

基于序贯蒙特卡洛法的自相关过程控制^①

刘利平^② 马义中^③ 周晓剑 汪建均

(南京理工大学管理科学与工程系 南京 210094)

摘 要 针对参数未知的自相关过程在线质量控制问题,研究了基于序贯蒙特卡洛法(SMC)的过程控制策略。在给出过程状态空间方程模型的基础上,分析了由于参数未知使得运用 Kalman 滤波求解控制策略时存在的困难;通过设置未知参数的先验分布,运用序贯蒙特卡洛法得到各参数的后验估计,进而获得了使过程损失最小的控制策略。给出了仿真,以分析控制策略的有效性,结果表明所得到的控制策略具有较好的控制效果。

关键词 序贯蒙特卡洛法(SMC), 自相关过程, 过程控制, 质量控制

0 引言

对于一个自相关工业生产过程而言,当过程处于非受控状态时,为保证过程输出质量特性符合要求,从而减少由于输出质量特性偏离目标带来的损失,必须对过程的控制变量进行调整,在质量控制领域,美国学者 Box 最先研究了这类自相关生产过程的在线控制问题,研究了控制成本固定下的控制策略^[1]。Luceño 对自相关生产过程的在线质量控制问题进行了进一步研究,分析了应用反馈控制器对过程进行调整时,控制器的调整误差、抽样时的样本容量以及过程动态性对控制策略的影响^[2-5]。他们的研究均是基于过程的时间序列模型,只适合于过程参数已知的情形。然而,在现代生产中,由于少样机(或无样机)化生产,生产过程的参数往往是未知的,而且这种情形下由样机获取的过程参数信息可能与参数的真实信息存在偏差。Lian 和 Del Castillo 对于参数未知的随机游动过程,在建立过程状态空间方程模型的基础上,研究了过程的自适应边界调整策略^[6]。本文考虑了更广泛的一类自相关过程,即自相关系数和过程扰动、测量误差均未知的自相关过程,通过建立过程的状态空间方程模型,利用贝叶斯统计,基于序贯蒙特卡罗(sequential Monte Carlo, SMC)法得到了过程的最优控制策略。

1 问题的提出

考虑一个离散自相关生产过程,其状态空间方

程模型可表示为

$$\theta_t = \phi\theta_{t-1} + x_{t-1} + w_t \quad (1)$$

$$y_t = \theta_t + \varepsilon_t, \quad t = 1, 2, \dots, N \quad (2)$$

其中, $\theta_t, y_t (t = 1, 2, \dots, N)$ 分别为过程输出质量特性的实际值与观测值, $x_t (t = 1, 2, \dots, N)$ 为过程控制变量在各阶段的调整值, ϕ 为自相关系数, $\{w_t\}_{t=1}^N, \{\varepsilon_t\}_{t=1}^N$ 相互独立,且均为高斯白噪声过程,即 $w_t \sim N(0, \sigma_w^2), \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ 。不失一般性,设过程输出质量特性的目标值为 0,则 $\theta_t, y_t (t = 1, 2, \dots, N)$ 分别等于过程输出质量特性偏离目标值的实际值与观测值。注意到,若所有的 x_t 都为零,即不对过程进行调整时,观测值序列 y_t 为 ARMA(1,1) 过程。此外,由于状态空间方程模型能够处理非平稳的自回归过程,因此这里不限定 $|\phi| < 1$ 。

考虑上述过程在不考虑调整成本下的最优控制问题

$$\min L = \sum_{t=1}^N \theta_t^2 \quad (3)$$

又假设 $\theta_0 = 0$, 则最优控制策略的确定就是寻找 $x_t (t = 1, 2, \dots, N)$, 使得(3)式成立。在一般的自相关过程的在线调整问题研究中,均假定过程模型的参数 $\sigma_w, \sigma_\varepsilon$ 以及 ϕ 是已知的。此时,在得到过程的观测值 y_t 后,利用 Kalman 滤波估计当前的输出质量特性值 θ_t , 进而根据(1)式即可确定控制变量的调整值 x_t 。然而在现代生产中,由于少样机(甚至无样机)化生产导致对过程认识程度缺乏,即参数是未知

① 国家自然科学基金(70672088, 70931002)资助项目。

② 男,1981 年生,博士生;研究方向:质量控制研究;E-mail: lpliu1016@163.com

③ 通讯作者, E-mail: yzma-2004@163.com

(收稿日期:2009-05-18)

的,根据有限信息得到的参数估计值可能存在偏差,若基于偏差的参数估计利用 Kalman 滤波对过程的输出质量特性值 θ_t 势必也存在偏差,从而导致据此确定的控制策略不能使(3)式达到最小。因此,只能寻求能够更新参数估计的新的控制策略。

2 基于 SMC 的过程控制策略

利用贝叶斯方法对过程的未知参数进行推断,由于对未知参数缺乏先验知识,故考虑通过下面方法建立未知参数的先验分布。如文献[7]中所指出, ϕ 的先验分布设置不当将导致后验分布出现偏差,不能很好地刻画参数的真实信息,故参照文献[8]的方法选择 ϕ 的先验分布为伽马(gamma)分布;另外,考虑到对数正态分布先验在刻画方差“无信息”先验上的优越性^[9],并能根据先验信息的变化灵活调节。因此,我们设定未知参数的先验分布为

$$\phi \sim G(a_\phi, b_\phi) \quad (4)$$

$$\sigma_w^2 \sim LN(a_w, b_w) \quad (5)$$

$$\sigma_\varepsilon^2 \sim LN(a_\varepsilon, b_\varepsilon) \quad (6)$$

其中, G 表示伽马(gamma)分布, LN 表示对数正态分布,超参数 $a_\phi, b_\phi, a_w, b_w, a_\varepsilon, b_\varepsilon$ 的值可根据已有的先验信息确定。

考虑到序贯蒙特卡罗(SMC)方法在参数估计和运行速度方面的优点^[10],本文拟利用 SMC 方法在生产过程的每个阶段计算过程未知参数的后验分布,进而决定过程的最优控制策略。具体算法如下:

(1) 初始化:

赋初始值 $\theta_0^{(n)} = 0, n = 1, 2, \dots, N$;

初始权重 $w_0^{(n)} = \frac{1}{N}, n = 1, 2, \dots, N$;

控制变量的初始值 $x_0 = 0$;

从 $\phi, \sigma_w^2, \sigma_\varepsilon^2$ 的先验分布中分别抽取 N 个随机数 $\phi^{(n)}, \sigma_w^{2(n)}, \sigma_\varepsilon^{2(n)}, n = 1, 2, \dots, N$;

(2) 在第 t 阶段($t = 1, 2, \dots, N$)更新权重并归一化:

估计第 t 阶段的过程输出值: $\theta_t^{(n)} \sim N(\phi_{t-1}^{(n)} \cdot \theta_{t-1}^{(n)} + x_{t-1}, \sigma_w^{2(n)})$, $n = 1, 2, \dots, N$;

根据得到的第 t 阶段过程输出观测值 y_t , 计算似然函数:

$$L^{(n)} = \sigma_\varepsilon^{-1} \exp\left[-\frac{(y_t - \theta_t^{(n)})^2}{\sigma_\varepsilon}\right]$$

$$n = 1, 2, \dots, N$$

更新权重向量 $w_t^{(n)} = L^{(n)} \cdot w_{t-1}^{(n)}$, 并进行归一

化处理, $w_t^{(n)} = \frac{w_t^{(n)}}{\sum_{n=1}^N w_t^{(n)}}$, 计算有效粒子数(effective sample size, ESS)^[10]:

$$ESS = \frac{N}{1 + N^2 \text{var}(w^{(n)})}$$

若 $ESS < \frac{N}{2}$, 则利用 1PFS 算法^[11]进行重抽样。

(3) 计算过程输出质量特性及未知参数的估计值:

$$\hat{\theta}_t = \sum_{n=1}^N w_t^{(n)} \cdot \theta_t^{(n)}$$

$$\hat{\phi} = \sum_{n=1}^N w_t^{(n)} \cdot \phi^{(n)}$$

$$\hat{\sigma}_w^2 = \sum_{n=1}^N w_t^{(n)} \cdot \sigma_w^{2(n)}$$

$$\hat{\sigma}_\varepsilon^2 = \sum_{n=1}^N w_t^{(n)} \cdot \sigma_\varepsilon^{2(n)}$$

(4) 确定控制变量的调整值: $x_t = -\hat{\theta}_t$ 。

3 仿真分析

在本节将本文提出的控制策略应用到不同的过程中,以探讨在不同情形下的控制效果。设过程生产阶段数为 500, 实际参数 ϕ 的取值为 1.3 或 0.8, σ_ε 与 σ_w 取值分别为 2 或 4。对于每种实际参数组合考虑不同的参数先验估计值,具体情形如表 1 所示(其中 T 代表实际值)。每种情形下,以(3)式为目标,将基于 SMC 的控制策略与基于 Kalman 滤波的控制策略进行了对比。在基于 SMC 的控制策略中,设置各未知参数的先验分布为(4) - (6)式的形式,并使先验分布的均值都等于各情形下的参数先验估计值,同时为了体现先验的模糊性,假定对数正态分布中方差与均值平方之比为 4。

表 1 参数的先验估计信息

case	ϕ'	σ'_ε	σ'_w	case	ϕ'	σ'_ε	σ'_w
1	T	T	T	9	1	T	0.5T
2	T	0.5T	T	10	1	T	2T
3	T	2T	T	11	1.2T	T	T
4	T	T	0.5T	12	1.2T	0.5T	T
5	T	T	2T	13	1.2T	2T	T
6	1	T	T	14	1.2T	T	0.5T
7	1	0.5T	T	15	1.2T	T	2T
8	1	2T	T				

对于每种情形,利用 MATLAB 仿真 10 次,以比较基于 SMC 的控制策略下的过程损失 (L_s) 与基于 Kalman 滤波的控制策略的过程损失 (L_k)。据此结果计算相较于基于 Kalman 滤波的控制策略,基于 SMC 的控制策略减少过程损失的 95% 置信区间如图 1 - 图 6 所示(图中,横坐标为表 1 中对应的各种情形;纵坐标 $SAV = 1 - L_s/L_k$ 表示相较于基于 Kalman 滤波的控制策略,基于 SMC 的控制策略所减少过程损失的程度)。

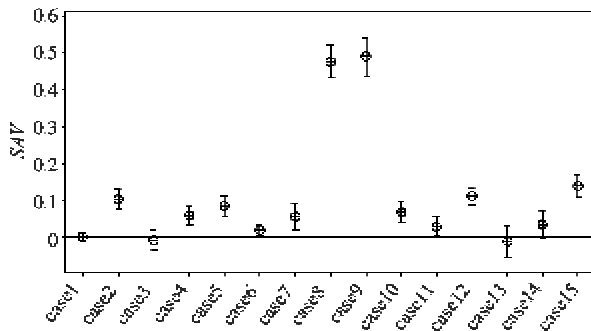


图 1 参数 ϕ, σ_ε 与 σ_w 的实际值分别为 1.3, 2, 2 下的控制效果比较

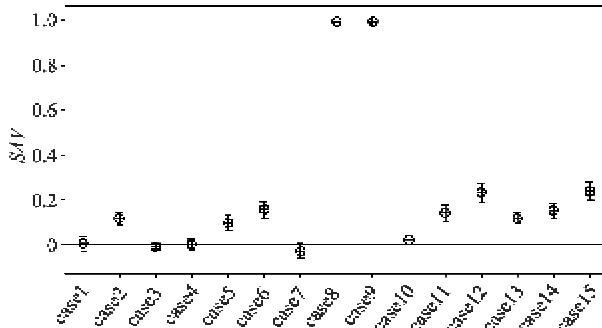


图 2 参数 ϕ, σ_ε 与 σ_w 的实际值分别为 1.3, 4, 2 下的控制效果比较

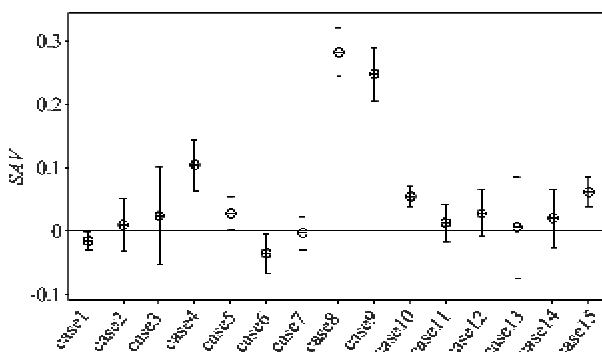


图 3 参数 ϕ, σ_ε 与 σ_w 的实际值分别为 1.3, 2, 4 下的控制效果比较

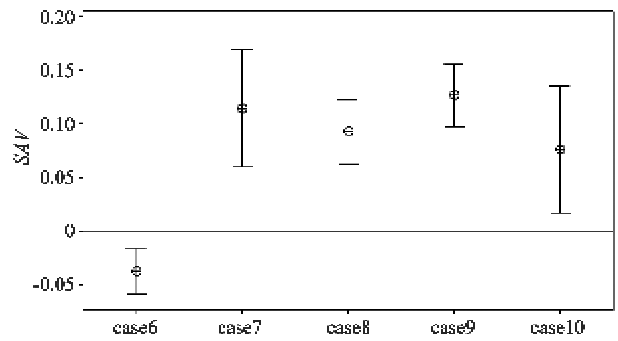


图 4 参数 ϕ, σ_ε 与 σ_w 的实际值分别为 0.8, 2, 2 下的控制效果比较

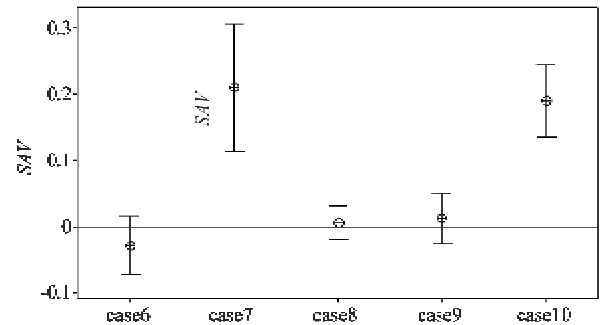


图 5 参数 ϕ, σ_ε 与 σ_w 的实际值分别为 0.8, 4, 2 下的控制效果比较

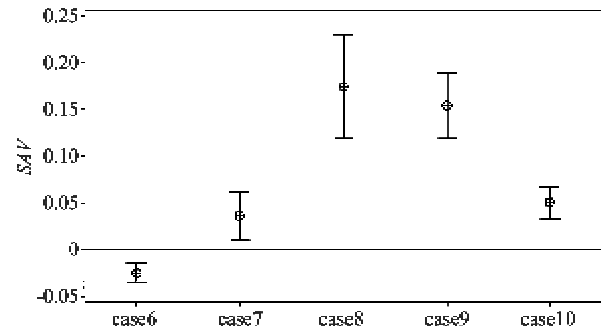


图 6 参数 ϕ, σ_ε 与 σ_w 的实际值分别为 0.8, 2, 4 下的控制效果比较

在图 4 - 图 6 中仅有 case6 - case10 的情形,是由于当 ϕ 的实际值为 0.8 时,表 1 里 case1 - case5 以及 case11 - case15 中对于 ϕ 的先验估计都有 $|\phi'| < 1$ 。而当 $|\phi'| < 1$ 时,我们认为当前过程是平稳的,此时只要过程的初始设置使得过程开始的输出质量特性值处于目标值,则即便后续生产中不对过程的控制变量进行调整,过程所有输出质量特性都将围绕目标值波动,即受控状态^[12],而对处于这样的过程进行的调整反而会增加过程的损失。因此,在这种情形下不对过程的控制变量进行调整。

根据图 1 - 图 6 还可以看出:

(1) 当未知参数的先验估计信息与实际参数值

存在偏差时(图 1-图 6 中除 case1 外),相较于基于 Kalman 滤波的控制策略,基于 SMC 的控制策略减少过程损失的 95%置信区间几乎都位于 0 的上方(或 0 附近),即便有几种情形下 95%置信区间位于 0 的下方但是其值也不大。因此,相较于基于 Kalman 滤波的控制策略,基于 SMC 的控制策略在减少过程损失方面优势显著。

(2) 当所有未知参数的先验估计信息等于实际参数值时(图 1-图 3 中 case1 的情形),此时 Kalman 滤波对过程输出质量特性值的估计效果最佳,相应的过程损失也最小,即此时基于 Kalman 滤波的控制策略是最优的。然而,尽管该情形下基于 SMC 的控制策略对应的过程损失高于基于 Kalman 滤波的控制策略下的过程损失,但是二者还是比较接近(图中 SAV 值 95%的置信区间位于 0 附近,最差的情形也是置信区间的下限在 5%左右)。

4 结 论

本文对参数未知的自相关过程的在线质量控制问题,在不考虑调整成本的情形下进行了研究。本文提出了基于 SMC 的控制策略以实现目标过程的在线质量控制,它的提出解决了在过程参数未知情形下基于 Kalman 滤波的控制策略应用效果差的困难。仿真结果表明,本文提出的方法能够有效地解决参数未知的自相关过程的在线质量控制问题。

参考文献

- [1] Box G E P, Jenkins G M. Further contributions to adaptive quality control: simultaneous estimation of dynamics nonzero

costs. *Bulletin of the International Statistical Institute*, 1963, 34: 943-974

- [2] Luceño A. Effects of adjustment errors on discrete feed-back dead band control schemes. *The Statistician*, 2001, 50(2): 169-177
- [3] Luceño A. Selection of sample size for discrete feedback dead-band control schemes. *Communications in statistics-theory and methods*, 2001, 30(4): 679-689
- [4] Luceño A. Minimum cost dead band adjustment schemes under tool-wear effects and delayed dynamics. *Statistics and Probability Letters*, 2000, 50:165-178
- [5] Luceño A, Gonzalez F J. Effects of dynamics on the properties of feedback adjustment schemes with dead band. *Technometrics*, 1999, 41(2): 142-152
- [6] Lian Z, Del Castillo E. Adaptive deadband control of a drifting process with unknown parameters. *Statistics and Probability Letters*, 2007, 77(8): 843-852
- [7] Berger J O, Oliveira V D, Sansó B. Objective Bayesian analysis of spatially correlated data. *Journal of the American statistical association*, 2001, 96(456): 1361-1374
- [8] Qian P Z, Wu Jeff C. Bayesian hierarchical modeling for integrating low-accuracy and high-accuracy experiments. *Technometrics*, 2008, 50(2): 192-204
- [9] Spiegelhalter D J, Abrams K R, Myles J P. Bayesian Approaches to Clinical Trials and Health-care Evaluation. West Sussex: John Wiley & Sons, 2004. 168-174
- [10] Cappé O, Godsill S J, Moulines E. An overview of existing methods and recent advances in sequential Monte Carlo. *Proceedings of the IEEE Special Issue on Large-Scale Dynamic Systems*, 2007, 95(5): 899-924
- [11] Balakrishnan S, Madigan D. A one-pass sequential Monte Carlo method for Bayesian analysis of massive datasets. *Bayesian Analysis*, 2006, 1(2): 345-362
- [12] Luceño A. Performance of discrete feedback adjustment schemes with dead band, under stationary versus nonstationary stochastic disturbance. *Technometrics*, 1998, 40(3): 223-233

Control of autocorrelation process based on sequential Monte Carlo method

Liu Liping, Ma Yizhong, Zhou Xiaojian, Wang Jianjun

(Department of Management Science and Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094)

Abstract

Aiming at the online quality control problem in an autocorrelation process with unknown parameters, the control strategy based on the sequential Monte Carlo (SMC) method is studied. Based on the state space process control model, the difficulty caused by the unknown parameters in solving the control strategy using the Kalman filter is analyzed. The posterior estimations for each parameter are achieved by building the prior distributions for the unknown parameters and using the SMC method, and then the control strategy for minimizing the loss of process is obtained. The simulations are given to analyze the effectiveness of the approach. The results show that the control strategy obtained by the approach has a good control performance.

Key words: sequential Monte Carlo method(SMC), autocorrelation process, process control, quality control