

输入数据缺失情况下的 OE 模型辨识算法研究^①

耿立辉^② 萧德云^③

(清华大学自动化系 北京 100084)

摘 要 针对辨识技术应用过程中出现的一类输入数据随机缺失时的辨识问题进行了研究。针对输出误差(OE)模型描述的一类系统,提出了一种模型辨识和缺失数据预测交互迭代的辨识算法。在模型辨识中采用了递推的辨识算法便于形成实时更新的在线辨识策略;而在缺失数据的预测过程中,利用小波降噪技术对预测数据进行适应性的滤波。仿真和分析表明,所提出的辨识算法对连续性输入数据缺失具有很强的鲁棒性;与没有小波技术参与的辨识算法相比,该算法具有较高的模型辨识精度和对缺失数据较好的预测能力。

关键词 输入数据缺失,输出误差(OE)模型,小波降噪,迭代辨识

0 引言

系统辨识是利用采集的实验数据进行模型的演算,因此它的最基本要求是所收集的数据是均匀采样的。但是,在现实的辨识实验中,由于一些客观原因会使采集到的数据出现缺失。比如小卫星的姿态模型辨识中,由于地面验证模型的需求,需要利用遥测的输入数据和输出数据进行模型的辨识。但是,由于无线传输可能会带来随机延迟或丢包等现象而使地面获得的数据出现随机缺失。即使进行在轨姿态模型的辨识,也会出现数据缺失的现象。由于太阳帆板或其他星上部件遮挡敏感器的视野,有时也会使装有太阳敏感器或星敏感器的小卫星出现姿态信息的随机缺失。总之,这些随机缺失的数据给辨识带来巨大的困难和新的挑战。

针对随机缺失数据的情况,研究人员研究出了多种辨识方法,其中有期望最大化(expectation maximization, EM)算法^[1,2]、基于傅立叶变换的变量误差(errors-in-variables, EIV)模型辨识算法^[3,4]和基于模型预测的辨识算法^[5,6]。EM 算法是一种递推形式的最大似然估计(maximum likelihood estimation, MLE),而它的计算量比 MLE 的计算量减少了将近 3/4。基于傅立叶变换的 EIV 模型辨识算法具有很大适用范围,不但能应用于多种模型结构,而且能用于不稳定系统的辨识。但该方法的最大缺点是当数

据的缺失量较大时,算法的计算量也较大,这是因为该算法将缺失的数据作为系统的参数进行辨识。基于模型预测的辨识算法是一种计算量相对较小的辨识策略,它利用辨识得到的模型来预测缺失的数据。近几年我们研究了利用小波技术进行缺失数据预测的辨识算法。首先,利用小波滤波技术对均匀缺失和随机缺失情况下的模型辨识问题进行了初步研究^[7]。然后,在系统模型为输出误差(output error, OE)模型的情况下,利用随机缺失的输出数据进行了辨识算法的研究^[8]。随后,将该方法扩展到 Box-Jenkins 模型描述的系统模型的辨识研究中^[9]。但是,这些研究都是针对输出数据出现随机缺失的情况而进行的。本文在此基础上对基于小波降噪技术的辨识算法进行了进一步研究,将针对输出数据随机缺失的辨识算法扩展到输入数据随机缺失的情况下,提出了一种模型辨识和缺失数据预测交互迭代的辨识算法,仿真分析表明,该辨识算法有较好的性能。

1 系统描述

假设真实系统的模型可由如下的 OE 模型 S 描述:

$$S: y(k) = \frac{B_0(q^{-1})}{F_0(q^{-1})} u_0(k) + e(k) \quad (1)$$

其中, $\{e(k)\}$ 是零均值、方差为 σ_e^2 的白噪声序列;

① 中国博士后基金(20080440386)资助项目。

② 男,1977年生,博士;研究方向:系统辨识及其应用;E-mail: glh04@mails.tsinghua.edu.cn

③ 通讯作者, E-mail: xiaody@mail.tsinghua.edu.cn

(收稿日期:2009-03-17)

$B_0(q^{-1})$ 和 $F_0(q^{-1})$ 是具有如下形式的多项式:

$$B_0(q^{-1}) = b_0^0 + b_1^0 q^{-1} + b_2^0 q^{-2} + \cdots + b_{n_b}^0 q^{-n_b} \quad (2)$$

$$F_0(q^{-1}) = 1 + f_1^0 q^{-1} + f_2^0 q^{-2} + \cdots + f_{n_f}^0 q^{-n_f} \quad (3)$$

根据系统是 OE 模型结构的先验信息,我们将系统模型参数化为如下的模型结构 M:

$$y(k) = \frac{B(q^{-1})}{F(q^{-1})} u_0(k) + v(k) \quad (4)$$

其中, $\{v(k)\}$ 是零均值、方差为 σ_v^2 的白噪声序列; $B(q^{-1})$ 和 $F(q^{-1})$ 分别被参数化成如下形式:

$$B(q^{-1}) = b_0 + b_1 q^{-1} + b_2 q^{-2} + \cdots + b_{n_b} q^{-n_b} \quad (5)$$

$$F(q^{-1}) = 1 + f_1 q^{-1} + f_2 q^{-2} + \cdots + f_{n_f} q^{-n_f} \quad (6)$$

根据参数化模型 M,定义如下的参数集合:

$$\theta = [b_0, b_1, \cdots, b_{n_b}, f_1, \cdots, f_{n_f}]^T \quad (7)$$

在模型结构 M 参数化过程中,我们选择模型阶次 n_b, n_f 使得 $n_b^0 \leq n_b$ 和 $n_f^0 \leq n_f$ 成立,那么参数化模型 M 的可辨识性依赖于如下定理^[10]。

定理 1 考虑真实系统模型 S 及其参数化模型 M,选择模型阶次 n_b, n_f 使得 $n_b^0 \leq n_b$ 和 $n_f^0 \leq n_f$ 成立,那么 $S \in M$ 并且 M 在 θ 是全局可辨识的当且仅当 $\min(n_b - n_b^0, n_f - n_f^0) = 0$ 。

该定理说明只要 $n_b = n_b^0$ 或 $n_f = n_f^0$,参数化模型结构 M 就是全局可辨识的。

为了避免出现局部收敛点,我们对输入信号 $u_0(k)$ 进行了特定的设计。设计原则源于下面的定理^[11]。

定理 2 如果输入 $u_0(k)$ 是白噪声信号,那么利用预报误差方法辨识模型 M 的参数 θ 不会出现局部收敛点。

2 辨识算法

辨识算法主要由两个迭代过程组成,一个过程是利用预测的输入数据和完整的输出数据递推辨识 OE 模型,另一个过程是根据辨识的 OE 模型预测缺失的输入数据。在前一过程中,小波降噪技术在输入缺失数据的预测中起了很重要的作用。特别是小波降噪阈值的自适应选取提高了对缺失数据预测的自适应性。下面将对该辨识算法进行详细的叙述。

由于数据缺失的存在,式(4)中 $u_0(k)$ 由缺失的

输入数据 $u(k)$ 所替代。我们将根据图 1 所示的辨识思路,利用缺失的输入数据 $u(k)$ 和未缺失的输出数据 $y(k)$ 辨识参数模型 θ 。

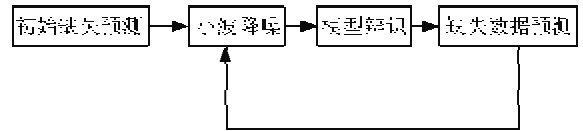


图 1 缺失数据时的辨识流程

当输入数据存在缺失时,不能直接利用经典的辨识算法来辨识模型参数,所以首先需要将缺失的输入数据补齐成和输出数据具有相同采样率的均匀数据信号。在初始缺失输入数据的预测中,我们采用线性插值的方法。该方法的计算量很小,便于降低整个迭代算法的计算复杂度。为了降低预测数据和“真实”数据之间的偏差,接下来采用小波降噪技术对预测数据进行校正。然后利用小波降噪后的数据进行模型参数 θ 的辨识,辨识的模型参数反过来可以对缺失的输入数据进行更合理的预测。最后这些预测的数据又经过小波技术的处理而作为模型进一步辨识的数据。因此,该算法主要由模型参数辨识和缺失数据预测两个交互迭代的过程组成,直至算法收敛到满意的辨识精度为止。根据图 1 中辨识过程,提出一种辨识算法,算法的步骤如下:

第一步:初始线性预测

$$\hat{u}(k) = u(m_1 - 1) + \frac{[u(m_2 + 1) - u(m_1 - 1)]}{(m_2 - m_1 + 2) \times (k - m_1 + 1)} \quad k = m_1, \cdots, m_2 \quad (8)$$

其中 $m_1, \cdots, m_2$ 是连续缺失数据的指标集。

第二步:对预测的缺失数据进行小波降噪

$$\tilde{u}(k) = \sum_{j=1}^{l_p} \varphi_{p,j}(k) \hat{a}_j, \quad k = m_1, \cdots, m_2 \quad (9)$$

式中, $\varphi_{p,j}(k) = 2^{-p/2} \rho(2^{-p}k - j)$, $\rho(\cdot)$ 是任意形式的小波母函数。小波分解层数 p 由系统的采样频率 f_s 确定(见仿真例)。在滤波过程中,我们采用 Stein 提出的无偏风险准则^[12]来确定小波降噪的阈值。

第三步:模型参数估计

根据滤波后的输入数据 $\tilde{u}(k)$ 和输出数据 $y(k)$,利用递推预报误差方法^[13]估计模型参数 $\hat{\theta}$:

$$\varepsilon(k) = y(k) - \hat{y}(k) \quad (10)$$

$$R(k) = R(k-1) + \gamma(k)[\Psi(k)\Psi^T(k) - R(k-1)] \quad (11)$$

$$\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) + \gamma(k)R^{-1}(k)\Psi(k)\varepsilon(k) \quad (12)$$

$$w(k) = \sum_{i=0}^{n_b} \hat{b}_i(k) \tilde{u}(k-i) - \sum_{i=1}^{n_f} \hat{f}_i(k) w(k-i) \quad (13)$$

$$\boldsymbol{\varphi}^T(k+1) = [\tilde{u}(k+1), \tilde{u}(k), \dots, \tilde{u}(k-n_b+1), \\ -w(k), \dots, -w(k-n_f+1)] \quad (14)$$

$$\hat{y}(k+1) = \hat{\boldsymbol{\theta}}^T(k) \boldsymbol{\varphi}(k+1) \quad (15)$$

$$u_f(k) = \tilde{u}(k) - \sum_{i=1}^{n_f} \hat{f}_i(k) u_f(k-n_f) \quad (16)$$

$$w_f(k) = w(k) - \sum_{i=1}^{n_f} \hat{f}_i(k) w_f(k-n_f) \quad (17)$$

$$\boldsymbol{\Psi}^T(k+1) = [u_f(k+1), u_f(k), \dots, u_f(k-n_b+1), \\ -w_f(k), \dots, -w_f(k-n_f+1)] \quad (18)$$

其中,式(10)–(12)是进行模型参数 $\boldsymbol{\theta}$ 迭代估计的主要递推公式;式(13)–(15)用于计算更新的输出预报值 $\hat{y}(k+1)$;利用式(16)–(18)计算输出预报的更新梯度方向 $\boldsymbol{\Psi}(k+1)$ 。该递推辨识算法的迭代次数取决于辨识实验的数据长度 N 。

第四步:缺失数据的预测

$$\tilde{u}(k) = \mathbf{h}^T(k) \boldsymbol{\beta}, k = m_1, \dots, m_2 \quad (19)$$

式中, $\mathbf{h}^T(k) = [-\tilde{u}(k-1), \dots, -\tilde{u}(k-n_b), y(k), y(k-1), \dots, y(k-n_f)]$;

$$\boldsymbol{\beta} = \left[\frac{\hat{b}_1(N)}{\hat{b}_0(N)}, \dots, \frac{\hat{b}_{n_b}(N)}{\hat{b}_0(N)}, \frac{1}{\hat{b}_0(N)}, \frac{\hat{f}_1(N)}{\hat{b}_0(N)}, \dots, \frac{\hat{f}_{n_f}(N)}{\hat{b}_0(N)} \right]^T。$$

第五步:交互迭代

利用辨识模型预测的缺失数据 $\tilde{u}(k)$ 替代第一步中的初始预测的缺失数据 $\hat{u}(k)$, 然后第二、三、四步交互迭代,直至下面的模型参数估计精度得到满足:

$$\|\hat{\boldsymbol{\theta}}_i(N) - \hat{\boldsymbol{\theta}}_{i-1}(N)\|_2 \leq \delta, \quad (20)$$

其中, i 代表第二、三、四步迭代的次数; δ 是用户指定的模型参数需要达到的辨识精度。

由于小波降噪技术被用来快速降低预测偏差,因此与没有小波参与的相应辨识方法相比,在输入数据缺失量较大时,我们提出的辨识算法具有较快的模型参数收敛性和对缺失数据较好的预测能力。

评注 1 第一步中对缺失数据的猜测性线性预测无疑会引起误差。进而,在预测数据中会产生瞬态过程,从而使该数据不适合时不变模型的辨识。因此,该瞬态过程中的预测数据不应该用于辨识,应根据被辨识过程的过渡过程时间予以丢弃。

评注 2 在该辨识算法第二步中的小波降噪技

术起到低通滤波器的作用。然而,所采用的小波降噪技术优于低通滤波器,这是因为无额外的增益和相位会叠加到被辨识的过程中。通过精心选择特定的小波,所提出的算法对噪声有很好的鲁棒性并对缺失数据有有效的预测能力。这一点将在下一章的仿真和比较中得到证实。

3 仿真和分析

我们利用一数值仿真例来验证所提出辨识算法针对输入数据连续性缺失时的有效性。假设“真实”系统模型的传递函数为:

$$G_0(q) = \frac{B_0(q^{-1})}{F_0(q^{-1})} = \frac{1 - 0.6q^{-1} + 0.05q^{-2}}{1 - 1.6q^{-1} + 0.64q^{-2}} \quad (21)$$

为了充分激励系统模态,选择零均值、方差为 1 的高斯正态分布的随机变量作为输入信号 $u_0(k)$ 。输出端白噪声的方差为 $\sigma_e^2 = 0.001$ 。以 $f_s = 8 \text{ Hz}$ 的采样频率采集系统的输入数据和输出数据,数据长度为 $N = 90$ 。为模拟输入数据的随机缺失情况,我们假设在输入数据的中间位置出现大约 23% 的连续性数据缺失 ($m_1 = 40, m_2 = 60$)。根据系统的采样频率 f_s , 输出信号被限定在角频率间隔为 $[0, \pi f_s]$ 的频段上。为了尽量保证充分激励条件,选择小波滤波的层数为 $p = 1$, 相当于有效频段为 $[0, \frac{\pi f_s}{2}]$ 。我们选用 db2 (Daubechies 小波系) 小波对缺失数据的预测值进行降噪处理。在模型的参数化过程中,我们假设真实系统模型的模型阶次是准确已知的,即 $n_b = n_b^0 = n_f = n_f^0 = 2$ 。

在上述的仿真环境下,采用提出的辨识算法辨识系统的模型参数,并与未用小波降噪技术的相应辨识算法的进行比较。利用不同辨识算法估计的 f_1 和 f_2 的收敛情况对比分别示于图 2 和图 3。在相同的初值条件下,有小波降噪技术的辨识算法估计的模型参数具有较快的收敛速度并且更接近于相应的参数真值。两种辨识算法辨识的模型的阶跃响应比较见图 4。根据该图中的阶跃响应对比可知,利用我们提出的带有小波降噪技术的辨识算法辨识的模型具有更高的辨识精度并且更接近于真实的系统模型。

通过上面的仿真对比可以看出,我们提出的辨识算法能针对输入随机缺失的数据给出令人满意的辨识效果。小波降噪技术的引入改善了利用辨识模

型对缺失数据进行预测的能力,进而为较高精度的模型参数的辨识提供了可靠保证。

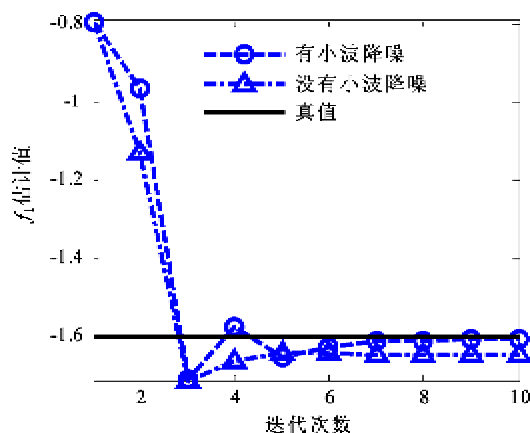


图2 估计参数 f_1 的收敛情况对比

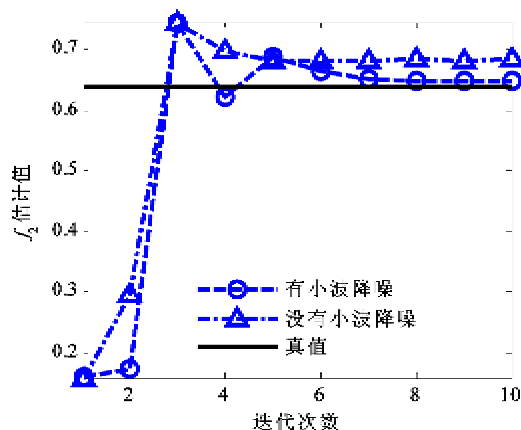


图3 估计参数 f_2 的收敛情况对比

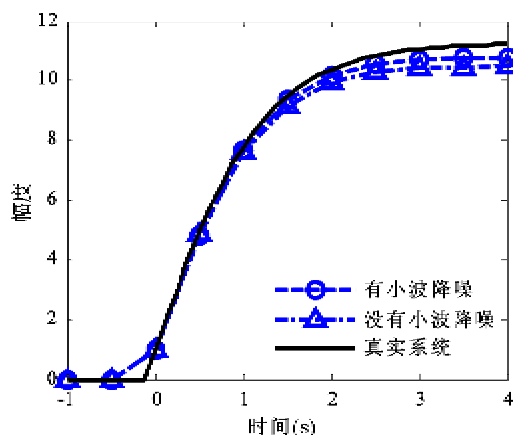


图4 估计模型的阶跃响应对比

4 结论

在利用采集的实验数据进行模型辨识过程中会

遇到输入数据随机缺失的情况。为了解决该类辨识问题,我们提出了模型参数辨识和缺失数据预测交互迭代的辨识算法。为了尽快降低数据的预测偏差对模型参数估计的影响,我们采用了小波降噪技术来改善对缺失数据的预测能力。另一方面,小波技术的引入也提高了模型参数的收敛速度和辨识精度。仿真分析表明,所提出辨识算法针对随机缺失的输入数据具有很好的鲁棒性,并能保证模型参数收敛到真值。该算法的收敛性分析将是今后的进一步研究工作。

参考文献

- [1] Isaksson A. Identification of ARX models subject to missing data. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1993, 38 (5): 813-819
- [2] Isaksson A. A recursive EM algorithm for identification subject to missing data. In: *Proceedings of the 10th IFAC Symposium on System Identification*, Copenhagen, Denmark, 1994. 679-684
- [3] Pintelon R, Schoukens J. Identification of continuous-time systems with missing data. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 1999, 48(3): 736-740
- [4] Pintelon R, Schoukens J. Frequency domain system identification with missing data. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, 45(2): 364-369
- [5] Albertos P, Sanchis R, Sala A. Output prediction under scarce data operation: control applications. *Automatica*, 1999, 35(10): 1671-1681
- [6] Sanchis R, Albertos P. Recursive identification under scarce measurements-convergence analysis. *Automatica*, 2002, 38 (3): 535-544
- [7] Geng L H, Zhang T, Xiao D Y, et al. Attitude model identification of small satellites with missing data. In: *Proceedings of the 2007 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics*, Sanya, China, 2007. 461-466
- [8] Geng L H, Zhang T, Xiao D Y, et al. Wavelet based OE model identification with random missing data. In: *Proceedings of the 17th IFAC World Congress*, Seoul, Korea, 2008. 4066-4071
- [9] Geng L H, Zhang T, Xiao D Y, et al. Attitude model identification of on-orbit satellites. *Airergi Engineering and Aerospace Technology: An International Journal*, 2009, 81 (2): 149-154
- [10] Ljung L. *System Identification: Theory for the User*. 2nd Edition. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall PTR, 1999. 117-117
- [11] 方崇智, 萧德云. 过程辨识. 北京: 清华大学出版社,

1987. 457-457
- [12] Donoho D L. De-noising by soft-thresholding. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1995, 41(3): 613-627
- [13] Ljung L, Söderström T. Theory and Practice of Recursive Identification. Cambridge, Massachusetts: the MIT Press, 1983. 115-116

The research on an algorithm for identification of OE models with missing input data

Geng Lihui, Xiao Deyun

(Department of Automation, Tsinghua University, Beijing 100084)

Abstract

A research is carried out to deal with the identification using randomly missing input data, which is probably encountered during the application of an identification technique. Aiming at the true system which can be characterized as an output error (OE) model, an interactively iterative identification algorithm consisting of model identification and prediction for missing data, is proposed. During the model identification, a recursive identification algorithm is applied to achieving a real-time and on-line update. In the course of the prediction for missing data, a wavelet de-noising technique is employed to adaptively filter the predicted missing data. Finally, a numerical simulation shows that the proposed algorithm has strong robustness for a segment of missing input data. Compared with the related algorithm without wavelet, the proposed one is capable of giving higher model accuracy and has better prediction ability for missing data.

Key words: missing input data, output error (OE) model, wavelet de-noising, iterative identification