

## 基于 TDOA 测量的高精度定位技术的研究<sup>①</sup>

黄毅<sup>②</sup> 胡爱群<sup>③</sup>

(东南大学信息科学与工程学院 南京 210096)

**摘要** 在基于到达时间差(TDOA)测量的定位系统存在测量自由度的情况下,结合实际,采用平差法减小测量误差,从理论上证明了平差处理后能使定位精度达到更低的克莱姆-劳下界(CRLB)。提出了基于区域预判的 Taylor 级数(R-TS)算法,利用正负先验知识选择初始点,简单有效地解决了初始点的选取问题,提高了迭代效率。实验结果显示,采用平差法和 R-TS 算法能同时提高定位精度和计算效率。

**关键词** 定位, 到达时间差(TDOA), 平差, 区域预判, Taylor 级数

### 0 引言

传感器节点的位置信息对于无线传感器网(WSN)非常重要,几乎所有的 WSN 应用场合都需要知道节点位置信息,比如动物种群的跟踪研究、大楼火灾的预警、仓库中货物的管理、交通监控系统等。无线定位系统的定位算法主要有以下 4 种:基于接受信号强度(received signal strength, RSS)测距、基于到达时间(time of arrival, TOA)测距、基于到达时间差(time difference of arrival, TDOA)测距、基于到达角度(angle of arrival, AOA)测距。从实现的技术和成本出发,一般而言,基于 TOA 和基于 TDOA 的定位有着比较优势<sup>[1]</sup>;基于 RSS 的定位受环境的影响较大;基于 AOA 的定位成本较大,不适合一般场合;而基于 TDOA 的定位不需要时钟同步。基于上述分析,本文研究基于 TDOA 的定位技术。

在二维平面中,满足到两个锚节点(已知坐标)的距离差相等的点在一条双曲线上,如有 3 个或 3 个以上不在同一直线上的锚节点,可以存在多条双曲线,它们之间的交点就是待定位节点坐标。多条曲线就能组成多个方程,而这些方程都是非线性的,所以要找到它们的解并非易事。再加上噪声的影响,多条曲线不可能交于一点。多年来,基于最小二乘(LS)或加权最小二乘(WLS)原理的算法得到较大发展<sup>[2-4]</sup>,这些算法借助于引入一个中间量,使得

非线性方程组变换为线性的。文献[1]考虑系数矩阵和向量的相关性,提出了基于约束总最小二乘(CTLS)的算法,不过,一般 CTLS 没有闭合解,目前只有数值解的方法,文献[1]中采用了牛顿迭代法求解 CTLS,但不能保证收敛;且计算复杂度较高,不适合多锚节点的场合。以上算法都在理论上证明了定位精度在小误差的情况下能到达克莱姆-劳下界(Cramer-Rao lower bound, CRLB)。文献[1-5]中,不涉及测量自由度问题,要么锚节点数刚能确定目标点,要么就是在其特定的定位算法中利用一些参考点,需要一组超定的数据(如只需要所有其它锚节点到第一个锚节点的距离差)。但在实际运用中,常常能得到的测量数据是有自由度的,如果把这些自由度利用起来组成条件方程,就可能提高测量精度,进而提高定位精度。本文从多自由度测量的角度对基于 TDOA 测量的定位系统进行了定位精度分析,给出了平差后测量数据的统计数字特征和改善后的 CRLB;提出了基于区域预判的 Taylor 级数(region-predicting based Taylor series, R-TS)算法,利用先验知识选择初始点,解决了初始点的选取问题,提高了算法的收敛性。

### 1 存在自由度的平差

在基于 TDOA 测量的定位系统中,观测量是目标节点(待测节点)到各个锚节点之间的距离差,不

① 江苏省产学研联合创新资金计划(BY2009149863)资助项目。

② 男,1984 年生,博士生;研究方向:信号与信息处理,无线传感器网络定位;E-mail: jackcomnet@163.com

③ 通讯作者,E-mail: aqhu@seu.edu.cn

(收稿日期:2010-06-01)

失一般性,考虑二维平面定位问题,设目标节点坐标  $\mathbf{x} = [x, y]^T$ , 锚节点坐标  $\mathbf{x}_i = [x_i, y_i]^T$ , 目标节点到锚节点欧氏距离  $r_i = \|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}\|$ , 则任意两条时间差为  $t_{i,j} = t_i - t_j$ ,  $i, j = 1, 2, 3, \dots, N$ ,  $i \neq j$ ,  $N$  为锚节点个数。

假设电磁波传播速度为  $c$ , 则  $r_{i,j} = ct_{i,j} = ct_i - ct_j = r_i - r_j$ ,  $i, j = 1, 2, 3, \dots, N$ ;  $i \neq j$ 。

也就是说,可直接得到的测量数据是  $r_{i,j}$ , 共有  $C_N^2$  个,在没有噪声的情况下,有

$$r_{i,j} = r_{i,k} + r_{k,j} \\ i, j, k = 1, 2, 3, \dots, N; i \neq j \neq k \quad (1)$$

即如果以  $i = 1$  为参考点,知道  $r_{i,1}$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, N$ ), 可以计算出任意一个  $r_{i,j}$ 。由于实际上存在误差,设  $r_{i,j}^0$  为真值, 噪声为  $n_{i,j}$ , 噪声向量  $\mathbf{n} = [n_{i,j}]_{1 \times C_N^2}^T$  ( $i < j$ ;  $i, j = 1, 2, 3, \dots, N$ ), 其协方差矩阵  $\mathbf{R} = E[(\mathbf{n} - E[\mathbf{n}])(\mathbf{n} - E[\mathbf{n}])^T]$ , 在不考虑分

其中:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & & & & \vdots & & & & & \vdots & & & & \vdots & & & & & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & -1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & & & & \vdots & & & & & \vdots & & & & \vdots & & & & & \vdots \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & -1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & & & & \vdots & & & & & \vdots & & & & \vdots & & & & & \vdots \\ \vdots & & & & \vdots & & & & & \vdots & & & & \vdots & & & & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & -1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}_{C_{N-1}^2 \times C_N^2}$$

$\mathbf{V} = [v_{1,2} v_{1,3} \cdots v_{1,N} v_{2,3} v_{2,4} \cdots v_{2,N} \cdots v_{i,j}]_{1 \times C_N^2}^T$ ;  $i < j$ ;  $i, j = 1, 2, 3, \dots, N$ ;  $\mathbf{W} = [w_1 \cdots w_{C_{N-1}^2}]^T$ 。注意,如果是非满自由度情况下,只要把所有满足的条件方程对应的  $\mathbf{A}$  的行取出,组成新的形如式(4)的方程即可。由式(3)、式(4)易知  $\mathbf{W} = \mathbf{A}\mathbf{n}$ 。由平差理论<sup>[6]</sup>,  $\mathbf{V}$  与  $\mathbf{R}$  的关系还要满足下式:

$$\mathbf{V} = \arg \min_V (\mathbf{V}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{V}) \quad (5)$$

直接对  $\mathbf{V}$  求偏导或结合式(4)运用拉格朗日乘数法求极值,然后代入式(4),得

$$\mathbf{V} = -\mathbf{R}\mathbf{A}^T(\mathbf{A}\mathbf{R}\mathbf{A}^T)^{-1}\mathbf{A}\mathbf{n} \quad (6)$$

这就是求得的改正值,即平差后距离差  $\hat{\mathbf{r}} = \mathbf{r} + \mathbf{V}$ , 其中  $\mathbf{r} = [r_{i,j}]_{1 \times C_N^2}^T$  ( $i < j$ ;  $i, j = 1, 2, 3, \dots, N$ ),  $\hat{\mathbf{r}} = [\hat{r}_{i,j}]_{1 \times C_N^2}^T$  ( $i < j$ ;  $i, j = 1, 2, 3, \dots, N$ )。

量为 0 的情况下,其为正定矩阵。则有

$$r_{i,j} = r_{i,j}^0 + n_{i,j} \quad (2)$$

且  $w = r_{i,j} - r_{i,k} + r_{j,k} = r_{i,j}^0 - r_{i,k}^0 + r_{j,k}^0 + n_{i,j} - n_{i,k} + n_{j,k}$ 。由  $r_{i,j}^0 - r_{i,k}^0 + r_{j,k}^0 = 0$ , 可得

$$w_p = r_{i,j} - r_{i,k} + r_{j,k} = n_{i,j} - n_{i,k} + n_{j,k} \\ 1 \leq p = \sum_{q=2}^{N-1} (N-q+1) \bmod (N-1) + k - j \\ \leq C_{N-1}^2 \\ i < j < k; i, j, k = 1, 2, 3, \dots, N \quad (3)$$

式(3)即为基于TDOA测量的定位系统的条件方程。由平差理论<sup>[6]</sup>可知,有多少自由度就存在多少个条件方程,进而可以对测量数据进行平差处理。平差后的值  $\hat{r}_{i,j} = r_{i,j} + v_{i,j}$ ,  $v_{i,j}$  为改正值,在满自由度的情况下,也就是获得的额外测量数为  $C_{N-1}^2$ , 则式(3)可改写成矩阵形式:

$$\mathbf{AV} + \mathbf{W} = 0 \quad (4)$$

## 2 性能分析

测量数据的方差代表了数据的精度,分析平差前后的数据协方差矩阵可以看出精度的性能变化。由  $\hat{\mathbf{r}} = \mathbf{r} + \mathbf{V}$  可得

$$\begin{aligned} \text{cov}[\hat{\mathbf{r}}] &= \text{cov}[\mathbf{r} + \mathbf{V}] = \text{cov}[\mathbf{r}^0 + \mathbf{n} + \mathbf{V}] \\ &= \text{cov}[\mathbf{n} + \mathbf{V}] \\ &= \text{cov}[\mathbf{n} - \mathbf{R}\mathbf{A}^T(\mathbf{A}\mathbf{R}\mathbf{A}^T)^{-1}\mathbf{A}\mathbf{n}] \\ &= \text{cov}[\{\mathbf{I} - \mathbf{R}\mathbf{A}^T(\mathbf{A}\mathbf{R}\mathbf{A}^T)^{-1}\mathbf{A}\} \mathbf{n}] \\ &= \{\mathbf{I} - \mathbf{R}\mathbf{A}^T(\mathbf{A}\mathbf{R}\mathbf{A}^T)^{-1}\mathbf{A}\} \\ &\quad \mathbf{R}\{\mathbf{I} - \mathbf{A}^T(\mathbf{A}\mathbf{R}\mathbf{A}^T)^{-1}\mathbf{A}\mathbf{R}\} \\ &= \mathbf{R} - \mathbf{R}\mathbf{A}^T(\mathbf{A}\mathbf{R}\mathbf{A}^T)^{-1}\mathbf{A}\mathbf{R} \end{aligned} \quad (7)$$

其中  $\text{cov}[\cdot]$  表示  $\cdot$  的协方差矩阵,  $\mathbf{r}^0 =$

$[r_{i,j}^0]_{1 \times C_N^2}^T (i < j, i, j = 1, 2, 3, \dots, N)$  为距离差真值向量。

因为  $\mathbf{R}$  为正定矩阵, 易证  $(\mathbf{A}\mathbf{R}\mathbf{A}^T)^{-1}$  也是正定的, 所以  $\mathbf{R}\mathbf{A}^T(\mathbf{A}\mathbf{R}\mathbf{A}^T)^{-1}\mathbf{A}\mathbf{R}$  也正定, 则有  $\text{cov}[\hat{\mathbf{r}}] = \mathbf{R} - \mathbf{R}\mathbf{A}^T(\mathbf{A}\mathbf{R}\mathbf{A}^T)^{-1}\mathbf{A}\mathbf{R} < \mathbf{R} = \text{cov}[\mathbf{r}]$ , 可见, 经过平差处理后,  $\hat{\mathbf{r}}$  的协方差小于  $\mathbf{r}$  的协方差, 即平差处理可以获得更高精度的测量数据。

在基于 TDOA 测量的定位系统中, 克莱姆-劳下界(CRLB)理论值<sup>[3]</sup>为

$$\Phi = (\mathbf{G}^T \text{cov}[\mathbf{r}]^{-1} \mathbf{G})^{-1} \quad (8)$$

其中  $\mathbf{G} = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{x}} =$

$$\begin{bmatrix} \frac{(x_1 - x)}{r_1} - \frac{(x_2 - x)}{r_2} & \frac{(y_1 - y)}{r_1} - \frac{(y_2 - y)}{r_2} \\ \frac{(x_1 - x)}{r_1} - \frac{(x_3 - x)}{r_3} & \frac{(y_1 - y)}{r_1} - \frac{(y_3 - y)}{r_3} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{(x_1 - x)}{r_1} - \frac{(x_N - x)}{r_N} & \frac{(y_1 - y)}{r_1} - \frac{(y_N - y)}{r_N} \end{bmatrix}$$

经过平差后, 得

$$\Phi' = (\mathbf{G}^T \text{cov}[\hat{\mathbf{r}}]^{-1} \mathbf{G})^{-1} < (\mathbf{G}^T \text{cov}[\mathbf{r}]^{-1} \mathbf{G})^{-1} = \Phi \quad (9)$$

式(9)说明平差处理后的 CRLB 值比平差处理前更低, 也就是说在无偏的情况下, 理论上能获得最小方差, 得到最理想的定位精度。

### 3 区域预判的 Taylor 级数算法

文献[1-5]等提出的算法理论上都能近似达到 CRLB, 文献[3]的结果显示, Taylor 级数(Taylor series, TS)算法<sup>[5]</sup>和 Chan<sup>[3]</sup>算法较其它算法如球形插值(Spherical-Interpolation, SI)法<sup>[2]</sup>、球面交叉(Spherical-Intersection, SX)法<sup>[7]</sup>和分类征服(Divide and Conquer, DAC)法<sup>[8]</sup>有着较好的定位精度, Chan 算法是非迭代算法需要 2-3 次 LS 计算, 它将产生两个解, 而只有一个正确的。相比较而言, TS 算法有着较高的定位精度和鲁棒性<sup>[9]</sup>, 但它是迭代算法, 计算量较大。另外, 由于 TS 算法的两个缺点使之难以实际应用: 一是初始点的选择存在困难; 二是迭代的收敛性没办法保证。文献[9]采用 Chan 算法中第一次位置的估计做为初值, 能解决收敛问题, 但是增加了计算量; 文献[10]通过比较每一次和上一次迭代的改进值的范数来确定是否收敛, 但不能保证一般性。文献[11]将一阶 Taylor 级数的估计

做为二阶 Taylor 级数二次项的估值, 再进行迭代, 增加了计算量, 精度提高不大, 而且也没说明初值的选取问题。针对这两个问题, 本文提出了基于区域预判的 Taylor 级数(R-TS)算法, 在 TS 算法迭代之前利用先验知识先确定目标节点可能的位置区域, 而后选择其中心点作为初始点, 再进行迭代, 解决了初始点的选取问题, 减少了迭代次数, 也提高了收敛性。

TS 算法由式

$$\begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix} = (\mathbf{G}^T \text{cov}[\hat{\mathbf{r}}]^{-1} \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T \text{cov}[\hat{\mathbf{r}}]^{-1} \mathbf{z} \quad (10)$$

表示, 其中  $\mathbf{z} = \begin{bmatrix} r_{2,1} - (r_2 - r_1) \\ r_{3,1} - (r_3 - r_1) \\ \vdots \\ r_{N,1} - (r_N - r_1) \end{bmatrix}$ 。

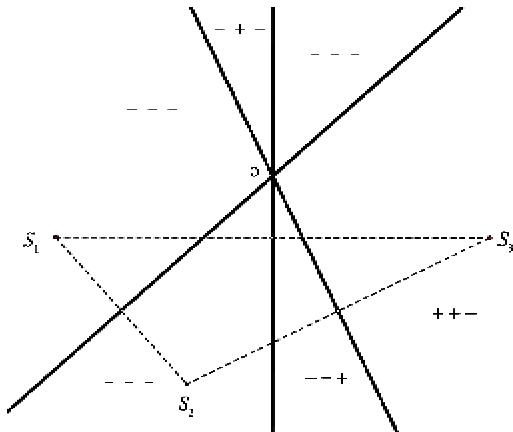
选择一个合适的初始点  $(x_0, y_0)$ , 每次迭代后将得到的式(10)加到  $(x_0, y_0)$  上, 得到  $(x_0 + \Delta x, y_0 + \Delta y)$  做为下一次迭代初值再次计算, 直到改变量  $(\Delta x, \Delta y)$  小于一个给定值后停止迭代。更详细的描述请参考文献[5]。

多年来, 人们着重于寻找 TDOA 方程的代数特性而忽略了一些几何特征, 知道到两锚节点距离差为定值的点在一条双曲线上, 而如此精确的描述却难以求解, 因为方程是非线性的, 此外, 还有一个几何特征往往被忽略——两个锚节点的中垂线(三维空间内是中垂面)可以将空间划为两个区域。根据距离差的正负可以判断目标点在哪个区域, 而这一特性是非精确的, 但是在锚节点多、有效区域一定的范围内却很有用。

**定理 1** 平面内有  $n$  条直线, 这  $n$  条直线有  $m$  个交点 ( $h$  条直线共点, 取交点个数为  $h - 1$ ), 则这  $n$  条直线将这平面划分成的区域个数为  $1 + n + m$ 。

**定理 2** 空间内有  $n$  个平面, 这  $n$  条直线有  $m$  条交线 ( $h_1$  个平面交于同一条直线, 取交线个数为  $h_1 - 1$ ), 这  $m$  条直线有  $f$  个交点 ( $h_2$  条直线共点, 取交点个数为  $h_2 - 2$ ), 则这  $n$  条直线将这平面划分成的区域个数为  $1 + n + m + f$ 。

如果有  $N$  个节点, 且每 3 个点不共线, 则有  $C_N^3$  条中垂线, 每 3 个点组成的外心有  $C_N^3$  个, 额外两两组成的交点有  $3C_N^4$  个, 共将平面划分为  $1 + C_N^2 + 2C_N^3 + 3C_N^4$ ,  $N < 4$  时  $C_N^4 = 0$ 。如图 1 以平面内 3 个不在同一直线上的锚节点为例, 以外心为公共顶点, 可将空间分成 6 个区域。

图1 以 $r_{1,2}r_{2,3}r_{1,3}$ 的正负判断所属区域

如果锚节点越多,空间将被划分得更精细,当然这必须保证在有效区域内,而在无限远处的区域并无此特征,令人庆幸的是实际应用中是不容许将节点集中分布而远离目标点的。

从这个几何特征出发,只需知道两两锚节点间距离差的正负而不必关心其值大小,即能将目标位置锁定在特定区域,而精度将随着节点分布密度的增加而提高。基于这个原理,一旦锚节点布设好后,系统即可生成一张表记录对应的距离差正负区域的中心点,定义中心点如下:

$$\begin{aligned}x_0 &= (x_{\max} - x_{\min})/2 \\x_{\max} &= \max(x_i), x_{\min} = \min(x_i) \\y_0 &= (y_{\max} - y_{\min})/2 \\y_{\max} &= \max(y_i), y_{\min} = \min(y_i) \\(x_i, y_i) &\in S\end{aligned}$$

其中,  $S$  是每个区域顶点的集合。

在锚节点布设好后,建立一张记录中心点的表,在运用TS算法之前查表,取与距离差正负对应区域的中心点为初始点,而后进行迭代计算,不仅简单有效地解决了初始点的选取问题,而且减少了迭代次数,也提高了收敛性。

由于现实中存在噪声,真实的正负可能被改变,实际处理时可以选择一个阈值  $K > 0$ ,它的大小与噪声有关,如果  $|r_{ij}| < K$ ,则视由此中垂线产生的划分无效;反之,则正负视为正确,由此产生的划分有效。

#### 4 仿真及分析

考虑到以上1~3节分别对定位精度和定位速度的改进,仿真时按此目的分成两部分:对存在自由

度测量的TDOA算法和R-TS算法分别进行二维平面仿真,由于R-TS算法并不改变精度,这里第一部分仍然采用TS算法。

第一部分针对定位精度。锚节点随意分布,坐标如下:  $x_1 = (0, 0)$ ,  $x_2 = (-5, 8)$ ,  $x_3 = (4, 6)$ ,  $x_4 = (-2, 4)$ ,  $x_5 = (7, 3)$ ,  $x_6 = (-7, 5)$ ,  $x_7 = (2, 5)$ ,  $x_8 = (-4, 2)$ ,  $x_9 = (3, 3)$ ,  $x_{10} = (1, 8)$ 。锚节点数为  $N$ ,待测目标分近点和远点分别进行仿真,近点  $\mathbf{x} = (10, 21)$ ,远点  $\mathbf{x} = (-80, 250)$ ,且每次都改变自由度从小到大,分别得到运算结果。为简单起见,且不失一般性,考虑测量数据独立同分布  $\mathbf{R} = \sigma^2 \mathbf{I}$ 。由  $\mathbf{G}$  的定义可知:目标点离锚节点越远,  $\mathbf{G}$  中各分量越接近,进而  $\mathbf{G}$  越接近奇异(非满秩),而使计算出错,实际中一般不容许锚节点这样集中分布的,但在实验中,为了考虑全面,也应该把这种情况加入其中。为尽量避免出现奇异,有必要使远点测量精度更高,这里,  $\sigma_{\text{near}}^2 = 0.01$ ,  $\sigma_{\text{far}}^2 = 0.0001$ 。迭代改变量  $\Delta x < 0.01$ ,  $\Delta y < 0.01$  时停止迭代。根据以上参数改变,每次进行  $M = 100,000$  次运算,相对应的评价指标均方误差  $MSE = \frac{1}{M} [(\tilde{x}_i - x)^2 + (\tilde{y}_i - y)^2]$  和 CRLB 也给出,  $(\tilde{x}_i, \tilde{y}_i)$  表示第  $i$  次的目标估计值。仿真结果如图2和表1所示。

从图2和表1中可以看出,无论近点还是远点,在有测量自由度的情况下,能取得更优CRLB和定位精度,且在锚节点数固定时随着自由度的增加而增加。另一方面,在满自由度的情况下,锚节点数的增加也能增加定位精度,注意,此时满自由度是随着  $N$  的变化而变化的。再以近点为例,当  $N = 10$  且自由度 = 20 和  $N = 7$  且满自由度 =  $C_6^2 = 15$  时的定位精度相同。还需要注意远点的定位精度比近点低,这和前面分析的结果是一致的。以上事实说明在实际应用中,我们既能通过增加锚节点数量来提高定位精度也能通过增加测量自由度来达到相同的目的,而这在具体问题中要权衡利弊,根据节点布设条件和测量条件来共同实现定位精度的提升。此外锚节点的布设位置也是有讲究的,相对目标点不能放得太远且集中,所有这些都是在实际应用中需要考虑的问题。

第二部分针对迭代次数。为简单起见,取正四边形4个顶点做为锚节点  $x_1 = (5, 5)$ ,  $x_2 = (-5, 5)$ ,  $x_3 = (5, -5)$ ,  $x_4 = (-5, -5)$ ,目标点  $\mathbf{x} = (20, 10)$ ,有效区域限制在  $60 \times 60$  的矩形空间内。随机取500个点做为初始点,每次进行100,000次

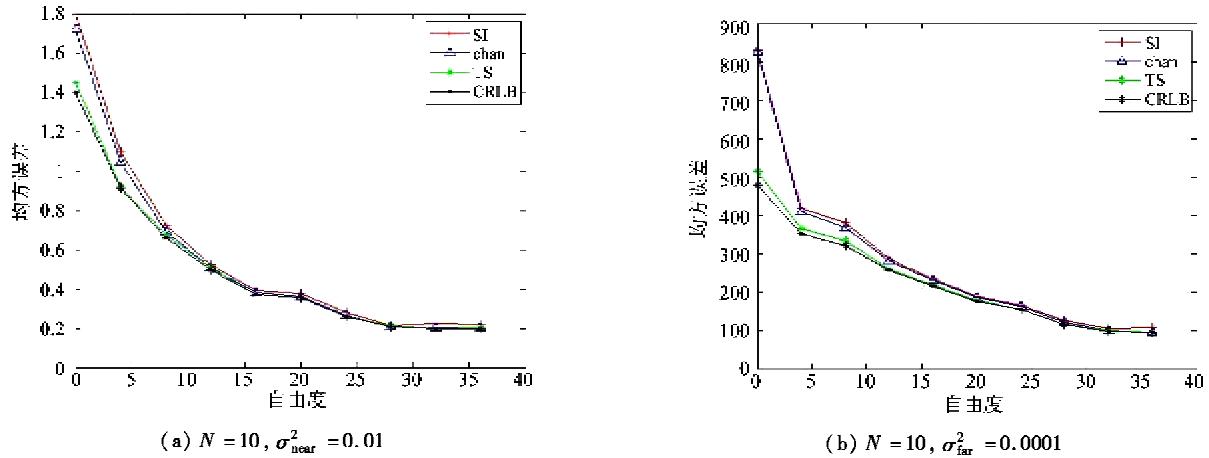


图 2 不同自由度下三种算法精度和 CRLB

表 1 满自由度下三种算法不同锚节点数的 MSE 和 CRLB

$N$	4	5	6	7	8	9	10	
MSE	SI	8.5759	0.6209	0.50414	0.35655	0.29862	0.2562	0.22039
	Chan	8.8321	0.62087	0.47165	0.33386	0.27592	0.24575	0.19899
	TS	5.4013	0.58173	0.46217	0.33672	0.27326	0.23642	0.19747
	CRLB	4.6638	0.58174	0.45971	0.33687	0.2715	0.23675	0.19896

(a)  $x = (10, 21) \sigma_{\text{near}}^2 = 0.01$ 

$N$	4	5	6	7	8	9	10	
MSE	SI	$2.6048 \times 10^8$	1720.3	237.64	168.98	139.47	121.05	108.41
	Chan	$3.88 \times 10^9$	1943.1	214.39	154.01	136.68	118.14	94.606
	TS	6497.9	1481.8	211.73	157.21	137.5	113.63	94.45
	CRLB	3332	1238.1	205.38	153.47	133.78	111.02	93.935

(b)  $x = (-80, 250) \sigma_{\text{near}}^2 = 0.0001$ 

计算, 测量数据独立同分布  $R = \sigma^2 I, \sigma^2 = 0.01$ , 通过比较每一步和上一步迭代的改进值的范数来确定是否收敛,  $(\Delta x, \Delta y)$  的停止迭代阈值都为 0.01, 收敛点分布如图 3 所示。

从图 3 中看出, 收敛点的分布域和有效区域是存在着内在一致性的, 这再一次说明了基于区域预判法选择初始点是有合理的。在这些收敛点中, 总平均迭代次数是 5.93 次, 而以提出的区域预判法, 取  $(15, 15)$  为初始点, 平均迭代次数为 4.2193 次, 效率提高了 28.89%, 这说明了 R-TS 算法的有效性。

随着锚节点数量增加, 有效区域越小, 那么中心点越趋于目标点, 使得收敛速度越快。需要说明的是, 此法对于目标点离开锚节点很远的情况不太适用, 因为根据有效区域选取的中心点也有可能发散, 不过在实际运用中, 一般是不允许这种布局的。

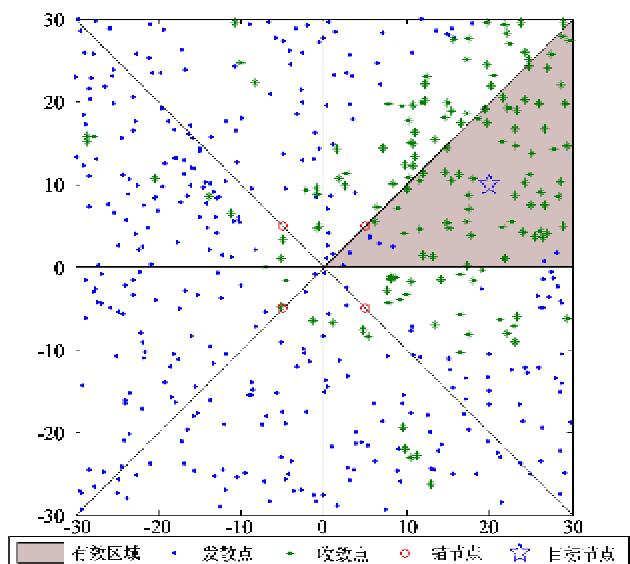


图 3 Taylor 级数迭代收敛点分布

## 5 结论

本文结合实际应用,提出了在基于TDOA测量的定位系统中存在测量自由度的情况下,采用平差法减小测量误差,从理论上证明了平差后的数据更可靠,且定位精度能达到更低的CRLB。提出的R-TS算法,可简单且有效地解决TS算法中初始点的选取问题。以上两点分别从定位精度和定位效率上进行了分析和改进,这在实际运用中是很有意义的。

### 参考文献

- [1] Yang K, An J, Bu X, et al. Constrained total least-squares location algorithm using time-difference-of-arrival measurements. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2010, 59(3): 1558-1562
- [2] Smith J O, Abel J S. Closed-form least-squares source location estimation from range-difference measurements. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 1987, 35(12): 1661-1669
- [3] Chan Y T, Ho K C. A simple and efficient estimator for hyperbolic location. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1994, 42(8): 1905-1915
- [4] Huang Y, Benesty J, Elko G W, et al. Real-time passive source localization: a practical linear-correction least-squares approach. *IEEE Transactions on Speech and Audio Processing*, 2001, 9(8): 943-956
- [5] Foy W H. Position-location solutions by Taylor-series estimation. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1976, 12(2): 187-194
- [6] 黄维彬. 近代平差理论及其应用. 北京:解放军出版社, 1992. 7
- [7] Schau H C, Robinson A Z. Passive source localization employing intersecting spherical surfaces from time-of-arrival differences. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 1987, 35(8): 1223-1225
- [8] Abel J S. Divide and conquer approach to least-squares estimation. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1990, 26, (2): 423-427
- [9] Xiong J Y, Wang W, Zhu Z L. An improved Taylor algorithm in TDOA subscriber position location. In: Proceedings of the 2003 International Conference on Communication Technology, Beijing, China, 2003. 981-984
- [10] Kovavisaruch L, Ho K C. Modified Taylor-series method for source and receiver localization using TDOA measurements with erroneous receiver positions. In: Proceedings of the 2005 IEEE International Symposium on Circuits and Systems, Kobe, Japan, 2005. 2295-2298
- [11] Yu K, Jay G Y, Oppermann I. Modified taylor series expansion based positioning algorithms. In: Proceedings of the 2008 IEEE 67th Vehicular Technology Conference, Marina Bay, Singapore, 2008. 2656-2660

## Research on the high-precision positioning based on TDOA measurements

Huang Yi, Hu Aiqun

(College of Information Science and Engineering, Southeast University, Nanjing 210096)

### Abstract

Under the circumstances that the measurement degrees of freedom exist in a positioning system based on measuring the time difference of arrival (TDOA), the paper uses the adjustment method to reduce measurement errors in practice, and theoretically proves that the positioning accuracy of the system can reach a lower Cramer-Rao Lower Bound (CRLB) after adjustment. And then, the region-prediction based Taylor series (R-TS) algorithm is proposed to choose the initial point and solve the problem of the selection of start point simply and efficiently by using a priori knowledge of TDOA sign, with the final aim of reducing the number of iterations. The experimental results show that the positioning accuracy and the computational efficiency can also be improved by using adjustment method and the R-TS algorithm.

**Key words:** positioning, time difference of arrival (TDOA), adjustment, region-predicting, Taylor series