 BPA 方法对同一实例的分组效果图,路径总长度为 829。图中的数字是各目标任务位置的编号。

### 3 实验结果与分析

目前还没有公布专门测试多移动机器人多位置任务规划算法的测试数据集合,本文采用文献[5]所选择的多旅行商问题测试数据,这些数据可以从文献[10]提供的网页下载。在计算机器人移动代价时并不考虑车辆的装载量限制,所有机器人都从第一号任务节点出发,实验结果如表 1 所示,表中右边 3 列数据均来自于文献[5]。

表 1 算法分组结果比较

Prob	n	BPA	NN	F2Opt	N2Opt
eil51	2	233	247	254	271
	3	176	170	175	213
	4	154	136	147	166
eil76	2	303	289	310	353
	3	207	205	227	258
	4	170	159	182	206
eil101	2	347	340	350	393
	3	273	232	243	315
	4	212	187	203	240
kroa100	2	11678	11484	12718	14599
	3	8658	9062	9862	9458
	4	8271	7497	8695	8878
kroa150	2	14727	14885	15561	19460
	3	10851	10527	12182	12147
	4	9008	8571	10363	12077
kroa200	2	16477	17353	17824	20317
	3	13081	11502	12930	14124
	4	10328	10433	11807	13123

BPA: 均衡负载规划算法

NN: 神经网络算法<sup>[9]</sup>

F2Opt: 最近邻居优先的插入算法

N2Opt: 最近邻居优先的插入算法

表 1 中从第 3 列到第 6 列分别表示对应算法分组后最长分组路径长度。通过比较可以看出,均衡负载规划算法 BPA 在整体上明显优于 F2Opt 及 N2Opt,对目标任务规模大于等于 100 的测试实例,BPA 也要优于文献[9]提出 NN 算法。

从算法的计算复杂度方面看,由于算法中最消耗计算时间的过程是最小代价树的构造过程,而  $V$  个节点的最小代价树构造算法渐进时间复杂度是  $O(e + V \lg V)$ 。规划算法中确定吸引子坐标的正交遗传进化代数通常远远少于目标任务数,所有测试

实例中吸引子坐标确定过程的进化代数均少于 10 次,因此对算法计算复杂度的影响可看成是个常数因子,并不影响移动吸引子分组的任务规划算法计算时间复杂度。

表 2 是 BPA 对测试实例的组间均衡性统计结果。 $CV = \text{路径长度平均差}/\text{平均路径长度}$ ,反映了各机器人遍历路径长度的差异程度。实验结果表明  $CV$  在大部分情况下小于平均路径长度的 5%。

表 2 任务规划的均衡性

Prob	m	n	CV
eil51	51	2	0.0129
		3	0.1136
		4	0.0102
eil76	76	2	0.0528
		3	0.0242
		4	0.0918
eil101	101	2	0.0086
		3	0.0158
		4	0.0144
kroa100	100	2	0.0219
		3	0.0345
		4	0.0659
kroa150	150	2	0.0258
		3	0.035
		4	0.0646
kroa200	200	2	0.0354
		3	0.1367
		4	0.1047

文献[4]提出的拍卖算法虽然能保证总路径长度不会超过最优探测路径长度的两倍,但算法并没有考虑探测路径长度的均衡。图 3 是 PRIM 算法对测试实例 eil76 的规划结果,图中的数字是各目标任务位置的编号。5 个机器人的初始位置分别在位置 1、2、3、4 和 5,规划的结果是处在 3 号和 5 号位置的

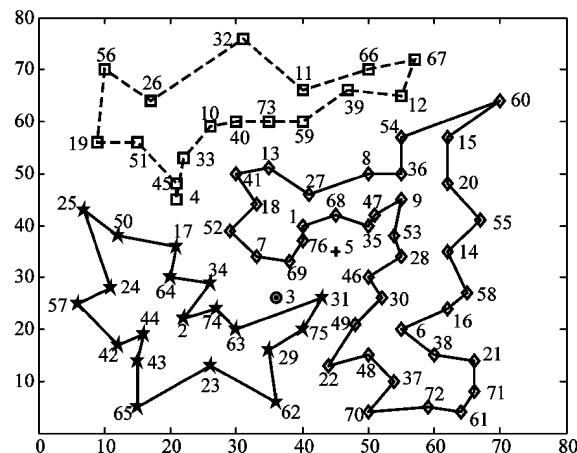


图 3 PRIM 规划 eil76 实例

机器人没有分配到任何任务,而处在 1 号位置的机器人分配了 38 个任务,5 个机器人的探测路径长度分别是 253、160、0、146 和 0,规划结果严重失衡。图 4 是 BPA 对的规划结果,路径长度分别是 129、103、129、101 和 140,各机器人的负载比较均衡。

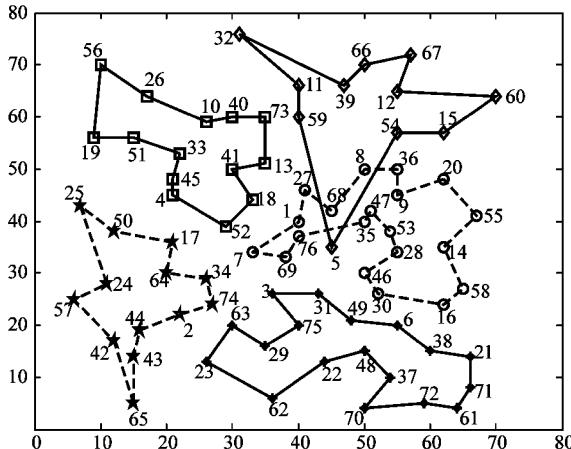


图 4 BPA 规划 eil76 实例

## 4 结 论

本文提出一种基于多个移动吸引子对多点探测任务进行分组而实现多移动机器人任务负载均衡的规划方法。算法虽然不能保证实现任务规划的最优性,但对测试实例的规划结果表明该算法优于三种最典型的启发式算法和基于拍卖的 PRIM 算法。

移动吸引子位置确定方法也适合最小化总移动路径长度、最小化任务平均等待时间的任务规划问题。

利用最小代价树的代价作为任务分组性能评价指标虽然会影响规划的最优性,但由于最优路径长

度不会小于最小代价树代价和,而遍历最小代价树的总代价不会超过遍历相同任务节点的最优探测代价的两倍,因此对最优性的影响是有限的,但能够显著提高任务规划的效率。

## 参 考 文 献

- [ 1 ] Lagoudakis M G, Markakis E, Hempe D, et al. Auction-based multi-robot routing. In: Proceedings of the International Conference on Robotics: Science and Systems (ROBOTICS), Cambridge, Massachusetts, USA, 2005. 343-350
- [ 2 ] Gofarelli M, Maio D, Rizzi S. Multi-agent path planning based on task-swap negotiation. In: Proceedings of the UK Planning and Scheduling SIG Workshop, Durham, UK, 1997. 69-82
- [ 3 ] Gerkey B P, Mataric M J. Sold !: Auction methods for multi-robot coordination. *IEEE Trans on Robotics and Automation*, 2002, 18(5):758-768
- [ 4 ] Lagoudakis M G, Berhault M, Koenig S, et al. Simple auctions with performance guarantees for multi-robot task allocation. In: Proceedings of 2004 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Sendai, Japan, 2004. 698-705
- [ 5 ] Somhom S, Modares A, Enkawa T. Competition-based neural network for the multiple traveling salesmen problem with min-max objective. *Computers & Operations Research*, 1999, 26: 395-407
- [ 6 ] Gao P A, Cai Z X. Multi-robot task allocation for exploration. *Journal of Central South University Technology*, 2006, 13(5):548-551
- [ 7 ] 杨子胥.正交表的构造.济南:山东人民出版社,1978. 110-181
- [ 8 ] Leung Y W, Wang Y P. An orthogonal genetic algorithm with quantization for global numerical optimization. *IEEE Trans EC*, 2001, 5(1):41-53
- [ 9 ] 史奎凡,董吉文,李金屏等.正交遗传算法.电子学报, 2002, 30(10):1501-1504
- [ 10 ] Ralphs T. Vehicle Routing Data Sets. <http://www.coin-or.org/SYMPHONY/branchandcut/VRP/data/> # A: Ted Ralphs, 2008

## A multi-robot mission planning algorithm with balanced workload objective

Gao Pingan<sup>\* \*\*\*</sup>, Cai Zixing<sup>\*</sup>, Yu Lingli<sup>\*</sup>

(<sup>\*</sup> College of Information Science and Engineering, Central South University, Changsha 410083)

(<sup>\*\*</sup> College of Information Science and Engineering, Xiangtan University, Xiangtan 411105)

### Abstract

The paper presents a mission planning algorithm for the multi-robot exploration problem with an objective to minimize the longest exploring path of the robots. The exploration mission involves several targets that need to be explored by robots. The algorithm determines the coordinates of mobile attractors by an orthogonal genetic algorithm in order to cluster the targets with least-square sum of exploring path length, and each cluster is allocated to the fittest robot. The targets are clustered with the least-square sum of tours length. The computation time complexity of the algorithm is low, which is preferable for robot team for exploring many targets under dynamic environments. The experimental results show that the proposed algorithm is validated and has an advantage over the other four well-known algorithms.

**Key words:** multi-robot systems, mission planning, balanced workload, mobile attractor