doi:10.3772/j.issn.1002-0470.2010.03.006

# 多范畴的 Vague 区域关系表示与分析①

李 松②* 郝忠孝* **

(*哈尔滨理工大学计算机科学与技术学院 哈尔滨 150080)

(**哈尔滨工业大学计算机科学与技术学院 哈尔滨 150001)

**摘 要** 为了处理模糊区域内模糊点的不确定信息和在不同范畴下表示模糊区域关系,针对模糊区域内模糊点的不确定性和模糊区域粗糙表示的复杂性和多样性,基于 Vague 集和 Rough 集的结合对模糊区域及模糊区域关系进行了详细的研究。定义了 Vague 区域、模糊相似类区域和粗糙 Vague 区域等基本概念,详细研究了多范畴的 Vague 区域关系表示方法,提出了不同粗糙近似模型的多类粗糙 Vague 区域关系的表示方法,进一步给出了粗糙 Vague 区域关系的可能蕴涵式。研究成果可对不确定的模糊区域进行统一数学建模和数学描述,较好地解决了多范畴下的模糊区域关系表示等问题。

**关键词** Vague 区域, Vague 集, Rough 集, Vague 区域关系, 交集模型

## 0 引 言

现实生活中,由于大量空间信息的不确定性,使得空间区域和区域关系的表示具有相当大的模糊性。目前,对模糊区域的空间信息的表示和区域关系的处理是空间数据库、地理信息系统、机器人学、视觉处理和人工智能等领域研究的热点和难点。其研究成果还可用于气象分析、考古发现、生物研究、环境监测、军事部署和土地规划等多种领域。

近年来,国内外学者对空间区域关系进行了大量的研究。文献[1,2]分别提出了两种典型的定性描述模糊区域关系的方法:“蛋-黄”模型和“宽边界”模型。但“蛋-黄”模型和宽边界都不能表示区域中的特定点的不确定信息。文献[3]基于九交模型对各种复杂对象组合之间的空间关系进行了详细描述,但该文献主要基于确定性信息,没有对模糊对象的空间关系进行讨论。文献[4]基于区域连接演算(RCC)模型提出了两种从精确区域到不确定区域的扩展方法。文献[5]基于规则方格的有限元素集来定义模糊对象,建立起一个对 $\mathbb{R}^2$ 的划分,此模型能直接用栅格数据格式表达。但文献[4,5]的方法均无法处理模糊区域中模糊点的不确定信息。文献[6,7]利用模糊集来处理模糊区域关系;文献[8]从空间信息观测或表达的粒度角度来探讨空间数据所蕴含的不确定性,运用粗集方法来分析和表达空间目标位置、属性及其关系的不确定性。实际应用中,在处理模糊区域的空间关系时,区域内的数据对象点的空间信息一般是不确定的,模糊点是否隶属于模糊区域及隶属程度往往都是不确定的。已有的研究成果[1-8]无法较好地分析具有复杂不确定信息的模糊区域关系。为了处理含有复杂的不确定信息的模糊区域间的空间拓扑关系,我们在文献[9,10]中基于能处理更丰富的不确定信息的 Vague 集[11]定义了 Vague 区域等基本概念,对动态的 Vague 区域关系和复杂的含洞不规则 Vague 区域关系进行了系统的研究。但文献[9,10]主要侧重于从较细的粒度处理 Vague 区域间的拓扑关系,无法分情况处理不同范畴下的 Vague 区域关系,具有很大的局限性。

对于模糊区域关系,由于应用需求的不同,基于不同的研究角度,在不同的范畴下,同一模糊区域的近似程度往往也会有很大的差异,对应的模糊区域关系模型相应的也有所不同。针对模糊区域的模糊点的不确定性和模糊区域粗糙表示的复杂性和多样性,本文基于能处理更丰富的不确定信息的 Vague 集[11]和建立在分类机制上的 Rough 集[12]的联合,对具有复杂模糊信息的模糊区域关系进行了系统研究,研究成果可对其模糊点具有不确定的隶属信息

① 国家自然科学基金(60673136),国家青年科学基金项目(60903083/F0206)和黑龙江省自然科学基金(F200601)资助项目。
② 男,1977年生,博士;研究方向:空间数据库系统与理论;E-mail: lisongbeifen@163.com
(收稿日期:2008-09-08)

的模糊区域进行统一数学建模和数学描述，较好地解决多范畴下的其模糊点具有不确定的隶属信息的模糊区域关系表示等问题。

## 1 基本定义

**定义 1**[11] 设论域 $U$ 为一点集空间，$u$ 表示 $U$ 中的任意一个基本元素，$U$ 中的一个 Vague 集 $V$ 是由一个真隶属函数 $t_V(u)$ 和一个假隶属函数 $f_V(u)$ 所定义。其中，$t_V(u): U \to [0,1]$ 和 $f_V(u): U \to [0,1]$ 分别对应 $u$ 隶属于 $U$ 的真隶属函数和假隶属函数，$t_V(u)$ 为 $u$ 的隶属度下界，$f_V(u)$ 为 $u$ 的否定隶属度下界，并且对于 $\forall u \in U$，有 $t_V(u) + f_V(u) \leqslant 1$，则 $u$ 的基于 Vague 集的隶属度值即由 $[0,1]$ 区间内的一个子区间 $[t_V(u), 1 - f_V(u)]$ 表示。

**定义 2**[12] 设 $R$ 为论域 $U$ 上的等价关系，对 $X \subseteq U$，$(\underline{RX}, \overline{RX})$ 称为 $X$ 在 Pawlak 近似空间 $(U,R)$ 上的一个粗糙近似，其中：

$$\underline{RX} = \{x \in U \mid [x]_R \subseteq X\}$$
$$\overline{RX} = \{x \in U \mid [x]_R \cap X \neq \varnothing\}$$

$\underline{RX}$、$\overline{RX}$ 分别称为 $X$ 的 $R$ 下近似和 $R$ 上近似。若 $\underline{RX} \neq \overline{RX}$，则称 $X$ 为 $R$ 粗糙集；否则，$X$ 为 $R$ 可定义集。

**定义 3**[9] 相对于一点集的空间区域 $U$，本文将 $[t_V(u), 1 - f_V(u)]$ 称为 $u$ 隶属于 $U$ 的 Vague 值，记为 $V(u)$，$u$ 称为 Vague 点。由 Vague 值不为 $[0,0]$ 的 Vague 点组成的模糊区域称为 Vague 区域，记为 $U_v$。本文将 Vague 区域 $U_v$ 的 Vague 集表示为 $\oint_{U_v} [t_V(u_i), 1 - f_V(u_i)]/u_i$。若 $t_V(u_i) < t_V(u_j)$ 且 $f_V(u_i) > f_V(u_j)$，则有 $V(u_i) < V(u_j)$；若 $t_V(u_i) = t_V(u_j)$ 且 $f_V(u_i) = f_V(u_j)$，则有 $V(u_i) = V(u_j)$，称 $u_i$ 是 $u_j$ 的等值 Vague 点。

**定义 4**[9] 设 Vague 区域 $U_{vA}$ 和 $U_{vB}$ 的 Vague 集 $V_A$ 和 $V_B$ 的交集为 $V_A \cap V_B$，则有：

$$\begin{aligned}
V_A \cap V_B &= \oint_{U_{vA}} [t_{VA}(u_i), 1 - f_{VA}(u_i)]/ \\
&\quad u_i \cap \oint_{U_{vB}} [t_{VB}(u_j), 1 - f_{VB}(u_j)]/u_j \\
&= \oint_{U_v(A \cap B)} [t_{VA}(u_w) \wedge t_{VB}(u_w), \\
&\quad (1 - f_{VA}(u_w)) \wedge (1 - f_{VB}(u_w))]/u_w \\
&= \oint_{U_v(A \cap B)} [t_{V(A \cap B)}(u_w), \\
&\quad 1 - f_{V(A \cap B)}(u_w)]/u_w
\end{aligned}$$

$u_w \in U_{vA} \cap U_{vB}$，"$\wedge$" 表示取"最小值"运算。

**定义 5** 对一 Vague 区域 $U_v$，$[t_V(u_i), 1 - f_V(u_i)]$ 为 $u_i$ 隶属于 $U_v$ 的 Vague 值。由 $0 \leqslant t_V(u_i) < 1$，$0 < 1 - f_V(u_i) \leqslant 1$ 的 Vague 点组成的区域称为 $U_v$ 的 Vague 虚域，记为 $U_{va}$；由 $t_V(u_i) = 1$ 且 $1 - f_V(u_i) = 1$ 的 Vague 点组成的区域称为 $U_v$ 的 Vague 实域，亦称为 $U_v$ 的核，记为 $U_k$。拓扑位置在核外的虚域称为核外虚域，记为 $U_{vao}$，在核内的虚域称为核内虚域，记为 $U_{vac}$。对一 Vague 区域 $U_v$，若 $U_v$ 内不含 Vague 实域 $U_k$，则称 $U_v$ 为无核 Vague 区域；若 $U_v$ 内含有 Vague 实域 $U_k$，则称 $U_v$ 为含核 Vague 区域。

## 2 多范畴的 Vague 区域关系表示

### 2.1 模糊相似类区域和粗糙 Vague 区域模型

为了统一描述 Vague 区域的粗糙性和模糊性，本小节首先基于 Vague 集和 Rough 集的联合给出了模糊相似类区域的定义(定义 6)，进而定义了粗糙 Vague 区域(定义 7)，给出了 Vague 区域的 4 种粗糙模型。

**定义 6** 设论域 $U$ 为一模糊空间，$Rf$ 是 $U$ 上的模糊相似关系，$U/Rf$ 为 $U$ 上的一模糊相似划分，$u$ 为模糊空间内的数据对象点，记 $U/Rf = \{[u]_{Rf}\} = \{U_1, U_2, \cdots, U_n\}$，$U_i$ 称为模糊相似类区域，简称 VAC 区域。设：

$$\begin{aligned}
\overline{t_U}(U_i) &= \overline{t_U}([u]_{Rf}) \\
&= \mathrm{SUP}\{t_{U_i}(u) \mid u \in U_i\} \\
\overline{f_U}(U_i) &= \overline{f_U}([u]_{Rf}) \\
&= \inf\{f_{U_i}(u) \mid u \in U_i\} \\
\underline{t_U}(U_i) &= \underline{t_U}([u]_{Rf}) \\
&= \inf\{t_{U_i}(u) \mid u \in U_i\} \\
\underline{f_U}(U_i) &= \underline{f_U}([u]_{Rf}) \\
&= \mathrm{SUP}\{f_{U_i}(u) \mid u \in U_i\}
\end{aligned}$$

则称 $[\overline{t_U}(U_i), 1 - \overline{f_U}(U_i)]$ 为 $U_i$ 的上近似 Vague 值，$[\underline{t_U}(U_i), 1 - \underline{f_U}(U_i)]$ 为 $U_i$ 的下近似 Vague 值。

**定义 7** 在模糊空间 $U$ 上，设有一 Vague 区域 $U_v$，若 $U_v$ 不能表示为 $U$ 中 $m(m \geqslant 1)$ 个模糊相似类的并，则称 $U_v$ 为 $U$ 上的一个粗糙 Vague 区域，记为 $U_{vRV}$。记 $\overline{U_{vRV}}$ 表示 $U_{vRV}$ 的上近似，$\underline{U_{vRV}}$ 表示 $U_{vRV}$ 的下近似，则根据粗糙集的定义有：

$$\overline{U_{vRV}} = \{u \in U \mid [u]_{Rf} \cap U_{vRV} \neq \varnothing,\ t_V(u) \geqslant \alpha_1,\ f_V(u) \leqslant \beta_1,\ u \in U_{vRV}\}$$

$$\underline{U_{vRV}} = \{u \in U \mid [u]_{Rf} \subseteq U_{vRV}, t_V(u) \geqslant \alpha_2,\ f_V(u) \leqslant \beta_2,\ u \in U_{vRV}\}$$

其中 $\alpha_2 > \alpha_1, \beta_2 < \beta_1$。

由定义 7 可知,在模糊空间 $U$ 上,对一含核 Vague 区域 $U_{vk}$,$U_{vk}$ 与核 $U_k$ 的粗糙近似为:

$$\overline{U_{vk}} = \{u \in U \mid [u_i]_{Rf} \cap U_{vk} \neq \varnothing,\ t_V(u) \geqslant \alpha_1',\ f_V(u) \leqslant \beta_1'\}$$

$$\underline{U_{vk}} = \{u \in U \mid [u]_{Rf} \subseteq U_{vk},\ t_V(u) \geqslant 0,\ f_V(u) \leqslant 1\}\ (\alpha_1' \leqslant \varepsilon, \mid \beta_1' - 1 \mid \leqslant \varepsilon)$$

$$\overline{U_k} = \{u \in U \mid [u]_{Rf} \cap U_k \neq \varnothing,\ t_V(u) \geqslant \alpha_2',\ f_V(u) \leqslant \beta_2'\}$$

$$\underline{U_k} = \{u \in U \mid [u]_{Rf} \subseteq U_k, t_V(u) = 1,\ f_V(u) = 0\}\ (\mid \alpha_2' - 1 \mid \leqslant \varepsilon, \beta_2' \leqslant \varepsilon)$$

$\alpha_1'$、$\beta_1'$、$\alpha_2'$ 和 $\beta_2'$ 称为粗糙因子,$\varepsilon$ 为一个极小值,称为误差容忍因子。$\alpha_1'$、$\beta_1'$、$\alpha_2'$、$\beta_2'$ 和 $\varepsilon$ 是根据实际需要的粗糙近似范围预先设定的。由于无核 Vague 区域可看作含核 Vague 区域的一个特例,其区域关系模型比较简单,与精确区域关系表示模型较为类似,故本文着重对含核 Vague 区域关系模型进行分析与处理。如无特殊说明,本文中,$U_{vk}$ 中的 Vague 点 $u$ 的 $t_v(u)$ 值由区域边缘向核递增,$f_v(u)$ 值由区域边缘向核递减。

由含核 Vague 区域 $U_{vk}$ 和其核 $U_k$ 的上下近似 $\overline{U_{vk}}$,$\underline{U_{vk}}$ 和 $\underline{U_k}$,$\overline{U_k}$ 可得出 $U_{vk}$ 的 4 种粗糙模型:$U_{vk1}$:$(\overline{U_k}, \overline{U_{vk}})$;$U_{vk2}$:$(\overline{U_k}, \underline{U_{vk}})$;$U_{vk3}$:$(\underline{U_k}, \overline{U_{vk}})$;$U_{vk4}$:$(\underline{U_k}, \underline{U_{vk}})$。不失一般性,本文中,$\underline{U_{vk}}$ 和 $\underline{U_k}$ 均含有模糊相似类区域,即 $\underline{U_{vk}}$ 和 $\underline{U_k}$ 均不为 $\varnothing$;且 $\overline{U_{vk}}$,$\underline{U_{vk}}$ 和 $\underline{U_k}$,$\overline{U_k}$ 之间的拓扑关系为 NTPP($\overline{U_k}$,$\overline{U_{vk}}$)、NTPP($\overline{U_k}$,$\underline{U_{vk}}$)、NTPP($\underline{U_k}$,$\overline{U_{vk}}$)和 NTPP($\underline{U_k}$,$\underline{U_{vk}}$),即核 $U_k$ 的粗糙近似区域和含核 Vague 区域 $U_{vk}$ 的粗糙近似区域之间具有被包含且非内切的空间拓扑关系。

### 2.2　不同粗糙模型的多类粗糙 Vague 区域关系

设有含核 Vague 区域 $U_{vkA}$ 和 $U_{vkB}$,$U_{vkA}$ 和 $U_{vkB}$ 之间的区域关系可根据相应的粗糙模型进一步分为 16 类粗糙 Vague 区域关系,统称为 RV 近似关系。令 $R(U_{vkxA},\ U_{vkyB})$ 表示粗糙模型 $U_{vkxA}$ 和 $U_{vkyB}$ 之间的关系,表 1 给出了 $U_{vkA}$ 和 $U_{vkB}$ 基于 4 种粗糙模型的 16 类 RV 近似关系。如表 1 所示,16 类 RV 近似关系可简记为 $\{E_{rv}, F_{rv}, G_{rv}, H_{rv}, I_{rv}, J_{rv}, K_{rv}, L_{rv}, O_{rv}, P_{rv}, Q_{rv}, R_{rv}, S_{rv}, T_{rv}, U_{rv}, V_{rv}\}$,本文将 16 类 RV 近似关系的全体集合记为 $RV^*$。

**表 1　RV 近似关系表**

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $E_{rv}$ | $R(U_{vk1A}, U_{vk1B})$ | $F_{rv}$ | $R(U_{vk2A}, U_{vk1B})$ | $G_{rv}$ | $R(U_{vk3A}, U_{vk1B})$ | $H_{rv}$ | $R(U_{vk4A}, U_{vk1B})$ |
| $I_{rv}$ | $R(U_{vk1A}, U_{vk2B})$ | $J_{rv}$ | $R(U_{vk2A}, U_{vk2B})$ | $K_{rv}$ | $R(U_{vk3A}, U_{vk2B})$ | $L_{rv}$ | $R(U_{vk4A}, U_{vk2B})$ |
| $O_{rv}$ | $R(U_{vk1A}, U_{vk3B})$ | $P_{rv}$ | $R(U_{vk2A}, U_{vk3B})$ | $O_{rv}$ | $R(U_{vk3A}, U_{vk3B})$ | $R_{rv}$ | $R(U_{vk4A}, U_{vk3B})$ |
| $S_{rv}$ | $R(U_{vk1A}, U_{vk4B})$ | $T_{rv}$ | $R(U_{vk2A}, U_{vk4B})$ | $U_{rv}$ | $R(U_{vk3A}, U_{vk4B})$ | $V_{rv}$ | $R(U_{vk4A}, U_{vk4B})$ |

若将含核 Vague 区域 $U_{vk}$ 的 4 种粗糙 Vague 模型统一表示为 $U_{vk}$:$(U_k^*,\ U_{vk}^*)$,则基于 $U_{vk}$,模糊空间 $U$ 可划分为 3 部分:$U_k^*$,$U_{vk}^* - U_k^*$,$U - U_{vk}^*$。令 $\Diamond U_{vk}^* = U_{vk}^* - U_k^*$,$\hat{}\,U_{vk}^* = U - U_{vk}^*$,则两个粗糙 Vague 区域的区域关系可由 $U_{kA}^*$,$\Diamond U_{vkA}^*$,$\hat{}\,U_{vkA}^*$ 和 $U_{kB}^*$,$\Diamond U_{vkB}^*$,$\hat{}\,U_{vkB}^*$ 的两两交集组成的九元组矩阵 $T_1$ 表示,$T_1$ 定义为

$$T_1 = \begin{bmatrix} U_{KA}^* \cap U_{KB}^* & U_{KA}^* \cap \Diamond U_{vkB}^* & U_{KA}^* \cap \hat{}\,U_{vkB}^* \\ \Diamond U_{vkA}^* \cap U_{KB}^* & \Diamond U_{vkA}^* \cap \Diamond U_{vkB}^* & \Diamond U_{vkA}^* \cap \hat{}\,U_{vkB}^* \\ \hat{}\,U_{vkA}^* \cap U_{KB}^* & \hat{}\,U_{vkA}^* \cap \Diamond U_{vkB}^* & \hat{}\,U_{vkA}^* \cap \hat{}\,U_{vkB}^* \end{bmatrix}$$

$$\Downarrow^{\text{简记}}$$

$$\begin{bmatrix} R_1 & R_2 & R_3 \\ R_4 & R_5 & R_6 \\ R_7 & R_8 & R_9 \end{bmatrix}$$

矩阵 $T_1$ 中各项表示各部分对应的区域关系。若相应的区域部分有公共的模糊相似类区域,则用 $1^*$ 表示;若没有,则用 $0^*$ 表示。$1^*$ 和 $0^*$ 组成的每个九元组即可表示一种粗糙 Vague 区域关系。理论上,由 $T_1$ 可表示 $2^8$ 种粗糙 Vague 区域关系,但其中大量的区域关系是无效的。表 2 给出了两个粗糙 Vague 区域的 46 种粗糙 Vague 近似区域关系交集模型。

每类 RV 近似关系都对应有一个粗糙 Vague 近似区域关系交集模型表。由于 Vague 区域具有高度的不确定性,区域边缘相应的具有很大的模糊性,故

表 2 粗糙 Vague 近似区域关系交集模型表

| | $R_1$ | $R_2$ | $R_3$ | $R_4$ | $R_5$ | $R_6$ | $R_7$ | $R_8$ | $R_9$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0* | 0* | 1* | 0* | 0* | 1* | 1* | 1* | 1* |
| 2 | 0* | 0* | 1* | 0* | 1* | 1* | 1* | 1* | 1* |
| 3 | 0* | 0* | 1* | 1* | 1* | 1* | 1* | 1* | 1* |
| 4 | 0* | 1* | 1* | 0* | 1* | 1* | 1* | 1* | 1* |
| 5 | 0* | 0* | 1* | 1* | 1* | 1* | 0* | 1* | 1* |
| 6 | 0* | 1* | 0* | 0* | 1* | 1* | 1* | 1* | 1* |
| 7 | 0* | 0* | 1* | 1* | 1* | 1* | 0* | 0* | 1* |
| 8 | 0* | 1* | 0* | 0* | 1* | 0* | 1* | 1* | 1* |
| 9 | 0* | 1* | 1* | 1* | 1* | 1* | 1* | 1* | 1* |
| 10 | 0* | 1* | 1* | 1* | 1* | 1* | 0* | 1* | 1* |
| 11 | 0* | 1* | 0* | 1* | 1* | 1* | 1* | 1* | 1* |
| 12 | 0* | 1* | 1* | 1* | 1* | 1* | 0* | 0* | 1* |
| 13 | 0* | 1* | 0* | 1* | 1* | 0* | 1* | 1* | 1* |
| 14 | 1* | 1* | 1* | 1* | 1* | 1* | 1* | 1* | 1* |
| 15 | 1* | 1* | 1* | 1* | 1* | 1* | 0* | 1* | 1* |
| 16 | 1* | 1* | 0* | 1* | 1* | 1* | 1* | 1* | 1* |
| 17 | 1* | 1* | 1* | 0* | 1* | 1* | 0* | 1* | 1* |
| 18 | 1* | 0* | 0* | 1* | 1* | 1* | 1* | 1* | 1* |
| 19 | 0* | 1* | 0* | 1* | 1* | 1* | 0* | 1* | 1* |
| 20 | 1* | 1* | 0* | 1* | 1* | 1* | 0* | 1* | 1* |
| 21 | 1* | 1* | 1* | 1* | 1* | 1* | 0* | 0* | 1* |
| 22 | 1* | 1* | 0* | 1* | 1* | 0* | 1* | 1* | 1* |
| 23 | 1* | 1* | 1* | 0* | 0* | 1* | 0* | 0* | 1* |
| 24 | 1* | 0* | 0* | 1* | 0* | 0* | 1* | 1* | 1* |
| 25 | 1* | 1* | 1* | 0* | 1* | 1* | 0* | 0* | 1* |
| 26 | 1* | 0* | 0* | 1* | 1* | 0* | 1* | 1* | 1* |
| 27 | 1* | 1* | 0* | 0* | 1* | 1* | 0* | 1* | 1* |
| 28 | 0* | 1* | 0* | 1* | 1* | 1* | 0* | 0* | 1* |
| 29 | 1* | 1* | 0* | 1* | 1* | 1* | 0* | 0* | 1* |
| 30 | 1* | 1* | 0* | 0* | 0* | 1* | 0* | 0* | 1* |
| 31 | 1* | 1* | 0* | 0* | 1* | 1* | 0* | 0* | 1* |
| 32 | 1* | 0* | 0* | 1* | 1* | 1* | 0* | 1* | 1* |
| 33 | 1* | 0* | 0* | 1* | 1* | 1* | 0* | 0* | 1* |
| 34 | 0* | 1* | 0* | 1* | 1* | 0* | 0* | 1* | 1* |
| 35 | 1* | 1* | 0* | 1* | 1* | 0* | 0* | 1* | 1* |
| 36 | 1* | 1* | 0* | 0* | 1* | 0* | 0* | 1* | 1* |
| 37 | 1* | 0* | 0* | 1* | 0* | 0* | 0* | 1* | 1* |
| 38 | 1* | 0* | 0* | 1* | 1* | 0* | 0* | 1* | 1* |
| 39 | 1* | 0* | 0* | 0* | 1* | 1* | 0* | 1* | 1* |
| 40 | 1* | 0* | 0* | 0* | 1* | 1* | 0* | 0* | 1* |
| 41 | 1* | 0* | 0* | 0* | 1* | 0* | 0* | 1* | 1* |
| 42 | 0* | 1* | 0* | 1* | 1* | 0* | 0* | 0* | 1* |
| 43 | 1* | 1* | 0* | 1* | 1* | 0* | 0* | 0* | 1* |
| 44 | 1* | 1* | 0* | 0* | 1* | 0* | 0* | 0* | 1* |
| 45 | 1* | 0* | 0* | 1* | 1* | 0* | 0* | 0* | 1* |
| 46 | 1* | 0* | 0* | 0* | 1* | 0* | 0* | 0* | 1* |

传统精确区域中的相切和相接关系在 Vague 区域关系中往往被忽略不计。因此,在考虑 Vague 区域关系时,本文将各种粗糙近似模型区域间的相切和相接关系进行了简化。即将区域关系的相切内包含和非相切内包含均统一为内包含;区域的相接关系和相离关系均统一表示为相离关系。从而,粗糙 Vague 区域关系表示将更灵活,更具有实用性。

16 类 RV 近似关系表中每类关系都有一个粗糙 Vague 近似区域关系交集模型表。根据粗糙 Vague 区域的定义和 4 种粗糙模型结构的相似性,16 类 RV 近似关系表中的每类关系对应的关系交集模型表形式上是一致的,即均可由表 2 进行统一表示。但对于两个 Vague 区域 $U_{vkA}$ 和 $U_{vkB}$,当 $U_{vkA}$ 和 $U_{vkB}$ 选取不同的粗糙模型进行近似时,其对应的具体区域关系往往是不同的,相应的九元组交集项是有差异的,从而体现了粗糙模型的多样性。例如,图 1 中若采用表 1 中的 $R(U_{vk1A}, U_{vk1B})$类粗糙 Vague 区域关系,则对应的 RV 近似关系交集模型为表 2 中第 2 种模型;若采用表 1 中的 $R(U_{vk2A}, U_{vk2B})$类粗糙 Vague 区域关系,则对应的 RV 近似关系交集模型为表 2 中第 1 种模型。

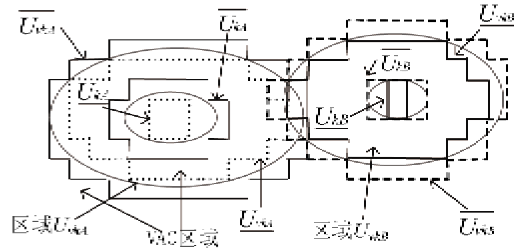

图 1 粗糙 Vague 区域粗糙近似关系示例

## 2.3 粗糙 Vague 区域关系的可能蕴涵式

在 Vague 区域 $U_{vkA}$ 和 $U_{vkB}$ 本身没有发生变化的情况下,通常,若已知某类 RV 近似关系的某种区域关系成立,推知和预测在一定条件下其他类 RV 近似关系的可能成立的某种区域关系在实际应用中具有重要的意义,根据不同的需要由已知的区域信息对空间区域关系可进行不同程度的预测和判断。图 2 $E_{rv}$ 类粗糙 Vague 近似关系的可能蕴涵式

设 $\{X\}_i$ 表示 $X$ 类 RV 近似关系的第 $i$ 种关系成立,基于表 1 和表 2,对各类 RV 近似关系模型对应的各种关系利用枚举排除法可得出各类 RV 近似关系的可能蕴涵式。例如,若已知 $\{E_{rv}\}_{28}$ 成立,则 $\{E_{rv}\}_{28}$ 的可能蕴涵式为: $\{E_{rv}\}_{28}:\Rightarrow\{\{RV^*\}_{28}, \{F_{rv}, H_{rv}, P_{rv}, R_{rv}\}_{19}, \{O_{rv}, P_{rv}, S_{rv}, T_{rv}\}_{12}\}$。即当

$E_{rv}$ 类 RV 近似关系的第 28 种关系模型成立时,在某些条件下,RV 近似关系表中的所有 16 类 RV 近似关系各自对应的第 28 种区域关系可能成立;$F_{rv}$,$H_{rv}$,$P_{rv}$ 和 $R_{rv}$ 等 4 类 RV 近似关系各自对应的第 19 种区域关系可能成立;$O_{rv}$,$P_{rv}$,$S_{rv}$ 和 $T_{rv}$ 等 4 类关系各自对应的第 12 种区域关系可能成立。除此之外,其他种类关系不可能成立。"$:\Rightarrow$"表示可能蕴涵的意思。本节给出 $E_{rv}$ 类 RV 近似关系的前 33 种关系模型成立时所对应的可能蕴涵式(如图 2 所示),其他类粗糙 Vague 近似关系的可能蕴涵式可利用枚举排除法类似得出。图 2 的蕴涵式中,为书写方便,设 $R_{t1}=\{O_{rv},Q_{rv},S_{rv},U_{rv}\}$,$R_{t2}=\{G_{rv},H_{rv},Q_{rv},R_{rv}\}$,$R_{t3}=\{F_{rv},H_{rv},J_{rv},L_{rv}\}$,$R_{t4}=\{I_{rv},K_{rv},S_{rv},U_{rv}\}$,$R_{t5}=\{F_{rv},H_{rv},P_{rv},R_{rv}\}$,$R_{t6}=\{E_{rv},G_{rv},I_{rv},K_{rv}\}$,$R_{t7}=\{O_{rv},Q_{rv},S_{rv},U_{rv}\}$,$R_{t8}=\{G_{rv},H_{rv},K_{rv},L_{rv}\}$,$R_{t9}=\{O_{rv},P_{rv},S_{rv},T_{rv}\}$,$R_{t10}=\{E_{rv},F_{rv},O_{rv},P_{rv}\}$,$R_{t11}=\{I_{rv},J_{rv},S_{rv},T_{rv}\}$。

1. $\{E_{rv}\}_1 \Rightarrow \{RV^*\}_1$;　2. $\{E_{rv}\}_2 \Rightarrow \{\{RV^*\}_2, \{RV^*-\{E_{rv}, G_{rv}, O_{rv}, Q_{rv}\}\}\}$;
3. $\{E_{rv}\}_3 \Rightarrow \{\{RV^*\}_3, \{RV^*-R_{t6}\}_2, \{R_{t1}\}_5\}$;
4. $\{E_{rv}\}_4 \Rightarrow \{\{RV^*\}_4, \{RV^*-R_{t10}\}_2, \{R_{t2}\}_6\}$; 5. $\{E_{rv}\}_5 \Rightarrow \{\{RV^*\}_5, \{R_{t6}\}_3\}$
6. $\{E_{rv}\}_6 \Rightarrow \{\{RV^*\}_6, \{R_{t4}\}_4\}$; 7. $\{E_{rv}\}_7 \Rightarrow \{\{RV^*\}_7, \{R_{t6}\}_5\}$;
8. $\{E_{rv}\}_8 \Rightarrow \{\{RV^*\}_8, \{R_{t1}\}_6\}$; 9. $\{E_{rv}\}_9 \Rightarrow \{\{RV^*\}_9, \{J_{rv}, K_{rv}, L_{rv}, P_{rv}, Q_{rv}, R_{rv}, T_{rv}, U_{rv}, V_{rv}\}_2, \{RV^*-R_{t10}\}_3, \{RV^*-R_{t6}\}_4, \{S_{rv}, Q_{rv}, U_{rv}\}_5, \{H_{rv}, O_{rv}, R_{rv}\}_6, \{R_{t7}\}_{10}, \{R_{t2}\}_{11}, \{R\}_{13}\}$ 10. $\{E_{rv}\}_{10} \Rightarrow \{\{RV^*\}_{10}, \{R_{t6}\}_5, \{R_{t10}\}_5, \{E_{rv}, F_{rv}, G_{rv}, H_{rv}, L_{rv}, R_{rv}, V_{rv}\}_{11}, \{R_{t4}\}_{12,7}\}$;
11. $\{E_{rv}\}_{11} \Rightarrow \{\{RV^*\}_{11}, \{R_{t4}\}_9, \{S_{rv}, J_{rv}, T_{rv}\}_4, \{S_{rv}\}_{10}, \{R_{t4}\}_{19}, \{R_{t5}\}_{8,12}\}$;
12. $\{E_{rv}\}_{12} \Rightarrow \{\{RV^*\}_{12}, \{RV^*-R_{t13}\}_3, \{R_{t2}\}_{28}, \{H_{rv}, R_{rv}\}_5, \{R_{t6}\}_{10}\}$;
13. $\{E_{rv}\}_{13} \Rightarrow \{\{RV^*\}_{13}, \{RV^*-R_{t6}\}_8, \{R_{t4}\}_{11}, \{S_{rv}, U_{rv}\}_6\}$;
14. $\{E_{rv}\}_{14} \Rightarrow \{\{RV^*\}_{14}, \{R_{t1}\}_{15}, \{R_{t2}\}_{16}, \{Q_{rv}, R_{rv}, U_{rv}, V_{rv}\}_{19,20}\}$
15. $\{E_{rv}\}_{15} \Rightarrow \{\{RV^*\}_{15}, \{R_{t2}\}_{19,20}, \{P_{rv}, R_{rv}, T_{rv}, V_{rv}\}_{14}, \{RV^*-R_{t7}\}_{13}, \{H_{rv}, L_{rv}\}_9\}$;
16. $\{E_{rv}\}_{16} \Rightarrow \{\{RV^*\}_{15}, \{R_{t7}\}_{18,20}, \{R_{t4}\}_{14}, \{RV^*-R_{t7}\}_{11}, \{S_{rv}, T_{rv}\}_9\}$;
17. $\{E_{rv}\}_{17} \Rightarrow \{\{RV^*\}_{17}, \{R_{t2}\}_{23}, \{R_{t4}\}_{25}\}$;
18. $\{E_{rv}\}_{18} \Rightarrow \{\{RV^*\}_{17}, \{R_{t1}\}_{32}, \{R_{t5}\}_{28}\}$;
19. $\{E_{rv}\}_{19} \Rightarrow \{\{RV^*\}_{19}, \{R_{t2}\}_{11}, \{R_{t8}\}_{16}, \{J_{rv}\}_9\}$　20. $\{E_{rv}\}_{20} \Rightarrow \{\{RV^*\}_{20}, \{RV^*-R_{t7}\}_{19}, \{R_{t4}\}_{15}, \{R_{t5}\}_{16}, \{J_{rv}, L_{rv}, T_{rv}\}_{14}, \{S_{rv}, V_{rv}\}_{10}, \{H_{rv}, R_{rv}\}_{11}\}$;
21. $\{E_{rv}\}_{21} \Rightarrow \{\{RV^*\}_{21}, \{RV^*-R_{t7}\}_{12}, \{R_{t6}\}_{15}, \{R_{t2}\}_{13}, \{R_{t1}\}_{10}, \{H_{rv}, R_{rv}\}_{19,20}\}$
22. $\{E_{rv}\}_{22} \Rightarrow \{\{RV^*\}_{22}, \{RV^*-R_{t7}\}_{13}, \{R_{t4}\}_{16}, \{R_{t1}\}_{15}, \{R_{t8}\}_{11}, \{S_{rv}, U_{rv}\}_{19,20}\}$
23. $\{E_{rv}\}_{23} \Rightarrow \{\{RV^*\}_{23}, \{R_{t2}\}_{25}\}$　24. $\{E_{rv}\}_{24} \Rightarrow \{\{RV^*\}_{19}, \{R_{t1}\}_{25}\}$;
25. $\{E_{rv}\}_{25} \Rightarrow \{\{RV^*\}_{25}, \{R_{t6}\}_{13}, \{R_{t5}\}_{21}, \{H_{rv}, L_{rv}, R_{rv}\}_{15}\}$;
26. $\{E_{rv}\}_{26} \Rightarrow \{\{RV^*\}_{26}, \{R_{t4}\}_{18}, \{R_{t9}\}_{22}, \{S_{rv}, T_{rv}, U_{rv}\}_{16}\}$;
27. $\{E_{rv}\}_{27} \Rightarrow \{\{RV^*\}_{27}, \{R_{t7}\}_{36}, \{R_{t8}\}_{30}, \{R_{t4}\}_{31}, \{S_{rv}, T_{rv}, U_{rv}\}_{23}, \{H_{rv}, L_{rv}, R_{rv}\}_{35}, \{I_{rv}, J_{rv}, S_{rv}, T_{rv}\}_{17}\}$; 28. $\{E_{rv}\}_{28} \Rightarrow \{\{RV^*\}_{28}, \{R_{t5}\}_{19}, \{R_{t9}\}_{12}\}$
29. $\{E_{rv}\}_{29} \Rightarrow \{\{RV^*\}_{29}, \{RV^*-R_{t7}\}_{28}, \{R_{t5}\}_{20}, \{R_{t4}\}_{21}, \{H_{rv}, P_{rv}, R_{rv}\}_{19}, \{S_{rv}, T_{rv}\}_{12}\}$;　30. $\{E_{rv}\}_{30} \Rightarrow \{\{RV^*\}_{30}, \{R_{t2}\}_{31}, \{R_{t11}\}_{23}\}$;
31. $\{E_{rv}\}_{31} \Rightarrow \{\{RV^*\}_{31}, \{R_{t5}\}_{27}, \{R_{t11}\}_{25}, \{H_{rv}\}_{26}, \{R_{t8}, Q_{rv}, R_{rv}, U_{rv}, V_{rv}\}_{29}\}$;
32. $\{E_{rv}\}_{32} \Rightarrow \{\{RV^*\}_{32}, \{R_{t5}\}_{38}, \{R_{t4}\}_{30}, \{R_{t9}\}_{26}, \{R_{t5}\}_{18}, \{P_{rv}\}_{35}, \{S_{rv}, T_{rv}, U_{rv}\}_{29}\}$;　33. $\{E_{rv}\}_{33} \Rightarrow \{\{RV^*\}_{33}, \{R_{t5}\}_{32}, \{R_{t8}\}_{29}, \{P_{rv}\}_{20}\}$;
34. $\{E_{rv}\}_{34} \Rightarrow \{\{RV^*\}_{34}, \{R_{t4}\}_{19}, \{R_{t3}\}_{13}\}$;
35. $\{E_{rv}\}_{35} \Rightarrow \{\{RV^*\}_{35}, \{RV^*-R_{t7}\}_{31}, \{R_{t4}\}_{20}, \{R_{t3}\}_{22}, \{K_{rv}, S_{rv}, U_{rv}\}_{19}, \{H_{rv}, L_{rv}\}_{12}\}$;　36. $\{E_{rv}\}_{36} \Rightarrow \{\{RV^*\}_{36}, \{R_{t4}\}_{23}, \{R_{t8}\}_{35}, \{K_{rv}\}_{20}\}$;
37. $\{E_{rv}\}_{37} \Rightarrow \{\{RV^*\}_{37}, \{R_{t1}\}_{38}, \{R_{t2}\}_{24}\}$;
38. $\{E_{rv}\}_{38} \Rightarrow \{\{RV^*\}_{38}, \{R_{t4}\}_{32}, \{R_{t1}\}_{35}, \{R_{t3}\}_{26}, \{S_{rv}, T_{rv}, U_{rv}\}_{20}\}$;
39. $\{E_{rv}\}_{39} \Rightarrow \{\{RV^*\}_{39}, \{R_{t6}\}_{41}, \{R_{t4}\}_{40}, \{R_{t8}\}_{32}, \{R_{t9}\}_{25}, \{H_{rv}, L_{rv}, R_{rv}\}_{36}, \{S_{rv}, T_{rv}, U_{rv}\}_{31}, \{K_{rv}\}_{33}\}$; 40. $\{E_{rv}\}_{40} \Rightarrow \{\{RV^*\}_{40}, \{R_{t5}\}_{35}, \{P_{rv}\}_{27}, \{H_{rv}, L_{rv}, R_{rv}\}_{32}\}$;　41. $\{E_{rv}\}_{41} \Rightarrow \{\{RV^*\}_{41}, \{R_{t4}\}_{39}, \{R_{t9}\}_{36}, \{R_{t8}\}_{38}\}$;
42. $\{E_{rv}\}_{42} \Rightarrow \{\{RV^*\}_{42}, \{R_{t4}\}_{28}, \{R_{t6}\}_{34}\}$;
43. $\{E_{rv}\}_{43} \Rightarrow \{\{RV^*\}_{43}, \{RV^*-R_{t7}\}_{45}, \{R_{t4}\}_{29}, \{R_{t7}\}_{35}, \{K_{rv}, S_{rv}, U_{rv}\}_{38}, \{H_{rv}, P_{rv}, R_{rv}\}_{34}\}$;　44. $\{E_{rv}\}_{44} \Rightarrow \{\{RV^*\}_{44}, \{R_{t5}\}_{36}, \{R_{t8}\}_{43}, \{K_{rv}\}_{29}, \{J_{rv}, L_{rv}, T_{rv}, V_{rv}\}_{31}, \{H_{rv}, L_{rv}, R_{rv}\}_{35}\}$;
45. $\{E_{rv}\}_{45} \Rightarrow \{\{RV^*\}_{45}, \{R_{t5}\}_{38}, \{R_{t4}\}_{33}, \{R_{t9}\}_{40}, \{P_{rv}\}_{25}, \{S_{rv}, T_{rv}, U_{rv}\}_{29}\}$
46. $\{E_{rv}\}_{46} \Rightarrow \{\{RV^*\}_{46}, \{K_{rv}\}_{33}, \{P_{rv}\}_{36}, \{S_{rv}, T_{rv}, U_{rv}\}_{31}, \{H_{rv}, L_{rv}, R_{rv}\}_{38}\}$

**图 2　$E_{rv}$ 类部分粗糙 Vague 近似关系的可能蕴涵式**

## 3　结　论

为了处理空间区域内模糊点的不确定信息和在不同范畴下表示模糊区域关系,针对模糊区域模糊点的不确定性和模糊区域粗糙表示的复杂性和多样性,本文基于 Vague 集和 Rough 集的联合对模糊区域进行了详细的研究。定义了模糊相似类区域和粗糙 Vague 区域等概念,基于相似类区域给出了 Vague 区域的 4 种粗糙近似模型,基于 4 种粗糙近似模型得出了 16 类 RV 近似关系,每类 RV 近似关系都对应一个交集关系模型表,交集关系模型表包含有 46 种区域关系模型。利用 16 类 RV 近似关系和其对应的交集关系模型表可处理大量的复杂 Vague 区域关系。研究成果为空间数据库处理复杂的不确定区域关系奠定了理论基础。下一步的研究重点主要集中在以下两方面:(1)基于 Vague 集和 Rough 集将 Vague 区域关系和方向关系(例如:主方向关系[13])进行集成研究。(2)基于 Vague 集和 Rough 集对 Vague 区域关系精简和关系查询的研究。

**参考文献**


[1] Cohn A G, Gotts N M. The 'egg-yolk' representation of regions with indeterminate boundaries. In: Proceedings of GISDATA Specialist Meeting On Geographical Objects with Undetermined Boundaries. London: Taylor&Francis. 1996. 171-187

[2] Clementini E, Felice P D. Approximate topological relations. *International Journal of Approximate Reasoning*, 1997, 16(2):173-204

[3] Schneider M, Thomas B. Topological relationships between complex spatial objects. *ACM Transactions on Database Systems*, 2006, 31(1):39-81

[ 4] Roy A J, Stell J G. Spatial relations between indeterminate regions. *International Journal of Approximate Reasoning*, 2000,27(3): 205-234
[ 5] Schneider M. Design and implementation of finite resolution crisp and fuzzy spatial objects. *Data& Knowledge Engineering*, 2003,44(1):81-108
[ 6] Arta D, Rolf A B, Alfred S. A proposal for spatial relations between vague objects. In: Proceedings of the International Symposium on Spatial Data Quality 2005, Beijing, China, 2005.50-59
[ 7] Schockaert S, Cornelis C, Cock M D, et al. Fuzzy spatial relations between vague regions. In: Proceedings of the 3rd IEEE Conference on Intelligent Systems. Berlin: Springer Verlag, 2006.221-226
[ 8] 邓敏,李志林,程涛. 多粒度的GIS数据不确定性粗集表达. 测绘学报,2006,35(1):64-70
[ 9] 郝忠孝,李松. 基于Vague集的动态Vague区域关系. 软件学报,2009, 20(4):878-889
[10] 李松,郝忠孝. 基于Vague集的含洞不规则Vague区域关系. 计算机研究与发展,2009,46(5):823-831
[11] Chen S M. Similarity measures between vague sets and between elements. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*,1997,27(1):153-1
[12] Pawlak Z. Rough classification. *International Journal of Human-Computer Studies*, 1999, 51(2): 369-383
[13] 刘永山, 郝忠孝. 基于MBR的主方向关系一致性检验. 软件学报,2006,17(5):976-982

# Representation and analyse of multi-category relations of Vague regions

Li Song*, Hao Zhongxiao* **
(* College of Computer Science and Technology, Harbin University of Science and Technology, Harbin 150080)
(** College of Computer Science and Technology, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001)

**Abstract**

To deal with the uncertain information of the Vague points in the Vague regions and represent the multi-category Vague region relations, the Vague regions and Vague region relations were studied based on the Vague sets and the Rough sets. The concepts of the Vague regions, Vague approximate class region and rough Vague regions were given. Based on the Vague sets and the Rough sets, the multi-category relations of the Vague regions were discussed and the different types of rough Vague region relations of the different rough approximate model were given. Furthermore, the possible implicative expressions were proposed. The production in this work can establish the mathematical modeling and the mathematical description on the uncertain Vague regions and can handle the multi-category Vague region relations well.

**Key words**: Vague region, Vague sets, Rough sets, Vague region relations, intersection model