

基于随机微分的 EMD 图像去噪算法^①贺静波^{②*} 彭复员^{*}

(* 华中科技大学电子与信息工程系 武汉 430074)

(** 海军工程大学电子工程学院 武汉 430033)

摘要 考虑到传统的图像滤波算法在图像去噪的同时削弱了图像特征,以及图像系统所固有的自相似性和经验模式分解(EMD)算法的完备性和稳定性,提出了一种基于随机微分的改进 EMD 图像去噪算法。该算法首先利用 EMD 对图像进行分解,得到图像的多个固有模式函数(IMF)图像和剩余函数图像,然后根据 IMF 图像和剩余函数图像采取不同的随机微分滤波策略分别得到各层滤波结果,最后重组得到原始图像去噪后的结果。Matlab 仿真证明,该算法在图像去噪的同时保留了图像特征。

关键词 经验模式分解(EMD),随机微分(SDE),噪声,福克尔-普朗克方程

0 引言

传统的图像滤波算法随着滤波时间的推移,虽然可在很大程度上去掉噪声,但同时造成了图像特征的丢失^[1]。基于随机微分的滤波算法则根据图像所满足的扩散方程,采取相应的加权处理改变图像的扩散过程,从而实现在滤除噪声的同时最大程度地保留图像特征。国内对于此方面的研究还处于空白,国外对于随机微分在图像处理方面的研究正逐渐兴起^[1-3]。美国国家宇航局 Huang 于 1998 年提出了一种用于非线性和非平稳数据分析的新方法——经验模式分解^[4](empirical mode decomposition, EMD)。二维 EMD 是近期提出的图像多尺度分析方法,由于二维 EMD 方法具有将图像分解为局部窄带信号的能力,因此在图像处理方面具有天然的应用潜力,目前的研究是在 EMD 方法的基础上做各种尝试^[5-15]。本文根据文献[14]提出了改进的 EMD 图像分解算法。该算法首先将含噪图像进行经验模式分解,得到固有模式函数(intrinsic mode function, IMF)图像和剩余函数图像,然后根据它们的不同特点采取不同的滤波策略:IMF 图像具有原始图像的高频信息,灰度分布变化剧烈,则采取长时间的随机微分滤波以达到去噪的效果;剩余函数图像具有原始图像的低频信息,灰度分布平坦,只须采取短时的随机微分滤波就可以达到去噪的效果。最后重组滤

波结果得到原始图像的去噪结果。

1 随机微分滤波算法

传统的图像滤波算法可以等效为几何热方程(geometric heat equation, GHE)

$$\frac{\partial u(t, x, y)}{\partial t} = u_{\xi\xi}(t, x, y) = A_{\text{GHE}} u(t, x, y) = \frac{u_y^2 u_{xx} - 2u_x u_y u_{xy} + u_x^2 u_{yy}}{u_x^2 + u_y^2} \quad (1)$$

式中 ξ 表示切向, A_{GHE} 表示几何热方程操作算子。随机微分滤波的思路就是将此几何热方程等效成标准随机微分方程

$$dX_t = b(t, X_t)dt + \sigma(t, X_t)dW_t \quad (2)$$

的福克尔-普朗克(Fokker-Planck)方程,然后对标准随机微分方程的扩散系数 $\sigma(t, X_t)$ 进行加权处理,改变几何热方程的扩散过程,从而达到既滤除噪声又保留图像特征的目的。(1)式所对应的标准随机微分方程为

$$dX_t = \sqrt{2} \begin{pmatrix} -\sin\theta \\ \cos\theta \end{pmatrix} dW_t \quad (3)$$

式中 $\theta = \arctg \frac{u_y}{u_x}$ 为切向角。本文中扩散系数 $\sigma(t, X_t)$ 的权重取为 $\cos 2\theta$ (即改变了(3)式的扩散过程,否则在利用(3)式进行图像滤波处理时虽然去除了噪声,但同时会造成图像特征的丢失,具体实验结果将在后续部分给出),即(3)式变为

① 国家自然科学基金(60872076)资助项目。

② 男,1979年生,博士生,讲师;研究方向:雷达干扰信号处理;联系人, E-mail: hjb_1979@163.com (收稿日期:2009-04-10)

$$dX_t = \sqrt{2}\cos 2\theta \begin{pmatrix} -\sin\theta \\ \cos\theta \end{pmatrix} dW_t \quad (4)$$

相应地,(1)式变为

$$\frac{\partial u(t, x, y)}{\partial t} = \cos^2 2\theta \cdot \frac{u_y^2 u_{xx} - 2u_x u_y u_{xy} + u_x^2 u_{yy}}{u_x^2 + u_y^2} \quad (5)$$

在实际应用中,随着时间 t 的推移滤波结果的数值解不同。

2 EMD 图像去噪算法

根据文献[14]提出的 EMD 图像分解改进算法(主要改进了 EMD 的漏点现象和提取固有模式函数图像时的结束条件),将图像进行分解,得到多个固有模式函数(IMF)图像和一个剩余函数图像,然后根据它们的不同特点采取不同的滤波策略。固有模式函数(IMF)图像具有原始图像的高频信息,灰度分布变化剧烈,因而采取长时间的随机微分滤波以达到去噪的效果;剩余函数图像具有原始图像的低频信息,灰度分布平坦,只须采取短时的随机微分滤波就可以达到去噪的效果。最后重组滤波结果得到原始图像的去噪结果,具体处理步骤如下:

(1)将原始含噪图像利用改进的 EMD 图像分解算法进行三层分解;

(2)利用随机微分滤波算法对固有模式函数(IMF)图像进行长时间去噪;

(3)利用随机微分滤波算法对剩余函数图像进行短时 $t = 10$ 去噪;

(4)将(2)、(3)结果进行叠加,得到最终去噪结果的图像。

处理过程如图 1 所示。

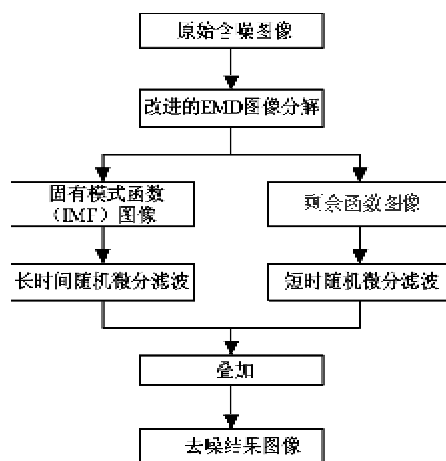


图 1 EMD 图像去噪算法处理过程图

3 实验及结果分析

根据上述 EMD 图像去噪算法,实验选取了一幅水下含噪图像,它的原始灰度图像如图 2 所示。

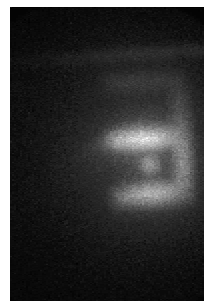


图 2 原始含噪图像

利用改进的 EMD 图像分解算法对其进行分解,分解结果如图 3 所示。

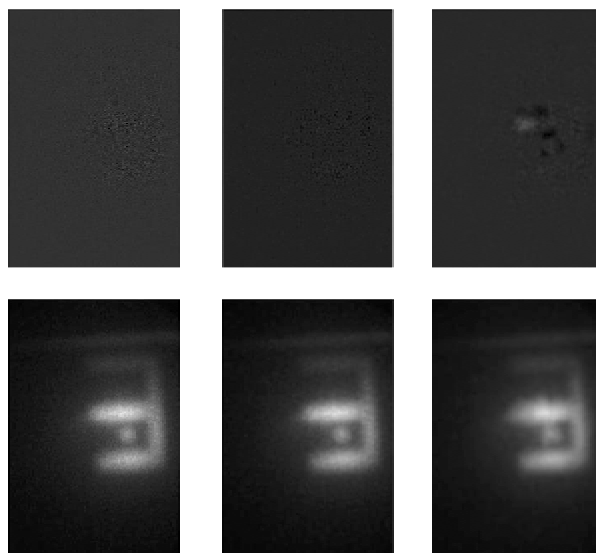


图 3 图像 EMD 分解结果

图 3 上面一行分别是原始含噪图像利用改进的 EMD 图像分解算法得到的固有模式图像 1、2 和 3,下面一行分别是剩余函数图像 1、2 和 3。从中可以看出,固有模式图像被噪声严重污染,因此需要长时间滤波才能提取图像特征。利用上面给出的一般滤波算法和改进的 EMD 图像去噪算法,去噪的比较结果如图 4 所示。

图 4 上面一行从左至右是传统滤波算法当 $t = 10, 100, 1000$ 时的去噪结果,下面一行从左至右是本文所提算法当 $t = 10, 100, 1000$ 时的去噪结果。通过图 4 的比较结果可以看出,一般滤波算法随着滤波时间的推移虽然去除了噪声但图像特征(字母 E 的几何形状)也丢失了,而本文所提算法随着滤波时

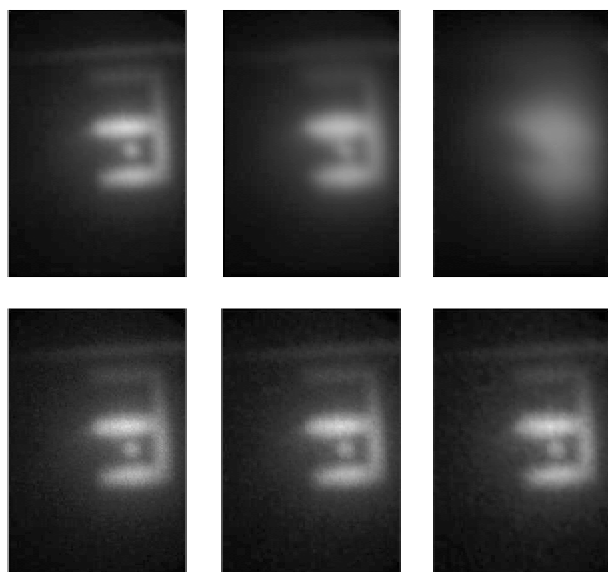


图 4 不同算法图像去噪效果

间的推移既去除了噪声又保留了图像特征(字母 *E* 的几何形状)。

4 结 论

本文结合改进的 EMD 图像分解算法和随机微分滤波算法,给出了一种 EMD 图像去噪算法,该算法针对几何形状类特征比较明显的一类图像能在去噪的同时保留其几何形状特征。下一步需要深入研究自适应权重的随机微分滤波算法,以达到对复杂图像去噪的同时保留其特征的效果。

参考文献

[1] Grayson M A. The heat equation shrinks embedded plane curves to round points. *J Diff Geom*, 1987, 26(3): 285-314

[2] Kimia B B, Siddiqi K. Geometric heat equation and nonlinear diffusion of shapes and images. In: *Proceedings of IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, 1994, 113-120

[3] Alvarez L, Lions P L, Morel J M. Image selective smoothing and edge detection by nonlinear diffusion. *SIAM J Numer Anal*, 1992, 29(3): 845-866

[4] Huang N E, Shen Z, Long S R, et al. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and nonstationary time series analysis. *Proc Roy Soc Lond A*, 1998, 454: 903-995

[5] Bookstein F L. Principal warps: thin-plate splines and the decompositions of deformations. *IEEE Trans Pattern Anal Mach Intell*, 1989, 11(6): 567-585

[6] Linderhered A. 2D empirical mode decomposition in the spirit of image compression. *Proc SPIE, Wavelet Independent Component Analysis Application IX*, 2002, 4738: 1-8

[7] Linderhered A. Adaptive image compression with wavelet packets and empirical mode decomposition; [Ph.D dissertation]. Linköping, Sweden: Linköping Studies in Science and Technology Linköping University, 2004

[8] Nunes J C, Bouaoune Y, Delechelle E, et al. Image analysis by bidimensional empirical mode decomposition. *Image Vis Comput*, 2003, 21(12): 1019-1026

[9] Rilling G, Flandrin P, Goncalves P. Empirical mode decomposition as a filter bank. *IEEE Signal Process Lett*, 2004, 11(2): 112-114

[10] Yang T Y. *Finite Element Structural Analysis*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1986. 446-449

[11] Liu Z, Peng S. Boundary processing of bidimensional EMD using texture synthesis. *IEEE Signal Process Lett*, 2005, 12(1): 33-36

[12] Damerval C, Meignen S, Perrier V. A fast algorithm for bidimensional EMD. *IEEE Signal Process Lett*, 2005, 12(10): 701-704

[13] 宋平舰, 张杰. 二维经验模式分解在海洋遥感图像信息分离中的应用. *高技术通讯*, 2001, 11(9): 62-67

[14] 贺静波, 彭复员. 一种改进的 EMD 图像分解算法. *高技术通讯*, 2007, 17(11): 1121-1124

[15] 贺静波, 彭复员. 基于改进 EMD 的图像压缩算法. *红外与毫米波学报*, 2008, 27(4): 691-694

An EMD algorithm for image denoising based on stochastic differential

He Jingbo^{*,**}, Peng Fuyuan^{*}

(^{*} Institute of Electronic and Information Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074)

(^{**} Electronics Engineering College, Naval University of Engineering, Wuhan 430033)

Abstract

In consideration of the destruction to image features caused when the conventional Gaussian filter is used for image denoising, and image systems' intrinsic quality of self-comparability and the empirical mode decomposition (EMD) algorithm' completeness and stability, an EMD algorithm for image denoising based on stochastic differentiation is presented. The algorithm uses the EMD to decompose an image to obtain its numbers of intrinsic mode function (IMF) images and residual function images, and then uses different stochastic differential filters to obtain each layer's filtering result, and finally, the denoised image is given by rebuilding the IMF images and residual images. The simulation experiments are made by Matlab and the effectiveness of the algorithm is tested and verified.

Key words: empirical mode decomposition (EMD), stochastic differential equation (SDE), noise, Fokker-Planck equation