

基于平面聚类势函数法的欠定混合信号盲分离^①张 烨^{②*} 方 勇^{*③}

(* 上海大学通信与信息工程学院 上海 200072)

(** 南昌大学电子信息工程系 南昌 330031)

摘 要 针对不充分稀疏欠定混合信号盲分离,提出了一种基于超平面聚类的势函数法来估计源信号个数和混合矩阵。该方法在源信号个数未知的情况下,利用聚类平面法线向量构成势函数,通过估计势函数的局部最大值来估计聚类平面的法线向量,然后再通过估计聚类平面的交线来实现混合矩阵的估计。为了提高算法对异常值的鲁棒性,不直接估计势函数的局部最大值,而是采用聚类算法来估计势函数的局部最大值。计算机仿真试验证实了该算法的有效性及其较好的性能。

关键词 欠定盲源分离,稀疏信号,平面聚类,势函数

0 引言

盲信号分离是指在源信号和传输信道参数等先验知识未知的情况下,仅仅利用观测信号来恢复源信号。由于盲分离技术可以广泛地用于生物医学信号分析和处理、语音识别、图像处理和无线通信等领域中,因此盲分离一直为相关领域的研究热点^[1,2]。大多现有盲分离算法,如独立分量分析(independent component analysis, ICA),除了假设源信号是相互统计独立、非高斯信号外,还要求源信号的个数小于或等于观测信号的个数,因而用于超定或适定情况下的盲分离。但是在实际问题中,由于条件限制,人们获得的观测信号的个数一般比较少,使得源信号的个数往往大于观测信号的个数,如在无线通信中由于天线个数的限制,天线接收到的信号的个数往往多于天线的个数,这种条件下的盲信号分离为欠定盲分离。对于欠定盲分离问题,目前常用的方法是稀疏分量分析,它是利用信号在时域或其变换域中的稀疏特性而不是独立特性来实现信号盲分离^[3-9]。本文研究了欠定情况下的不充分稀疏信号混合盲分离问题,提出了基于平面聚类势函数法的欠定混合信号盲分离方法。但是目前常用的稀疏分量分析算法要求信号的稀疏度比较高,必须是充分稀疏信号。本文研究了欠定情况下的不充分稀疏信号混合盲分

离问题,提出了基于平面聚类势函数法的欠定混合信号盲分离算法。

1 稀疏分量分析

稀疏分量分析的模型可以表示为

$$X = AS + V \quad (1)$$

式中 $X = [x(1), \dots, x(t)] \in R^{m \times T}$ 为观测信号的采样数据矩阵, $S = [s(1), \dots, s(T)] \in R^{n \times T}$ 是未知的源信号数据矩阵, $A = [a_1, a_2, \dots, a_n] \in R^{m \times n}$ 是未知的混合矩阵, $V \in R^{m \times T}$ 为高斯白噪声; T 为采样数据的个数, m, n 分别为观测信号和源信号的个数,且 $m < n$ 。稀疏分量分析的目的就是假设源信号 S 为稀疏信号,利用观测信号 X 来估计混合矩阵 A 和源信号 S 。

信号的稀疏特性是指该信号在大多数采样时刻的取值等于零或接近于零,只有少数采样时刻的取值显著不为零。因此,当信号是稀疏信号时,源信号矩阵的每一列向量 $s(t)$ 中大多数源信号的采样值很小,几乎等于零,只有少数采样值显著远离零。目前,大多数欠定盲信号分离的方法都要求源信号充分稀疏,也就是在同一采样时刻 $s(t)$ 中最多只有一个源信号的值比较大,对观测信号起主导作用,为主导信号,其它源信号的值很小,接近于零。比如假设

① 高等学校博士学科点专项科研基金(20060280003),上海市优秀学科带头人基金项目(05XP14027)和上海市重点学科项目(T0102)资助。
② 男,1965年生,博士生,副教授;研究方向:盲信号处理,通信信号处理。
③ 通讯作者, E-mail: yfang@shu.edu.cn
(收稿日期:2009-06-09)

在采样时刻 t , $s_i(t)$ 为主导信号, 其值比较大, 其它的源信号的取值比较小, 几乎等于零, 不计噪声, 则式(1)可写为 $x(t) = a_i s_i(t)$, 可见 $x(t)$ 分布在 m 维混合信号空间中一条经过原点的超直线上, 超直线的方向取决于混合矩阵的列向量 a_i 。通过对采样数据 $x(t)$ 进行聚类分析就可以估计出每条超直线的方向, 也就得到混合矩阵 A 的估计。如采用 k -均值聚类算法^[3,4]、Fuzzy C-Means (FCM) 聚类算法^[5,6]、势函数法^[7,8]和概率统计法^[9]来估计直线的方向, 得到混合矩阵的估计。估计出混合矩阵后, 一般再利用线性规划法或最短路径法来估计源信号。但是这些算法对源信号的稀疏度要求比较高, 在采样时刻平均只有一个源信号起主导作用, 因此在实际应用中有一定的局限性。

本文主要研究欠定情况下, 也就是在同一采样时刻允许多个源信号起主导作用, 假设其个数的平均值为 k ($1 < k \leq m$) 的情况下, 不充分稀疏信号混合盲分离问题。对于不充分稀疏信号混合的欠定盲分离, 一般采用三步来实现, 首先利用混合信号的聚类特点来估计聚类平面, 然后再利用聚类平面来估计混合矩阵, 最后估计源信号。文献[10]证明了在任何采样时刻最多只有 $m-1$ 个源信号起主导作用时稀疏分量分析法的有效性; 文献[11]利用上述理论针对三个观测信号, 利用平面聚类算法, 提出了一种有效的欠定盲源分离算法; 文献[12]提出了一种在线自适应平面聚类算法来估计混合矩阵; 文献[13]则利用高斯函数来估计混合矩阵。但是上述算法要求事先已知源信号的个数, 也就是混合矩阵列的个数, 而且噪声和异常值对上述算法估计的结果影响很大。本文针对上述问题提出了一种新的基于平面聚类的势函数法来实现源信号个数和混合矩阵的估计。在源信号个数未知的条件下, 首先通过估计该势函数的局部最大值来估计聚类平面的个数和法线向量, 再利用聚类平面估计源信号的个数和混合矩阵。但是, 为了提高算法对异常值的鲁棒性, 算法不直接估计势函数的局部最大值, 而是采用聚类算法来估计势函数的局部最大值。

2 聚类平面和混合矩阵的估计

当采样时刻有多个源信号起主导作用时, 也就是在采样时刻起主导作用的源信号的平均个数大于 1 时, 采样数据也有聚类特征。如假设在采样时刻 t 有 k 个信号起主导作用, 本文假设 $k \leq m$, 则有

$$x(t) = a_{i_1} s_{i_1}(t) + \cdots + a_{i_k} s_{i_k}(t) \quad t = 1, \cdots, T \quad (2)$$

式中, $\{i_1, \cdots, i_k\} \subset \{1, \cdots, n\}$ 。由式可知, $x(t)$ 在由子空间 $\{a_{i_1}, \cdots, a_{i_k}\}$ 构成的超平面上 (以下简称平面), 也就是采样数据具有平面聚类特征。混合矩阵 A 的任何不同的 k 个列向量可以组成 C_n^k 个不同的子空间, 这些子空间可以构成 C_n^k 个不同的平面, 我们将这些平面称为聚类平面。同时混合矩阵的每一个列向量分别在 C_{n-1}^{k-1} 个聚类平面上, 每一个列向量是对应的 C_{n-1}^{k-1} 个聚类平面的交线。如图 1 所示, 图中的观测信号已规则化, 即将采样数据投影到单位超球面的上半部分, 图中三个观测信号是由 5 个源信号混合而成, 在任一采样时刻只有两个信号作用, 其余信号为零。在图 1 中, 一共有 $C_5^2 = 10$ 个聚类平面, 其中 $C_4^1 = 4$ 个聚类平面相交的直线有 5 条, 直线条数就是源信号的个数, 直线向量也就是混合矩阵的一个列向量。由此可见, 只要对 $x(t)$ 进行平面聚类分析找出相应的 C_n^k 个聚类平面, 估计出各 C_{n-1}^{k-1} 个聚类平面的交线, 就可以估计出源信号个数和混合矩阵 A 。对于聚类平面来说, 其法线向量也是聚类中心, 可以将聚类平面的估计转化为其法线向量的估计。如文献[12]采用一种自适应算法来估计聚类平面的法线向量, 算法取 C_n^k 个单位法线向量 w_j ($j = 1, \cdots, C_n^k$), 每个法线向量的更新规则为

$$\begin{aligned} \text{If } d = |(w_j, x(t))| \leq \theta(k) \\ w_j = w_j - \eta(k)(w_j, x(t))x(t) \\ w_j = w_j / \|w_j\| \end{aligned} \quad (3)$$

其中 $(w_j, x(t))$ 表示内积, 估计出聚类平面的法线向量后, 再将它们分成 n 个聚类中心, 估计出混合矩阵。从算法过程可以看出该算法必须事先已知源信号的个数 n 。

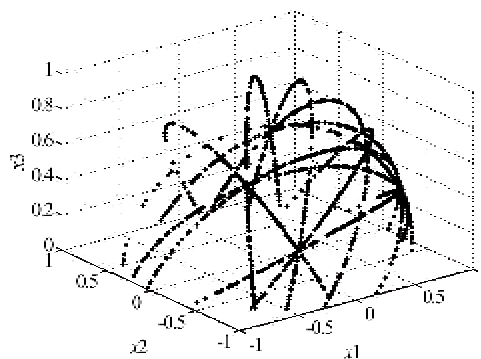


图 1 混合信号 ($m = 3, n = 5, k = 2$)

但是在实际应用中, 源信号个数一般是不知道

的,而且异常值上述算法的影响比较大,也就是在采样时刻主导信号的个数不等于 k ,该采样数据不在聚类平面上,这些采样值我们称为异常值。由于异常值以及噪声的影响,使得聚类分析比较困难。为了克服它们的影响,在源信号个数未知的情况下,本文将势函数法扩展用于超平面的估计,提出一种新的基于平面聚类的势函数法来估计混合矩阵。该方法分为两步来实现。首先将平面聚类转化为平面法线向量的聚类,利用法线向量构成势函数,通过估计势函数的局部最大值来估计聚类平面的法线向量,然后再估计聚类平面的交线来实现混合矩阵的估计。

2.1 聚类平面的估计

为了估计 C_n^k 个聚类平面,可以估计聚类平面的法线,它们的法线也构成聚类中心,定义势函数

$$f(z) = \sum_{t=1}^T \exp\left(-\frac{(\mathbf{x}(t), z)^2}{b}\right) \quad (4)$$

其中 z 为超平面的法线向量, $(\mathbf{x}(t), z)$ 表示 $\mathbf{x}(t)$ 和 z 的内积,反映了采样值到由 z 所确定的超平面距离的大小,当采样值在 z 所确定的超平面内时,它们的内积等于零。 b 为尺度参数,它的估计为

$$\hat{b} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left(\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m |x_i(t) - \mu_{x_i}| \right) \quad (5)$$

其中 μ_{x_i} 为混合信号 $x_i(t)$ 的均值。如果内积 $(\mathbf{x}(t), z)$ 相对于 b 很小时, $\exp(-(\mathbf{x}(t), z)^2/b)$ 几乎等于 1,反之,内积 $(\mathbf{x}(t), z)$ 相对于 b 很大时, $\exp(-(\mathbf{x}(t), z)^2/b)$ 约等于零。因此,势函数 $f(z)$ 的大小相当于采样数据属于平面 z 的个数,显然在各个聚类平面处,势函数 $f(z)$ 为局部最大值,可见通过估计 $f(z)$ 的局部最大值可以估计出聚类平面的个数及其对应的法线向量。但是, b 的估计对 $f(z)$ 的大小影响很大, b 的值较大时, $f(z)$ 比较平滑,使得一些局部最大值消失; b 的值较小时,在噪声和异常值的影响下 $f(z)$ 会形成许多局部最大值,也不能估计出聚类平面。因此,为了消除 b 的影响,提高算法的鲁棒性,将式扩展为

$$J(z) = \sum_{j=1}^K \sum_{t=1}^T (\exp(-(\mathbf{x}(t), z_j)^2/b))^\gamma \quad (6)$$

式中 K 为超平面个数的初始值,一般取 $K \gg C_n^k$ 。 $J(z)$ 反映了采样数据的概率分布,利用 $J(z)$ 可以估计采样数据集中数据概率密度函数的形状。通过调整 z 求 $J(z)$ 的最大值,可以使 z 逐步向 $J(z)$ 的各个局部的最大值处凝聚,形成新的聚类平面法线向量。上式中 $\gamma > 0$, 函数 $(\cdot)^\gamma$ 为单调函数,因此,在

这些新的聚类平面处, $J(z)$ 为局部最大值,势函数 $f(z)$ 也是局部最大值。 $J(z)$ 的一些局部最大值是由噪声和异常值产生的,但它们 $J(z)$ 的值一般不大,为消除其影响,保留 $J(z)$ 相对比较大的局部最大值,舍去 $J(z)$ 相对较小的局部最大值,保留下来的局部最大值所对应的法线向量即为聚类平面的法线向量,它们的个数就是聚类平面的个数。要求出 $J(z)$ 的每个局部的最大值, γ 的取值非常重要,它反映了采样数据的概率密度形状,选取合适的 γ 值,可以消除 b 对概率密度形状估计的影响,可用相关比较算法来估计它^[14]。下面给出估计聚类平面法线向量的详细算法:

(1)去除 $\|\mathbf{x}(t)\| < 0.01$ ($t = 1, \dots, T$) 的采样数据,这些采样值一般为噪声信号的合成;将采样数据投影到单位超球面的上半部分,即: $\bar{\mathbf{x}}(t) = \text{sign}(x_m(t))\mathbf{x}(t)/\|\mathbf{x}(t)\|$, $\text{sign}(\cdot)$ 表示取符号操作。利用新的采样数据 $\bar{\mathbf{x}}(t)$ 采用式(5)来估计 b 。

(2)初始化:随机产生 K 个法线向量 $z_j \in R^{m \times 1}$, $j = 1, \dots, K$, 并对 z_j 规则化,即 $z_j = z_j/\|z_j\|$ 。

(3)用相关比较算法估计 γ 。

(4)采用梯度法估计 $J(z)$ 的局部最大值, z_j 的更新准则为

$$z_j^{d+1} \leftarrow z_j^d - \eta_j \frac{\partial J(z)}{\partial z_j} / \left\| \frac{\partial J(z)}{\partial z_j} \right\|$$

$$\frac{\partial J(z)}{\partial z_j} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T -\frac{2\gamma}{b} (\exp(-(\mathbf{x}(t), z_j)^2/b))^\gamma (\mathbf{x}(t), z_j) \mathbf{x}(t)$$

其中 η_j 为学习步长, d 为迭代次数,每次迭代后将 z_j 规则化。

(5)如果 $\max_j \|z_j^{d+1} - z_j^d\| < \epsilon_1$, 迭代结束,否则,返回到第(4)步。

(6)算法收敛以后,原平面法线向量 z 将凝聚在 $J(z)$ 的各个局部的最大值处,形成了若干新的聚类平面。如没有异常值的影响,这些新的聚类平面就是所要估计的聚类平面,其个数就是聚类平面的个数。有异常值的影响时, $J(z)$ 的有些局部最大值是异常值产生的,它们也会产生一些聚类平面,使聚类平面的个数多于实际个数。为了消除它们的影响,计算 $J(z)$ 在所有新的聚类平面处的各个局部最大值 $J(z_j) = \sum_{t=1}^T (\exp(-(\mathbf{x}(t), z_j)^2/b))^\gamma$, 其中 $j = 1, \dots, D$, D 为算法收敛后新的平面的个数,而 $J(z_j)$ 的值越大说明该平面包含的采样数据越多,因

此,对于异常值所产生的平面,其 $J(z_j)$ 相对来说就较小。为了比较 $J(z_j)$ 的相对大小,计算每个平面的 $J(z_j)$ 与它们最大值的比值,即 $p_j = \frac{J(z_j)}{\max(J(z_j))}$ ($j = 1, \dots, D$), 将 $p_j < \epsilon_2$ 的平面舍去,保留 $p_j \geq \epsilon_2$ 的平面,保留下来的平面即为聚类平面。

2.2 混合矩阵的估计

因为混合矩阵中的任何一列向量 $\mathbf{a}_i$ 分别在 C_{n-1}^{k-1} 个聚类平面上, $\mathbf{a}_i$ 与相应的 C_{n-1}^{k-1} 个聚类平面的法线正交,是这些聚类平面的聚类中心。因此,可以利用估计得到的聚类平面法线向量,采用上述类似方法来估计混合矩阵的列向量。一般来说,估计出的聚类平面个数比较少,这样采样数据少对聚类算法有一定的影响,但是只要每个聚类中心包含采样数据不少于 m , 就可以估计出混合列向量及其个数^[10]。为了估计混合矩阵的列向量,定义势函数

$$g(\mathbf{v}) = \sum_{j=1}^C \exp\left(-\frac{(\mathbf{v}, \mathbf{z}_j)^2}{\sigma^2}\right) \quad (7)$$

其中 $\mathbf{z}_j$ ($j = 1, \dots, C$) 为估计出的聚类平面的法线向量, C 是它们的个数, $\mathbf{v}$ 为混合矩阵的列向量, $(\mathbf{v}, \mathbf{z}_j)$ 表示 $\mathbf{v}$ 和 $\mathbf{z}_j$ 的内积。 σ 为尺度参数,它的估计为

$$\hat{\sigma} = \frac{1}{C} \sum_{j=1}^C \left(\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m |z_{ij} - \mu_{z_i}| \right) \quad (8)$$

其中 μ_{z_i} 为 z_{ij} 的均值。同理,如果内积 $(\mathbf{v}, \mathbf{z}_j)$ 相对于 σ 很小时, $\exp(-(\mathbf{v}, \mathbf{z}_j)^2/\sigma^2)$ 几乎等于 1, 反之,内积 $(\mathbf{v}, \mathbf{z}_j)$ 相对于 σ 很大时, $\exp(-(\mathbf{v}, \mathbf{z}_j)^2/\sigma^2)$ 约等于零。因此,势函数 $g(\mathbf{v})$ 的大小反映了包含列向量 $\mathbf{v}$ 的聚类平面的个数,显然混合矩阵的各个列向量为聚类中心,势函数 $g(\mathbf{v})$ 在这些聚类中心为局部最大值。通过估计 $g(\mathbf{v})$ 的局部最大值可以估计出混合矩阵列向量的个数及其对应的列向量。同样, σ 的估计对 $g(\mathbf{v})$ 的大小影响很大,因此,为了消除 σ 的影响,提高算法的鲁棒性,将式扩展为

$$h(\mathbf{v}) = \sum_{j=1}^C \sum_{i=1}^N (\exp(-(\mathbf{v}_i, \mathbf{z}_j)^2/\sigma^2))^\lambda \quad (9)$$

式中 N 为混合矩阵列向量个数的初始值,一般取 $N \gg n$ 。通过调整 $\mathbf{v}$ 求 $h(\mathbf{v})$ 的最大值,可以使 $\mathbf{v}$ 逐步向 $h(\mathbf{v})$ 的各个局部的最大值处凝聚,形成新的聚类中心。同样,在这些新聚类中心处, $h(\mathbf{v})$ 为局部最大值,势函数 $g(\mathbf{v})$ 也是局部最大值。要求出 $h(\mathbf{z})$ 的每个局部的最大值, λ 的取值非常重要,选取合适的 λ 值,可以消除 σ 的影响,同样可以按相关比较算法来估计它^[14]。混合矩阵的估计算法与前面描述的估计聚类平面的算法类似,只是最后一

步中保留下来的聚类中心向量即为混合矩阵的列向量,聚类中心的个数为源信号的个数。估计出的混合矩阵与原混合矩阵存在幅度和顺序的不同,但这并不影响盲分离的结果。

3 算法仿真实验

实验 1 检验算法的性能。用计算机产生 6 个均值为零,方差为 1 的随机高斯信号作为源信号,其长度 T 为 3000。假设在每一个采样时刻主导信号的平均个数为 2,则有 $C_0^2 = 15$ 个聚类平面。为使每个聚类中心包含的信号个数大致一致,将源信号中 1500 个采样时刻只有两个源信号不为零,其它 4 个源信号强制为零,其余 1500 个采样时刻源信号不为零的个数可以随机取值,也就是说有一半采样值可能是异常值,同时也保证每个聚类中心包含的信号个数至少有 100 个。假设观测信号个数为 3,即 $m = 3, n = 6, k = 2$, 随机产生混合矩阵 $A \in R^{3 \times 6}$, 将混合矩阵的列向量归一化,即

$$A = \begin{bmatrix} 0.0297 & 0.7858 & -0.3663 & 0.3819 & -0.5352 & 0.8566 \\ -0.4452 & 0.1746 & 0.4778 & 0.9220 & 0.5604 & 0.4632 \\ 0.8949 & 0.5934 & 0.7985 & -0.0628 & -0.6321 & -0.2273 \end{bmatrix}$$

将得到 3 个观测信号投影到单位球面的上半部分,同时删除 $\|\mathbf{x}(t)\| < 0.01$ 的采样数据,如图 2(a) 所示。在实验中,超平面个数的初始值 $K = 0.5 \times T$ (取整数),混合矩阵列向量个数的初始值等于估计出的法向量的个数,即 $N = C, \epsilon_1$ 都取 10^{-6} 。 ϵ_2 的取值比较重要,在估计聚类平面时主要考虑信号稀疏度的影响,一个信号如果是稀疏信号,则该信号至少在 50% 以上的采样点的采样数据等于零或接近于零,对于充分稀疏信号应为 75% ~ 95% 的采样点的采样数据等于或接近于零,因此,一般来说聚类中心势函数的相对大小不会超过 50%,考虑异常值的影响以及实验验证, ϵ_2 取 0.6 比较合适;在估计混合矩阵时, ϵ_2 的选取与信号个数 n 和主导信号平均个数 k 有一定关系,比如 $n = 4, k = 2$ 时,聚类平面个数为 6,每个混合矩阵的列向量在 3 个聚类平面的交线上,其它向量最多在 2 个聚类平面的交线上,因此在理想情况下,这些向量所对应的势函数的值不超过混合矩阵列向量势函数值的 $\frac{2}{3}$, 它们的相对大小会随着 n 或 k 增大有所变大。考虑 b 以及误差,并通过实验分析, ϵ_2 取 0.6 也比较合适。图 2(b)、图 2(c) 为一次实验的结果,实验结果表明聚类平面有 15 个,源信号有 6 个,与实际情况一致。估计出

的混合矩阵为

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} -0.5330 & 0.8569 & -0.0304 & -0.3802 & 0.8003 & -0.3658 \\ 0.5609 & 0.4635 & 0.4464 & -0.9226 & 0.1758 & 0.4760 \\ -0.6335 & -0.2254 & -0.8943 & 0.0653 & 0.5732 & 0.7997 \end{bmatrix}$$

与实际混合矩阵的误差 $\min \|\hat{A}P - A\|_2 = 0.0255$, 其中 $P \in P$, P 为单位置换矩阵集^[12]。

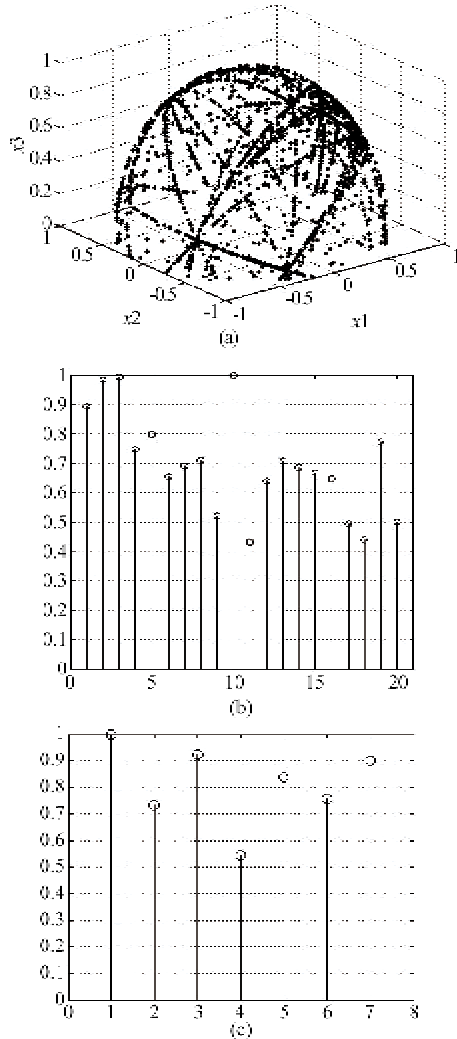


图 2 (a)混合信号 ($m = 3, n = 6, k = 2$); (b)聚类平面法线向量的个数估计,横坐标为向量个数,纵坐标为向量势函数的相对大小 ($\gamma = 6$); (c)混合矩阵列向量的个数估计,横坐标为向量个数,纵坐标为向量势函数的相对大小 ($\lambda = 4$)

为了进一步检验算法的有效性,实验条件不变,对上述实验重复做 100 次,实验结果如图 3 所示,图 3(a)表明有 91 次正确估计出源信号的个数,有 5 次估计的个数超过 6 个,这是因为异常值的影响,使得估计出的聚类平面的个数多于实际个数;从图 3(b)可以看出源信号个数不超过 6 时,估计的混合矩阵与原混合矩阵误差的最大值不超过 0.2,为 0.1856。

如果估计出的源信号个数 $n_1 < 6$ 时,混合矩阵的估计误差为 $\min \|AP - \hat{A}\|_2$, 其中 $P \in \Omega^{n \times n_1}$, Ω 为一矩阵集,这些矩阵的每一行、每一列中只有一个元素等于 1,其它元素都等于 0。

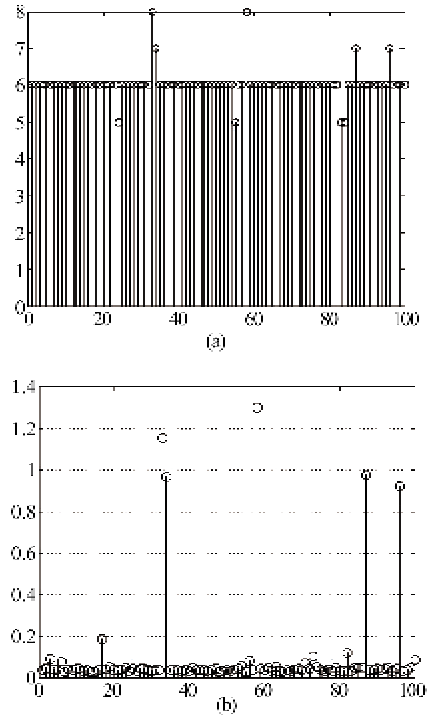


图 3 (a)源信号个数的估计;横坐标为实验次数,纵坐标为个数的估计;(b)混合矩阵的估计误差;横坐标为实验次数,纵坐标为估计误差

实验 2 与目前主要算法的比较。实验条件与文献[12]一样,即 $m = 3, n = 5, k = 2$, 源信号为均值为零,方差为 1 的随机高斯信号,源信号长度 T 为 2000,在所有采样时刻只有两个源信号不为零,其它 3 个源信号强制为零,无异常值影响,混合矩阵为

$$A = \begin{bmatrix} 0.5525 & 0.3919 & 0.5707 & 0.3934 & 0.6904 \\ 0.6863 & -0.6066 & 0.5166 & 0.8634 & -0.6007 \\ 0.4730 & 0.6917 & -0.6383 & -0.3158 & 0.4032 \end{bmatrix}$$

混合信号如图 1 所示。在假设源信号个数未知的条件下,用本文算法一次实验估计的混合矩阵为

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} -0.3869 & 0.6947 & -0.5689 & -0.5534 & 0.3947 \\ 0.6123 & -0.5949 & -0.5151 & -0.6851 & 0.8635 \\ -0.6895 & 0.4043 & 0.6411 & -0.4738 & -0.3141 \end{bmatrix}$$

混合矩阵的估计误差 $\min \|\hat{A}P - A\|_2 = 0.0117$ 。而在已知源信号个数情况下,文献[12]的混合矩阵估计误差为 0.2018。从实验结果来看,本文提出的算法效果更好,而且不需要事先知道源信号的个数。

4 结 论

针对不充分稀疏混合信号欠定盲分离问题,本文提出了基于平面聚类的势函数法来估计源信号个数和混合矩阵。该方法将平面聚类转化为平面法线向量的聚类,利用法线向量构成势函数,通过估计势函数的局部最大值来估计聚类平面的法线向量,然后再估计聚类平面的交线来实现混合矩阵的估计。理论和仿真实验证明了算法的有效性和较好的性能。但是还有些问题还需要深入研究,例如,现有的针对不充分稀疏混合信号的欠定盲分离问题,大都假设主导信号个数的平均值 k 已知,如果 k 未知,如何估计它是一个开放的问题。

参考文献

- [1] Cichocki A, Amari S. Adaptive Blind Signal and Image Processing: Learning Algorithms and Applications. Wiley, 2003
- [2] Hyvärinen A, Karhunen J, Oja E. Independent Component Analysis. Wiley, 2001
- [3] O'Grady P D, Pearlmutter B A. Hard-LOST: modified k-means for oriented lines. In: Proceedings of the Irish Signals and Systems Conference, Belfast, UK, 2004. 247-252
- [4] Li Y Q, Cichocki A, Amari S. Analysis of sparse representation and blind source separation. *Neural Computation*, 2004, 16(6): 1193-1234
- [5] Zibulevsky M, Zeevi Y Y, Kisilev P, et al. Blind source separation via multinode sparse representation. In: Proceedings of the Advances in Neural Information Processing Systems 14, British Columbia, Canada, 2001. 1049-1056
- [6] Fang Y, Zhang Y. A robust clustering algorithm for underdetermined blind separation of sparse sources. *Journal of Shanghai University (English Edition)*, 2008, 12(3): 228-234
- [7] Bofill P, Zibulevsky M. Underdetermined blind source separation using sparse representations. *Signal Processing*, 2001, 81(11): 2353-2362
- [8] Wei Z, Ju L, Jiande S, et al. A new two-stage approach to underdetermined blind source separation using sparse representation. In: Proceedings of the 2007 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, Honolulu, HI, 2007. 953-956
- [9] 谭北海, 谢胜利. 基于源信号数目估计的欠定盲分离. *电子与信息学报*, 2008, 30(4): 863-867
- [10] Georgiev P, Theis F, Cichocki A. Sparse component analysis and blind source separation of underdetermined mixtures. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2005, 16(4): 992-996
- [11] 谢胜利, 谭北海, 傅予力. 基于平面聚类算法的欠定混叠盲信号分离. *自然科学进展*, 2007, 17(6): 795-800
- [12] Washizawa Y, Cichocki A. Sparse blind identification and separation by using adaptive K-orthodrome clustering. *Neurocomputing*, 2008, 71(10-12): 2321-2329
- [13] Naini F M, Mohimani G H, Babaie-Zadeh M, et al. Estimating the mixing matrix in Sparse Component Analysis (SCA) based on partial k-dimensional subspace clustering. *Neurocomputing*, 2008, 71(10-12): 2330-2343
- [14] Miin-Shen Y, Kuo-Lung W. A similarity-based robust clustering method. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2004, 26(4): 434-448

Underdetermined blind sources separation using the potential function method based on plane clustering

Zhang Ye^{* **}, Fang Yong^{*}

(^{*} School of Communication and Information Engineering, Shanghai University, Shanghai 200072)

(^{**} Department of Electronic and Information Engineering, Nanchang University, Nanchang 330031)

Abstract

A potential function method is proposed to estimate the number of sources and the mixing matrix for the problem of underdetermined blind separation of insufficiency sparse sources based on the hyperplane clustering algorithm. When the number of sources is unknown, the normal vectors of the concentration hyperplanes can be obtained by estimating the local maxim of the potential function, and then the mixing matrix can be estimated by finding the intersection of the concentration hyperplanes. In order to increase the robustness to the outliers, the clustering algorithm is exploited to estimate the local maxim of the potential function instead of directly estimating the local maxim of the potential function. The simulation results show the validity and high performance of the algorithm.

Key words: underdetermined blind source separation, sparse signal, plane clustering, potential function