

基于组合非线性反馈技术的机器人控制方法^①彭文东^② 苏剑波

(上海交通大学自动化系 上海 200240)

摘 要 为解决机器人跟踪控制中响应速度和超调量之间的矛盾,实现快速的响应和较小的超调,研究了机器人非线性动力学与组合非线性反馈技术相结合的控制策略,提出了一种基于组合非线性反馈的机器人控制器。该控制器由两部分组成,一部分由完全的机器人非线性动力学补偿来实现反馈线性化,另一部分由组合非线性反馈技术实现镇定。通过反馈线性化技术与 Lyapunov 理论,证明了闭环系统的渐近稳定性。同时,把组合非线性反馈理论拓展到多输入多输出(MIMO)饱和线性系统的时变轨迹跟踪控制,利用非线性项的变阻尼特性,使得系统的动态响应快速且没有超调。仿真结果证实了此方法的有效性。

关键词 机器人控制,运动控制,组合非线性反馈律,稳定性,动态性能

0 引 言

关节空间轨迹跟踪是机器人控制的一个基本任务,对于该任务而言,动态响应(如上升时间和超调量)是衡量机器人系统跟踪性能的主要指标,如何获得快速的响应和较小的超调是一项重要研究内容^[1]。但两者之间存在矛盾,快速响应导致较大超调,如果要减小超调,就要求增大阻尼率,这样,速度必然变慢。为解决这一问题,Llama 等人引入了模糊逻辑自调整的计算力矩控制^[2],该方法具有完全的机器人非线性动力学补偿,通过非线性增益控制实现渐近稳定。非线性增益函数依赖于定位误差,它由模糊逻辑自调整选择,用于改变闭环系统阻尼系数,增强系统跟踪性能。在此基础上的扇形模糊控制器^[3](sectorial fuzzy controller),无论是动态响应还是稳态性能都优于模糊逻辑自调整的计算力矩控制。但是,此方法^[2,3]的增益参数选择与阻尼率之间的关系无法由解析形式描述,往往由经验决定。增益参数选择不当,良好的动态特性很难获得,无法确保响应快速的同时具有尽可能小的超调。

用于求解饱和线性系统设定点的跟踪控制问题的组合非线性反馈理论^[4-6],由线性反馈控制和非线性反馈控制组合而成。线性反馈控制的目的是设计较小的阻尼率,确保响应快速;非线性控制部分的作

用是当系统输出逼近输入时,加大闭环系统阻尼,以降低超调。为此,本文引入组合非线性反馈理论来改善系统跟踪的动态特性。但是文献[4-6]只研究了饱和线性系统的设定跟踪任务,不能实现时变参考输入的跟踪。文献[7]引入了辅助信号发生器,解决了单输入单输出(single-input single-output, SISO)饱和线性系统的时变输入跟踪控制,而对于多输入多输出(multiple-input multiple-output, MIMO)系统,组合非线性反馈的设计问题还未得到解决。

由于机器人是强耦合、多输入多输出的非线性系统,为应用组合非线性反馈技术改善跟踪性能,必须把组合非线性理论推广到 MIMO 饱和线性系统。因此,本文针对机器人关节空间的运动控制问题,研究了机器人非线性动力学与组合非线性反馈技术相结合的控制方法,利用 Lyapunov 理论完成了 MIMO 系统的组合非线性反馈技术跟踪时变参考输入的稳定性分析。本研究不仅进一步丰富和发展了组合非线性反馈理论,同时也提出了一种新的机器人控制方法。

1 机器人组合非线性反馈控制器

n 个连杆的刚体机器人动力学模型^[1]为

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \tau \quad (1)$$

其中 $q \in R^n$ 是关节位置, $\dot{q} \in R^n$ 是关节速度, $\ddot{q} \in$

① 国家自然科学基金(60675041)和教育部新世纪优秀人才支持计划(NCET-06-0398)资助项目。

② 男,1976年生,博士生;研究方向:机器人控制;联系人,E-mail: pengwendong@sjtu.edu.cn
(收稿日期:2008-07-11)

$\mathbf{R}^n$ 为关节加速度, $\mathbf{M}(\mathbf{q}) \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 是惯性矩阵, $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 是离心力/哥氏力矩阵, $\mathbf{G}(\mathbf{q}) \in \mathbf{R}^n$ 是重力向量, $\boldsymbol{\tau} \in \mathbf{R}^n$ 表示驱动力矩。

机器人的关节空间轨迹跟踪问题可描述为给定参考输入 $\mathbf{q}_d \in \mathbf{R}^n$, 设计控制器满足

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{q}(t) = \mathbf{q}_d(t) \quad (2)$$

假设 $\mathbf{q}_d$ 和它的一阶、二阶时间导数 $\dot{\mathbf{q}}_d, \ddot{\mathbf{q}}_d$ 连续且有界。

结合机器人非线性动力学与组合非线性反馈技术, 设计的控制器为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau} = & \mathbf{M}(\mathbf{q})[\ddot{\mathbf{q}}_d + \text{sat}(\mathbf{K}_P \tilde{\mathbf{q}} + \mathbf{K}_D \dot{\tilde{\mathbf{q}}}) \\ & + \boldsymbol{\rho}(\tilde{\mathbf{q}}) \mathbf{B}^T \mathbf{P} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{q}} \\ \dot{\tilde{\mathbf{q}}} \end{bmatrix}] + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) \end{aligned} \quad (3)$$

其中 $\tilde{\mathbf{q}} = \mathbf{q}_d - \mathbf{q}$, $\dot{\tilde{\mathbf{q}}} = \dot{\mathbf{q}}_d - \dot{\mathbf{q}}$ 分别为位置误差和速度误差向量; $\mathbf{K}_P$ 和 $\mathbf{K}_D$ 为 n 阶对称正定矩阵。 $\mathbf{B} = [\mathbf{O}, \mathbf{I}]^T$, $\mathbf{O}$ 和 $\mathbf{I}$ 分别是相应维数的零阵和单位阵。非线性函数 $\boldsymbol{\rho}(\tilde{\mathbf{q}}) = \text{diag}\{\rho_1, \dots, \rho_n\}$, $\rho_i = \rho_i(\tilde{q}_i)$ ($i = 1, \dots, n$) 为非负定且关于 $\tilde{\mathbf{q}}$ 满足局部 Lipschitz 条件。 $\text{sat}(\mathbf{u}) : \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^n$ 为饱和非线性函数

$$\text{sat}(\mathbf{u}) = \begin{bmatrix} \text{sat}(u_1) \\ \text{sat}(u_2) \\ \vdots \\ \text{sat}(u_n) \end{bmatrix} \quad (4)$$

其中 $\text{sat}(u_i) = \text{sign}(u_i) \min\{u_{i, \max}, |u_i|\}$, $u_{i, \max}$ 为第 i 个输入通道的最大幅值。对于组合非线性反馈控制输入 $\mathbf{u} \in \mathbf{R}^n$, 它由线性反馈控制 $\mathbf{u}_L = \mathbf{K}_P \tilde{\mathbf{q}} + \mathbf{K}_D \dot{\tilde{\mathbf{q}}}$ 和非线性反馈控制 $\mathbf{u}_N = \boldsymbol{\rho}(\tilde{\mathbf{q}}) \mathbf{B}^T \mathbf{P} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{q}} \\ \dot{\tilde{\mathbf{q}}} \end{bmatrix}$ 组合而成。线性反馈项确保响应快速, 非线性反馈项帮助避免超调。给定正定矩阵 $\mathbf{Q} \in \mathbf{R}^{2n \times 2n}$, $\mathbf{P} > 0$ 为下述 Lyapunov 方程的解:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{O} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{K}_P & -\mathbf{K}_D \end{bmatrix}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \begin{bmatrix} \mathbf{O} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{K}_P & -\mathbf{K}_D \end{bmatrix} = -\mathbf{Q} \quad (5)$$

合并机器人动力学(1)和控制律(3), 由反馈线性化技术补偿机器人非线性函数, 则闭环系统为

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{q}} \\ \dot{\tilde{\mathbf{q}}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\tilde{\mathbf{q}}} \\ -\text{sat}(\mathbf{K}_P \tilde{\mathbf{q}} + \mathbf{K}_D \dot{\tilde{\mathbf{q}}} + \boldsymbol{\rho}(\tilde{\mathbf{q}}) \mathbf{B}^T \mathbf{P} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{q}} \\ \dot{\tilde{\mathbf{q}}} \end{bmatrix}) \end{bmatrix} \quad (6)$$

下面给出闭环系统的稳定性分析。

定理 如果下列条件成立:

(1) 存在 $c > 0$, 满足如下约束:

$$\begin{aligned} [\tilde{\mathbf{q}}, \dot{\tilde{\mathbf{q}}}]^T \in L_v(c) &= \left\{ \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{q}} \\ \dot{\tilde{\mathbf{q}}} \end{bmatrix} : \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{q}} \\ \dot{\tilde{\mathbf{q}}} \end{bmatrix}^T \mathbf{P} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{q}} \\ \dot{\tilde{\mathbf{q}}} \end{bmatrix} \leq c \right\} \\ \Rightarrow |\mathbf{K}_{P_i} \tilde{q}_i + \mathbf{K}_{D_i} \dot{\tilde{q}}_i| &\leq u_{i, \max}, i = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (7)$$

其中 $\mathbf{K}_{P_i}$ 和 $\mathbf{K}_{D_i}$ 分别为 $\mathbf{K}_P$ 和 $\mathbf{K}_D$ 矩阵的行向量;

(2) 初始条件 $[\tilde{\mathbf{q}}(0), \dot{\tilde{\mathbf{q}}}(0)]^T$ 满足

$$[\tilde{\mathbf{q}}(0), \dot{\tilde{\mathbf{q}}}(0)]^T \in L_v(c) \quad (8)$$

那么, 闭环系统(6)起始于 $L_v(c)$ 的轨迹渐近收敛到原点, 对于任意的参考输入 $\mathbf{q}_d$ 和任意满足 $[\tilde{\mathbf{q}}(0), \dot{\tilde{\mathbf{q}}}(0)]^T \in L_v(c)$ 的初始状态 $(\mathbf{q}(0), \dot{\mathbf{q}}(0))$, 起始于 $(\mathbf{q}(0), \dot{\mathbf{q}}(0))$ 的轨迹将会收敛到 $(\mathbf{q}_d(t), \dot{\mathbf{q}}_d(t))$ 。

证明: 闭环系统(6)等价于

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{q}} \\ \dot{\tilde{\mathbf{q}}} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{O} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{K}_P & -\mathbf{K}_D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{q}} \\ \dot{\tilde{\mathbf{q}}} \end{bmatrix} \\ &\quad - \mathbf{B}[\text{sat}(\mathbf{K}_P \tilde{\mathbf{q}} + \mathbf{K}_D \dot{\tilde{\mathbf{q}}} + \boldsymbol{\rho}(\tilde{\mathbf{q}}) \mathbf{B}^T \mathbf{P} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{q}} \\ \dot{\tilde{\mathbf{q}}} \end{bmatrix}) \\ &\quad - \mathbf{K}_P \tilde{\mathbf{q}} - \mathbf{K}_D \dot{\tilde{\mathbf{q}}}] \end{aligned} \quad (9)$$

定义 Lyapunov 函数

$$V(\tilde{\mathbf{q}}, \dot{\tilde{\mathbf{q}}}) = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{q}} \\ \dot{\tilde{\mathbf{q}}} \end{bmatrix}^T \mathbf{P} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{q}} \\ \dot{\tilde{\mathbf{q}}} \end{bmatrix} \quad (10)$$

对任意 $[\tilde{\mathbf{q}}, \dot{\tilde{\mathbf{q}}}]^T \in L_v(c)$ 和 $[\tilde{\mathbf{q}}(0), \dot{\tilde{\mathbf{q}}}(0)]^T \in L_v(c)$, Lyapunov 函数 V 沿闭环系统(9)轨迹的时间导数为

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} V(\tilde{\mathbf{q}}, \dot{\tilde{\mathbf{q}}}) &= - \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{q}} \\ \dot{\tilde{\mathbf{q}}} \end{bmatrix}^T \mathbf{Q} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{q}} \\ \dot{\tilde{\mathbf{q}}} \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{q}} \\ \dot{\tilde{\mathbf{q}}} \end{bmatrix}^T \mathbf{P} \mathbf{B}[\text{sat}(\mathbf{K}_P \tilde{\mathbf{q}} + \\ &\quad \mathbf{K}_D \dot{\tilde{\mathbf{q}}} + \boldsymbol{\rho}(\tilde{\mathbf{q}}) \mathbf{B}^T \mathbf{P} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{q}} \\ \dot{\tilde{\mathbf{q}}} \end{bmatrix}) - \mathbf{K}_P \tilde{\mathbf{q}} - \mathbf{K}_D \dot{\tilde{\mathbf{q}}}] \\ &= - \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{q}} \\ \dot{\tilde{\mathbf{q}}} \end{bmatrix}^T \mathbf{Q} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{q}} \\ \dot{\tilde{\mathbf{q}}} \end{bmatrix} - 2 \sum_{i=1}^n v_i [\text{sat}(k_i \\ &\quad + \rho_i(\tilde{\mathbf{q}}) v_i) - k_i] \end{aligned} \quad (11)$$

其中 v_i 是 $\mathbf{B}^T \mathbf{P} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{q}} \\ \dot{\tilde{\mathbf{q}}} \end{bmatrix}$ 的第 i 个元素, $k_i = \mathbf{K}_{P_i} \tilde{q}_i + \mathbf{K}_{D_i} \dot{\tilde{q}}_i$ 。

考虑项 $\sum_{i=1}^n v_i [\text{sat}(k_i + \rho_i(\tilde{\mathbf{q}}) v_i) - k_i]$, 对于每个 i , 如果 $|k_i + \rho_i(\tilde{\mathbf{q}}) v_i| \leq u_{i, \max}$, 那么

$$v_i[\text{sat}(k_i + \rho_i(\tilde{\mathbf{q}})v_i) - k_i] = \rho_i(\tilde{\mathbf{q}})v_i^2 \geq 0 \quad (12)$$

当 $|k_i + \rho_i(\tilde{\mathbf{q}})v_i| > u_{i,\max}$, 由式(7), $|k_i| \leq u_{i,\max}$, v_i 和 $\text{sat}(k_i + \rho_i(\tilde{\mathbf{q}})v_i) - k_i$ 有相同的符号, 因此

$$v_i[\text{sat}(k_i + \rho_i(\tilde{\mathbf{q}})v_i) - k_i] \geq 0 \quad (13)$$

总之, 我们有

$$\frac{d}{dt}V(\tilde{\mathbf{q}}, \dot{\tilde{\mathbf{q}}}) \leq - \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{q}} \\ \dot{\tilde{\mathbf{q}}} \end{bmatrix}^T \mathbf{Q} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{q}} \\ \dot{\tilde{\mathbf{q}}} \end{bmatrix}, \quad \forall \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{q}} \\ \dot{\tilde{\mathbf{q}}} \end{bmatrix} \in L_V(c) \quad (14)$$

证毕。

依赖于经典的计算力矩技术, 建议的控制器应用组合非线性反馈设计方法。控制器由两个环组成, 内环由机器人非线性动力学补偿来实现反馈线性化, 外环由组合非线性反馈实现镇定。利用组合非线性反馈的变阻尼特性, 确保系统的快速响应并抑制超调, 使跟踪性能尽可能快速和光滑。

对闭环系统的稳定性分析是建立在 MIMO 饱和线性系统的组合非线性反馈稳定性的基础上。目前的组合非线性反馈技术只能跟踪定常参考输入^[4,6], 对时变参考输入的跟踪控制仅仅完成 SISO 系统^[7]的稳定性分析。把组合非线性反馈理论拓展到 MIMO 系统的时变参考输入跟踪问题, 并给出了稳定性的证明。

2 性能分析

2.1 机器人模型和参考轨迹

为说明控制器的性能, 采用直接驱动的两连杆机器人模型进行仿真分析, 并与扇形模糊控制器^[3]进行比较。扇形模糊控制器为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau} = & \mathbf{M}(\mathbf{q})(\ddot{\mathbf{q}}_d + \boldsymbol{\Phi}(\tilde{\mathbf{q}}, \dot{\tilde{\mathbf{q}}})) \\ & + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) \end{aligned} \quad (15)$$

其中 $\boldsymbol{\Phi}(\tilde{\mathbf{q}}, \dot{\tilde{\mathbf{q}}}): \mathbf{R}^n \times \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^n$ 为扇形模糊函数, 具有输入输出的区域有界属性, 其分量形式为

$$\boldsymbol{\Phi}(\tilde{\mathbf{q}}, \dot{\tilde{\mathbf{q}}}) = [\phi(\tilde{q}_1, \dot{\tilde{q}}_1) \quad \phi(\tilde{q}_2, \dot{\tilde{q}}_2) \quad \cdots \quad \phi(\tilde{q}_n, \dot{\tilde{q}}_n)]^T \quad (16)$$

每个输出 $\phi(\tilde{q}_i, \dot{\tilde{q}}_i)$ 由两个输入 $\tilde{q}_i$ 和 $\dot{\tilde{q}}_i$ 的非线性静态映射实现。输入 $\tilde{q}_i$ 和 $\dot{\tilde{q}}_i$ 均由相同数目的奇数个模糊集覆盖且关于原点对称, 对应的成员函数参数集为 $P_{\tilde{q}_i}$ 和 $P_{\dot{\tilde{q}}_i}$ 。输出函数 $\phi(\tilde{q}_i, \dot{\tilde{q}}_i)$ 的模糊集和成员

函数参数集 $P_{\phi(\tilde{q}_i, \dot{\tilde{q}}_i)}$ 采用同样的方式定义。

机器人模型和期望轨迹选自文献 [3], 为了强调动态性能的比较, 摩擦力不考虑在内。机器人的驱动器有物理限制, 最大驱动力矩为 $\tau_{\max} =$

$$\begin{bmatrix} \tau_{1,\max} \\ \tau_{2,\max} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 150 \\ 15 \end{bmatrix} [\text{N.m}]. \text{ 期望的参考轨迹为 } \mathbf{q}_d = \begin{bmatrix} 1.57 \\ 1.57 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.78[1 - e^{-2.0t^3}] + 0.17[1 - e^{-2.0t^3}] \sin(15t) \\ 1.04[1 - e^{-2.0t^3}] + 2.18[1 - e^{-2.0t^3}] \sin(5t) \end{bmatrix} [\text{rad}].$$

该参考轨迹用于对系统的控制性能评估, 第一项为给定的阶跃输入, 能够分析系统的动态响应, 第二项反映系统的非线性特性。机器人的初始位置和速度设置为 0, 对应的初始状态为 $[\tilde{\mathbf{q}}(0), \dot{\tilde{\mathbf{q}}}(0)]^T = [\pi/2 \quad \pi/2 \quad 0 \quad 0]^T$ 。

2.2 控制器参数选取及性能评价

(1) 扇形模糊控制器

由文献 [3], 参数选为

$$p_{\tilde{q}_1} = \{-45, -0.5, 0, 0.5, 45\} [^\circ]$$

$$p_{\tilde{q}_2} = \{-45, -1.5, 0, 1.5, 45\} [^\circ]$$

$$p_{\dot{\tilde{q}}_1} = \{-200, -40, 0, 40, 200\} [^\circ/\text{s}]$$

$$p_{\dot{\tilde{q}}_2} = \{-200, -80, 0, 80, 200\} [^\circ/\text{s}]$$

$$p_{\Phi_1(\tilde{q}_1, \dot{\tilde{q}}_1)} = \{-3000, -2000, 0, 2000, 3000\} [^\circ/\text{s}^2]$$

$$p_{\Phi_2(\tilde{q}_2, \dot{\tilde{q}}_2)} = \{-4700, -3800, 0, 3800, 4700\} [^\circ/\text{s}^2]$$

(2) 扇形模糊控制器

参数选择为

$$p_{\tilde{q}_1} = \{-40, -15, 0, 15, 40\} [^\circ]$$

$$p_{\tilde{q}_2} = \{-45, -6, 0, 6, 45\} [^\circ]$$

$$p_{\dot{\tilde{q}}_1} = \{-180, -40, 0, 40, 180\} [^\circ/\text{s}]$$

$$p_{\dot{\tilde{q}}_2} = \{-180, -45, 0, 45, 180\} [^\circ/\text{s}]$$

$$p_{\Phi_1(\tilde{q}_1, \dot{\tilde{q}}_1)} = \{-2000, -1200, 0, 1200, 2000\} [^\circ/\text{s}^2]$$

$$p_{\Phi_2(\tilde{q}_2, \dot{\tilde{q}}_2)} = \{-3500, -2500, 0, 2500, 3500\} [^\circ/\text{s}^2]$$

(3) 组合非线性反馈控制器

为取得快速的上升时间, 线性反馈增益矩阵需使闭环系统具有较小的阻尼率。当增益矩阵 $\mathbf{K}_p$ 和 $\mathbf{K}_d$ 为对角正定矩阵时, 闭环系统为解耦的饱和线性系统, 则各个关节所对应的自然频率 ω_i 和阻尼率 $\xi_i (i = 1, 2)$ 与增益矩阵具有如下对应关系:

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_p &= \text{diag}\{\omega_1^2, \omega_2^2\} \\ \mathbf{K}_d &= \text{diag}\{2\xi_1\omega_1, 2\xi_2\omega_2\} \end{aligned} \quad (17)$$

设定 $\omega_1 = 4.7 [\text{rad/s}]$, $\omega_2 = 4.47 [\text{rad/s}]$, $\xi_1 = 0.13$

和 $\xi_2 = 0.11$, 由式(17), 计算得到的增益矩阵 $K_P = \begin{bmatrix} 22 & 0 \\ 0 & 20 \end{bmatrix}$, $K_D = \begin{bmatrix} 1.2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 。非线性项为

$$\rho(\tilde{q}) = \begin{bmatrix} 1500e^{(-18|\tilde{q}_1|)} & 0 \\ 0 & 1400e^{(-19|\tilde{q}_2|)} \end{bmatrix}$$

为避免驱动器在初始阶段进入饱和区域, 需满足 $\tau(0) = M(0)u_{\max} \leq \tau_{\max}$, 因此能够确定

$$u_{\max} = \begin{bmatrix} u_{1,\max} \\ u_{2,\max} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 51.8 \\ 47.1 \end{bmatrix} [\text{rad}]/\text{s}^2$$

取 $Q = I$, 解 Lyapunov 方程(5), 求解 P 。由水平集评估

$$c = \min \left[\frac{u_{i,\max}^2}{[K_{Pi} \quad K_{Di}]P^{-1} \begin{bmatrix} K_{Pi} \\ K_{Di} \end{bmatrix}} \right], i = 1, 2 \quad (18)$$

得到 $c = 50.26$ 。初始状态满足 $[\tilde{q}(0), \dot{\tilde{q}}(0)]^T \in L_v(c)$, $L_v(c)$ 内的状态均为可控。

图 1 为扇形模糊控制器(1)的控制结果, 跟踪误差曲线如图 1(a)所示, 动态响应的上升时间很快, 导致超调较大, 这在现实中很难接受。图 1(b)和(c)为关节 1 和 2 的控制力矩, 它们在限制范围之内。图 2 为扇形模糊控制器(2)的定位误差和控制力矩, 图 2(a)表明跟踪误差超调较小, 但上升时间减慢。这是因为选择的参数增加了系统的阻尼率, 虽然超调较小, 却以损失上升时间为代价。图 3 为组合非线性反馈控制器的结果, 如图 3(a)所示, 跟踪误差的响应具有最快的上升时间, 几乎没有超调, 响应快速、平滑, 动态性能显著优越于扇形模糊控制

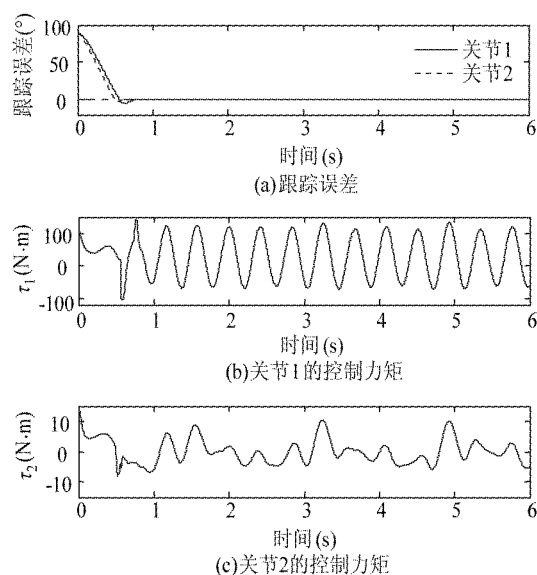


图 1 扇形模糊控制器(1)

器。图 3(b)和(c)为控制力矩, 在驱动器的限制范围之内。

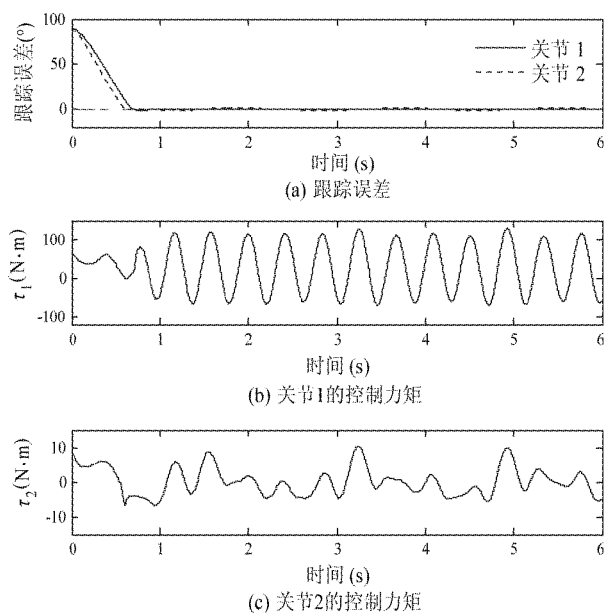


图 2 扇形模糊控制器(2)

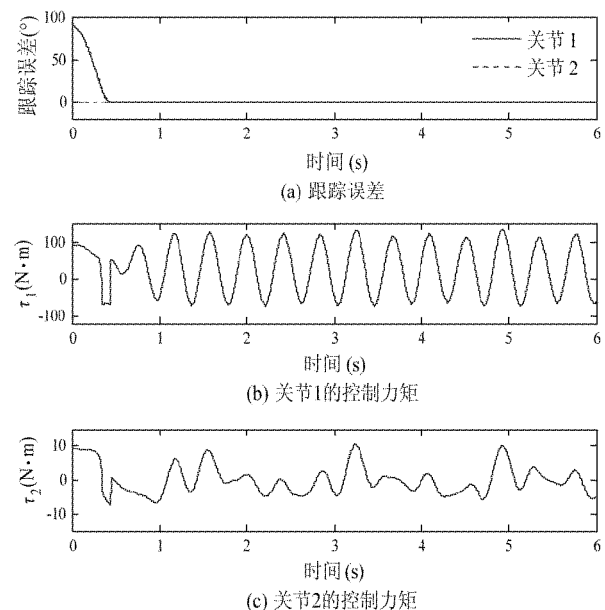


图 3 组合非线性反馈控制器

表 1 分析了各个控制器的最大上升时间 T_r , 调整时间 T_s 和超调量 $\delta\%$, 它们反映了控制器的动态性能。从表 1 可以看到, 与扇形模糊控制器相比, 组合非线性反馈控制器具有最快的上升时间和调整时间, 并且超调量几乎为 0%, 具有最佳的动态特性。

仿真算例表明两连杆关节型机器人的动态响应的超调量接近 0%。同样, 对于直角坐标型机器人、

球坐标型机器人和并联机器人而言,当动力学模型已知且末端执行器为自由运动时,在补偿掉机器人非线性动力学后,均可由组合非线性反馈控制实现镇定,从而也具有接近 0% 的超调量。但对于轮式机器人,由于存在非完整约束,如轮子与地面之间的约束,不能实现反馈线性化,因此也无法应用建议的控制器来获得较好的动态响应。

表 1 期望轨迹的性能指标

控制器	$T_r(s)$	$T_s(s)$	$\delta\%$
扇形模糊逻辑控制器(1)	0.55	0.75	$\approx 5.90\%$
扇形模糊逻辑控制器(2)	0.70	0.90	$\approx 1.28\%$
组合非线性反馈控制器	0.43	0.43	$\approx 0\%$

3 结 论

针对机器人关节空间轨迹跟踪问题,研究了基于组合非线性反馈技术的控制方法。控制器有两个环组成,内环由完全的机器人非线性动力学补偿来实现反馈线性化,外环由组合非线性反馈技术实现镇定。给出组合非线性反馈理论的稳定性分析,将其拓展到 MIMO 饱和和线性系统时变参考输入的跟踪控制。除了确保的稳定性外,该控制器能够利用线性反馈阻尼率小,响应快速的特点,又能利用非线性项的变阻尼特性抑制超调,因此系统动态响应快速、光滑。仿真结果表明与扇形模糊控制器相比,建议的控制器具有较好的动态性能。

参考文献

- [1] Sciacivco L, Siciliano B. Modelling and Control of Robot Manipulators. London: Springer-Verlag, 2000.131-161
- [2] Llama M A, Kelly R, Santibañez V. Stable computed torque control of robot manipulators via fuzzy self-tuning. *IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, 2000, 30(1): 143-150
- [3] Santibañez V, Kelly R, Llama M A. Global asymptotic stability of a tracking sectorial fuzzy controller for robot manipulators. *IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, 2004, 34(1):710-718
- [4] Lin Z, Pachter M, Banda S. Toward improvement of tracking performance-nonlinear feedback for linear system. *International Journal of Control*, 1998, 70(1):1-11
- [5] Chen B M, Lee T H, Peng K, et al. Composite nonlinear feedback control for linear systems with input saturation: theory and an application. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2003, 48(3): 427-439
- [6] He Y J, Chen, B M, Wu C. Composite nonlinear control with state and measurement feedback for general multivariable systems with input saturation. *Systems & Control Letters*, 2005, 54: 455-469
- [7] Cheng G, Peng K, Chen, B M, et al. Improving transient performance in tracking general references using composite nonlinear feedback control and its application to high-speed XY-table positioning mechanism. *IEEE Trans on Industrial Electronics*, 2007, 54(2): 1039-1051

A robot manipulator control method based on composite nonlinear feedback technique

Peng Wendong, Su Jianbo

(Department of Automation, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240)

Abstract

To solve the problem that in robot tracking control, the respond speed is in contradiction with the overshoot, the paper proposes a controller for robot manipulators based on the composite nonlinear feedback technique. The controller consists of two parts, one of which is for the linearization of the feedback through a compensation for robot nonlinear dynamics, and the other is for the stability through the composite nonlinear feedback law. With the feedback linearization technique and the Lyapunov theory, the asymptotic stability of the closed system is proved. And the composite nonlinear feedback theory is extended to the control of time-varying trajectory tracking of multiple-input multiple-output (MIMO) linear systems with actuator saturation. The method takes advantage of a varying damping ratio induced by the nonlinear terms, so that the system achieves the fast transient response without overshoot. The simulation results show the feasibility of the proposed method.

Key words: robot control, motion control, composite nonlinear feedback law, stability, transient performance