

一种基于自适应子空间跟踪与 Jacobi 算法的 时变信道有限反馈预编码方法^①

李 汀^② 杨绿溪

(东南大学信息科学与工程学院 南京 210096)

摘 要 提出了一种基于自适应子空间跟踪与 Jacobi 算法的时变信道有限反馈预编码方法。该方法针对无线信道的时变性,利用梯度算法自适应跟踪时变信道的发射预编码矩阵,同时考虑了反馈信道有限比率的反馈比特数,将 Jacobi 迭代算法应用于时变信道奇异矩阵的跟踪,从而有效降低了每个反馈帧的反馈比特数。计算机仿真表明,在时变信道,该方法在降低反馈量的同时,还获得了比存在反馈延时的 Grassmannian 预编码方法更好的系统容量性能。

关键词 自适应子空间跟踪, Jacobi 算法, 有限反馈预编码

0 引 言

多输入多输出(multiple-input multiple-output, MIMO)系统,充分利用空间分集的手段在空间域上可以获得更大的信道容量增益。研究表明,在基站端采用发射预编码技术可以有效提高 MIMO 系统下行链路信道容量。在实际的无线移动通信系统中,上下行信道不具有互易性,发射端只能通过反馈信道来获取信道信息,然而由于频谱资源的限制,在信道的相干时间内反馈信道仅可以提供有限的反馈比特数,因而发射端无法获得准确的时变信道信息用于发射预编码。文献[1]提出了基于 Grassmannian 码本的有限反馈预编码方案,该方法有效降低了反馈比特数,发射端借助有限比特反馈获得的部分信道信息进行发射预编码,然而这种预编码方案没有考虑无线信道的时变性,同时,由于反馈延时的影响,发射端不能实时地获取当前的信道信息设计相应的预编码矩阵。文献[2-4]针对 Grassmannian 码本有限反馈预编码方案没有考虑时变信道时域相关性的缺陷,提出基于时变码本概念的预测向量量化(predictive vector quantization, PVQ)预编码方法与自适应相继波束形成(successive beamforming, SBF)方法,但这类方法要求在每次信道发生变化时,基站和接收端

都要同步更新码本,需要较高的实现代价,因此很难在实际系统中应用。文献[5]利用信道空间信息的几何特性将信道矩阵参数化,结合自适应增量调制(adaptive delta modulation, ADM)对慢时变信道进行实时跟踪,然而该方法仍然存在反馈数据量大的问题,不适用于实际的反馈频带受限的无线通信系统。文献[6]在文献[5]的基础上,结合 Jacobi 算法^[7]的迭代过程,给出了迭代更新的预编码方法,同时将该算法直接用于慢时变信道,从而降低了每个反馈帧的反馈量,但这种方法不具有很好的时变信道跟踪性能。文献[8,9]提出基于子空间跟踪的扰动预编码,通过引入随机产生的发射扰动向量对发射预编码矩阵进行自适应更新。本文提出了一种新颖的基于自适应子空间跟踪与 Jacobi 特征分解的预编码方法,该方法利用梯度自适应算法,以最大化接收端的传输功率为准则,是一种具有实时跟踪性能的预编码方法,同时该方法融合了 Jacobi 迭代算法,从而大大降低了每一个反馈帧内需要反馈的数据量。

1 系统模型和信道容量

1.1 信道模型

考虑一个频分双工的 MIMO 系统,发射端基站配置 N_t 根天线,接收端配置 N_r 根天线。 $\mathbf{s}$ 是 $N_s \times 1$

① 国家重点基础研究发展计划(2007CB310603),国家自然科学基金(60672093, 60496310),863 计划(2007AA01Z262)和江苏省自然科学基金(BK2005061)资助项目。

② 男,1979 年生,博士;研究方向:MIMO 通信信号处理;联系人,E-mail: seuliting@163.com
(收稿日期:2008-06-06)

维的发射信号向量, $\mathbf{W}$ 是 $N_t \times N_s$ 维的发射波束形成矩阵, 假设发射信号经过 $N_r \times N_t$ 维的时变平坦衰落信道 $\mathbf{H}$, 信道矩阵元素间是独立同分布的, 信道的时变衰落服从一阶自回归 (AR1) 衰落模型:

$$\mathbf{H}(k) = \alpha \mathbf{H}(k-1) + \bar{\alpha} \mathbf{X}(k) \quad (1)$$

其中 $\mathbf{X}(k)$ 是 $N_r \times N_t$ 矩阵, 矩阵元素服从均值为 0, 方差为 1 的复高斯随机分布。参数

$$\alpha = J_0\left(\frac{2\pi T v_{mb}}{\lambda}\right), \quad (2)$$

定义为信道衰落速度, 由信道的移动多普勒频率决定, 式中 T 表示每个数据帧的长度, v_{mb} 表示移动速度, λ 表示载波波长, 参数 $\bar{\alpha} = \sqrt{1 - \alpha^2}$ 。

等效基带接收信号可以表示为

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{W}\mathbf{s} + \boldsymbol{\eta} \quad (3)$$

其中, $\boldsymbol{\eta}$ 为 $N_r \times 1$ 维的噪声向量, 其元素由独立同分布的高斯随机变量 $CN(0, N_0)$ 组成。

1.2 反馈系统模型

实际的时变 MIMO 信道和发射端通过部分有限反馈跟踪获得的信道状态信息之间的差异造成的系统性能的差异将在后面的仿真章节给出性能评价。图 1 描述了信道块衰落模型和反馈系统模型的帧结构。假设信道矩阵在一个时间块内是不变化的, 信道块的长度为 T_C , 第 k 个信道块的信道矩阵表示为 $\mathbf{H}(k)$ 。假设反馈信道无错误传输, 部分信道信息在量化后反馈给发射端, 反馈速率为 R_F 次/s。两个相继更新的信道之间的时间帧我们定义为反馈帧, 反馈帧的长度为 $T_F = 1/R_F$ 。为简单起见, 我们假设一个反馈帧内包含整数 M 个信道块, 即 $T_F = MT_C$ 。如图 1 所示, 在每一个反馈帧的起始点, 前一个信道块的部分信道信息被传送给发射端用于预编码。

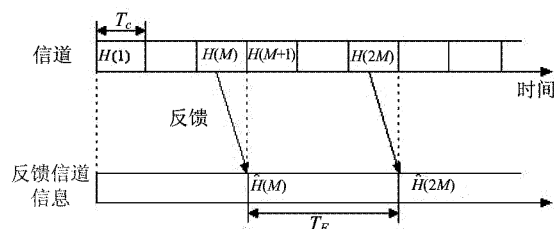


图 1 反馈系统模型

1.3 信道容量分析

这一小节通过简单的容量分析说明信道子空间跟踪的必要性。令天线端的发射信号 $\mathbf{t} = \mathbf{W}\mathbf{s}$, 式(3)可以表示为

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{t} + \boldsymbol{\eta} \quad (4)$$

其中, $\mathbf{t}$ 的自相关 $\boldsymbol{\Phi}_t \equiv E(\mathbf{t}\mathbf{t}^H)$, 发射能量 $E_S = \text{tr}(\boldsymbol{\Phi}_t)$ 。信道的香农容量被定义为

$$C = \log_2 \left(\left| \mathbf{I} + \frac{1}{N_0} \mathbf{H}\boldsymbol{\Phi}_t \mathbf{H}^H \right| \right) \quad (5)$$

信道 $\mathbf{H}$ 的奇异值分解被定义为 $\mathbf{H} = \mathbf{U}\boldsymbol{\Lambda}^{\frac{1}{2}}\mathbf{V}^H$, 其中 $\boldsymbol{\Lambda} = \boldsymbol{\Lambda}^H \boldsymbol{\Lambda}^{\frac{1}{2}}$ 。考虑三种发射策略下的信道容量: 1) 发射端完全已知信道信息的注水容量; 2) 极好的信道子空间跟踪的发射容量; 3) 发射端完全不知道信道信息的盲发射容量。三种发射策略的发射向量自相关分别为

$$\boldsymbol{\Phi}_{t(1)} = \mathbf{V}(E_0 \mathbf{I} - N_0 \boldsymbol{\Lambda}^{-1})^+ \mathbf{V}^H \quad (6)$$

$$\boldsymbol{\Phi}_{t(2)} = \frac{E_S}{N_s} \mathbf{V} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{N_s} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{V}^H \quad (7)$$

$$\boldsymbol{\Phi}_{t(3)} = \frac{E_S}{N_t} \mathbf{I} \quad (8)$$

其中, $(x)^+$ 定义为 $(x)^+ = \begin{cases} x & \text{if } x \geq 0 \\ 0 & \text{if } x < 0 \end{cases}$, E_0 可以由下式确定:

$$\text{tr}(E_0 \mathbf{I} - N_0 \boldsymbol{\Lambda}^{-1})^+ = E_S \quad (9)$$

与此相关联的三种发射策略的发射容量为

$$C_{(1)} = \sum_{k=1}^{\min(N_t, N_r)} \left(\log_2 \left(\frac{E_0 \lambda_k}{N_0} \right) \right)^+ \quad (10)$$

$$C_{(2)} = \sum_{k=1}^{\min(N_s, N_r)} \left(\log_2 \left(1 + \frac{E_S \lambda_k}{N_s N_0} \right) \right) \quad (11)$$

$$C_{(3)} = \sum_{k=1}^{\min(N_t, N_r)} \left(\log_2 \left(1 + \frac{E_S \lambda_k}{N_t N_0} \right) \right) \quad (12)$$

其中, λ_k 为 $\boldsymbol{\Lambda}$ 的对角元。从式(11)和式(12)可以清楚地看出, 如果 $N_s \geq N_r$, $N_t \geq N_r$, 极好的信道子空间跟踪发射策略相对于盲发射可以获得 N_t/N_s 的功率增益, 这是因为盲发射策略造成发射功率泄漏到特征值为零的子信道, 而这些功率是无法被接收端获得的。

2 算法描述

2.1 基于梯度算法的预编码矩阵自适应更新

本文提出的反馈自适应的发射子空间跟踪算法, 其目标是为了自适应地跟踪时变信道的发射预编码矩阵 $\mathbf{W}$, 也即为了跟踪提取信道的主右奇异子空间:

$$\mathbf{V}^H \mathbf{W} \mathbf{W}^H \mathbf{V} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{N_s} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

定义代价函数

$$J(k) \equiv \| \mathbf{H}\mathbf{W}(k) \|_F^2 = \text{tr}(\mathbf{W}^H(k)\mathbf{H}^H\mathbf{H}\mathbf{W}(k)) \quad (14)$$

通过最大化代价函数,即可获得满足式(13)的 $\mathbf{W}(k)$ 。同时,预编码矩阵 $\mathbf{W}(k)$ 满足式

$$\mathbf{W}^H(k)\mathbf{W}(k) = \mathbf{I}_{N_s} \quad (15)$$

的正交归一化约束。上述约束受限的代价函数可以通过一个受限的梯度自适应过程来完成,当收敛速率 β 固定时,受限的预编码矩阵的自适应更新如下:

$$\mathbf{W}'(k+1) = \mathbf{W}(k) + \beta \nabla_{\mathbf{W}} J(k) \quad (16)$$

$$\mathbf{W}(k+1) = \mathbf{G}(\mathbf{W}'(k+1)) \quad (17)$$

其中,矩阵函数 $\mathbf{G}(\cdot)$ 为输入矩阵的 Gram-Schmidt 列正交化。 $\nabla_{\mathbf{W}} J(k)$ 为代价函数 $J(k)$ 关于 $\mathbf{W}$ 的瞬时梯度:

$$\nabla_{\mathbf{W}} J(k) = 2\mathbf{H}^H\mathbf{H}\mathbf{W}(k) \quad (18)$$

因为瞬时梯度的数学期望等于真实梯度,所以式(16)总的更新趋势与最陡下降法一样,依然使代价函数 $J(k)$ 最大化。

将式(18)代入式(16),则有

$$\mathbf{W}'(k+1) = (\mathbf{I} + 2\beta\mathbf{H}^H\mathbf{H})\mathbf{W}(k) \quad (19)$$

从上式可以看出,为了在发射端实时更新预编码矩阵 $\mathbf{W}$,发射端需要在每一个反馈帧的起始时刻通过接收端反馈获得前一个信道块完整的信道信息 $\mathbf{H}$,而在实际的无线移动通信中,由于反馈频带的限制,信道完整信息的反馈是不实际的。将信道 $\mathbf{H}$ 奇异值分解后代入式(19),则有

$$\mathbf{W}'(k+1) = (\mathbf{I} + 2\beta\mathbf{V}\mathbf{\Lambda}\mathbf{V}^H)\mathbf{W}(k) \quad (20)$$

由于在慢衰落信道,信道奇异值的变化也是缓慢的,我们考虑用信道奇异值的统计平均^[10]代替式(20)中的瞬时奇异值,此时,仅需要反馈信道的空间信息 $\mathbf{V}$,即 $\mathbf{H}^H\mathbf{H}$ 的特征向量矩阵,当然,直接反馈 $\mathbf{V}$ 仍然存在反馈数据量过大的问题,本文提出将 Jacobi 特征分解算法应用于特征向量矩阵 $\mathbf{V}$ 的同步迭代更新,从而达到降低反馈量的目的。

2.2 基于 Jacobi 算法的信道 $\mathbf{V}$ 矩阵同步更新

假设 p 和 q 为 Jacobi 旋转子的行列索引,通过利用旋转子 $\mathbf{J}^{p,q} \in \mathbb{C}^{N_t \times N_t}$ 来实现矩阵 $\mathbf{V}$ 的同步更新,迭代更新算法如下:

初始化: $\boldsymbol{\varphi}(1) = \mathbf{I}_{N_t}$

第 $l+1$ 个反馈帧:

$$\boldsymbol{\varphi}(l+1) = \boldsymbol{\varphi}(l)\mathbf{J}^{p,q}(l) \quad (21)$$

$$\mathbf{V}(l+1) = \boldsymbol{\varphi}(l+1)\mathbf{V}_0$$

其中 $\mathbf{V}_0$ 为 N_t 维单位阵的前 N_s 列,复旋转子 $\mathbf{J}^{p,q}$ 具

有如下形式:

$$\mathbf{J}^{p,q}(l) = \begin{bmatrix} 1 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & \cos(\theta) & \cdots & -\sin(\theta)e^{-j\sigma} & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & \sin(\theta)e^{j\sigma} & \cdots & \cos(\theta) & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} q \\ p \end{matrix} \quad (22)$$

令 $\tilde{\mathbf{J}} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{q,q}^{p,q}(l) & \mathbf{J}_{q,p}^{p,q}(l) \\ \mathbf{J}_{p,q}^{p,q}(l) & \mathbf{J}_{p,p}^{p,q}(l) \end{bmatrix}$, 通过计算式

$$\tilde{\mathbf{J}}^H \tilde{\mathbf{R}} \tilde{\mathbf{J}} = \begin{bmatrix} \lambda_1 \{\tilde{\mathbf{R}}\} & 0 \\ 0 & \lambda_2 \{\tilde{\mathbf{R}}\} \end{bmatrix} \quad (23)$$

的特征分解可以获得 Jacobi 旋转子的参数 θ 和 σ ,

其中, $\tilde{\mathbf{R}} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}'_{q,q} & \mathbf{R}'_{q,p} \\ \mathbf{R}'_{p,q} & \mathbf{R}'_{p,p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & \gamma \\ \gamma^* & \beta \end{bmatrix}$, $\mathbf{R}' = \boldsymbol{\varphi}^H(l)\mathbf{R}\boldsymbol{\varphi}(l)$, $\mathbf{R} = \mathbf{H}^H(k)\mathbf{H}(k)$, $\mathbf{H}(k)$ 是第 $l+1$ 帧的前一信道块的信道。

通过一系列代数运算,可以获得

$$\theta = \arccos\left(\frac{1}{\sqrt{1+\rho^2}}\right), \quad \sigma = -\arg(\gamma) \quad (24)$$

其中, $\rho = \frac{1}{2}(\sqrt{a'^2 + 4} + a')$, $a' = \frac{\beta - \alpha}{|\gamma|}$ 。从式(24)可以知道, $\theta \in [0, \pi/2]$, $\sigma \in [-\pi, \pi]$ 。

Jacobi 算法以 Round Robin 的方式遍历所有的候选旋转子行列索引。候选的 (p, q) 索引对定义如下: $(p, q): q = 1, 2, \dots, N_s; p = q+1, q+2, \dots, N_t$ 。文献[5]在一个反馈帧内完成所有候选 (p, q) 的遍历,获得一组 (θ, σ) , 同时要求在一个反馈帧内量化反馈所有的 (θ, σ) , 势必带来反馈数据量过大的问题。而本文采用的迭代更新算法,在一个反馈帧内仅需要反馈一对 (θ, σ) , 从而大大降低了反馈量。

3 算法收敛性分析

基于 Jacobi 算法的 $\mathbf{V}$ 矩阵的迭代更新应用了 Jacobi 特征分解算法的每一步特征向量更新的中间过程,因此在静态信道, $\mathbf{V}$ 矩阵的迭代将继承 Jacobi 算法的二次收敛性,通过多次迭代收敛于信道的右奇异矩阵。在这个基础上来分析无噪声静态信道和前文给出的预编码矩阵的梯度自适应更新算法的收

敛性。

结合式(17)与式(20),有

$$\mathbf{W}(k+1) = \mathbf{V}\mathbf{G}((\mathbf{I} + 2\beta\mathbf{A})^k \mathbf{V}^H \mathbf{W}(k)) \quad (25)$$

利用 Gram Schmidt 正交化的 QR 分解迭代算法,可以推得预编码矩阵的自适应更新有如式

$$\mathbf{W}(k) = \mathbf{V}\mathbf{G}((\mathbf{I} + 2\beta\mathbf{A})^k \mathbf{V}^H \mathbf{W}(0)) \quad (26)$$

所示的收敛路径。在等式两边同乘 $\mathbf{V}^H$,得

$$\tilde{\mathbf{W}}(k) = \mathbf{V}^H \mathbf{W}(k) = \mathbf{G}((\mathbf{I} + 2\beta\mathbf{A})^k \mathbf{V}^H \mathbf{W}(0)) \quad (27)$$

从式(27),有

$$\frac{|\tilde{w}_{i,i}(k)|}{|\tilde{w}_{i,j}(k)|} \propto \left(\frac{1 + 2\beta\lambda_i}{1 + 2\beta\lambda_j} \right)^k \quad (28)$$

假定 $i < j$ 时 $\lambda_i > \lambda_j$, 则式(28)表明,预编码矩阵的第一个列向量收敛到信道的第一个奇异子空间,第二个列向量收敛到信道的第二个奇异子空间,且由 Gram Schmidt 正交化保证第二个列向量正交于第一个奇异子空间,依此类推,本文的预编码矩阵的自适应更新算法可保证预编码矩阵迭代收敛于信道的右奇异子空间。

4 仿真结果

为了评价本文提出的时变信道下基于自适应子空间跟踪与 Jacobi 特征分解的有限反馈预编码方案,我们进行了一些 Monte Carlo 仿真。在仿真中,采用更符合实际要求的 Jakes 模型来建模无线移动通信中的时变信道,假设载波频率为 2GHz,时变信道的多普勒频率从 10Hz 到 100Hz,5 个信道块为 1 个反馈帧。基站配置 4 根天线,接收端配置 2 根天线。

图 2 给出了 4 种发射方案的容量曲线比较。从图中可以看出,当时变信道的多普勒频率 $f_D = 10\text{Hz}$

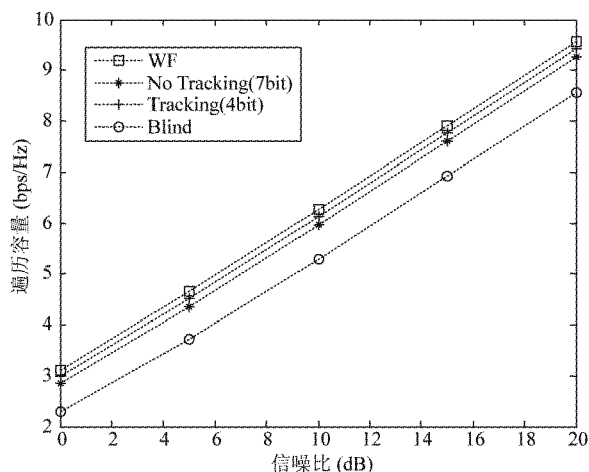


图 2 各发射方案的系统容量

时,本文提出的自适应跟踪的发射方案(Tracking)在只反馈 4bit 信息量的情况下,和存在反馈延时的没有跟踪的 7bit Grassmannian 有限反馈预编码方案(No Tracking)相比,在反馈数据量减小的同时,还获得了更好的系统容量性能。从图中还可以看出,本文所提方案的系统容量接近于发射端完全已知信道信息时的注水容量(WF),且相对于没有信道信息反馈的盲发射方案(Blind)有比较明显的容量性能增益。

图 3 给出了两种迭代更新算法的跟踪性能曲线。从图中可以看出,当时变信道的多普勒频率 $f_D = 10\text{Hz}$ 时,本文提出的自适应预编码方案 (gradient + Jacobi) 与文献[6]提出的直接将 Jacobi 迭代算法用于时变信道更新预编码的方案 (Jacobi) 相比,有更快的收敛速度和更小的稳态跟踪误差。

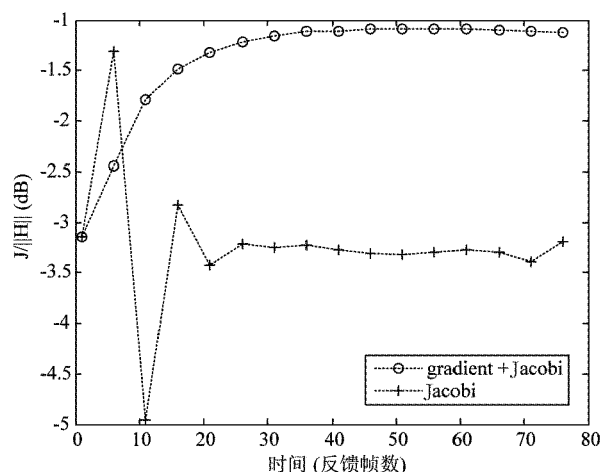


图 3 两种跟踪预编码方案的收敛性能

图 4 给出了在不同衰落速度的时变信道,本文提出的自适应更新预编码算法的性能。从图中可以

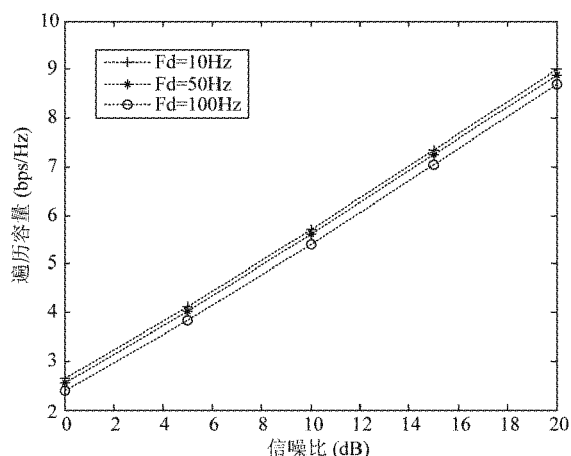


图 4 不同多普勒频率下的系统容量

看出,随着多普勒频率的增大,系统容量有一定程度的下降,但总的来说在时变信道变化速度较快的情况下,该算法仍然体现了不错的系统性能。

5 结论

本文提出了一种基于自适应子空间跟踪与 Jacobi 算法的时变信道有限反馈预编码方法。该方法在时变信道下具有良好的预编码矩阵自适应跟踪性能,不仅可以获得理想的系统传输速率性能,而且大大降低了反馈量,解决了无线移动通信系统中反馈信道频谱资源的限制问题。

参考文献

- [1] Love D J, Heath Jr R W, Strohmer T. Grassmannian beamforming for multiple-input multiple-output wireless systems. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2003, 49(10): 2735-2747
- [2] Liu L, Jafarkhani H. Novel transmit beamforming schemes for time-selective fading multiantenna systems. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2006, 54(12): 4767-4781
- [3] Liu L, Jafarkhani H. Novel transmit beamforming schemes for time-varying fading channels. In: Proceedings of the IEEE International Conference on Communications, Istanbul, Turkey, 2006. 3. 1306-1311
- [4] Liu L, Jafarkhani H. Novel successive transmit beamforming algorithms for MISO-OFDM systems. In: Proceedings of the IEEE International Conference on Communications, Istanbul, Turkey, 2006. 12. 5336-5341
- [5] Roh J C, Rao B D. An efficient feedback method for MIMO systems with slowly time-varying channels. In: Proceedings of the IEEE Wireless Communications and Networking Conference, Atlanta, USA, 2004. 2. 760-764
- [6] Zaccarias E, Werner S, Wichman R. Distributed Jacobi eigen-beamforming for closed-loop MIMO systems. *IEEE Communications Letters*, 2006, 10: 825-827
- [7] Golub G H, Van Loan C F. Matrix Computations. Second Edition. Baltimore/London: The Johns Hopkins University Press, 1989. 426-438
- [8] Banister B C, Zeidler J R. Feedback assisted stochastic gradient adaptation of multiantenna transmission. *IEEE Transactions on Wireless Communication*, 2005, 4(3): 1121-1135
- [9] Yang J, Williams D B. Transmission subspace tracking for MIMO systems with low-rate Feedback. *IEEE Transactions on Communications*, 2007, 55(8):1629-1639
- [10] Wennström M. On MIMO systems and adaptive arrays for wireless communications analysis and practical issues: [Ph. D dissertation]. Uppsala: Uppsala University, 2002. 78-89

A limited feedback precoding method based on adaptive subspace tracking and Jacobi algorithm for time-varying channels

Li Ting, Yang Luxi

(School of Information Science and Engineering, Southeast University, Nanjing 210096)

Abstract

This paper proposes a limited feedback precoding method based on adaptive subspace tracking and Jacobi algorithm for time-varying channels. In view of the time-variability of wireless channels, this method uses a gradient algorithm for transmission tracking of the precoding matrix for time-varying channels. Meanwhile, considering the bandwidth limits of feedback channels, it uses the Jacobi algorithm to update the right singular matrix of time-varying channels, which significantly reduces the feedback bits. The simulations show that the new adaptive precoding method not only reduces the feedback bits, but also results in larger system sum capacity gains than the Grassmannian precoding method with feedback delay.

Key words: adaptive subspace tracking, Jacobi algorithm, limited feedback precoding