

采用 Tomlinson-Harashima 预编码的多天线多用户系统的低复杂度用户选择算法^①

史 林^② 邱 玲

(中国科学技术大学个人通信与扩频实验室 合肥 230027)

摘 要 针对采用 Tomlinson-Harashima 预编码(THP)的下行多天线多用户系统,提出了一种基于启发式 Gram-Schmidt(G-S)正交化的低复杂度的贪婪用户选择算法。仿真结果表明,该算法的系统吞吐量性能非常接近最优遍历搜索的性能,优于迫零波束成型准正交用户选择(ZFBF-SUS)方案的性能,并且在容量域上具有渐进最优性。

关键词 下行多天线多用户系统, Tomlinson-Harashima 预编码(THP), 启发式 G-S 正交化, 用户选择, 渐进最优

0 引 言

在下行多天线多用户系统(又称为矢量广播信道)中,只有基站端的多个发射天线可以协作处理,每个接收机只能独立地解出自己的信号。一般来说,这样的一个矢量广播信道是非退化的,而且它的容量域问题是一个非凸的问题^[1]。文献[2]证明了脏纸编码(DPC)的速率域就是高斯广播信道的容量域,但是 DPC 是一种多用户联合编码技术,复杂度太高而无法实际应用。因此,寻找下行多天线多用户系统的可以逼近系统吞吐量的实用传输方法就成为当前国内外的研究热点。研究中的关键问题之一是多用户数据的调度问题^[3-5]。无线通信系统中的每个用户信道特性之间存在差异,通过合理调度用户的数据,可以有效利用多用户分集增益^[3,4],提高系统性能。文献[1]中证明了在下行多天线多用户系统中同时传送多个用户的数据时,系统吞吐量性能优于时分多址接入(TDMA)方式传输的性能,因此,研究中的另一个关键问题是选用合适的预编码来抵消多天线多用户带来的干扰。现有的预编码方法主要分为线性和非线性两大类。线性预编码各个用户独立编码,复杂度低,实现简单,现有方法主要有随机波束成型方法、迫零波束成型方法和最小均方误差(MMSE)波束成型方法。文献[3]中证明了在下行多天线多用户系统中,当用户数目很大时,通过有效选择用户集合,迫零波束成型方法具有容量域

的渐进最优性。然而,线性预编码存在噪声放大的问题,会造成功率的浪费, Tomlinson-Harashima 预编码(THP)作为一种非线性预编码,相对于线性预编码具有更好的功率效率,其作为 DPC 的一种次优实现方法最近得到了广泛的关注。文献[6]的研究表明,收发天线相同时,在下行多天线多用户系统中, THP 相对于线性预编码具有更高的功率效率,相对于接收端判决反馈的方法,没有误码平台,同时由于 THP 不需要立即判决,对编解码要求不高,便于实际应用。文献[7]的研究表明,即使在发送端不具有完整信道信息,下行多天线多用户系统中 THP 仍具有较好的性能。

因此,本文采用 THP 消除多天线多用户之间的干扰。在采用 THP 时,针对多用户数据调度问题,文献[5]提出了改进的遍历搜索用户选择算法,但在用户数目较多时,此算法的复杂度依然很高,本文依据 THP 的特性,提出一种新的基于启发式 Gram-Schmidt(G-S)正交化的用户选择算法,有效降低了复杂度,同时获得了较好的系统吞吐量性能。

1 系统模型

考虑由拥有 M 根天线的基站和 K 个用户构成的下行多天线多用户系统。假定 $K > M$, 系统的天线配置为 (M, N) , 表示基站端有 M 个天线,每个用户具有 N 个接收天线,我们考虑 $N = 1$ 的情况。基站与用户之间的信道矩阵为 $\mathbf{H} = [\mathbf{h}_1^T, \dots, \mathbf{h}_K^T]^T$, 其

① 国家自然科学基金(60496314)和 863 计划(2006AA01Z266)资助项目。

② 男,1985 年生,硕士;研究方向:多用户信息理论,多用户调度,预编码技术;联系人, E-mail: shilin@mail.ustc.edu.cn (收稿日期:2008-06-06)

中 $\mathbf{h}_k = [h_{k1} \cdots h_{kM}]$ 是第 k 个用户的接收天线的信道矢量, h_{kj} 表示第 j 根发送天线到第 k 个用户的接收天线的信道增益,服从复高斯分布 $\text{CN}(0,1)$,相应的加性高斯白噪声(AWGN)为 $n_k \sim \text{CN}(0,1)$ 。假设收发两端具有完整的信道信息,所有用户经历独立的平坦块衰落,即信道在一个时隙内保持不变,在每个时隙之间独立地变化。基站发送的信号为 $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^{1 \times M}$,接收信号 y_k 表示为

$$y_k = \mathbf{h}_k \mathbf{x} + n_k \quad (1)$$

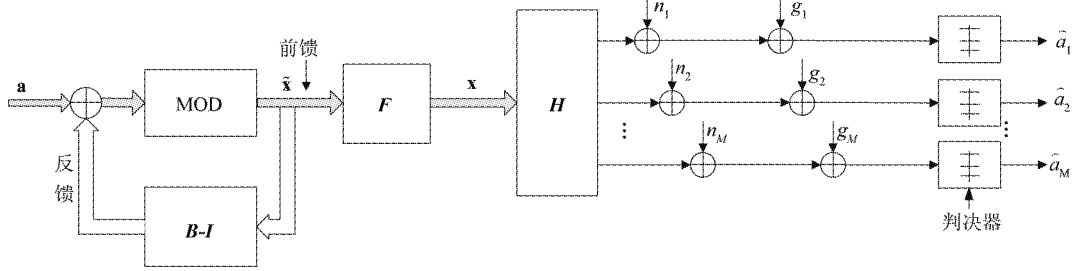


图 1 下行多天线多用户系统中 THP 的结构框图

求模操作, $\mathbf{I}$ 为单位矩阵, $\mathbf{F}$ 为前馈矩阵和 $\mathbf{B}$ 为反馈矩阵, $\mathbf{H}$ 为信道矩阵, n_i 为用户 i 对应的高斯白噪声, g_i 为用户 i 有效增益的倒数, 定义增益矩阵 $\mathbf{G} = \text{diag}(g_1, \cdots, g_M)$ 。MOD 求模操作可以保证发射信号的功率限制, 前馈矩阵 $\mathbf{F}$ 和反馈矩阵 $\mathbf{B}$ 可以通过对信道矩阵 $\mathbf{H}$ 进行 QR 分解获得。

$$\mathbf{H} = \mathbf{S}\mathbf{F}^H \quad (2)$$

其中, $\mathbf{S}$ 是一个下三角矩阵, $\mathbf{F}$ 是一个酉阵。前馈矩阵可以由 $\mathbf{F}$ 直接得到, 对于反馈矩阵, 由于迫零 THP 需要满足 $\mathbf{B}$ 的对角线元素为 1, 增益矩阵需满足: $\mathbf{G} = \text{diag}(g_1, \cdots, g_M) = \text{diag}(s_{11}^{-1}, \cdots, s_{MM}^{-1})$, 其中 s_{ii} 是 $\mathbf{S}$ 的对角线上的元素, 于是有

$$\mathbf{B} = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F} = \mathbf{G}\mathbf{S} \quad (3)$$

因此, THP 把多天线信道分解为 M 个并行的加性高斯信道, 第 k 个用户接收端的信噪比为

$$\rho_k = \frac{\sigma_x^2}{\sigma_n^2} |s_{kk}|^2 \quad (4)$$

其中 σ_x^2 为信号功率, σ_n^2 为噪声功率, $|s_{kk}|^2$ 为等效信道增益。系统吞吐量表示为

$$C = \sum_{k=1}^M \log(1 + \frac{\sigma_x^2}{\sigma_n^2} |s_{kk}|^2) \quad (5)$$

2 启发式 G-S 正交化低复杂度用户选择算法

由于 $K > M$, 基站已知完整的信道信息, 因此

THP 作为一种非线性的预编码方法, 通过前馈矩阵、反馈矩阵和求模运算三部分消除多天线间的干扰; 在下行多天线多用户系统中, 由于接收端不能进行相互协作, 前馈矩阵放在发送端处理, 接收端只需进行相应的求模运算和简单的标量判决就可以恢复出原始信号^[6]。根据前馈矩阵生成的规则, 可以把 THP 分为迫零 THP 和最小均方误差 THP。本文的研究内容基于迫零 THP 方法。下行多天线多用户系统中的 THP 结构框图如图 1 所示^[6]。图中 MOD 是

基站可以选出一组信道状况较好的用户进行通信, 以获得多用户分集增益, 增加系统吞吐量。假定选出的用户集合为 S , 对应的信道矩阵为 $\mathbf{H}(S)$, 噪声功率 $\sigma_n^2 = 1$, 通过功率灌水, 得到对应的采用 THP 的系统吞吐量为

$$C_{\text{sum}} = \sum_{k=1}^M \log_2(1 + \sigma_k^2 \times |s_{kk}|^2) \\ \sigma_k^2 = (\mu - \frac{1}{|s_{kk}|^2})^+, \quad k = 1, \cdots, M, \\ s.t. \sum_{k=1}^M \sigma_k^2 = P_T \quad (6)$$

其中 $(x)^+ = \max(x, 0)$, μ 为灌水水平, P_T 为发送总功率限制, $|s_{kk}|^2$ 为等效信道增益, s_{kk} 为矩阵 $\mathbf{S}$ 对角线上的元素。

采用 THP 可达最优的系统吞吐量为

$$C_{\text{sum}}^{\max} = \max_S C_{\text{sum}} \quad (7)$$

最优解可以遍历所有的集合 S 得到, 此种方法

需要遍历 $\sum_{k=1}^M \frac{K!}{(K-k)!}$ 种组合, 复杂度随用户数的增长指数增长, 用户数目较大时, 复杂度很高。因此, 本文提出了一种基于启发式 G-S 正交化的贪婪用户选择算法, 在选择用户的过程中, THP 相应的编码顺序也随之确定。由于 THP 的非线性和串行干扰抵消的特性, 每一个子流的等效信道增益只由此子流的信道在已选用户信道的正交空间的投影决

定,不受后面加入的子流的信道影响。算法的基本思想是利用 THP 的这种性质,每次选择在已选用户信道空间正交空间投影的范数最大的用户,以保证每次选出的用户得到的等效信道增益是最大的,从而优化系统吞吐量,这个过程可以用贪婪算法实现。同时为了进一步降算法低复杂度,我们改进了经典的贪婪算法,利用启发式 G-S 方法计算备选集中用户信道在已选空间的正交空间投影,有效降低了算法的复杂度。

2.1 启发式 G-S 正交化

V_S 表示已选用户集合 S 的标准正交基,选择用户 k 后引入的标准正交基为 v_k ,可以按如下方法计算:

首先把 h_k 投影到 V_S 的正交空间:

$$g_{S,k} = h_k - h_k V_S^H V_S \quad (8)$$

对 $g_{S,k}$ 进行归一化得到标准正交基:

$$v_k = \frac{g_{S,k}}{\|g_{S,k}\|} \quad (9)$$

用户集合 $S + \{k\}$ 的标准正交基为 $V_{S+\{k\}} = [V_S^T, v_k^T]^T$, 如果已有 h_l 在集合 S 正交空间的投影,记为 $g_{S,l}$,则 h_l 在集合 $S + \{k\}$ 正交空间的投影可以用 $g_{S,l}$ 直接表示为:

$$\begin{aligned} g_{S+\{k\},l} &= h_l \cdot \text{null}\{V_{S+\{k\}}^H \cdot V_{S+\{k\}}\} \\ &= h_l \cdot \text{null}\{V_S^H \cdot V_S\} \cdot \text{null}\{v_k^H \cdot v_k\} \\ &= g_{S,l} - g_{S,l} \cdot v_k^H \cdot v_k \end{aligned} \quad (10)$$

2.2 启发式 G-S 正交化贪婪用户选择算法

初始化:

待选集合 $\Omega = \{1, 2, \dots, K\}$, 已选集合 $S_0 = \Phi, i = 1$, 第 i 步已选的集合记为 S_i 。选择第一个用户 $r_1 = \arg \max \|h_k\|^2$, 更新 $S_1 = S_0 + \{r_1\}, \Omega = \Omega - \{r_1\}, v_{r_1} = \frac{h_{r_1}}{\|h_{r_1}\|}$, 已选用户空间的标准正交基为: $V_{S_1} = [v_{r_1}^T]^T$ 。

第一步: $i = 2$ 时,对于每个 $k \in \Omega$ 计算 h_k 在已选用户空间正交空间的投影:

$$\begin{aligned} g_{S_1,k} &= h_k \cdot \text{null}\{V_{S_1}^H \cdot V_{S_1}\} \\ &= h_k \cdot [I - V_{S_1}^H \cdot V_{S_1}] \end{aligned}$$

更新 $r_2 = \arg \max \|g_{S_1,k}\|^2, S_2 = S_1 + \{r_2\}, \Omega =$

$\Omega - \{r_2\}, v_{r_2} = \frac{g_{r_2}}{\|g_{r_2}\|}$, 已选用户空间标准正交基为 $V_{S_2} = [v_{r_1}^T, v_{r_2}^T]^T$ 。

第二步: $i = 3 \sim M$ 时,对于每个 $k \in \Omega$ 利用公

式(10)直接计算 h_k 在已选用户空间正交空间的投影:

$$\begin{aligned} g_{S_{i-1},k} &= h_k \cdot \text{null}\{V_{S_{i-2}+\{r_{i-1}\}}^H \cdot V_{S_{i-2}+\{r_{i-1}\}}\} \\ &= g_{S_{i-2},k} - g_{S_{i-2},k} \cdot v_{r_{i-1}}^H \cdot v_{r_{i-1}} \end{aligned}$$

更新 $r_i = \arg \max \|g_{S_{i-1},k}\|^2, S_i = S_{i-1} + \{r_i\}, \Omega =$

$\Omega - \{r_i\}, v_{r_i} = \frac{g_{r_i}}{\|g_{r_i}\|}$, 已选用户空间的标准正交

基为 $V_{S_i} = [V_{S_{i-1}}^T, v_{r_i}^T]^T$ 。

3 复杂度分析

我们采用算法实现所需要的浮点运算(flop)数目作为算法复杂度的度量。一次浮点运算(flop)对应于两个实数的四则运算操作,则两个复数的加减需要 2 个 flop,两个复数的乘除需要 6 个 flop。在表 1 中我们给出了一些特定复数矩阵运算的所需 flop 的对应关系。

表 1 浮点运算的数目

典型的矩阵操作	实数浮点运算数目
$A_{m \times n} \times b_{n \times 1}$	$m(8n - 2)$
$A_{m \times n} \times B_{n \times p}$	$mp(8n - 2)$
$A_{m \times n} + B_{m \times n}$	$2mn$
$\ c_{n \times 1}\ ^2$	$(8n - 2)$
$q_{1 \times n} = h_{1 \times n}/r$	$2n$

按照上述计算规则,文献[5]中改进的遍历搜索算法的复杂度为

$$\begin{aligned} \varphi_{\text{optimal}} &= K(8M^2 + 10M - 2) \\ &+ \frac{K!}{(K-M)!}(8M^2 + 6M - 2) \\ &+ \sum_{i=2}^{M-1} \frac{K!}{(K-i)!}(8iM^2 + 8M - 2) \end{aligned} \quad (11)$$

计算 $\|g_{S_i,k}\|^2$ 所需的 flop 为 $\sum_{i=1}^M (K - i + 1)(8M - 2)$, 计算 v_{r_i} 所需的 flop 为 $2MK$ 。对于经典贪婪用户选择算法,当 $i > 1$ 时,直接计算每个用户 k 对应的 $g_{S_i,k}$ 所需的 flop,其值为 $(8i - 1)M^2 - 2M$,

共需要的 flop 为 $\sum_{i=2}^M (K - i + 1)((8i - 1)M^2 - 2M)$ 。

对于启发式 G-S 正交化贪婪用户选择算法,当 $i > 1$ 时,计算每个用户 k 对应的 $g_{S_i,k}$ 所需的 flop,

其值为 $15M^2 - 2M$, 共需要的 flop 为 $\sum_{i=2}^M (K - i + 1)(15M^2 - 2M)$ 。

经典贪婪用户选择算法的复杂度为

$$\varphi_{\text{classic-greedy}} = (10M - 2)K + \sum_{i=2}^M (K - i + 1)((8i - 1)M^2 + 6M - 2) \quad (12)$$

启发式 G-S 正交化贪婪用户选择(HGS-Greedy)的复杂度为

$$\varphi_{\text{HGS-greedy}} = (10M - 2)K + \sum_{i=2}^M (K - i + 1)(15M^2 + 6M - 2) \quad (13)$$

式(12),式(13)分别展开,可以得到 $\varphi_{\text{classic-greedy}} \sim O(KM^4)$, $\varphi_{\text{HGS-greedy}} \sim O(KM^3)$ 。由式(11)可知,文献[5]中改进的遍历搜索的算法的复杂度依然随着用户数目 K 的增长指数级增长,HGS-Greedy 的复杂度随用户数目的增长线性增长,因此 HGS-Greedy 与文献[5]中的方法相比极大地降低了复杂度,同时复杂度关于发送天线数 M 变化时,HGS-Greedy 也优于文献[5]中的方法。同时,我们给出了 HGS-Greedy 算法和经典贪婪算法的复杂度比较图,定义相对复杂度比率是 HGS-Greedy 算法的复杂度相对于经典贪婪算法复杂度的比值。图 2 是基站具有不同天线数时,HGS-Greedy 算法和经典贪婪算法复杂度比率图。

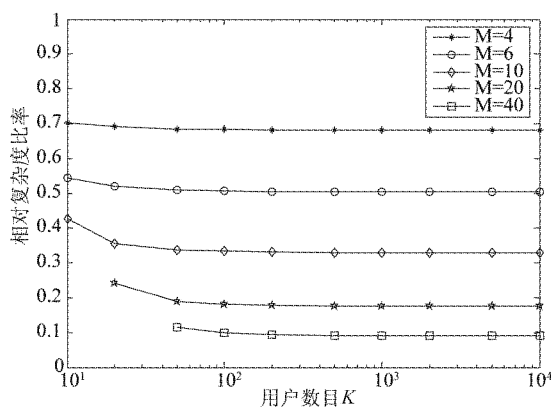


图2 相对复杂度比率图

从图2中我们可以看出,随着基站天线数目 M 的增加, HGS-Greedy 算法可以有效地降低复杂度。当 $M = 6$, 用户数大于 10 时, HGS-Greedy 算法的复杂度只有经典算法复杂度的 1/2 左右, 可见, 在发送天线数 M 较小时, HGS-Greedy 算法依然可以有效地降低复杂度。

4 仿真结果及分析

本节中我们给出了 THP 结合启发式 G-S 正交化的用户选择方案和在不同的用户数目、功率约束、发送天线约束条件下的系统吞吐量, 并同其他传输方案的系统吞吐量进行了比较。

图3和图4分别给出了总功率限制 $P = 10\text{dB}$ 和 $P = 0\text{dB}$ 时, 在发送天线数 $M = 4, M = 2$, 用户数目 K 为 $10 \sim 10000$ 的情况下, 各种传输方案的系统吞吐量。其中 THP-HGS 表示 THP 结合启发式 G-S 正交化的贪婪用户选择方案的系统吞吐量, DPC 的系统吞吐量是根据文献[8]中的迭代灌水算法得到的, 迫零波束成型准正交用户选择(ZFBF-SUS)方案的系统吞吐量是根据文献[1]中的方法得到的。THP 最优遍历搜索方案(THP-Optimal)根据文献[5]中的方法遍历得到的系统吞吐量, 时分多址接入(TDMA)每次选择信道二阶范数最大的用户传输数据, 曲线 TDMA 表示其对应的系统吞吐量。同时我们还给出了随机选取 M 个用户(Random)时的系统吞吐量和渐进最优特性的曲线(large K Asymptotic), 其表达式为 $M \log(1 + \frac{P}{M} \log K)$ 。由于 DPC 和 THP 最优遍历搜索(THP-Optimal)的复杂度高, 我们分别只给出了它们在 $K \leq 100$ 和 $K \leq 30$ 时的系统吞吐量; THP 结合经典贪婪用户选择算法方案得到的系统吞吐量和 THP-HGS 方案的系统吞吐量性能相同, 这里没有单独给出。图中的系统吞吐量曲线是经过 1000 次独立的信道实现平均得到的。

图3中, 在发送天线数 $M = 4, M = 2$ 时, THP-HGS 的系统吞吐量均非常接近 THP-Optimal 和 DPC 的系统吞吐量。 $M = 4$ 时, 与 DPC 的系统吞吐量最大相差不到 1bps/Hz, 并且都优于文献[1]中提出的

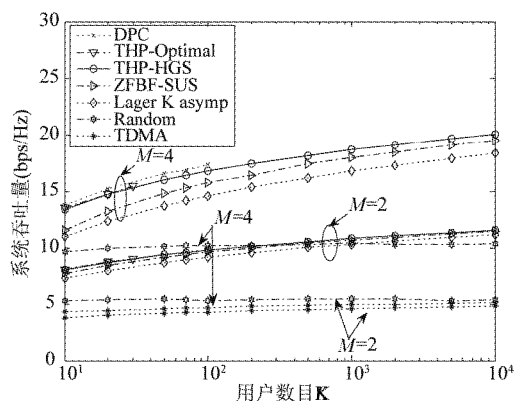
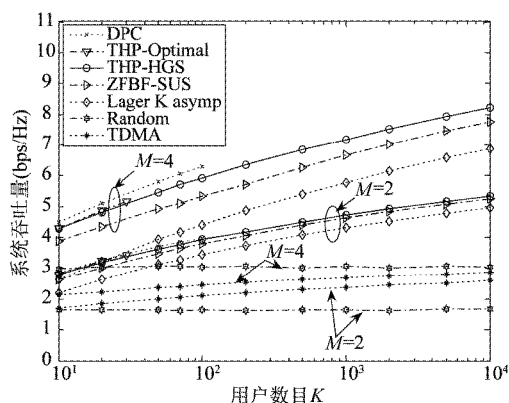


图3 $P = 10\text{dB}$ 各种传输方案系统吞吐量

图 4 $P=0\text{dB}$ 各种传输方案系统吞吐量

ZFBF-SUS 的系统吞吐量,这是由于 THP 相比于 ZFBF 更有效地利用了空间自由度,HGS-Greedy 可以很好地利用此种优势,其系统吞吐率具有与 ZFBF-SUS 同样的 $\log\log(K)^{[1]}$ 的渐进最优性能。在用户数目比较小时,如 $K=10$ 时,系统吞吐量可达 13.4bps,具有较好的表现。由于 DPC 是渐进最优的,文献[1]中证明了 ZFBF-SUS 的渐进最优性,THP-HGS 的系统吞吐量位于两者之间,因此 THP-HGS 具有渐进最优性,THP-Optimal 的系统吞吐量位于 DPC 和 THP-HGS 之间,因此它也是渐进最优的。THP-HGS 的性能优于随机选择(Random)的性能,是由于 THP-HGS 有效利用了多用户分集增益。THP-HGS 的性能优于 TDMA 的性能,与文献[2]的结论一致。

图 4 中,总功率限制为 0dB,其它条件和图 3 一致。由于总功率的降低,系统吞吐量随之降低,但各种传输方案的系统吞吐量的随着用户数变化的趋势和图 3 中的结果是一致的,其中 THP-HGS 的系统吞吐量,非常接近 THP-Optimal 和 DPC 的系统吞吐量,优于 ZFBF-SUS 的系统吞吐量,说明 THP-HGS 在低信噪比时也具有同样的性质。

5 结论

本文根据 THP 的特性,提出了一种低复杂度的用户选择算法,该方法可以有效利用多用户分集增益,具有较好的系统吞吐量性能。仿真结果表明此算法的系统吞吐量性能仅次于最优遍历搜索的系统吞吐量性能,THP 结合此算法的系统吞吐量可以逼近 DPC 的系统吞吐量,优于 ZFBF-SUS 的系统吞吐量,且具有渐进最优的性质。同时,此用户选择算法具有很低的复杂度,具有较好的实用价值。

参考文献

- [1] Caire G, Shamai S. On the achievable throughput of a multi-antenna Gaussian broadcast channel. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2003, 49(7): 1691-1706
- [2] Weingarten H, Steinberg Y, Shamai S. The capacity region of the Gaussian MIMO broadcast channel. In: *Proceedings of the 2004 IEEE International Symposium on Information Theory*, Chicago, IL, USA, 2004
- [3] Taesang Y, Goldsmith A. On the optimality of multiantenna broadcast scheduling using zero-forcing beamforming. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2006, 24(3): 528-541
- [4] Tu Z Y, Blum R S. Multiuser diversity for a dirty paper approach. *IEEE Communications Letters*, 2003, 7(8): 370-372
- [5] Ozdemir B, Gurbuz O. Scheduling approach for MIMO with Tomlinson-Harashima precoding. In: *Proceedings of the 64th IEEE Vehicular Technology Conference*, Montreal, Quebec, Canada, 2006
- [6] Windpassinger C, Fischer R F H, Vencel T, et al. Precoding in multiantenna and multiuser communications. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2004, 3(4): 1305-1316
- [7] Shenouda M B, Davidson T N. Tomlinson-harashima precoding for broadcast channels with uncertainty. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2007, 25(7): 1380-1389
- [8] Jindal N, Rhee W, Vishwanath S, et al. Sum power iterative water-filling for multi-antenna Gaussian broadcast channels. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2005, 51(4): 1570-1580

A low complexity user selection algorithm for multi-antenna multi-user systems with tomlinson-harashima precoding

Shi Lin, Qiu Ling

(Personal Communication Network and Spread Spectrum Laboratory, University of Science and Technology of China, Hefei 230027)

Abstract

This paper proposes a low complexity greedy user selection algorithm based on heuristic Gram-Schmidt orthogonalization for the downlink multi-antenna multi-user systems with Tomlinson-Harashima precoding. The simulation results show that the throughput performance of the proposed algorithm is very close to that of the exhaustive search method, better than the performance of the ZFBF-SUS scheme. Furthermore, it has the asymptotic optimality in the capacity domain.

Key words: downlink multi-antenna multi-user systems, tomlinson-harashima precoding (THP), heuristic gram-schmidt orthogonalization, user selection, asymptotic optimality