

## 改善低频线振动台加速度失真度的自适应重复学习控制<sup>①</sup>

赵富<sup>②</sup> 于志伟 苏宝库

(哈尔滨工业大学空间控制与惯性技术研究中心 哈尔滨 150001)

**摘要** 为了抑制低频线振动台系统中存在的摩擦力、推力波动及死区特性,提出了一种新的自适应重复学习控制方法。利用函数逼近技术将死区不确定性表示成正交基函数的线性组合。所设计的控制律由自适应构件、等效 PID 构件、重复学习构件组成。自适应构件用于在线估计线性组合中的未知参数及摩擦力数学模型的参数;PID 构件用来镇定低频线振动台系统,抑制非周期性扰动;重复学习构件在未知对象模型的情况下抑制周期性推力扰动,并提高对周期性输入信号的跟踪能力。采用 Lyapunov 理论设计的自适应重复学习控制律保证了闭环系统的渐近稳定性和跟踪性能。仿真结果表明该控制方法提高了低频线振动台的跟踪性能,并改善了加速度失真度。

**关键词** 永磁直线同步电机(PMLSM), 低频线振动台, 重复学习控制, 自适应控制, 跟踪性能, 加速度失真度

### 0 引言

低频线振动台系统是一种模拟高加速度环境的测试设备, 它可给惯性仪表及系统提供已知精度范围内的输入加速度, 用于惯性仪表及系统的高阶误差项系数辨识研究, 因此加速度失真度成为衡量低频线振动台技术水平的一个关键指标。永磁直线同步电机 (permanent magnet linear synchronous motor, PMLSM) 由于具有简单的驱动形式、高刚度的结构以及直接实现直线传动等特点, 可以获得比旋转电机更高的速度和加速度, 因此可以将 PMLSM 作为低频线振动台的驱动部件。但是由于 PMLSM 直接驱动负载, 各种干扰也直接作用于 PMLSM, 所以对 PMLSM 的抗干扰性能提出了很高的要求<sup>[1]</sup>。PMLSM 的抗干扰性能直接影响到低频线振动台的精度和加速度失真度。

传统的 PID 控制方法由于缺乏快速抑制扰动的能力, 因而难以适应精密位置跟踪控制系统的要求。目前已经有不少控制方法用于解决电机干扰的问题。文献[2]利用  $H_\infty$  方法针对模型不确定性和有界外部扰动设计鲁棒控制器, 以提高电动机动态刚度, 抑制扰动影响, 但是鲁棒控制方法很难实现对 PMLSM 非线性的完全补偿。文献[3-5]用自适应方

法对非线性摩擦力或纹波推力的模型参数进行估计并予以补偿, 虽然不要求精确的数学模型, 但是对周期性输入信号的跟踪精度不高, 很难完全抑制周期性推力波动。PMLSM 在许多应用场合执行重复任务。为了更好地抑制周期性干扰, 提高对周期性输入信号的跟踪能力, 许多作者将迭代控制或重复控制引入到控制系统中。文献[6-8]采用迭代学习控制方法, 通过不断迭代使控制器前馈输出逼近推力波动的非线性函数, 抑制了周期性扰动推力, 提高了系统的跟踪性能, 但是迭代控制要求每次循环满足严格的初始复位条件。文献[9]和[10]设计了重复变结构控制器, 提高了系统的扰动抑制性能及对周期性输入信号的跟踪性能, 但是这要求系统模型参数和扰动模型参数已知, 并且外部扰动的界存在且已知, 从而造成控制器的保守性比较大。文献[11-13]基于扰动模型将自适应控制和重复控制相结合, 利用自适应律在线估计扰动模型参数并予以补偿, 设计的控制律降低了系统的保守性。但是实际的系统存在不同程度的死区, 会影响系统的控制性能, 由于死区不容易建模, 因此利用上述自适应重复控制方法无法对死区进行抑制。

针对上述文献所存在的缺点, 考虑到低频线振动台工作时在做往复运动, 并且为了补偿系统中存

① 国家安全重大基础研究(973-61334)资助项目。

② 男, 1982 年生, 博士生; 研究方向: 学习控制与鲁棒控制; 联系人, E-mail: zhaofu9274@gmail.com  
(收稿日期: 2009-06-02)

在的参数不确定性、外部扰动及死区特性,本文提出了一种自适应重复学习控制方法。该控制方法的优点在于不要求初始复位条件、系统准确的模型参数及摩擦力参数,只要求周期性推力波动的周期已知即可。最后,对低频线振动台系统进行了仿真研究,并与文献[5]中的鲁棒自适应控制律进行了比较,结果表明本文所提出的方法能够提高低频线振动台系统的跟踪性能,并且可改善加速度失真度。

## 1 问题描述

低频线振动台系统如图 1 所示,包括 PMLSM、直线导轨、电机驱动器、控制卡、计算机。从图 1 可知,低频线振动台的主要干扰为 PMLSM 与导轨之间的非线性摩擦力、PMLSM 的端部效应和齿槽效应造成的推力波动以及负载力。非线性摩擦力会引起死区特性,死区特性会影响低频线振动台的精度,并且不容易建模,因此本文采用函数逼近技术加以补偿。

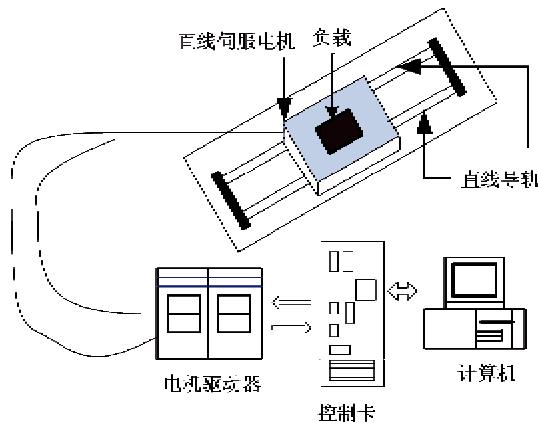


图 1 低频线振动台

假定  $d$  轴和  $q$  轴电感  $L_d = L_q = L$ , 那么, PMLSM 的非线性数学模型可描述如下<sup>[14]</sup>:

电流方程为

$$\begin{aligned} \dot{L}i_d &= -Ri_d + Li_q\dot{x} + u_d \\ \dot{L}i_q &= -Ri_q - K_e\dot{x} - Lx\dot{i}_d + u_q \end{aligned} \quad (1)$$

运动方程为

$$\begin{aligned} M\ddot{x} &= F_m - \tilde{F} \\ F_m &= K_t i_q \end{aligned} \quad (2)$$

式中:  $u_d, u_q$  分别为  $d$  轴和  $q$  轴的定子电压;  $i_d, i_q$  分别为  $d$  轴和  $q$  轴的定子电流;  $R$  为动子电枢电阻;  $L$  为动子电枢轴电感;  $M$  为动子质量,  $x$  为直线电机的位移,  $K_e$  为反电动势系数,  $K_t$  为推力系数,  $F_m$  为

电机推力,  $\tilde{F}$  为系统的扰动项。 $\tilde{F} = \bar{f}_{\text{fric}} + \bar{f}_{\text{ripple}} + \bar{f}_{\text{load}}$ ,  $\bar{f}_{\text{fric}}, \bar{f}_{\text{ripple}}, \bar{f}_{\text{load}}$  分别表示摩擦力、推力波动、负载力。

对 PMLSM 采用  $i_d = 0$  的矢量控制技术,同时由于  $L$  相对很小,可以忽略,于是电机模型可简写为

$$\ddot{x} = \frac{(ax + u_q - f_{\text{fric}} - f_{\text{ripple}} - f_{\text{load}})}{b} \quad (3)$$

其中:

$$a = -K_e, b = \frac{RM}{K_t} > 0$$

$$f_{\text{fric}} = \frac{R\bar{f}_{\text{fric}}}{K_t}$$

$$f_{\text{ripple}} = \frac{R\bar{f}_{\text{ripple}}}{K_t}$$

$$f_{\text{load}} = \frac{R\bar{f}_{\text{load}}}{K_t}$$

PMLSM 中摩擦力  $\bar{f}_{\text{fric}}$  的库仑黏滞模型  $\bar{f}_{\text{fricm}}$  表达为

$$\bar{f}_{\text{fricm}} = \bar{f}_c \text{sign}(\dot{x}) + \bar{f}_v \dot{x}$$

其中:  $\bar{f}_c$  为库仑摩擦力,  $\bar{f}_v$  为黏性摩擦系数。

将  $f_{\text{fricm}}$  表达为

$$f_{\text{fricm}} = \frac{R\bar{f}_{\text{fricm}}}{K_t} = f_c \text{sign}(\dot{x}) + f_v \dot{x} \quad (4)$$

推力波动  $\bar{f}_{\text{ripple}}$  与 PMLSM 运动的位置有直接的关系,其数学模型一般可以简化为

$$\bar{f}_{\text{ripple}} = \bar{A}_1 \sin(\omega x + \varphi_1) + \cdots + \bar{A}_n \sin(n\omega x + \varphi_n)$$

其中:  $\bar{A}_1, \dots, \bar{A}_n$  为推力波动的幅值;  $\omega$  为以位移为变量的角速度;  $\varphi_1, \dots, \varphi_n$  为初始相角度。其主频为

$$f_2 = \frac{\omega}{2\pi}, \text{ 即周期为 } T_2 = \frac{1}{f_2} \text{ s}$$

将  $f_{\text{ripple}}$  表达为

$$f_{\text{ripple}} = A_r \sin(\omega x + \varphi_1) + \cdots + A_m \sin(n\omega x + \varphi_n) \quad (5)$$

由式(3)–(5)得到表达式

$$\ddot{x} = a_2 \dot{x} + u_q + \bar{U} + D - f_{\text{ripple}} \quad (6)$$

其中:

$$a_2 = a - f_v$$

$$\bar{U} = - (f_c \text{sign}(\dot{x}) + f_{\text{load}})$$

$$D = - (f_{\text{fric}} - f_{\text{fricm}})$$

**假设 1:**  $D(t)$  是平方可积的,即  $D(t) \in L^2(R^+)$ 。

根据假设 1,未知的时变不确定性  $D(t)$  可以表示为 Laguerre 函数的线性组合。

本文的控制目的是:寻求适当的控制律  $u = u_q$  使得非线性系统(3)存在参数不确定性和外部扰动的情况下,输出  $x$  演近跟踪输入信号  $x_d =$

$A \sin(\omega t)$ ,  $\omega \neq 0$  且  $\omega \in \mathbb{R}$ 。

## 2 基于函数逼近技术的自适应重复学习控制律设计

设位置跟踪误差和速度跟踪误差分别为

$$e = x - x_d \quad (7)$$

$$\dot{e} = \dot{x} - \dot{x}_d \quad (8)$$

其中  $x_d$  和  $\dot{x}_d$  分别是给定的期望位置信号和速度信号。

为了减小系统的位置跟踪误差, 定义滑模面  $s$  为

$$s = \dot{e}(t) + c_1 e(t) + c_2 \int_0^t e(\tau) d\tau \quad (9)$$

如果  $e(t), \dot{e}(t), \int_0^t e(\tau) d\tau$  位于滑模面上, 通过选择  $c_1 > 0, c_2 > 0$  很容易保证位置跟踪误差  $e(t)$  是渐近稳定的。

下面利用函数逼近方法和 Lyapunov 理论设计自适应重复学习控制律, 保证滑模面  $s$  的稳定性。

令  $u_m = D$ , 存在一个充分大的  $N$ ,  $u_m$  能被表示为一个 Laguerre 函数线性组合, 如式

$$u_m = W^T Z(t) + \epsilon \quad (10)$$

所示。

使用相同的 Laguerre 函数  $Z(t)$ ,  $u_m$  的逼近值  $\hat{u}_m$  可以表示为

$$\hat{u}_m(t) = \hat{W}^T Z(t) \quad (11)$$

$$W = [\omega_1 \ \omega_2 \ \omega_3 \ \omega_4 \ \cdots \ \omega_N]^T$$

$$\hat{W} = [\hat{\omega}_1 \ \hat{\omega}_2 \ \hat{\omega}_3 \ \hat{\omega}_4 \ \cdots \ \hat{\omega}_N]^T \quad (12)$$

$$Z(t) = [\varphi_1(t) \ \varphi_2(t) \ \varphi_3(t) \ \varphi_4(t) \cdots \ \varphi_N(t)]^T$$

$$\varphi_i(t) = \sqrt{2\gamma} \frac{e^{\gamma t}}{(i-1)!} \cdot \frac{d^{i-1}}{dt^{i-1}}(t^{i-1} \cdot e^{-2\gamma t}) \\ i = 1, 2, \dots, \infty \quad (13)$$

其中:  $\epsilon(t)$  是 Laguerre 函数线性组合的逼近误差, 当选择足够大的  $N$  时,  $\epsilon(t)$  的幅值会变得足够小。  $\hat{W}$  是  $W$  的逼近值,  $\gamma$  为一常数, 称为时间比例因子,  $t \in [0, \infty)$  为时间常量。 Laguerre 函数  $\varphi_i(t), i = 1, 2, \dots, \infty$  是互为正交的。

从式(10)可知时变不确定性可以用时变函数  $Z(t)$  与未知系数  $W$  来表示, 其中  $Z(t)$  是已知的, 而  $W$  是未知的常数。因此, 由式(10)、(11)可知未知不确定性  $u_m$  可以由未知常数  $W$  表示。 $u_m$  的近似值  $\hat{u}_m$  由未知参数  $\hat{W}$  表示。

定义未知系数  $W$  的逼近误差  $\tilde{W}$  为

$$\tilde{W} = W - \hat{W} \quad (14)$$

对式(9)进行求导, 基于式(6)、(10)、(11)、(14)得到下列表达式:

$$\begin{aligned} \dot{bs} &= a_2 s + b c_1 \dot{e} + b c_2 e - a_2 c_1 e - a_2 c_2 \int_0^t e(\tau) d\tau \\ &\quad + u + \bar{U} + \tilde{W}^T Z + \epsilon + \hat{u}_m + \omega_r \\ &= a \dot{e} - f_v \dot{e} + b c_1 \dot{e} + b c_2 e + u + \bar{U} + \tilde{W}^T Z \\ &\quad + \epsilon + \hat{u}_m + \omega_r \end{aligned} \quad (15)$$

其中  $\omega_r = -b \ddot{x}_d + a_2 \dot{x}_d - f_{\text{ripple}}$ 。

对于式(15)所描述的非线性系统, 设计下列的控制律:

$$\begin{aligned} u &= -k \text{sign}(s) - \hat{b} c_1 \dot{e} - \hat{b} c_2 e - \hat{a} \dot{e} - e \\ &\quad - \hat{u}_m + \hat{f}_v \dot{e} - \bar{U} - \hat{\omega}_r - u_r \end{aligned} \quad (16)$$

其中  $k \in \mathbb{R}$  是正数控制增益。

设  $x_d$  的周期为  $T_1$ , 则  $\omega_r$  是有界的周期性函数 (周期  $T$  是  $T_1$  与  $T_2$  的最小公倍数), 根据下列的算法在线估计  $\hat{\omega}_r(t)$ :

$$\hat{\omega}_r(t) = \hat{\omega}_r(t - T) + k_L s, k_L > 0 \quad (17)$$

根据式(18)和(19)在线估计  $\hat{a}, \hat{b}, \bar{U}, \hat{W}, \hat{f}_v, u_r$ :

$$\begin{aligned} \dot{\hat{a}} &= k_a \epsilon s \\ \dot{\hat{b}} &= k_b (c_1 \dot{e} + c_2 e) s \\ \dot{\bar{U}} &= k_U \cdot s \\ \dot{\hat{W}} &= k_W \cdot Z \cdot s \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \dot{\hat{f}}_v &= -k_f \dot{e} s \\ u_r &= k_s s \end{aligned} \quad (19)$$

设  $\tilde{\omega}_r(t)$  是学习估计(逼近)误差, 定义如下:

$$\tilde{\omega}_r(t) = \omega_r(t) - \hat{\omega}_r(t) \quad (20)$$

$\omega_r(t)$  是周期性函数, 即:

$$\omega_r(t) = \omega_r(t - T) \quad (21)$$

将式(20)进一步写为

$$\tilde{\omega}_r(t) = \omega_r(t - T) - \hat{\omega}_r(t - T) - k_L s \quad (22)$$

基于以上分析, 下面分析低频线振动台系统的稳定性及跟踪性能。

**定理1:** 给定非线性系统(3), 则对于给定的控制目的, 由式(16)–(19)给出的自适应重复学习控制律可确保  $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$ 。

证明: 由于  $b > 0$ , 定义 Lyapunov 函数

$$\begin{aligned} V(t) &= \frac{1}{2} e^2 + \frac{1}{2} b s^2 + \frac{1}{2k_W} \tilde{W}^T \tilde{W} + \frac{1}{2k_U} \tilde{U}^2 + \frac{1}{2k_f} \tilde{f}_v^2 \\ &\quad + \frac{1}{2k_a} \tilde{a}^2 + \frac{1}{2k_b} \tilde{b}^2 + \frac{c_2}{2} \int_0^t e(\tau) d\tau \int_0^t e(\tau) d\tau \end{aligned}$$

$$+ \frac{1}{2k_L} \int_{t-T}^t \tilde{\omega}_r^T(\tau) \tilde{\omega}_r(\tau) d\tau \quad (23)$$

其中  $\tilde{a} = a - \hat{a}$ ,  $\tilde{b} = b - \hat{b}$ ,  $\tilde{U} = \bar{U} - \dot{\bar{U}}$ ,  $\tilde{f}_v = f_v - \hat{f}_v$ 。

对式(23)进行求导,基于式(9)、(15)–(19),我们得到下列表达式:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= e\dot{e} + bs + \frac{1}{k_W} \tilde{W}^T \dot{\tilde{W}} + \frac{1}{k_U} \dot{\tilde{U}} \dot{\tilde{U}} + \frac{1}{k_{f_v}} \dot{\tilde{f}_v} \dot{\tilde{f}_v} \\ &\quad + \frac{1}{k_a} \dot{\tilde{a}} \dot{\tilde{a}} + \frac{1}{k_b} \dot{\tilde{b}} \dot{\tilde{b}} + c_2 e(t) \int_0^t e(\tau) d\tau \\ &\quad + \frac{1}{2k_L} \tilde{\omega}_r^T(t) \tilde{\omega}_r(t) - \frac{1}{2k_L} [\omega_r(t-T) \\ &\quad - \hat{\omega}_r(t-T)]^T \cdot [\omega_r(t-T) - \hat{\omega}_r(t-T)] \\ &= e(s - c_1 e - c_2 \int_0^t e(\tau) d\tau) + (ae - f_v e + bc_1 \dot{e} \\ &\quad + bc_2 e + u + \bar{U} + \tilde{W}^T Z + \epsilon + \hat{u}_m + \omega_r) s \\ &\quad - \frac{1}{k_W} \dot{\tilde{W}} - \frac{1}{k_U} \dot{\tilde{U}} \dot{\tilde{U}} - \frac{1}{k_{f_v}} \dot{\tilde{f}_v} \dot{\tilde{f}_v} - \frac{1}{k_a} \dot{\tilde{a}} \dot{\tilde{a}} \\ &\quad - \frac{1}{k_b} \dot{\tilde{b}} \dot{\tilde{b}} + c_2 e(t) \int_0^t e(\tau) d\tau + \frac{1}{2k_L} \tilde{\omega}_r^T(t) \tilde{\omega}_r(t) \\ &\quad - \frac{1}{2k_L} [\omega_r(t-T) - \hat{\omega}_r(t-T)]^T \\ &\quad \cdot [\omega_r(t-T) - \hat{\omega}_r(t-T)] \\ &= -c_1 e^2 + s(-k \text{sign}(s) - u_r + \epsilon + \tilde{\omega}_r) \\ &\quad + \frac{1}{2k_L} \tilde{\omega}_r^T(t) \tilde{\omega}_r - \frac{1}{2k_L} [\omega_r(t) + k_L s]^T \\ &\quad \cdot [\omega_r(t) + k_L s] \\ &= -c_1 e^2 + s(-k \text{sign}(s) + \tilde{\omega}_r - u_r + \epsilon) \\ &\quad + \frac{1}{2k_L} \tilde{\omega}_r^T \tilde{\omega}_r - \frac{1}{2k_L} \tilde{\omega}_r^T \omega_r - s\tilde{\omega}_r - \frac{k_L}{2} s^2 \\ &\leq -c_1 e^2 - k|s| - k_r s^2 + \epsilon|s| - \frac{k_L}{2} s^2 \\ &= -c_1 e^2 - k_r s^2 - \frac{k_L}{2} s^2 - (k - \epsilon)|s| \quad (24) \end{aligned}$$

因为  $\epsilon(t)$  能被估计出来,则选择一个正数  $k$ , 得到

$$\dot{V}(t) < 0 \quad (25)$$

根据式(23)、(25)可以得到:  $e, s \in L_2 \cap L_\infty$ ,  $\tilde{a}, \tilde{b}, \tilde{W}, \tilde{U}, \tilde{f}_v, \int_0^t e(\tau) d\tau, \tilde{\omega}_r \in L_\infty$ 。由式(22)可知  $\hat{\omega}_r(t) \in L_\infty$ 。由式(9)可知  $\dot{e}(t) \in L_\infty$ 。因此利用 Barbalat 引理可以证明  $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$ 。证毕。

**注 1:** Laguerre 函数  $\phi_i(t)$ ,  $i = 1, 2, \dots, \infty$  是互为正交的,即

$$\int_0^\infty \phi_i(t) \phi_j(t) dt = \begin{cases} 0, & i \neq j \\ 1, & i = j \end{cases} \quad (26)$$

对于  $\forall u_m \in L^2[R^+]$  可以展开成 Laguerre 级数形式

$$\begin{cases} u_m = \sum_{i=1}^{\infty} \omega_i \phi_i(t) \\ \omega_i = \int_0^\infty u_m \phi_i(t) dt, \quad (n = 1, 2, \dots) \end{cases} \quad (27)$$

由于实际系统中包含死区不确定性的未知时变不确定性  $D(t) \in L^2(R^+)$ , 设  $\int_0^\infty D^T D dt = \int_0^\infty u_m^T u_m dt \leq M$ , 其中  $M$  是已知的,则

$$\begin{aligned} |\omega_i| &= \left| \int_0^\infty u_m \phi_i(t) dt \right| \leq \int_0^\infty |u_m| |\phi_i(t)| dt \\ &\leq \int_0^\infty |u_m| |\phi_i(t)| dt \\ &\leq \int_0^\infty \frac{|u_m|^2 + |\phi_i(t)|^2}{2} dt \\ &= \frac{1}{2} M + \frac{1}{2} = M_1 \end{aligned} \quad (28)$$

由式(13)可知

$$\begin{aligned} \phi_i &= \frac{(-1)^{i-2}}{(i-2)!} \cdot \sqrt{2\gamma} \cdot (2\gamma)^{i-2} \cdot e^{-\gamma t} \\ &\quad + \frac{\sqrt{2\gamma}}{(i-1)!} \cdot (-1)^{i-1} \cdot (2\gamma)^{i-1} \cdot t \cdot e^{-\gamma t} \end{aligned}$$

于是有

$$\begin{aligned} |\epsilon(t)| &= \sum_{i=N+1}^{\infty} |\omega_i| \phi_i(t) \\ &\leq \sum_{i=N+1}^{\infty} |\omega_i| |\phi_i(t)| \\ &= M_1 \cdot \sqrt{2\gamma} \cdot e^{-\gamma t} \sum_{i=N+1}^{\infty} \frac{(2\gamma)^{i-2}}{(i-2)!} \\ &\quad + M_1 \cdot \sqrt{2\gamma} \cdot t \cdot e^{-\gamma t} \sum_{i=N+1}^{\infty} \frac{(2\gamma)^{i-1}}{(i-1)!} \\ &= M_1 \cdot \sqrt{2\gamma} \cdot e^{-\gamma t} \sum_{n=N-1}^{\infty} \frac{(2\gamma)^n}{n!} \\ &\quad + M_1 \cdot \sqrt{2\gamma} \cdot t \cdot e^{-\gamma t} \sum_{m=N}^{\infty} \frac{(2\gamma)^m}{m!} \\ &\leq \sqrt{2\gamma} \cdot M_1 \cdot e^{-\gamma t} \cdot \frac{(2\gamma)^{N-1}}{(N-1)!} \cdot \frac{1}{1 - \frac{2\gamma}{N}} \\ &\quad + \sqrt{2\gamma} \cdot M_1 \cdot t \cdot e^{-\gamma t} \cdot \frac{(2\gamma)^N}{N!} \\ &\quad \cdot \frac{1}{1 - \frac{2\gamma}{N+1}} \end{aligned} \quad (29)$$

选择  $2\gamma \leq N - j - 1$ , 其中  $j$  是正整数。

基于式(29)可以有

$$\lim_{N \rightarrow \infty} |\epsilon(t)| \leq$$

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \left( \sqrt{2\gamma} \cdot M \cdot e^{-\gamma t} \cdot \frac{(2\gamma)^{N-1}}{(N-1)!} \cdot \frac{1}{1 - \frac{2\gamma}{N}} \right)$$

$$+ \sqrt{2\gamma} \cdot M \cdot t \cdot e^{-\gamma t} \cdot \frac{(2\gamma)^N}{N!} \cdot \frac{1}{1 - \frac{2\gamma}{N+1}} = 0 \quad (30)$$

当给定  $\gamma > 0$  时, 由于  $\lim_{t \rightarrow \infty} t \cdot e^{-\gamma t} = 0$ ,  $\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-\gamma t} = 0$ , 因此可以利用式(29)确定  $N$ , 使得  $|\varepsilon(t)| < k$ ,  $t \geq 0$ 。

因此针对具体的实际控制问题, 通过选择充分大的基函数个数  $N$  使得  $\varepsilon(t) \approx 0$ , 因而可选择足够小的正常数  $k$ , 显著减弱抖振。从定理 1 的证明及式(18)中的  $\dot{\hat{W}} = k_w \cdot Z \cdot s$  可以看出,  $\tilde{W}$  是有界的而不是渐近收敛的。所以,  $W^T Z(t)$  与  $\hat{W}^T Z(t)$  之间的误差是函数逼近过程中的主要逼近误差, 控制律(16)中的  $u_r$  可以在线对该逼近误差进行补偿。

**注 2:**  $\hat{\omega}_r(t) = \hat{\omega}_r(t-T) + k_L s$ ,  $k_L > 0$  表示重复学习过程。 $k_L$  是学习增益,  $T$  是学习周期,  $k_L$  越大, 系统位置跟踪误差收敛得越快, 但是增大了系统控制输入初始时间段的幅值。 $-u_r(t) - bc_1 \dot{e} - bc_2 e - ae - e$  实际上是一个 PID 控制律, 对控制系统进行粗糙的调节, 系统的性能通过自适应控制和重复学习控制进一步得到改善。

**注 3:** 文献[6,7]考虑到系统模型参数和外部扰动模型参数是已知的, 由于摩擦力引起的死区不确定性是很难建模的, 并且没有考虑死区不确定性, 因此设计的控制器具有较大的保守性。本文考虑到系统模型参数和外部扰动模型参数是未知的, 因而利用自适应律估计系统模型参数和外部扰动模型参数, 利用函数逼近技术对死区不确定性进行补偿, 从而降低了控制器的保守性。

### 3 仿真分析

对某低频线振动台进行仿真研究, 直线电机是有铁心 PMLSM, 其物理参数见表 1。

表 1 PMLSM 的物理参数

| 名称                | 单位               | 数值     |
|-------------------|------------------|--------|
| 推力常数 $K_t$        | N/A              | 108    |
| 移动质量 $M$          | kg               | 36.2   |
| 反电势常数 $K_b$       | V/m·s            | 89.0   |
| 电阻 $R$            | Ω                | 0.51   |
| 电感 $L$            | mH               | 6.4    |
| 最大理论加速度 $A_{max}$ | m/s <sup>2</sup> | 206.78 |

摩擦力模型和推力波动模型的参数给定为:

$$\tilde{f}_c = 10N, \tilde{f}_v = 10N, \tilde{A}_{r1} = 8.5N, \varphi_1 = 0.05\pi, \omega$$

$= 314\text{rad}/\text{m}$ ;  $\hat{a}, \hat{b}, \hat{W}, \hat{U}, \hat{f}_v$  初始值设定为 0, 期望位置信号选择为  $x_d = \sin(\pi t)$ 。本文所提出的控制律的参数选择为:  $k = 0.01, c_1 = 300, c_2 = 500, k_L = 50, k_w = 100, k_{fv} = 0.001, k_a = 0.001, k_b = 0.001, k_U = 100, k_r = 100, N = 8, T = 1, \gamma = 1$ 。

为了验证所提出的控制律的优越性, 用文献[5]给出的鲁棒自适应控制律和本文提出的控制律相对比。为了方便比较, 两种控制律的部分参数选择相同, 鲁棒自适应控制律的参数  $k_a, k_b, k_{fv}, \Lambda_1, \Lambda_2, K_v$  分别与自适应重复学习控制律的参数  $k_a, k_b, k_{fv}, c_2, c_1, k$  相同。其它参数选择为  $k_{r1} = k_{r2} = k_{fa} = k_{fv} = k_f = 0.001, \delta = 0.01$ 。

图 2 和图 3 分别表示自适应重复学习控制和鲁棒自适应控制的跟踪性能。很明显自适应重复学习控制方法比鲁棒自适应控制方法使得低频线振动台系统具有更好的跟踪性能, 使得位置误差收敛得更快。

自适应重复学习控制与鲁棒自适应控制的低频线振动台加速度频谱图如图 4 所示。从图 4 可以得知, 自适应重复学习控制系统稳定后的加速度失真度为 3.08%, 而鲁棒自适应控制系统稳定后的加速

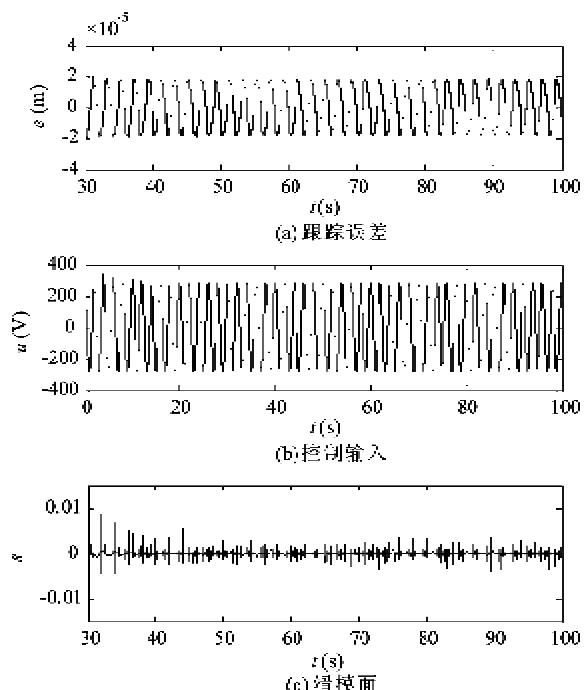


图 2 自适应重复学习控制的低频线振动台系统控制响应曲线

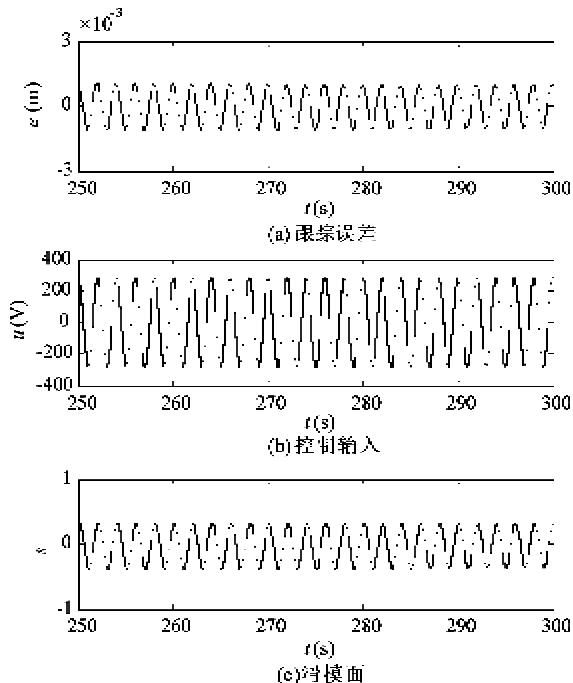


图3 鲁棒自适应控制的低频线振动台系统控制响应曲线

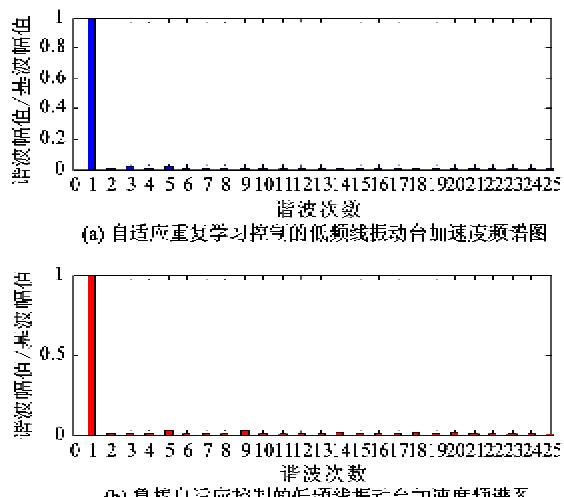


图4 自适应重复学习控制与鲁棒自适应控制的低频线振动台加速度频谱图对比

度失真度为 5.199%。因此自适应重复学习控制律改善了加速度失真度。

## 4 结论

为了补偿低频线振动台系统中的未知动态摩擦力和周期性推力波动,消除参数不确定性、死区不确定性对系统的影响,本文提出了一种自适应重复学习控制方法,将参数自适应控制律、等效 PID 控制律

和重复学习控制律相结合,这是改善低频线振动台性能的根本原因。采用函数逼近技术逼近包含死区不确定性的未知时变不确定性,利用参数自适应律对系统的未知参数、函数线性组合的未知参数及摩擦力的未知参数进行在线估计并予以补偿。自适应律中包含滑模控制,自适应控制律、等效 PID 控制律和重复学习控制律尚未补偿的不确定性及扰动用滑模控制来补偿。将重复学习控制律插入低频线振动台系统中,可以完全补偿系统的周期性推力波动,提高系统对周期性输入信号的跟踪性能。利用 Lyapunov 稳定性理论得到的自适应重复学习控制方法保证了控制系统的鲁棒稳定性及跟踪性能。将本文所提出的控制方法与文献[5]提出的控制方法均应用于低频线振动台系统的仿真实验的结果说明,本文所提的控制方法提高了低频线振动台的精度。

## 参考文献

- [1] 张代林,陈幼平,艾武等.基于观测器模型的直线电机干扰抑制技术的研究.中国电机工程学报,2007,12(4):14-18
- [2] 颜菡,王先连,段广洪等. $H_\infty$ 鲁棒控制在精密直线电机位移装置中的应用.清华大学学报(自然科学版),2006,46(11):1828-1831
- [3] Liang Y Y, Cong S, Shang W W. Function approximation-based sliding mode adaptive control. *Nonlinear Dyn.*, 2008, 54:223-230
- [4] Huang A C, Kuo Y S. Sliding control of non-linear systems containing time-varying uncertainties with unknown bounds. *Int J Control.*, 2001, 74(3):252-264
- [5] Tan K K, Huang S N, Lee T H. Robust adaptive numerical compensation for friction and force ripple in permanent-magnet linear motors. *IEEE Transactions on Magnetics*, 2002, 38(1):221-228
- [6] 宋亦旭,王春洪,尹文生等.永磁直线同步电动机的自适应学习控制.中国电机工程学报,2005,25(20):151-156
- [7] Qian W Z, Panda S K, Xu J X. Torque ripple minimization in PM synchronous motors using iterative learning control. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2004, 19(2):272-279
- [8] 石阳春,周云飞,李鸿等.长行程直线电机的迭代学习控制.中国电机工程学报,2007,27(4):92-96
- [9] Liu Y, Su B K, Zeng M. A robust repetitive control approach for improvement of rate smoothness of BLDCM driven systems. *Proceedings of the CSEE*, 2005, 25(10): 144-148
- [10] Cao W J, Xu J X. Robust and almost perfect periodic tracking of nonlinear systems using repetitive VSC. In: *Proceedings of*

- American Control Conference, Arlington, USA, 2001.3830-3835
- [11] Dison W E, Zergeroglu E, Dawson D M, et al. Repetitive learning control: a Lyapunov-based approach. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part B: CYBERNETICS*, 2002, 32(4):538-545
- [12] 杨松,曾鸣,苏宝库. 一种改进的基于分解控制的非线性力矩补偿策略及其在直流电机系统中的应用. 航空学报, 2007, 28(2):365-369
- [13] Sun M X, Ge S S. Adaptive repetitive control for a class of nonlinearly parametrized systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2006, 51(10):1684-1688
- [14] 雷春林, 吴捷, 陈渊睿等. 自抗扰控制在永磁直线电机控制中的应用. 控制理论与应用, 2005, 22(3):423-428

## Adaptive repetitive learning control for improvement of acceleration distortion of low-frequency linear vibration table systems

Zhao Fu, Yu Zhiwei, Su Baoku

(Space Control and Inertia Technology Research Center, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001)

### Abstract

An adaptive repetitive learning control (ARLC) scheme is presented to restrain the friction force, the ripple force and the dead zone characteristics in low-frequency linear vibration table systems. The function approximation technique is employed to transform the dead zone uncertainties into finite combinations of orthonormal basis functions. The control algorithm consists of an adaptive component, a PID component and a repetitive learning component. The adaptive component is used to estimate unknown parameters of finite combinations and those of the friction force model on line. The PID component can stabilize the low-frequency linear vibration table system and suppress aperiodic disturbances. The repetitive learning component is used to restrain the periodic ripple force without knowledge of the plant model and improve the performance of tracking periodic input signals. The ARLC law designed by using the Lyapunov theory guarantees the system stability and the tracking performance. The simulation results demonstrate the proposed scheme can improve the tracking performance and the acceleration distortion for low-frequency linear vibration table systems.

**Key words:** permanent magnet linear synchronous motor (PMLSM), low-frequency linear vibration table, repetitive learning control, adaptive control, tracking performance, acceleration distortion