

两自由度空间机器人运动规划方法^①

张廷恒^② 孙汉旭 贾庆轩

(北京邮电大学自动化学院 北京 100876)

摘 要 采用微分几何中的活动标架方法,对空间机器人进行了建模分析,提出了以黎曼曲面上的测地线为依据进行操作臂与安装基座耦合状态下的空间机器人运动规划的方法。以空间机器人末端运动轨迹弧长作为黎曼度量,并融合系统动量守恒约束条件,建立了具有此种黎曼度量的黎曼曲面上的测地线微分方程,并对微分方程的初始条件进行了分析计算。最后以测地线作为空间机器人轨迹规划的方法,对 2 自由度机器人的运动规划进行了计算机仿真研究。

关键词 空间机器人, 运动规划, 活动标架, 黎曼度量, 测地线

0 引 言

空间机器人机械臂与安装基座之间存在的运动学及动力学耦合会影响机械臂的操作性能^[1],这使得空间机械臂的运动规划及控制方法要比地面机械臂的要复杂得多。研究存在运动耦合情况下的空间机器人运动规划问题是空间机器人研究领域的一个重要课题。目前关于空间机器人的建模与规划的研究方法有很多。文献[1,2]提出了一种虚拟机械臂方法,该方法将空间机械臂等价为一个地面固定基座的机械臂,这样地面机械臂的运动规划方法就可以应用于空间机械臂的建模中。文献[3]提出了基于广义雅可比矩阵的建模方法,但该方法所建立的雅可比矩阵包含有动力学量,当机器人系统质量发生变化时,必须能够实时辨识出动力学参数的变化。Yamada^[4]等提出了一种非完整的螺旋路径规划方法,使末端执行器以螺旋曲线的方式沿期望轨迹运行。针对空间机器人运动时对载体的扰动问题,Nakamura^[5]等提出了一种双向规划的李亚普诺夫函数方法,可以利用运动的耦合性,同时调整关节角度和载体姿态。为了使机械臂末端和载体姿态同时达到期望的状态,Papadopoulos^[6]等提出了一种基于多项式函数参数化的方法,通过构造平滑连续的多项式函数,来完成对机械臂的运动规划。利用空间机器人关节完成闭合路径运动时机器人载体姿态发生变化的特性,赵晓东^[7]等采用神经网络控制器的方

法对机器人载体姿态的规划控制进行了研究。为使机械臂运动过程中对载体的扰动最小,文献[8,9]分别采用遗传算法、无扰向量合成算法对空间机器人基座无扰运动规划进行了研究。随着研究手段的发展,微分几何等数学工具被越来越多地运用于机器人运动特性的研究。文献[10]提出了一种以黎曼曲面上的测地线为依据进行地面机器人最优轨迹规划的方法,该方法采用几何手段对机器人运动特性进行研究,研究思路简单直观。本文在文献[10]研究的基础上,结合空间机器人研究的特殊性,采用现代微分几何中的活动标架方法,对空间机器人的运动学特性进行了建模分析。通过建立空间机器人的黎曼度量,将机器人运动特性映射成黎曼曲面的形式,建立了以测地线作为运动模型的轨迹规划方法,并对 2 自由度空间机器人的运动规划进行了计算机仿真研究。

1 活动标架方法

活动标架法的基本方法是在刚体上固连一个正交右手坐标系(直角坐标标架),随着刚体的运动,其上的标架构成一个空间,称为空间所有标架构成的标架空间的子空间。三维欧氏空间 E^3 中,由所有的平移和旋转组成的运动的全体构成一个群 G ,称为三维欧氏空间 E^3 中的运动群,则 E^3 中任一标架总可以由固定标架经过运动(G 中的一个元素)得到,因而 E^3 中的运动群与标架空间是一一对应的,则该子空间(几何图形)便可以看作 G 的子空间。

① 863 计划(2005AA742050),中央高校基本科研业务费专项资金(2010PTB-07-01)和高等学校科技创新工程重大项目培育资金(708011)资助项目。
② 男,1978 年生,博士,讲师;研究方向:机器人运动学,动力学及控制;联系人, E-mail: zyh620@163.com
(收稿日期:2009-08-21)

这样,通过活动标架,就把 G 的性质自然地诱导到该子空间上,从而可以得到所要研究的图形在 G 变换下的不变的几何性质。活动标架法中的一个重要公式^[11]是活动标架的无穷小位移,其表示式为

$$\begin{cases} d\mathbf{r} = \sum_{i=1}^3 \omega_i \mathbf{e}_i \\ d\mathbf{e}_i = \sum_{j=1}^3 \omega_{ij} \mathbf{e}_j \end{cases} \quad (1)$$

由式(1)可以得到活动标架相对分量(广义速度)的计算式

$$\begin{cases} \omega_i = d\mathbf{r} \cdot \mathbf{e}_i \\ \omega_{ij} = d\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{e}_j \end{cases} \quad (2)$$

2 空间机械臂活动标架法建模

空间机械臂相邻两个关节之间活动标架的建立如图1所示。每个活动标架建立在下一个关节上,通过标架之间的空间合同变换,可以得到最后一个连杆末端的活动标架,该标架完全描述了机器人连杆末端的运动特性。图1中的符号定义如下: $(I; \mathbf{e}_1^I, \mathbf{e}_2^I, \mathbf{e}_3^I)$ 为惯性标架; $(r_b; \mathbf{e}_1^b, \mathbf{e}_2^b, \mathbf{e}_3^b)$ 为机械臂卫星本体标架; $(r_e; \mathbf{e}_1^e, \mathbf{e}_2^e, \mathbf{e}_3^e)$ 为机械臂末端标架; $\mathbf{a}_i, \mathbf{b}_i (i = 1, 2, \dots)$ 分别为机械臂关节 i 到连杆 i 质心及连杆 i 质心到关节 $i+1$ 的位置向量; α, q_i 分别是基座、连杆 i 的转角。

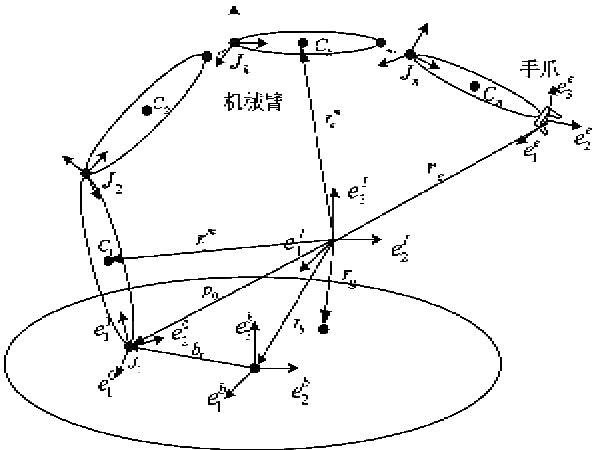


图1 空间机器人活动标架建模

由图1所示,可以确定机械臂末端活动标架在惯性标架内的表示式:

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_1^e &= f_{11} \mathbf{e}_1^I + f_{12} \mathbf{e}_2^I + f_{13} \mathbf{e}_3^I \\ \mathbf{e}_2^e &= f_{21} \mathbf{e}_1^I + f_{22} \mathbf{e}_2^I + f_{23} \mathbf{e}_3^I \\ \mathbf{e}_3^e &= f_{31} \mathbf{e}_1^I + f_{32} \mathbf{e}_2^I + f_{33} \mathbf{e}_3^I \\ \mathbf{r}_e &= r_{ex} \mathbf{e}_1^I + r_{ey} \mathbf{e}_2^I + r_{ez} \mathbf{e}_3^I \end{aligned} \quad (3)$$

式中 $f_{ij} (i, j = 1, 2, 3)$ 、 r_{ex} 、 r_{ey} 、 r_{ez} 分别为机械臂末端标架姿态和位置在惯性标架内的分量。

3 空间机器人黎曼度量的建立

3.1 黎曼度量与测地线

黎曼度量是黎曼曲面上的一个对称正定的张量场,对于机器人末端运动曲面,其运动的轨迹弧长的平方是一个正定对称的二次形式,因而就构成了一个黎曼度量。此黎曼度量是黎曼曲面上两点之间距离的度量方式。

黎曼曲面上的测地线是这样一条曲线,即在该曲线上的每一个点处,曲线的测地曲率为零。即沿测地线方向曲面上两个点之间的距离最短。因此,对空间机器人末端进行轨迹规划的首要一点是将机器人的运动学特性几何化,并将其映射成黎曼曲面的形式。建立了黎曼曲面后,就可以对曲面进行分析,从而脱离机器人实体,而单纯通过几何方法来研究机器人的运动,也即通过研究机器人运动曲面上的测地线来对机器人进行最优轨迹规划。在利用测地线对空间机器人进行运动规划时,机器人各关节之间的运动不再是线性独立的,它们之间的耦合关系由测地线的微分方程决定。

3.2 黎曼度量的建立

以机器人运动轨迹弧长平方作为黎曼度量,首先要确定轨迹弧长的数学表达式。这里假定空间机器人卫星本体上安装有反作用飞轮或路径规划器,以控制基座姿态。也即机器人在运动过程中不受外力作用,其运动满足线动量守恒条件,系统运动过程中,质心位置保持不变。

由式(2)可得空间机器人解耦形式的末端执行器运动线速度 $\omega_i^e (i = 1, 2, 3)$, 它是关节转角 q_i 及其导数 $\dot{q}_i$ 的函数。由此定义弧长平方的黎曼度量为

$$ds^2 = \sum_{i=1}^3 (\omega_i^e)^2 \quad (4)$$

(4)式展开可得到黎曼度量系数矩阵形式:

$$\begin{aligned} ds^2 &= (dq_1 \quad dq_2 \cdots dq_n) \\ &\cdot \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & \cdots & g_{1n} \\ g_{21} & g_{22} & \cdots & g_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{n1} & g_{n2} & \cdots & g_{nn} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} dq_1 \\ dq_2 \\ \vdots \\ dq_n \end{pmatrix} \\ &= d\mathbf{q}^T \cdot \mathbf{G} \cdot d\mathbf{q} \end{aligned} \quad (5)$$

式中, $\mathbf{G}$ 为黎曼度量的度量系数矩阵,该黎曼度量系数矩阵确定了一个空间黎曼曲面,该曲面反映了

机器人的运动学性质,且该表面上的测地线是曲面上两点之间的距离最短的曲线,显见可以通过求解测地线来对空间机器人的轨迹进行规划。

3.3 确定测地线微分方程

根据式(5)确定了黎曼度量系数矩阵后,则机器人的运动就从真实的物理空间转换到了几何空间,即完成了对机器人运动性质的几何化。对机器人运动的研究就转换为对该几何空间中对应的黎曼曲面的研究。机器人末端执行器两点之间的最短运动路径就对应于该黎曼表面上的测地线。

令 n 维黎曼空间的黎曼曲面 S 中的测地线 C 的函数式为

$$q_i = q_i(s) \quad i = 1, \dots, n$$

其中 $q_i(s)$ 为以弧长 s 为曲线参数的函数,则此时 $\partial q_i / \partial s$ 即为曲线 C 的切向量的分量。曲线 C 是测地线,则应满足切向量的协变微分为零的条件,则可得测地线微分方程为

$$\frac{\partial^2 q_i}{\partial s^2} + \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n \Gamma_{kj}^i \frac{\partial q_k}{\partial s} \frac{\partial q_j}{\partial s} = 0 \quad (6)$$

式中 Γ_{kj}^i 为第二类克里斯托弗符号,且满足:

$$\Gamma_{kj}^i = \frac{1}{2} g^{mi} \left(\frac{\partial g_{km}}{\partial q_j} + \frac{\partial g_{jm}}{\partial q_k} - \frac{\partial g_{kj}}{\partial q_m} \right) \quad (7)$$

重复序号 m 表示对 m 从 1 到 n 取值求和, g^{mi} 为黎曼度量系数矩阵的逆矩阵所对应的各元素。

4 空间机器人测地线运动规划

4.1 运动建模

本节将基于上述测地线方法对空间 2 自由度(2R)机器人运动规划进行仿真研究。不失一般性,假设 2R 平面运动空间机器人的运动初始状态如图 2 所示,惯性标架与本体标架重合,且处于静止状态,手臂末端姿态角为 β ,机械臂其余各参数如表 1 所示。

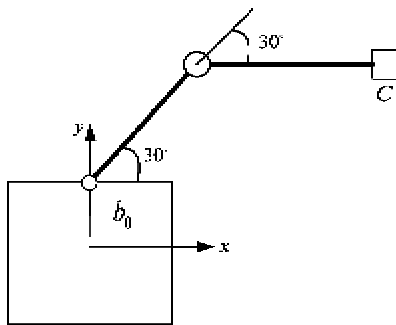


图 2 运动初始状态

表 1 系统结构参数

Body No.	M (kg)	a (m)	b (m)
0	m_0		b_0
1	m_1	$l_1/2$	$l_2/2$
2	m_2	$l_1/2$	$l_2/2$

令系统总质量 $M_s = m_0 + m_1 + m_2$, 系统初始时 $\alpha = 0, q_1 = \pi/6, q_2 = -\pi/6$, 且处于静止状态。则可得系统的质心位置向量:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_g = & \frac{\sqrt{3}m_1l_1 + m_2(2\sqrt{3}l_1 + 2l_2)}{4M_s} \mathbf{e}_1^I \\ & + \frac{m_1(4b_0 + l_1) + m_2(4b_0 + 2l_1)}{4M_s} \mathbf{e}_2^I \end{aligned} \quad (8)$$

式(8)所得到的质心位置向量在机器人系统运动过程中保持不变,为一恒定量。当机器人系统运动至角度 (α, q_1, q_2) 时,可得到满足动量守恒条件的机器人基座位置向量计算式:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_b = & [M_s \mathbf{r}_g - (m_1 + m_2) {}^I\mathbf{b}_0 - m_1 {}^I\mathbf{l}_1/2 \\ & - m_2 ({}^I\mathbf{l}_1 + {}^I\mathbf{l}_2/2)] / M_s \end{aligned} \quad (9)$$

机械臂末端位置向量计算式为

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_e = & \mathbf{r}_b + {}^I\mathbf{b}_0 + {}^I\mathbf{l}_1 + {}^I\mathbf{l}_2 \\ = & p_{e1} \mathbf{e}_1^I + p_{e2} \mathbf{e}_2^I \end{aligned} \quad (10)$$

其中 p_{e1}, p_{e2} 分别是 $\mathbf{r}_e$ 在 $\mathbf{e}_1^I, \mathbf{e}_2^I$ 上的分量。

4.2 构造黎曼度量

对于前述 2R 平面运动空间机器人,考虑其末端执行器姿态在运动过程中保持不变,即在运动过程中 $\beta = 0$ 。为满足此条件,在进行运动规划时加入约束条件 $\alpha + q_1 + q_2 = 0$ 。

根据活动标架的广义速度计算式(2)可得到

$$\begin{cases} \omega_1^e = c_1 dq_1 + c_2 dq_2 \\ \omega_2^e = d_1 dq_1 + d_2 dq_2 \end{cases} \quad (11)$$

式中 c_1, c_2 和 d_1, d_2 分别是与系统特征参数有关的系数。式(11)为机器人末端执行器活动标架广义速度,根据式(4)构造末端轨迹弧长的黎曼度量,可得到弧长的黎曼度量为

$$\begin{aligned} ds^2 = & (\omega_1^e)^2 + (\omega_2^e)^2 \\ = & (c_1^2 + d_1^2)(dq_1)^2 + (c_2^2 + d_2^2)(dq_2)^2 \\ & + 2(c_1c_2 + d_1d_2)dq_1dq_2 \end{aligned} \quad (12)$$

(12)式可写为矩阵形式: $ds^2 = (dq_1, dq_2) \mathbf{G} \begin{pmatrix} dq_1 \\ dq_2 \end{pmatrix}$,

式中 $\mathbf{G} = \begin{bmatrix} c_1^2 + d_1^2 & c_1c_2 + d_1d_2 \\ c_1c_2 + d_1d_2 & c_2^2 + d_2^2 \end{bmatrix}$ 为该机器人的黎曼度量系数矩阵。将机器人结构参数数据代入(12)式可得

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \quad (13)$$

其逆矩阵为

$$\mathbf{G}^{-1} = \begin{bmatrix} g^{11} & g^{12} \\ g^{21} & g^{22} \end{bmatrix} \quad (14)$$

4.3 构造测地线微分方程

由式(6)、(7)可看出,求解测地线微分方程的所有准备条件已经完成,即黎曼度量系数矩阵确定后,其测地线微分方程的表示式便确定下来。根据式(7)可求得第二类克里斯托弗符号 Γ_{ij}^k ,进而可以得到空间2自由度机器人末端姿态保持不变情况下的测地线微分方程如下:

$$\begin{cases} \frac{dq_1}{ds} = \dot{q}_1 \\ \frac{d\dot{q}_1}{ds} = -\Gamma_{11}^1 \dot{q}_1^2 - 2\Gamma_{12}^1 \dot{q}_1 \dot{q}_2 - \Gamma_{22}^1 \dot{q}_2^2 \\ \frac{dq_2}{ds} = \dot{q}_2 \\ \frac{d\dot{q}_2}{ds} = -\Gamma_{11}^2 \dot{q}_1^2 - 2\Gamma_{12}^2 \dot{q}_1 \dot{q}_2 - \Gamma_{22}^2 \dot{q}_2^2 \end{cases} \quad (15)$$

4.4 确定测地线微分方程初始条件

由式(15)可知,还需要确定该微分方程组的初始条件才能对其求解。根据已知运动规划初始条件,运动起始点位置已知,还需要确定测地线的初始方向,该方向由各关节的初始速度确定,该方向的选定应能使测地线通过规划终止点。这里采用微分运动的方法确定测地线初始方向,对式(10)进行微分可得到算式

$$d\mathbf{r}_e = \mathbf{A} \begin{pmatrix} dq_1 \\ dq_2 \end{pmatrix} \quad (16)$$

其中 $\mathbf{A}$ 即为末端微分运动的雅可比矩阵。根据测地线微分方程可知,该微分方程所解得的关节角度是关于末端运动距离 s 的函数,需作变换

$$\frac{d\mathbf{q}}{ds} = \frac{d\mathbf{q}}{dt} \frac{ds}{dt} \quad (17)$$

对于空间两点 $\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2$, 其中 $\mathbf{P}_1$ 为运动起始点, $\mathbf{P}_2$ 为运动终止点,则两点之间的单位运动矢量为

$$\vec{\mathbf{b}} = (\mathbf{P}_2 - \mathbf{P}_1) / \|\mathbf{P}_2 - \mathbf{P}_1\| \quad (18)$$

综合式(16)–(18)可得

$$\frac{d\mathbf{q}}{ds} = \mathbf{A}^{-1} \vec{\mathbf{b}} \quad (19)$$

从而由式(19)得到测地线初始方向。

4.5 求解测地线微分方程组

对于以上得到的测地线微分方程组,采用四阶龙格库塔法进行数值求解。其中积分弧长取值范围

为 $s \in (0, \|\mathbf{P}_2 - \mathbf{P}_1\|)$ 。

5 仿真实验

对于图2所示2自由度空间机器人,其各结构变量取值为: $l_1 = l_2 = 1\text{m}$, $b_0 = 0.5\text{m}$, $m_0 = 5\text{kg}$, $m_1 = 0.4\text{kg}$, $m_2 = 0.2\text{kg}$, $M_z = 5.6\text{kg}$ 。处于图示位置时,各关节转角 $q_1 = \pi/6$, $q_2 = -\pi/6$,本体相对于惯性系的转角 $\alpha = 0$,机械臂由当前位置 $\mathbf{P}_1 = (1 + \sqrt{3}/2, 1.5)^T$ 运动至空间点 $\mathbf{P}_2 = (1.17321, 1.9)^T$,即沿方向 $(-0.866, 0.5, 0)^T$ 运动0.8个单位。所得到的关节空间规划结果如图3所示。

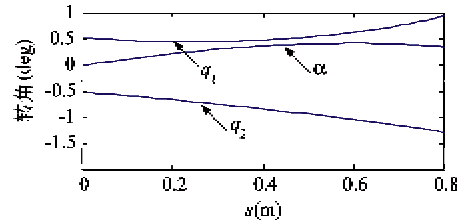


图3 运动角度变化曲线

由测地线微分方程式(15)可看出,关节 q_1, q_2 之间存在耦合关系,各关节之间不再是线性独立的,而必须满足一定的函数关系,两关节之间的耦合关系曲线如图4所示,规划过程中本体运动情况如图5所示。

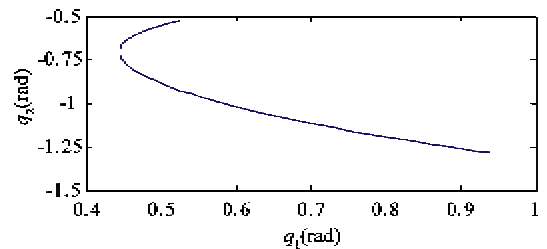


图4 关节转角耦合关系

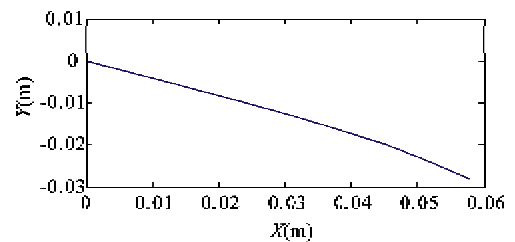


图5 本体运动曲线

测地线在黎曼度量表面上的轨迹如图6所示。由前面分析,当以机器人末端执行器运动的轨迹弧

长为黎曼度量时,黎曼度量所对应的曲面就是机器人在欧氏空间中的工作空间,其工作空间如图 6 中阴影部分所示,其工作空间范围为一个以 2.8035 为半径的圆。从图中能够看出,工作空间圆形区域的圆心并不在惯性坐标系原点位置,而位于点 (0.0797, 0.0892) 处,且该点即为空间机器人系统质心位置,这一结果也可用虚拟机械臂^[1]的方法得到。

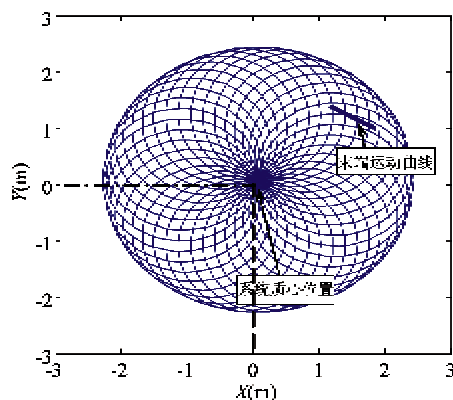


图 6 测地线在工作空间内的可视化

6 结论

本文采用微分几何中的活动标架方法,通过建立黎曼度量,将机器人在三维空间中的运动学关系映射到黎曼空间中,并建立了以测地线作为运动模型的轨迹规划方法。所建立的运动学模型几何意义明显,完全反映了机器人规划中关节角度的耦合关系。本文所提出的方法为在几何关系上进一步研究空间机器人运动学特性奠定了基础。

参考文献

- [1] Vafa Z, Dubowsky S. On the dynamics of manipulators in space using the virtual manipulator approach. In: Proceedings of the 1987 IEEE International Conference on Robotics and Automation, Raleigh, USA, 1987. 579-585
- [2] Vafa Z, Dubowsky S. The kinematics and dynamics of space manipulators: the virtual manipulator approach. *International Journal of Robotics Research*, 1990, 9(4): 3-21
- [3] Umetani Y, Yoshida K. Resolved motion rate control of space manipulators with generalized Jacobian matrix. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1989, 5(3): 303-315
- [4] Yamada K. Arm path planning for a space robot. In: Proceedings of the 1993 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Yokohama, Japan, 1993. 2049-2055
- [5] Nakamura Y, Mukherjee R. Nonholonomic path planning of space robots via a bidirectional approach. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1991, 7(4): 500-514
- [6] Papadopoulos E, Tzafropoulos I, Nantos K. Smooth planning for free-floating space robots using polynomials. In: Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation, Barcelona, Spain, 2005. 4272-4277
- [7] 赵晓东,王树国,严艳军等. 基于载体姿态调整的自由漂浮空间机器人路径规划方法的研究. 高技术通讯, 2003, 13(3): 47-51
- [8] Huang P F, Chen K, Xu Y S. Optimal path planning for minimizing disturbance of space robot. In: Proceedings of the 9th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision, Singapore, 2006. 1-6
- [9] 张福海,付宜利,王树国. 一种笛卡儿空间的自由漂浮空间机器人路径规划方法. 机器人, 2009, 31(2): 187-192
- [10] Zhang L D, Zhou C J. Robot optimal trajectory planning based on geodesics. In: Proceedings of the 2007 IEEE International Conference on Control and Automation, Guangzhou, China, 2007. 2433-2436
- [11] 梅向明,黄敬之. 微分几何. 第 3 版. 北京:高等教育出版社, 2003. 213-227

Motion planning for two-degree space robots

Zhang Yanheng, Sun Hanxu, Jia Qingxuan

(Automation School, Beijing University of Post and Telecommunication, Beijing 100876)

Abstract

To solve the problem of motion planning for the space robot systems in which there exist motion coupling between the manipulator and the supporting base, a geodesic method was proposed. By using the moving frame method, the kinematics model for space robots and the Riemannian metric which is based on the square of end effector moving arc-length were constructed. Then the differential equation of geodesic in which the momentum conservation constraint was considered was established on the Riemannian surface, and the the initial value of the differential equation was also analyzed. Finally, the two DOF space robot was used to introduce the application of this geodesic method.

Key words: space robot, motion planning, moving frame, Riemannian metric, geodesic