

用矩阵微分建立股骨颈手术导航机器人位姿误差模型的方法^①黄荣璞^② 胡 磊 刘文勇 许勇刚

(北京航空航天大学机械工程及自动化学院 北京 100191)

摘 要 应用矩阵微分建立了股骨颈手术导航机器人的位姿误差模型。依次做了以下主要工作:设计股骨颈手术导航机器人的三维形体结构,即串、并联混合机构;基于结构与运动特征,采用传递矩阵建立手术导航模型;提取特征参数作为微分变元,通过矩阵微分建立手术导航的位姿误差模型;应用仿真软件 matlab7.0,以导航机器人的设计尺寸与容差值为变量,对特征参数引起的导航位姿误差分布进行仿真,其结果位姿误差呈平面分布,极大误差在边界线上获得。应用矩阵微分建立的手术导航误差分析模型的工程含义明确,结构规范,适用于将机器人的精度校核穿插到形体设计的前期阶段进行,在并行设计中的精度校验上有实用性。

关键词 股骨颈, 导航机器人, 位姿误差, 传递矩阵, 矩阵微分

0 引 言

机器人的制造精度是保证机器人工作的精、准性与稳定性的重要指标,因而机器人制造精度分析建模与仿真就成为一个很活跃的研究领域。1986 年, Veitscheger 和 Wu^[1] 针对串行机构, 应用运动传递矩阵与位移方向矢合成建立了机器人综合误差模型, 在综合误差的合成中采用了迭加原理, 并忽略掉 2 次以上的高阶误差项。1983 年, Hunt^[2] 建立了并行机构的运动学结构模型, 1989 年, Waldron, Raghavan 和 Roth^[3] 对由串行支链构成的并行机构的运动学、动力学建模及正、逆解求解法的深入研究, 逐渐把机器人制造精度分析推进到并联机器人系统中。1993 年 Masory 和 Wang^[4] 在国际机器人与自动化大会上提出了一种对 Stewart 机构应用运动传递矩阵进行误差综合、标定及补偿的方法。1999 年 Wang 和 Ehmann^[5,6] 在国际期刊上连续发表对多轴并联机床的位姿误差的测试与补偿的研究论文。2002 年, Innocenti^[7] 对含转动副空间并联机构的径向、轴向误差, 采用力雅可比矩阵进行误差综合; 同年, Wang 和 Ehmann^[8] 发表了 6 自由度 Stewart 机构的误差建模与精度分析论文, 涉及到误差传递、误差合成及误差灵敏度检验等内容。Meng 和 Li^[9] 在进行误差建模中把仿真技术引进到多自由度 Stewart 机构的精度

分析中来。国内陈明哲和张启先^[10] 于 1984 年提出了串形机构的运动学位姿误差模型。2002-2003 年期间黄田、李亚及唐国宝等^[11,12] 均应用运动传递矩阵与位移方向矢合成来建立并联机构误差模型。2004 年洪林^[13] 提出了并联机器人精度分析与误差补偿综合模型, 并进行了误差分布与灵敏度校验的仿真模拟研究。本文针对校验股骨颈手术机器人的制造精度问题, 应用向量对矩阵的微分建立了手术导航机器人的位姿误差综合模型, 涉及的主要内容包括股骨颈辅助手术导航机器人 3 维形体结构设计; 基于形体结构用传递矩阵构建机器人的导航模型; 提取结构特征作为变量矩阵, 应用向量对矩阵微分建立导航位姿误差模型; 导航机器人位姿误差仿真。

1 导航机器人形体结构及导航定位原理

创伤性股骨颈手术是将断、伤股骨复位后, 通过植入 3 颗螺钉固定与连接损伤股骨, 康复后恢复股骨在髋关节中的关节功能。股骨颈辅助手术导航机器人的核心就是准确确定固定断、伤股骨的 3 颗螺钉的植入位置。3 颗螺钉在空间相互平行, 在横截面上近似成等边三角形分布。对此, 导航机器人采用串、并联的移动与转动副机构来实现^[14], 如图 1 所示。植入螺钉的导航直线采用两点式定义, 通过

① 国家科技支撑计划(2006BA103A16)和北京市科委科技计划(H060720050130)资助项目。

② 女, 1955 年生, 工学博士, 副教授; 研究方向: 骨外科导航机器人与机器人精度分析; 联系人, E-mail: buaahry@yahoo.com.cn (收稿日期: 2008-10-13)

在平面内布局的两垂直平移机构与虎克铰实现。主平面内(图 2: $OABE$ 平面)沿垂直与纵向轴的线位移及绕该两轴的转动构成一个定位点,另一定位点由平行于主平面的平面上(图 2: CDF 平面)沿垂直与纵向位移及绕对应两轴的转动形成,横向的定位通过形体结构的厚度尺寸实现。采用丝杆螺母机构实现线位移,虎克铰实现转角位移。

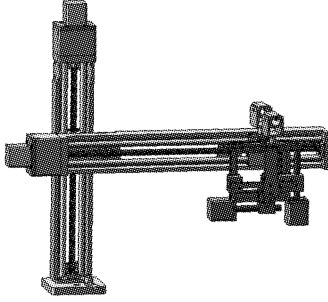


图 1 股骨颈辅助手术导航机器人 3D 装配图

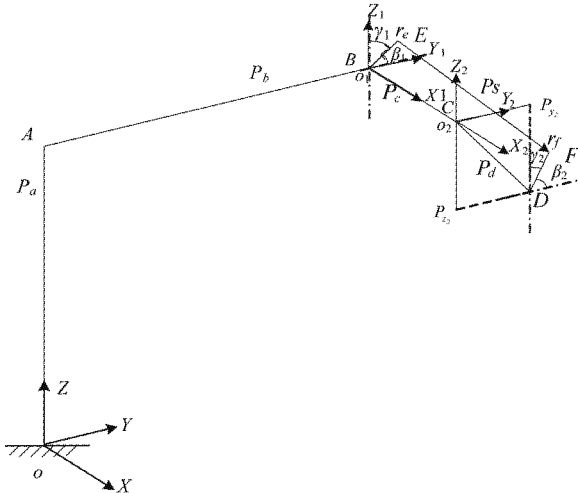


图 2 导航机器人坐标系

2 股骨颈手术机器人导航模型

植入螺钉的导航直线采用两点式的直线定位模型,通过机器人的结构尺寸与位移运动形成(如图 2)。由定位点的结构尺寸与位移矢量构成运动链 $OABEO$ 及 $OABCDFO$ (图 3 所示),同时,由两定位点位移矢量与导航直线 EF 又形成一个封闭的空间结构链 $OEFO$ (图 3 所示)。以传递系数法为主的结构分析、运动分析、动力分析及精度分析都是基于该封闭结构链进行的。

2.1 建立精度分析坐标系

导航机器人的静坐标系建立在主运动平面内的

垂直轴底部基座表面,如图 2 所示 $O-XYZ$ 。 Z 与 Y 轴的正向指向垂直与纵向位移增大的方向,按右手规则 X 轴向前为正。动坐标系 $O_1-X_1Y_1Z_1$ 建立在 B 点,指向与静坐标系相同。动坐标系 $O_2-X_2Y_2Z_2$ 建立在 C 点,指向也与静系相同。 E 与 F 为定位点, $\overrightarrow{EF}$ 就为植钉导航直线。

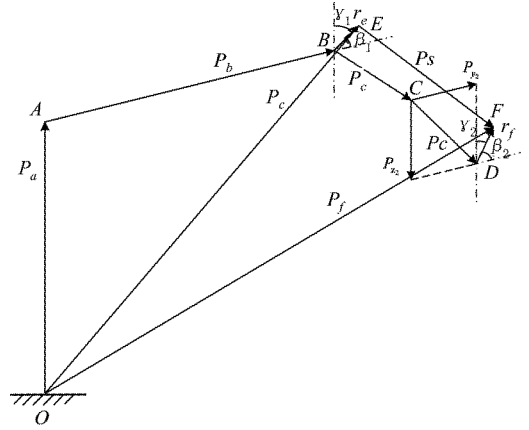


图 3 导航机器人位移链图

2.2 构造机器人变换矩阵模型

由运动传递关系^[15],定位矢量与各单链传递矩阵(如图 3)表示如下:

$$\begin{cases} \overrightarrow{OE} = \overrightarrow{Pe} = \overrightarrow{Pa} + \overrightarrow{Pb} + \overrightarrow{Pe} \\ \overrightarrow{OF} = \overrightarrow{Pf} = \overrightarrow{Pa} + \overrightarrow{Pb} + \overrightarrow{Pc} + \overrightarrow{Pd} + \overrightarrow{Pf} \\ \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{Pf} - \overrightarrow{Pe} \end{cases} \quad (1)$$

若静坐标系中,矢量 $\overrightarrow{OE}$ 形成的过程为:沿 Z 轴平移至 A 点,又沿 Y 轴平移至 B 点即 O_1 点后,在 $O_1-X_1Y_1Z_1$ 系中绕 Z_1 轴转 γ_1 角,再绕 Y_1 轴转 β_1 角,形成定位点 E 。变换关系为

$$T_e = Trans(0,0,l_a) Trans(0,l_b,0) Rot(Z_1,\gamma_1) Rot(Y_1,\beta_1)$$

变换矩阵为

$$T_e = T_a T_b T_{\gamma_1} T_{\beta_1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_a \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & l_b \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\gamma_1 & -\sin\gamma_1 & 0 & 0 \\ \sin\gamma_1 & \cos\gamma_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} \cos\beta_1 & 0 & \sin\beta_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\beta_1 & 0 & \cos\beta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 & = \begin{bmatrix} \cos\gamma_1\cos\beta_1 & -\sin\gamma_1 & \cos\gamma_1\sin\beta_1 & 0 \\ \sin\gamma_1\cos\beta_1 & +\cos\gamma_1 & \sin\gamma_1\sin\beta_1 & l_b \\ -\sin\beta_1 & 0 & \cos\beta_1 & l_a \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)
 \end{aligned}$$

其中 $|\vec{P}_a| = l_a$, $|\vec{P}_b| = l_b$ 。因悬挂部件结构厚度尺寸的原因,运动链自联结点 B 延伸到 C 点,也就是动坐标系的原点 O_2 点,其中, $|\vec{P}_c| = l_c$ 为设计变量。在动坐标系 $O_2 - X_2Y_2Z_2$ 中,机器人自 O_2 分别沿 Z_2 轴与 Y_2 轴平移 l_{z_2} 与 l_{y_2} 抵 D 点后,再绕 Z_2 轴转 γ_2 角,绕 Y_2 轴转 β_2 角,形成定位点 F 。变换关系为

$$\begin{aligned}
 T_f &= Trans(0,0,l_a) Trans(0,l_b,0) Trans(l_c,0,0) \\
 &\quad Trans(0,0,-l_{z_2}) Trans(0,l_{y_2},0) Rot(Z_2,\gamma_2) \\
 &\quad Rot(Y_2,\beta_2)
 \end{aligned}$$

同理,变换矩阵:

$$\begin{aligned}
 T_f &= T_a T_b T_c T_d T_{\gamma_2} T_{\beta_2} \\
 &= \begin{bmatrix} \cos\gamma_2\cos\beta_2 & -\sin\gamma_2 & \cos\gamma_2\sin\beta_2 & l_c \\ \sin\gamma_2\cos\beta_2 & \cos\gamma_2 & \sin\gamma_2\sin\beta_2 & l_b + l_{y_2} \\ -\sin\beta_2 & 0 & \cos\beta_2 & l_a - l_{z_2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)
 \end{aligned}$$

其中 l_c 为结构厚度,即结构变量尺寸, $\vec{r}_e$ 、 $\vec{r}_f$ 为定位导航套管的单位方向矢量。

2.3 导航定位矩阵模型

在建立机器人变换矩阵的基础上导航定位矩阵模型如下:

$$\begin{aligned}
 \vec{P}_e &= T_e \vec{r}_e \\
 &= \begin{bmatrix} \cos\gamma_1\cos\beta_1 & -\sin\gamma_1 & \cos\gamma_1\sin\beta_1 & 0 \\ \sin\gamma_1\cos\beta_1 & +\cos\gamma_1 & \sin\gamma_1\sin\beta_1 & l_b \\ -\sin\beta_1 & 0 & \cos\beta_1 & l_a \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \vec{r}_e \quad (4)
 \end{aligned}$$

同理,矢量 $\vec{P}_f$ 为

$$\begin{aligned}
 \vec{P}_f &= T_f \vec{r}_f \\
 &= \begin{bmatrix} \cos\gamma_2\cos\beta_2 & -\sin\gamma_2 & \cos\gamma_2\sin\beta_2 & l_c \\ \sin\gamma_2\cos\beta_2 & \cos\gamma_2 & \sin\gamma_2\sin\beta_2 & l_b + l_{y_2} \\ -\sin\beta_2 & 0 & \cos\beta_2 & l_a - l_{z_2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \vec{r}_f \quad (5)
 \end{aligned}$$

3 导航机器人位姿误差模型

导航机器人的导航误差可被分解为位置误差与姿态误差,位置误差描述实际植钉位置相对于理想植钉位置的偏差,姿态误差反映植钉方向相对于理想方向的偏差。二者之一偏差超差都会发生或者影响植钉的连接强度,或者产生髌关节运动中股骨附加力(广义力:指力与力矩),产生髌关节在运动中的不适或周围组织的疼痛感,或因应力增大,损坏关节部位的生物环境。导航误差主要由机器人构件的加工、装配误差及连接副的形位误差产生,基于误差来源因素,提取结构与运动参数作为微分变量矩阵,采用矩阵微分来建立导航误差模型。

3.1 提取微分变量矩阵

微分变量矩阵是由形成导航直线的特征尺寸与元素构成的,因此,根据机器人形体结构与位移关系,提取微分变量矩阵如下:

$$A = [l_a, l_b, \gamma_1, \beta_1, l_c, l_{z_2}, l_{y_2}, \gamma_2, \beta_2] \quad (6)$$

A 表示机器人结构及位移变量矩阵,简称特征向量。

3.2 位移矩阵求导

在提取微分变量矩阵即特征向量之后,通过特征向量对位移矩阵的微分可以获得位姿误差。由此,建立导航定位误差模型主要分为三个过程:(1)特征向量对位移矩阵微分;(2)用变量偏差代替微分变元;(3)构造位姿误差矩阵。步骤如下:

(1) 对单变量的传递矩阵求导。根据矩阵微分原理^[16,17],向量对矩阵的微分能通过向量中的各个元素对矩阵微分之和来获得,因此,在传递矩阵 T_e 中,对单变量的传递矩阵求导,即

$$\begin{aligned}
 \frac{dT_a}{dl_a} &= \begin{bmatrix} \partial 1/\partial l_a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \partial 1/\partial l_a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \partial 1/\partial l_a & \partial l_a/\partial l_a \\ 0 & 0 & 0 & \partial 1/\partial l_a \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} T_a = Q_a T_a \quad (7)
 \end{aligned}$$

依次对 A 中各个元素分别求导,有

$$\begin{aligned}
 \frac{dT_{\beta_1}}{d\beta_1} &= \begin{bmatrix} \partial \cos\beta_1/\partial \beta_1 & 0 & \partial \sin\beta_1/\partial \beta_1 & 0 \\ 0 & \partial 1/\partial \beta_1 & 0 & 0 \\ \partial (-\sin\beta_1)/\partial \beta_1 & 0 & \partial \cos\beta_1/\partial \beta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \partial 1/\partial \beta_1 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} T_{\beta_1} = Q_{\beta_1} T_{\beta_1} \quad (8)$$

(2) 对传递链矩阵求导。应用乘积函数的矩阵微分性质对传递链矩阵的求导。若令

$$\begin{cases} Q_{l_a} = \overline{Q_{l_a}} \\ \frac{dT_e}{dl_a} = Q_{l_a} T_a T_b T_{\gamma_1} T_{\beta_1} = \overline{Q_{l_a}} T_e \end{cases} \quad (9)$$

依次类推,有

$$\begin{cases} \frac{dT_e}{d\beta_1} = T_a T_b T_{\gamma_1} Q_{\beta_1} (T_a T_b T_{\gamma_1})^{-1} (T_a T_b T_{\gamma_1}) T_{\beta_1} \\ = \overline{Q_{\beta_1}} T_e \\ \overline{Q_{\beta_1}} = T_a T_b T_{\gamma_1} Q_{\beta_1} (T_a T_b T_{\gamma_1})^{-1} \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \frac{dT_e}{dA} &= \frac{dT_e}{dl_a} + \frac{dT_e}{dl_b} + \frac{dT_e}{d\gamma_1} + \frac{dT_e}{d\beta_1} \\ &= \overline{Q_{l_a}} T_e + \overline{Q_{l_b}} T_e + \overline{Q_{\gamma_1}} T_e + \overline{Q_{\beta_1}} T_e \\ &= (\overline{Q_{l_a}} + \overline{Q_{l_b}} + \overline{Q_{\gamma_1}} + \overline{Q_{\beta_1}}) T_e \end{aligned} \quad (11)$$

同理,有

$$\begin{aligned} \frac{dT_f}{dA} &= \frac{dT_f}{dl_a} + \frac{dT_f}{dl_b} + \frac{dT_f}{dl_c} + \frac{dT_f}{dl_{z_2}} + \frac{dT_f}{d\gamma_2} + \frac{dT_f}{d\beta_2} \\ &= [\overline{Q_{l_a}} + \overline{Q_{l_b}} + \overline{Q_{l_c}} + \overline{Q_{z_2}} + \overline{Q_{\gamma_2}} + \overline{Q_{\beta_2}}] T_f \end{aligned} \quad (12)$$

3.3 导航位姿误差模型

3.3.1 矢量偏差

在获得传递矩阵的导数之后,对该矩阵求微分,并用误差元素代替微分变量,就得到手术导航位姿误差模型^[18,19]。按照全微分定理求微分,将用误差元素替换后的矢量微分作为矢量偏差,构成位姿误差的分量。因此矢量 P_e 的偏差为

$$\begin{aligned} \Delta P_e &= \frac{dT_e}{dA} dA \\ &\approx (\overline{Q_{l_a}} \Delta l_a + \overline{Q_{l_b}} \Delta l_b + \overline{Q_{\gamma_1}} \Delta \gamma_1 + \overline{Q_{\beta_1}} \Delta \beta_1) T_e \vec{r}_{\beta_1} \\ &= (\overline{Q_{l_a}} \Delta l_a + \overline{Q_{l_b}} \Delta l_b + \overline{Q_{\gamma_1}} \Delta \gamma_1 + \overline{Q_{\beta_1}} \Delta \beta_1) \vec{P}_e \\ &= \begin{bmatrix} 0 & -\Delta \gamma_1 & c\gamma_1 \Delta \beta_1 \\ \Delta \gamma_1 & 0 & s\gamma_1 \Delta \beta_1 \\ -c\gamma_1 \Delta \beta_1 & -s\gamma_1 \Delta \beta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ &\quad \begin{bmatrix} l_b \Delta \gamma_1 - l_a c\gamma_1 \Delta \beta_1 \\ \Delta l_b - l_a s\gamma_1 \Delta \beta_1 \\ \Delta l_a + l_b s\gamma_1 \Delta \beta_1 \\ 0 \end{bmatrix} \vec{P}_e \end{aligned} \quad (13)$$

同理,有

$$\begin{aligned} \Delta P_f &= \frac{dT_f}{dA} dA \\ &\approx (\overline{Q_{l_a}} \Delta l_a + \overline{Q_{l_b}} \Delta l_b + \overline{Q_{l_c}} \Delta l_c + \overline{Q_{l_{z_2}}} \Delta l_{z_2} + \overline{Q_{\gamma_2}} \Delta \gamma_2 + \overline{Q_{\beta_2}} \Delta \beta_2) T_f \vec{r}_{\beta_2} \\ &= (\overline{Q_{l_a}} \Delta l_a + \overline{Q_{l_b}} \Delta l_b + \overline{Q_{l_c}} \Delta l_c + \overline{Q_{l_{z_2}}} \Delta l_{z_2} + \overline{Q_{\gamma_2}} \Delta \gamma_2 + \overline{Q_{\beta_2}} \Delta \beta_2) \vec{P}_f \\ &\approx \begin{bmatrix} 0 & -\Delta \gamma_2 & c\gamma_2 \Delta \beta_2 \\ \Delta \gamma_2 & 0 & s\gamma_2 \Delta \beta_2 \\ -c\gamma_2 \Delta \beta_2 & -s\gamma_2 \Delta \beta_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ &\quad \begin{bmatrix} \Delta l_c + (l_b + l_{\gamma_2}) \Delta \gamma_2 - (l_a - l_{z_2}) c\gamma_2 \Delta \beta_2 \\ \Delta l_b + \Delta l_{\gamma_2} - l_c \Delta \gamma_2 - (l_a - l_{z_2}) s\gamma_2 \Delta \beta_2 \\ \Delta l_a - \Delta l_{z_2} + [l_c c\gamma_2 + (l_b + l_{\gamma_2}) s\gamma_2] \Delta \beta_2 \\ 0 \end{bmatrix} \vec{P}_f \end{aligned} \quad (14)$$

其中 $c\gamma_i = \cos \gamma_i$, $s\gamma_i = \sin \gamma_i$, $c\beta_i = \cos \beta_i$, $s\beta_i = \sin \beta_i$, $i = 1, 2$ 。

3.3.2 机器人导航位姿误差

机器人位姿误差包括位置误差和姿态误差,依据式(13)与式(14)中的位置误差与旋转误差导出^[18],从而可得

$$\begin{aligned} \frac{dP_s}{dA} dA &= \Delta P_f - \Delta P_e \Rightarrow \Delta P_s \\ \Delta P_s &\approx [\Delta P_{sx} \quad \Delta P_{sy} \quad \Delta P_{sz} \quad \Delta \theta_{sx} \quad \Delta \theta_{sy} \quad \Delta \theta_{sz}]^T \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & (l_b + l_{\gamma_2}) & -(l_a - l_{z_2}) c\gamma_2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & -l_c & -(l_a - l_{z_2}) s\gamma_2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & l_c c\gamma_2 + (l_b + l_{\gamma_2}) s\gamma_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s\gamma_2 | P_f | \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c\gamma_2 | P_f | \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Delta \gamma_2 | P_f | & 0 \end{bmatrix} \\ &\quad \begin{bmatrix} \Delta l_a \\ \Delta l_b \\ \Delta \gamma_1 \\ \Delta \beta_1 \\ \Delta l_c \\ \Delta l_{\gamma_2} \\ \Delta l_{z_2} \\ \Delta \gamma_2 \\ \Delta \beta_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & l_b & -l_a c\gamma_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -l_a s\gamma_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & l_b s\gamma_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s\gamma_1 | P_e | & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c\gamma_1 | P_e | & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \gamma_1 | P_e | & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta l_a \\ \Delta l_b \\ \Delta \gamma_1 \\ \Delta \beta_1 \\ \Delta l_c \\ \Delta l_{\gamma_2} \\ \Delta l_{z_2} \\ \Delta \gamma_2 \\ \Delta \beta_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (15)$$

4 导航机器人位姿误差分布仿真

利用机器人的形体结构尺寸及公差值对特征矩

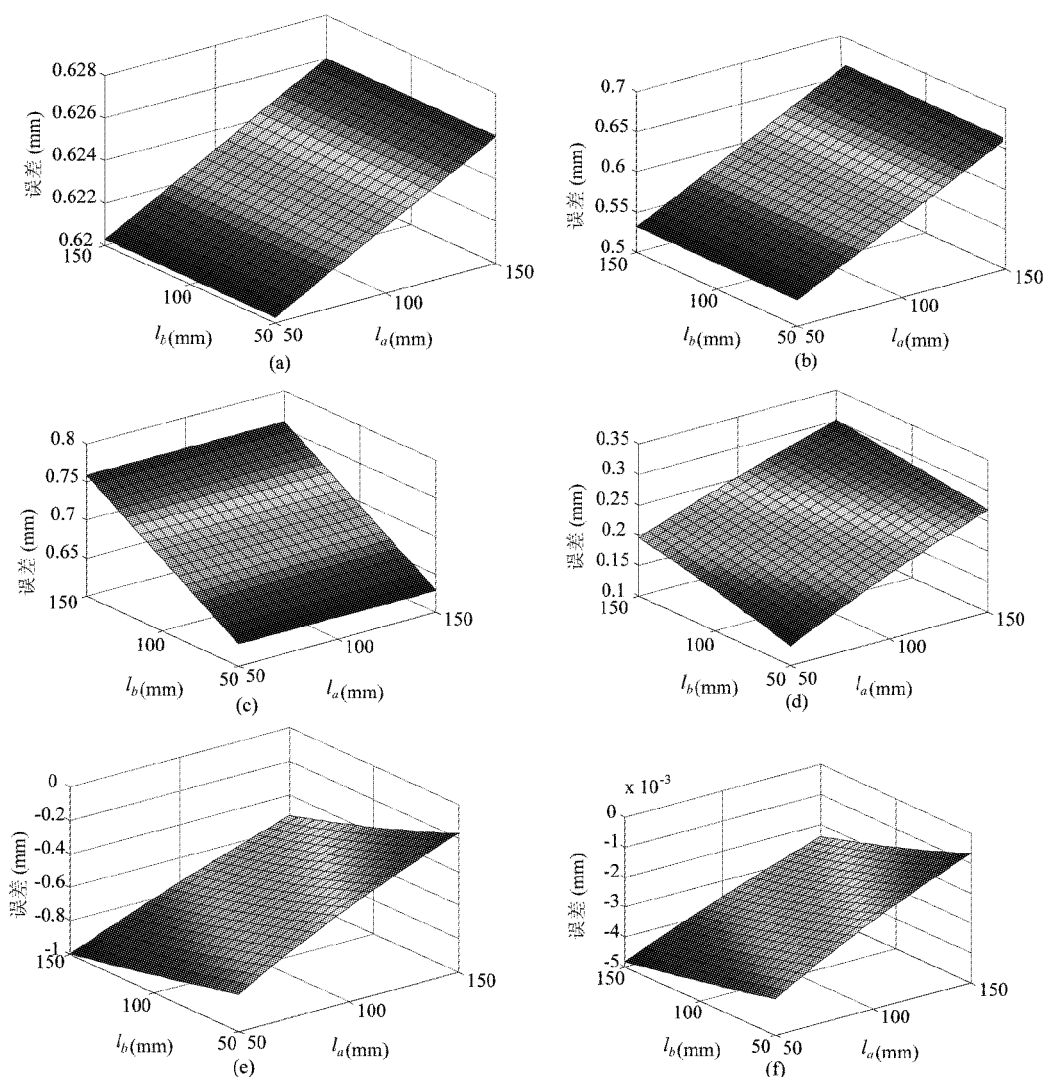
阵与特征容差矩阵赋值,并应用系统软件 matlab7.0 作机器人的误差分布仿真,用仿真结果为导程机器人的标定提供误差补偿数据。机器人形体设计数据如下(单位:mm):

设计尺寸:尺寸与形位公差按 6 级精度选取,滚动轴承按向心球轴承 C 级精度选取。 $A = [l_a, l_b, \gamma_1, \beta_1, l_c, l_{z_2}, l_{y_2}, \gamma_2, \beta_2] = [200 \ 200 \pm 90^\circ \pm 45^\circ \ 100 \ 60 \ 60 \pm 90^\circ \pm 45^\circ]$, 容差值 $\Delta A = [\Delta l_a, \Delta l_b, \Delta \gamma_1, \Delta \beta_1, \Delta l_c, \Delta l_{z_2}, \Delta l_{y_2}, \Delta \gamma_2, \Delta \beta_2] = [0.029 \ 0.029 \ 0.005 \ 0.005 \ 0.022 \ 0.019 \ 0.019 \ 0.005 \ 0.005]$ 。

特征矩阵包含 9 个参数,求解 9 个特征参数对

误差的影响、敏感程度及误差极值是一个非线性规划问题,另文作论述。在此,仅就最敏感的两个参数 l_a, l_b 作为变量进行仿真,选取临床手术验证时的位置参数作为试验数据,得仿真结果(如图 4)。其中,位置参数如下: $\gamma_1 = 5^\circ, \gamma_2 = 10^\circ, \beta_1 = 33^\circ, \beta_2 = 35^\circ, l_c = 100\text{mm}, l_{z_2} = 60\text{mm}, l_{y_2} = 60\text{mm}$ 。

变量取值的范围: $l_a = 50 \sim 150\text{mm}, l_b = 50 \sim 150\text{mm}$ 从仿真结果得到,结构参数 l_a, l_b 使误差呈平面分布,最大误差在边界上取得。由此可见,误差的分布与机器人的结构参数相关,还与机器人的实际位置相关。



图(a)-(c)为位置误差 $\Delta P_x, \Delta P_y, \Delta P_z$ 随 l_a, l_b 变化的曲面图; 图(d)-(f)为姿态误差 $\Delta \theta_x, \Delta \theta_y, \Delta \theta_z$ 随 l_a, l_b 变化的曲面图

图 4 机器人位姿误差分布仿真

5 结论

为满足导航机器人的准确定位手术要求,本文

应用矩阵微分建立了股骨颈辅助手术导航机器人的位姿误差模型,其主要工作为四方面:首先,基于机器人的形体结构提取误差分析链图,建立植入螺钉

导航的矢量表达形式;其次,建立导航矢量的矩阵模型,应用矩阵求导推导误差传递矩阵;再次,在提取结构与运动特征的基础上应用矩阵微分建立导航的误差模型;最后,应用系统仿真软件 matlab7.0 以实际形体尺寸与尺寸容差值对导航机器人进行误差分布仿真,其中选取两结构参数 l_a 、 l_b 作为仿真变量,检验了模型的实用性。本文直接应用矩阵微分建立的机器人导航误差模型,误差项的工程含义明确,推理严谨,结构规范,适应于把精度校验插入到结构设计的前期阶段进行,益于在并行设计中的实施。

参考文献

- [1] Veitscheger W K, Wu C H. Robot accuracy analysis based on kinematics. *IEEE Journal of Robotics and Automation*, 1986, RA-2 (3): 171-179
- [2] Hunt K H. Structural kinematics of in-parallel-actuated robot-arms. *ASME Journal of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design*, 1983, 105(4): 705-712
- [3] Waldron K J, Raghavan M, Roth B. Kinematics of a hybrid series-parallel manipulation system. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 1989, 111(2): 211-221
- [4] Masory O, Wang J, Zhuang H. On the accuracy of a stewart platform—part II: kinematic compensation and calibration. In: *Proceedings of International Conference on Robotics and Automation*, Atlanta Georgia, USA, 1993, 1:725-731
- [5] Wang S M, Ehmann K F. Measurement methods for the position errors of a multi-axis machine—Part I: principle and sensitivity analysis. *Int J Mach Tools Manuf*, 1999, 39: 951-964
- [6] Wang S M, Ehmann K F. Measurement methods for the position errors of a multi-axis machine—Part II: applications and experimental results. *Int J Mach Tools Manuf*, 1999, 39: 1485-1505
- [7] Innocenti C. Kinematic clearance sensitivity analysis of spatial structures with revolute joints. *ASME Journal of Mechanical Design*, 2002, 124(1): 52-57
- [8] Wang S M, Ehmann K F. Error model and accuracy analysis of a six-DOF stewart platform. *Transactions of the ASME*, 2002, 124 (5): 286-295
- [9] Meng J, Li Z X. A general approach for accuracy analysis of parallel manipulators with joint clearance. In: *Proceedings of the 2005 IEEE/RSJ International conference on Intelligent Robots and Systems*, Edmonton, Canada, 2005. 2468-2473
- [10] 陈明哲,张启先.工业机器人误差分析.北京航空学院学报,1984,2:11-22
- [11] 黄田,李亚,李思维等.一种三自由度并联机构几何误差建模.中国科学(E辑),2002,32(5):628-635
- [12] 黄田,唐国宝,李思维等.一类少自由度并联构型装备运动学标定方法研究,中国科学(E辑),2003,33(9): 829-838
- [13] 洪林.并联机器人精度分析与综合研究:[博士学位论文].天津:天津大学机械工程学院,2004.14-24
- [14] 黄荣瑛,胡磊,张丰全等.小型股骨颈辅助手术机器人模糊构型规划建模,高技术通讯,2008,18(7):709-713
- [15] (美)桑多尔(Sandor, George N.)等著.庄细荣,杨上培译.高等机构设计,第二卷.北京:高等教育出版社,1993. 275-295
- [16] 卜长江,罗跃生主编.矩阵论.哈尔滨:哈尔滨工程大学出版社,2003.194-222
- [17] 方保镕,周继东,李医民编著.矩阵论.北京:清华大学出版社,2004.216-226
- [18] 苏步青,华宣积编著.应用几何教程.上海:复旦大学出版社,1990.91-106
- [19] 黄真,孔令富,方跃法.并联机器人机构学理论及控制.北京:机械工业出版社,1997.24-35

Construction of the position and orientation error model of navigation robots for femoral neck surgery using matrix differential

Huang Rongying, Hu Lei, Liu Wenying, Xu Yonggang

(School of Mechanical Engineering and Automation, Beihang University, Beijing 100191)

Abstract

This paper proposes a position and orientation error model of the femoral neck surgery navigation robots through matrix differential. The study consists of the following four steps: firstly, design of a three-dimension serial-parallel hybrid mechanical structure for the robots; secondly, construction of a navigation model through the transfer matrix based on the physical structure and the motion characteristics; thirdly, extraction of the characteristic parameters as the differential variables and establishing the position and orientation error model of surgery navigation by means of the matrix differential; finally, simulation of the navigation error distributions of the two structural variables in Matlab 7.0 with the actual sizes and tolerance values of the robots as variables, which results in an error distribution as the planar and the maximum error presentation at the boundary of the plane. The proposed explicit and normatively structured error analysis model for the surgery navigation, is suitable for checking robot precision in the earlier mechanism structure design stage and is also applicable to accuracy calibration in parallel designs.

Key words: femoral neck, navigation robot, position and orientation error, transfer matrix, matrix differential