

硅微陀螺信号的自适应 UKF 滤波处理^①

吉训生^② * ** 王寿荣^{***}

(* 东南大学自动化学院 南京 210096)

(** 江南大学通信与控制工程学院 无锡 214122)

(*** 东南大学仪器科学与工程学院 南京 210096)

摘 要 针对硅微陀螺零偏重复性差和漂移信号中非线性因素的存在,提出利用 AR 模型系数实时递推方法对漂移信号进行 AR 建模,并建立相应的状态方程和量测方程;基于方差膨胀原则的自适应无迹 Kalman 滤波(AUKF)方法对漂移信号进行处理,采用简化的 AUKF 滤波过程提高漂移信号滤波的实时性。静态信号和动态测试处理结果表明,简化的 AUKF 算法效果明显优于 UKF 滤波和 Kalman 滤波(KF),滤波后硅微陀螺零偏稳定性提高倍数分别是 UKF 和 KF 的 3 倍和 2 倍,动态信号滤波后误差减少倍数分别是 UKF 和 KF 的 1.46 和 1.34,信号均值不变,但 AUKF 需要较多的信号处理时间。

关键词 硅微陀螺, 无迹 Kalman 滤波(UKF), 自适应估计, 非线性滤波, AR 模型

0 引 言

硅微陀螺作为惯性测量单元(inertia measurement unit, IMU)惯性导航系统中十分重要的基准器件,其漂移的稳定性对于系统精度的影响十分重要。硅微陀螺漂移包括常值漂移和随机漂移。常值漂移可以通过补偿进行消除,随机漂移只能通过建立漂移模型来最大程度地降低其对陀螺精度的影响。通常利用时序法对微陀螺随机漂移信号建模后再进行 Kalman 滤波(Kalman filtering, KF)以提高陀螺的测量精度^[1-4]。由于硅微陀螺逐次启动重复性差,以及环境噪声对陀螺的非线性影响,随机漂移时序模型的线性化参数估计方法往往会导致模型参数估计不准确,可能使 Kalman 滤波过程发散,滤波效果也会受到很大影响。采用无迹 Kalman 滤波(unscented Kalman filtering, UKF)对其进行处理,可以消除环境噪声与陀螺的非线性耦合等引起的随机漂移项,同时也可以克服常用的时间序列处理方法中模型参数的不确定性和不稳定性问题^[5-7]。

在实际应用中,由于 UKF 对初始值的取值比较敏感,系统噪声相关信息的不确定性以及状态模型

扰动异常等都会影响 UKF 滤波的精度。基于方差膨胀原则,对预测误差的协方差乘以自适应因子,可以合理调整其在滤波解中的作用^[8-11]。同时,对于线性的观测方程,还可以采用简化的 UKF 滤波算法降低滤波过程的运算量和提高处理算法实现的实时性。对陀螺随机漂移信号时序模型参数的确定,可以采用最小二乘估计等方法,如果采用实时递推估计方法,并和递推的 UKF 滤波过程相结合,可以提高模型估计的精度,进一步降低外界环境噪声等对模型的影响,并提高整个滤波过程的实时性^[13-14]。本文对硅微陀螺漂移信号的滤波处理进行了研究和分析。

1 随机漂移信号的 AR(2)实时递推建模和简化的 AUKF 滤波过程

硅微陀螺随机漂移信号是非平稳的随机信号。在进行 AR 建模前,一般先进行差分运算,消除趋势项后得到一个平稳随机过程再进行建模。根据动态数据系统建模方法(DDS),可以对陀螺漂移数据不做任何差分和季节性差分的预处理,直接建立漂移信号的高阶 AR 线性模型后,再利用 UKF 滤波处理,

① 863 计划(2003AA404110)和国防预研资金(6922002055)资助项目。

② 男,1969 年生,博士,副教授;研究方向:微机械传感器技术;联系人, E-mail: jixunsheng@163.com
(收稿日期:2009-05-11)

消除模型中非线性因素的影响,提高滤波处理的精度。为了减小运算量,可取 $n = 2$, 建立的 AR(2)模型为

$$x(k) = \varphi_1 x(k-1) + \varphi_2 x(k-2) \quad (1)$$

对应的状态方程和观测方程为

$$\begin{cases} X(k+1) = \Phi X(k) + \Gamma v(k) \\ y(k) = HX(k) + n(k) \end{cases} \quad (2)$$

其中, $X(k) = [x(k), x(k-1)]$ 为系统状态变量,

$\Phi = \begin{bmatrix} \varphi_1 & \varphi_2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $\Gamma = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$, $H = [1 \ 0]$, $v(k)$ 和 $n(k)$ 分别为系统噪声和量测噪声。

在 AR(2)模型参数求取过程中,为了强调新数据对模型参数估计的影响,采用渐消的最小二乘参数(RLS)实时递推方法进行参数递推,对旧数据施加不同的权重,降低旧数据的影响,提高新数据的可信度,获得变化的模型参数的实时估计。参数递推估计的准则函数为^[13,14]

$$\frac{\partial [Var(v(k))]}{\partial \varphi} = 0 \quad (3)$$

$Var(v(k))$ 为系统噪声 $v(k)$ 的方差。式(3)的含义为最佳模型系数应使建模后的系统残差信号能量最小。在这样的准则函数下求取参数 φ 的估计值 $\hat{\varphi}$, 可以使模型的输出能够最好地预报过程输出,从而得到模型系数 $\hat{\varphi}$ 的最优估计。其递推过程为^[13,14]

$$\begin{cases} \hat{x}(k+1) = \Phi(k+1) \cdot \hat{\theta}(k) \\ \tilde{x}(k+1) = x(k+1) - \hat{x}(k+1) \\ \hat{\Phi}(k+1) = \hat{\Phi}(k) + K(k+1) \cdot \tilde{x}(k+1) \\ K(k+1) = P(k) \cdot \theta(k+1) / [\lambda + \theta^T(k+1) \cdot P(k) \cdot \theta(k+1)] \\ P(k+1) = P(k) - K(k+1) K^T(k+1) [\lambda + \theta^T(k+1) \cdot P(k) \cdot \theta(k+1)] \end{cases} \quad (4)$$

式中, λ 为渐消因子, $\hat{\Phi}(k)$ 为模型参数 $\Phi(k) = [\varphi_1, \varphi_2]^T$ 的估计, $\theta(k) = [x(k-1), x(k-2)]^T$ 为陀螺量测序列, $\tilde{x}(k) = x(k) - \varphi(k) \hat{\theta}(k-1)$ 为新息序列, $K(k)$ 为增益矩阵。由于该过程是一个实时递推过程,可以和后续的 AUKF 递推滤波过程相结合进行漂移信号的滤波处理。

2 简化的 AUKF 滤波过程

UKF 滤波以无迹变换(unscented transformation, UT)变换为基础,精心选取有限的 Sigma 采样点近似系统状态的先验统计特性,再直接通过非线性方程

演化系统状态的后验分布特性。在 UKF 滤波过程中,常常要对系统过程噪声和量测噪声进行状态增广,但当系统噪声和量测噪声均为加性噪声时,可以不作增广处理,有利于减小滤波的计算量。基于硅微陀螺自身的特点,可以认为陀螺漂移过程是一个非线性过程,利用 UKF 滤波可以克服线性化模型所隐含的非线性过程的影响。当测量方程是线性时,可以采用简化的 UKF 滤波算法对陀螺漂移进行处理。在简化的 UKF 算法中,除使用 UT 变换进行状态及其方差预测外,其它算法步骤与标准 Kalman 滤波算法完全相同。简化的 UKF 滤波算法避免了重采样、多次求解量测预测方程、计算量测预测方差等一系列过程,提高了滤波过程的实时性。

定义状态 $X(k)$ 的初始均值为 $\hat{X}_0 = E[X_0]$, 方差阵 $P_0 = E[(X_0 - \hat{X}_0)(X_0 - \hat{X}_0)^T]$, AR(2)建模后陀螺漂移信号的简化 UKF 滤波过程包括:

(1) Sigma 点及其相应权值 W_i^m 的计算

$$\begin{cases} \chi_0 = \bar{X}_i = 0 \\ \chi_i = \bar{X} + (\sqrt{(L+\lambda)P_x})_i, i = 1, 2, \dots, L \\ \chi_i = \bar{X} - (\sqrt{(L+\lambda)P_x})_{i-L}, \\ \quad \quad \quad i = L+1, \dots, 2L \\ W_0^{(m)} = \lambda / (L + \lambda) \\ W_i^{(m)} = 1 / [2(L + \lambda)], i = 1, 2, \dots, 2L \end{cases} \quad (5)$$

$\lambda = \alpha^2(L + \kappa) - L$, L 是状态 $X(k)$ 的维数,本文中 $L = 2$, α 是一个趋近于零的正值,用于确定 Sigma 点在其均值附近的分布情况, κ 为比例因子,在状态估计时设为 0,在参数估计时设为 $3 - L$, 这里采用对称 Sigma 点的采样策略。

(2) 时间更新

$$\begin{cases} \chi_{k-1} = [(\chi)_i] \\ \quad = [\hat{X} \ \hat{X} + \sqrt{(L+\lambda)P_{k-1}} \\ \quad \quad \hat{X} - \sqrt{(L+\lambda)P_{k-1}}] \\ \chi_{i,k|k-1} = \Phi(\chi_{k-1}) \\ \bar{X}_k^- = \sum_{i=0}^{2L} W_i^m \chi_{i,k|k-1} \\ P_k^- = \sum_{i=0}^{2L} W_i^m [\chi_{i,k|k-1} - \bar{X}_k^-][\chi_{i,k|k-1} - \bar{X}_k^-]^T \\ \bar{y}_k^- = H \bar{X}_k^- \end{cases} \quad (6)$$

(3) 测量更新

$$\begin{cases} P_{X_k Y_k} = P_k^{-1} H^T \\ P_{Y_k Y_k} = H P_k^{-1} H^T + P_n \\ \kappa = P_{X_k Y_k} P_{Y_k Y_k}^{-1} \\ \bar{X}_k = \bar{X}_k^- + P_{X_k Y_k} P_{Y_k Y_k}^{-1} (y_k - \bar{y}_k^-) \\ P_k = P_k^- - P_{X_k Y_k} P_{Y_k Y_k}^{-1} P_{Y_k Y_k} k^T \end{cases} \quad (7)$$

UKF 对初始值的选取比较敏感,为了尽可能减小初始值取值偏差和状态方程扰动误差对滤波解的影响,可以采用方差膨胀的原则,将存在偏差的 $\bar{x}_k$ 和 $\bar{y}_k$ 相应的协方差矩阵进行自适应膨胀,以合理调整其在滤波解中的作用。此时,协方差阵的计算由式

$$\begin{cases} P_{X_k Y_k} = \beta_k \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(c)} (\sqrt{(L+\lambda) P_k^-}) [y_{i,k|k-1} - \bar{y}_k^-]^T \\ P_{Y_k Y_k} = \beta_k \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(c)} [y_{i,k|k-1} - \bar{y}_k^-][y_{i,k|k-1} - \bar{y}_k^-]^T \\ P_k = \beta_k (P_k^- - \kappa P_{Y_k Y_k} k^T) \end{cases} \quad (8)$$

得到^[8]。式中, β_k 是自适应因子且 $0 < \beta_k \leq 1$ 。合理的自适应因子不仅能自适应地平衡状态方程中预报信息与观测信息的比例,还可以控制状态模型扰动异常对滤波解的影响。 β_k 可由式

$$\beta_k = \begin{cases} 1 & \text{tr}(V_k V_k^T) \leq \text{tr}(P_{X_k Y_k} P_{X_k Y_k}^T) \\ \frac{\text{tr}(P_{X_k Y_k} P_{X_k Y_k}^T)}{\text{tr}(V_k V_k^T)} & \text{tr}(V_k V_k^T) > \text{tr}(P_{X_k Y_k} P_{X_k Y_k}^T) \end{cases} \quad (9)$$

来构造。其中, $V_k = y_k - \sum_{i=0}^{2L} W_i^m y_{i,k|k-1}$ 为预报误差。

根据上述对 UKF 算法的改进过程可知,当 UKF 初始值的选取存在偏差或其动力学模型存在扰动时, $\beta_k < 1$, 即动力学模型预报信息对最终滤波解的贡献将尽量减小,当系统模型预报信息明显异常时, β_k 接近 0, 即完全弃用动力学模型信息。显然, β_k 能够基于预报误差 V_k , 利用观测信息 y_k 自适应地调节 $\bar{X}_k$ 对滤波结果的影响,并进而减小系统模型误差对滤波结果的贡献。

3 实验数据的处理及结果分析

为了验证 AUKF 对硅微陀螺漂移信号处理的有效性,以某型测量范围为 $\pm 150^\circ/\text{s}$ 、带宽为 40Hz、偏

置电压为 $2.5 \pm 0.1\text{V}$ 、输出电压为 $0 \sim 5\text{V}$ 的微机电系统(MEMS)——陀螺作为研究对象。实验过程中将陀螺置于具有隔振装置的 DTOP 200S 型精密测试水平转台上,转台速率精度为 $1 \times 10^{-3} (\pm 0.01^\circ/\text{s} \sim \pm 100^\circ/\text{s})$,陀螺正常启动后进行数据采集。静态情况下,信号的采样频率为 3Hz,连续采样 4h,取前 10000 个数据点进行建模,后 30000 个数据根据建模结果进行滤波。图 1 和图 2 是 AR(2)模型系数的实时递推结果,可以看出,模型系数是不断变化的。

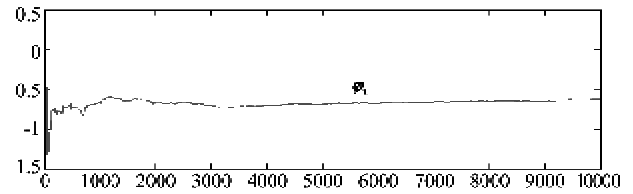


图 1 基于 RLS 方法求得的模型系数 ϕ_1

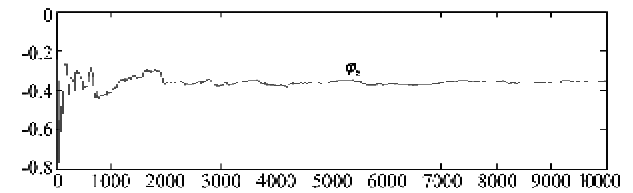


图 2 基于 RLS 方法求得的模型系数 ϕ_2

对于所建模型的适用性,由于陀螺漂移存在逐次启动重复性差的缺陷,可以通过逐次启动时微陀螺漂移稳定后的最初随机漂移数据实时递推出 AR 模型参数,建立相应的 AUKF 方程,再进行滤波消除噪声和非线性因素的影响。

图 3 至图 6 是以所建的 AR(2)模型进行几种滤波的结果的比较。

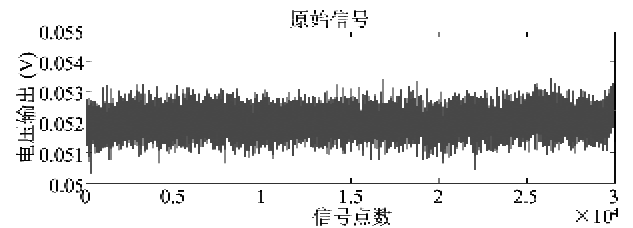


图 3 陀螺静态漂移信号

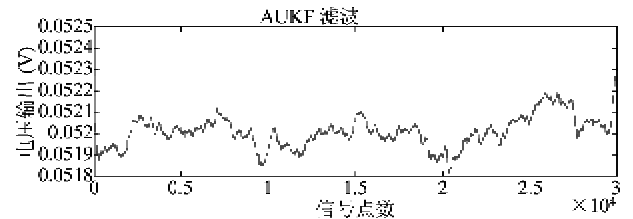


图 4 静态漂移信号的 AUKF 滤波结果

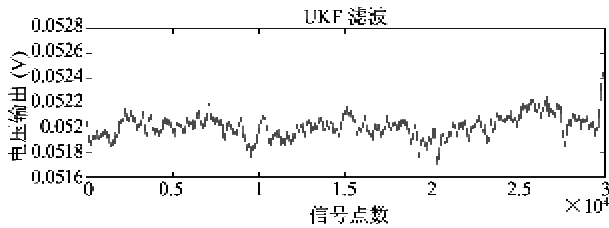


图 5 静态漂移信号的 UKF 滤波结果

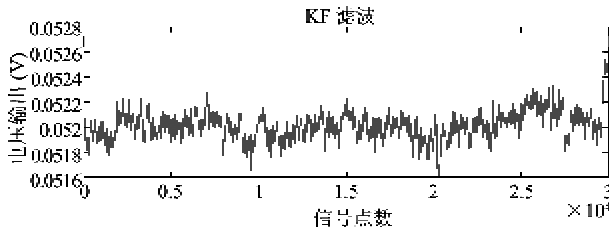


图 6 静态漂移信号的 KF 滤波结果

为了验证 UKF 滤波对动态信号的处理效果,对陀螺进行了动态试验。动态信号由手动自由旋转转台获得,信号的采样频率为 100Hz,测试数据如图 7 所示。以陀螺正常启动阶段最初的 10000 组随机漂移数据得到的 AR(2)模型系数的均值为 AR(2)模型系数进行 AUKF、UKF 和 KF 滤波,结果比较如图 8 至图 10 所示。

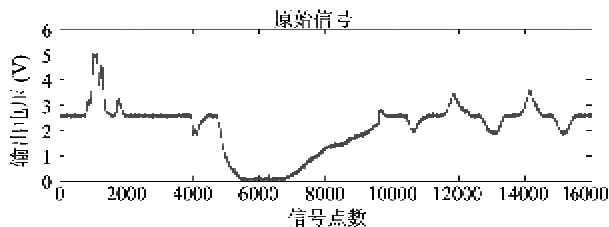


图 7 陀螺原始动态测试信号

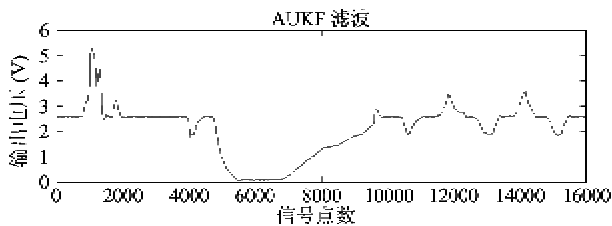


图 8 动态信号的 AUKF 滤波结果

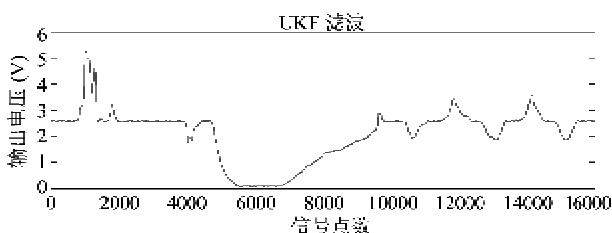


图 9 动态信号的 UKF 滤波结果

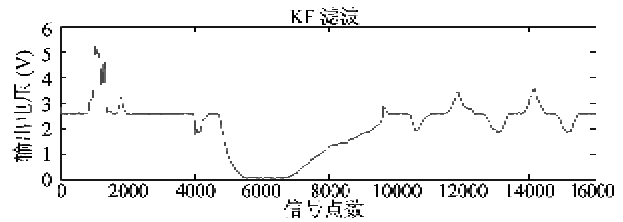


图 10 动态信号的 KF 滤波结果

通过计算,基于 AR(2)模型的 AUKF 动态滤波效果比 UKF 和 KF 滤波效果要好,滤波后动态信号的误差大小减少是 UKF 和 KF 的 1.46 倍和 1.34 倍,信号均值不变。

为进一步比较滤波性能,本文利用常用的 CCS 仿真软件,将滤波过程用 C 语言编写程序实现后下载到 TMS320C6713 芯片来验证各种算法的实时性,同时也利用 Matlab 仿真工具进行实时性检验。用滤波前后漂移信号的标准差和陀螺的零偏稳定性来衡量滤波过程的有效性。比较结果如表 1 所示。

表 1 各种滤波过程的结果比较

	标准差	零偏稳定性	每信号处理时间(ms)	
	(度/小时)	(度/小时)	Matlab 仿真	CCS 仿真
原始信号	136.1301	14.3797		
KF 滤波	39.2757	7.1501	0.0274	0.55
UKF 滤波	32.7869	4.8133	0.1245	1.75
AUKF 滤波	26.2409	2.6479	0.4157	3.53

可以看出,AUKF 滤波效果最好,但实时性最差,在实际应用时如果对处理过程及实现代码进一步优化,实时性完全可以接受。

4 结 论

根据以上实验结果可以看出:(1)硅微陀螺静态漂移的 AR(2)模型参数是时变的,利用 RLS 算法可以提高模型参数估计的精度。(2)对硅微陀螺的静态漂移,还是实际动态测试,AUKF 在三种滤波处理方法中效果最好,但实时性较差。(3)采用 AUKF、UKF 算法可以克服模型中的非线性因素,更好地逼近动力学模型的非线性映射函数。(4)将自适应因子引入到 UKF 过程中,可以较好地抑制硅微陀螺零偏重复性差和 AR 模型参数受扰动的影响,有效提高 UKF 的滤波性能。

参考文献

[1] 张克志,田蔚风,金志华. 基于 UKF 的动力调谐陀螺随

- 机漂移建模研究. 传感技术学报, 2007, 20(7): 1555-1557
- [2] Broersen P M T, Waele S D. Automatic identification of time-series models from long autoregressive models. *IEEE Trans on Instrumentation and Measurement*, 2005, 54(5): 1862-1868
- [3] 臧荣春, 崔平远. 陀螺随机漂移时间序列建模方法研究. 系统仿真学报, 2005, 17(8): 1845-1847
- [4] 李荣冰, 刘建业, 林雪原等. 梳状音叉 MEMS 陀螺非随机误差分析. 电子科技大学学报, 2006, 35(6): 929-931
- [5] Shin E H, El-Sheimy N, An unscented Kalman filter for in-Motion alignment of low-cost IMUs. In: *Proceedings of the Position Location and Navigation Symposium*, Monterey, CA, USA, 2004, 273-279
- [6] 潘泉, 杨峰, 叶亮等. 一类非线性滤波器—UKF 综述. 控制与决策, 2005, 20(5): 481-490
- [7] 刘旭, 张其善, 杨东凯. 一种用于 GPS/DR 组合定位的非线性滤波算法. 北京航空航天大学学报, 2007, 33(3): 184-187
- [8] 高为广, 何海波, 陈金平. 自适应 UKF 算法及其在 GPS/INS 组合导航中的应用. 北京理工大学学报, 2008, 28(6): 505-509
- [9] Yang Y X, Gao W G. A new learning statistic for adaptive filter based on predicted residuals. *Progress in Natural Science*, 2006, 16(8): 833-837
- [10] Yang Y X, Gao W G. An optimal adaptive Kalman filter. *Journal of Geodesy*, 2006, 80(4): 177-183
- [11] Gao W G, Yang Y X, Cui X Q, et al. Application of adaptive Kalman filtering algorithm in IMU/ GPS integrated navigation system. *Geo-Spatial Information Science*, 2007, 10(1): 22-26
- [12] 严恭敏, 严卫生, 徐德民. 简化 UKF 滤波在 SINS 大失准角初始对准中的应用. 中国惯性技术学报, 2008, 16(3): 253-264
- [13] 徐建龙, 牟建华, 王志贤. 陀螺随机漂移模型辨识方法研究. 见: 中国控制与决策学术年会, 西安, 中国, 2001. 482-487
- [14] 徐建龙, 王志贤, 汪崧. 陀螺随机漂移模型辨识方法研究. 见: 中国控制与决策学术年会, 西安, 中国, 2001. 1031-1036

An adaptive UKF algorithm for silicon micro-machined Gyroscopes

Ji Xunsheng^{* **}, Wang Shourong^{***}

(^{*} School of Automation, Southeast University, Nanjing 210096)

(^{**} School of Communication and Control Engineering, Jiangnan University, Wuxi 214122)

(^{***} School of Instrument Science and Engineering, Southeast University, Nanjing 210096)

Abstract

Considering that the silicon micro-machined gyroscope bias is often non-repeatable and is easily affected by some nonlinear factors, the paper suggests that the bias is AR modeled by a really-time recursive method, the state equation and measurement equation are built, and an adaptive unscented Kalman filtering (AUKF) is devised to filter the gyroscope bias by means of the variance inflation. Based on the linear measuring procedure, a simplified UKF algorithm is used to really-time improve the procession. The simulation from the gyroscope static bias and the dynamic measurement shows that the simplified AUKF algorithm is evidently superior to the UKF and the Kalman filtering (KF). The simplified AUKF can increase the bias stability 3 times and 2 times of the KF and the UKF. The decreased error between the filtered and unfiltered dynamic measurement is 1.46 and 1.34 times of the UKF and KF. The mean of the dynamic measurement does not change. Compared with the KF and the UKF, the AUKF occupies the most processing time.

Key words: silicon micro-machined gyroscope, unscented Kalman filtering (UKF), adaptive estimation, non-linear filtering, AR model