

基于卡尔曼滤波算法的 GPS 旋转体姿态测量^①

陈跃鹏^② 李东光 崔占忠

(北京理工大学机电工程与控制国家级重点实验室 北京 100081)

摘 要 研究了用单天线全球定位系统(GPS)接收机的载波信号正弦相位调制波实时测量旋转体姿态的基本原理和方法,设计了一种实现旋转体姿态测量的卡尔曼滤波算法。为了克服多天线姿态测量存在的天线相位延迟、噪声相互独立等不利因素,将单天线置于相位中心偏离旋转轴心位置。分析了旋转体姿态与 GPS 接收机载波信号之间的关系,给出载波信号的数学模型,在 GPS 接收机跟踪环路建立了包含姿态信息的载波信号卡尔曼滤波模型,对环路的跟踪性能与姿态算法进行 MATLAB 仿真。结果表明,此算法的跟踪环路带宽窄,能有效抑制噪声干扰,较好地实现了对旋转信号的跟踪,并且姿态测量精度比较高。

关键词 GPS, 单天线, 卡尔曼滤波, 姿态算法, 旋转

0 引言

近年来,随着 GPS 研究的不断深入,利用多天线 GPS 确定载体姿态的精度也越来越高^[1]。GPS 姿态测量方法是在载体上配置多天线,接收机根据测量的各天线的 GPS 载波信号相位差确定天线-天线矢量与天线-卫星矢量之间的正弦角,用来实时确定运动坐标系相对于当地地理坐标系的角位置,从而求出载体的姿态^[2]。这种测量方法的优点是利用已存在的测量位置和速度的 GPS 接收机测量姿态,不需要其他附加的测量装置就能够连续获取信号。缺点是:(1)天线安装时要求相位中心严格在同一水平面上,安装技术难度大,天线信号延迟;(2)需要解决载波相位整周模糊度问题;(3)每个天线要一个接收机通道接收一颗卫星信号,这需要系统增加多个通道,要求系统运算速度快,造成接收机重量和能量消耗增加;(4)对旋转体姿态测量,其与 GPS 卫星之间的高速运动以及本身高速旋转引起的虚假调制效应,使接收的载波信号产生很大的正弦变化的多普勒频移和频率变化率,载波多普勒频移超过锁相环(phase locked loop, PLL)的捕获带,将造成载波跟踪环失锁,为了保证对载波的可靠捕获和跟踪,必须增加环路的带宽,这样就使干扰噪声增

加^[3-5]。为了克服多天线接收机测姿缺点,本文提出一种单天线 GPS 旋转体姿态测量方法。它利用载波相位正弦变化的调制波幅度和相位与 GPS 卫星的方向矢量相关,测量矢量类型的姿态。

1 单天线 GPS 测姿工作原理

单天线 GPS 是利用载波信号的正弦相位调制波进行旋转体姿态测量^[6]。本文用转台模拟旋转体,如图 1 所示。将一单天线安装在转台上,天线相

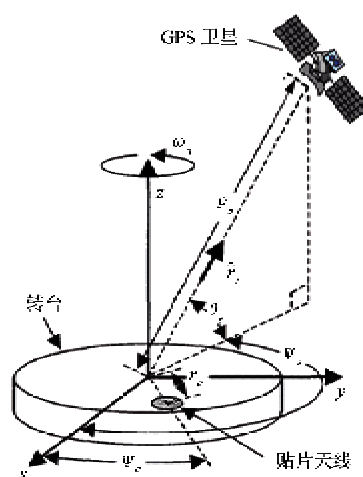


图1 系统几何模型

① 国家部委基金(9140003606001)资助项目。

② 男,1975 年生,博士生;研究方向:GPS 信号处理;联系人,E-mail: chenyp313@qq.com
(收稿日期:2010-06-01)

位中心偏离轴心,天线随转台转动作圆周运动。为使转动造成的增益矩阵的惯性方位变化减少,需使天线的视域以转动轴为中心。 xyz 坐标系固定在旋转体上不随转台转动, z 轴与转台转动轴重合,天线的相位中心在 xy 平面上随转台转动。天线在 xyz 坐标系中的位置由旋转角 ψ_a 和半径 r_a 确定。转台以恒定速度 ω_a 转动,所以方位角 $\psi_s = \omega_a + \psi_{a0}$; xyz 坐标系中 GPS 的位置由方位角 ψ_a , 俯仰角 θ_s 以及到原点的距离 ρ_s 确定。通常 $r_a/\rho_s \ll 1$ 。

根据几何学,天线相位中心到 GPS 的距离为

$$\begin{aligned} \rho_{ax} &= \sqrt{\rho_s^2 + r_a^2 - 2\rho_s r_a \cos\theta_s \cos(\omega_a t + \psi_{a0} - \psi_s)} \\ &\approx \rho_s - r_a \cos\theta_s \cos(\omega_a t + \psi_{a0} - \psi_s) \end{aligned} \quad (1)$$

由 ρ_s 可推导出接收到的载波相位表达式为

$$\begin{aligned} \varphi_{re}(t) &= \omega_c t + \varphi_{Dnr}(t) + \omega_a t + x_c \cos(\omega_a + \psi_{a0}) \\ &\quad + x_s \cos(\omega_a + \psi_{a0}) \end{aligned} \quad (2)$$

$\varphi_{re}(t)$ 是接收到的载波相位, c 是光速, ω_c 是信号的角速度, $\omega_a t$ 项是由信号的偏振以及天线相位中心围绕视域中心线旋转综合产生的载波相位, $\varphi_{Dnr}(t)$ 是仅有速度和加速度引起的多普勒频移相位,通常称为整周多普勒频移或累计 Δ 距离。式(2)右边等式的后两项是转台旋转对载波相位的影响,其中:

$$x_c = \frac{\omega_c r_a}{c} [\cos\theta_s \cos\psi_s] \quad (3)$$

$$x_s = \frac{\omega_c r_a}{c} [\cos\theta_s \sin\psi_s] \quad (4)$$

由式(3)可以看出转台的转动引起天线到 GPS 卫星距离的正弦变换,造成天线相位中心的圆周运动引起接收信号载波相位的正弦变化。相当在载波信号加上调制波,调制波的频率等于转动频率。调制波的幅度和相位可由接收机内部的锁相环 PLL 获得。由式(3)、(4)可以看出,在转台坐标系中,调制波的幅度和相位和 GPS 卫星的方向矢量相关,因此系统可测量矢量类型的姿态。

2 旋转体单天线 GPS 接收机模型

GPS 接收机接收的卫星信号 y_{RF} 经射频前端下变频及采样后,得到数字中频信号 y_{IF} , 信号频率为 ω_{IF} 。载波 NCO 使用同向 $\cos[\omega_{IF}t + \phi_{re}(t)]$ 与正交 $-\sin[\omega_{IF}(t) + \phi_{re}(t)]$ 两个参考信号同中频信号 y_{IF} 混频,同向和正交通道的输出为同向和正交信号 y_I, y_Q 。延迟锁定环(delayed lock loop, DLL)相关同相和正交信号与被跟踪 GPS 卫星信号的伪随机码

(PRN),并调整 PRN 的时间延迟使相关值最大,在这个相关过程中,产生同相和正交积累 I_n, Q_n 。锁定环 PLL 用 I_n, Q_n 通过调整 $\omega_{re}(=d\phi_{re}/dt)$ 调正载波 NCO 相位^[7]。

ϕ_{re} 是 PLL 估计的多普勒相位 $\phi_{Dopp}(t)$, 通过估计 x_c 和 x_s 可以计算 ω_{re} , x_c 和 x_s 是以转盘转动频率震动的载波相位组成部分的系数,在接收机系统中,我们在 PLL 中设计卡尔曼滤波估计 x_c 和 x_s , 接收机模型如图 2 所示^[7]。

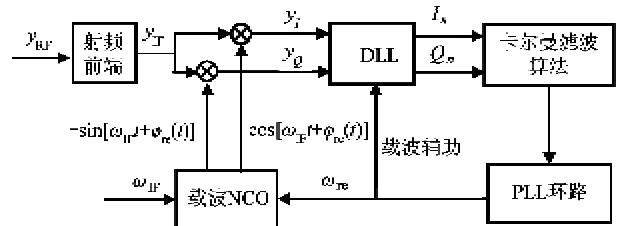


图 2 接收机模型

3 单天线 GPS 姿态测量算法^[8,9]

假定 DLL 的 PRN(伪随机码)环路在时间 $t_0, t_1, t_2, \dots, t_n, \dots$ 采样,那么载波相位动态模型如下:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x_p \\ x_v \\ x_a \\ x_c \\ x_s \end{bmatrix}_n &= \begin{bmatrix} 1 & \Delta t_{n-1} & \frac{\Delta t_{n-1}^2}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \Delta t_{n-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_p \\ x_v \\ x_a \\ x_c \\ x_s \end{bmatrix}_{n-1} \\ &\quad - \begin{bmatrix} \Delta t_{n-1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \omega_{re(n-1)} - \begin{bmatrix} \frac{\Delta t_{n-1}^2}{6} & 0 & 0 \\ \frac{\Delta t_{n-1}}{2} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{w}_{n-1} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \phi_{Dopp}(t_n) &= \phi_{re}(t_n) + x_p(n) + x_c(n) \\ &\quad \times \cos(\omega_a t_n + \psi_{a0}) + x_s(n) \\ &\quad \times \sin(\omega_a t_n + \psi_{a0}) + \omega_c t \end{aligned} \quad (6)$$

其中 $\Delta t_{n-1} = t_n - t_{n-1}$ 。频率 $\omega_{re}(n-1)$ 是 $d\phi_{re}/dt$ 在时间 t_{n-1} 到 t_n 的值。 $x_p = \phi_{Dnr} - \phi_{re} + \omega_a t$, 综合多普勒频移等于转盘中心到 GPS 卫星多普勒频移减载波 NCO 的集成多普勒频移加转台旋转产生的多普勒频移。 $x_c = \dot{\phi}_{Dnr} + \omega_a$, 多普勒频移等于转盘中心

到 GPS 卫星的多普勒导数加转台旋转频率, $x_a = \ddot{\phi}_{Dnr} \circ w_{n-1}$ 是离散时间白噪声, 静态模型如下:

$$E\{w_{n-1}\} = 0$$

$$\{w_{m-1}w_{n-1}^T\} = \delta_{mn}\Delta t_{n-1} \begin{bmatrix} q_a & 0 & 0 \\ 0 & q_{cs} & 0 \\ 0 & 0 & q_{cs} \end{bmatrix} \quad (7)$$

q_a 和 q_{cs} 是连续时间白噪声。式(5)(6)能建立卡尔曼滤波估计姿态参数 x_c, x_s , 转台旋转速度及加速度。

DLL 同相和正交信号积累输出载波相位误差为

$$y_n = -\arctan2(Q_n, I_n) \quad (8)$$

假如 GPS 接收机锁定卫星信号, 载波相位的误差可以用 t_{n-1} 到 t_n 时间间隔的 NCO 相位和实际载波相位的误差代替:

$$y_n = \frac{1}{\Delta t_{n-1}} \int_{t_{n-1}}^{t_n} [x_p(t) + x_c(t) \times \cos(\omega_a t + \psi_{a0}) + x_s(t) \times \sin(\omega_a t + \psi_{a0})] dt + v_n \quad (9)$$

其中 v_n 是高斯随机白噪声, 与 w_{n-1} 不相关。

参照式(5), 把基本连续时间模型代入式(9), 变形可得到观测方程:

$$y_n =$$

$$\begin{bmatrix} 1 & \frac{\Delta t_{n-1}}{2} & \frac{\Delta t_{n-1}^2}{6} & C_c(n-1) & C_s(n-1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_p \\ x_v \\ x_a \\ x_c \\ x_s \end{bmatrix}_{n-1}$$

$$- \frac{\Delta t_{n-1}}{2} \omega_{re}(n-1)$$

$$+ \left[\frac{\Delta t_{n-1}^2}{24} \quad D_c(n-1) \quad D_s(n-1) \right] w(n-1) + v_n \quad (10)$$

其中系数:

$$C_c(n-1) = \left[\frac{\sin(\omega_a t_n + \psi_{a0}) - \sin(\omega_a t_{n-1} + \psi_{a0})}{\omega_a \Delta t_{n-1}} \right] \quad (11)$$

$$C_s(n-1) = \left[\frac{\cos(\omega_a t_n + \psi_{a0}) - \cos(\omega_a t_{n-1} + \psi_{a0})}{\omega_a \Delta t_{n-1}} \right] \quad (12)$$

$$D_c(n-1) = \left[\frac{C_s(n-1) - \sin(\omega_a t_n + \psi_{a0})}{\omega_a \Delta t_{n-1}} \right] \quad (13)$$

$$D_s(n-1) = \left[\frac{C_c(n-1) - \cos(\omega_a t_n + \psi_{a0})}{\omega_a \Delta t_{n-1}} \right] \quad (14)$$

式(5)、(10)变成:

$$x_n = \phi_{n-1} \times x_{n-1} + \Gamma_{n-1} \times \omega_{re}(n-1) + \Gamma_{n-1} \times w_{n-1} \quad (15)$$

$$y_n = C_{n-1} \times x_{n-1} + D_{n-1} \times \omega_{re}(n-1) + D_{w(n-1)} \times w_{n-1} + v_n \quad (16)$$

式(15)为系统状态方程, 式(16)为系统观测方程, $x = [x_p, x_v, x_a, x_c, x_s]^T$ 为状态矢量, ϕ_{n-1} , Γ_{n-1} 为状态转移矩阵, C_{n-1}, D_{n-1} 为量测矩阵。

卡尔曼滤波的更新方程为

$$x_n = \phi_{n-1} \times x_{n-1} + \Gamma_{n-1} \omega_{re} \times (n-1) + \Gamma_{n-1} \times w_{n-1} \quad (17)$$

$$y_n = C_{n-1} \times x_{n-1} + D_{n-1} \times \omega_{re}(n-1) + D_{w(n-1)} \times w_{n-1} + v_n \quad (18)$$

$\bar{v}_n$ 为量测参差, $\hat{x}$ 为状态估计, L_n 为卡尔曼滤波增益矩阵。

为了保证系统锁定卫星信号。要求 y 相位误差近似为 0, 这就需要用卡尔曼状态矢量估计值确定 ω_{re} :

$$\omega_{re(n+1)} = \{ -\Delta t_n \omega_{re(n)} + (1 - \alpha) \hat{x}_{p(n)} + (\Delta t_n + \Delta t_{n+1}) \hat{x}_{v(n)} Z + 0.5(\Delta t_n + \Delta t_{n+1})^2 \hat{x}_{a(n)} + [\cos(\omega_a t_{n+2} + \psi_{a0}) - \alpha \cos(\omega_a t_n + \psi_{a0})] \hat{x}_{c(n)} + [\cos(\omega_a t_{n+2} + \psi_{a0}) - \alpha \cos(\omega_a t_n + \psi_{a0})] \hat{x}_{s(n)} \} / \Delta t_{n+1} \quad (19)$$

α 是权系数, $0 \leq \alpha < 1$, 调整它保证卡尔曼滤波收敛。

4 仿真及结果分析

4.1 仿真

根据图 1 的系统几何模型以及图 2 的接收机模型建立的在仿真系统中, 接收机采用有半球形增益图的贴片天线, 天线安装半径 $r_a = 0.1\text{m}$, 转台转速 $\omega_a = 419\text{rad/s}$, GPS 卫星到天线相位中心有非零的视线速度和加速度, 倾角 $\theta_s = \pi/4\text{rad}(45\text{deg})$, 视线速度为 6000m/s , 加速度为 50m/s^2 , 转台旋转及与 GPS 卫星相对运动引起接收信号载波相位的正弦变化, 载波相位的中心频率是 $\omega = 2\pi \times 1575.42 \times 10^6\text{rad/s}$; 接收机受其它卫星信号干扰产生噪声及接收机本身产生的热噪声及数字噪声, 系统在接收机输入端用等值的热噪声代替, 系统前端有 31dB 增益, 2.5dB 噪声增益^[8], 接收机的射频前端采用三级带通滤波和两级混频变频, 产生 3.636MHz 的中

频,带通大约为1MHz。

对于 I_n 和 Q_n 累加器输出端,天线和接收机的热、数字噪声与接收机接收的信号有 18dB 的 SNR,这个 SRR 在 1000hz 采样频率产生 7.2degRMS 相位测量误差。滤波器增益 $L_{pmz} = [0.0426, 0.9135, 9.7869]^T$, PLL 带宽为 0.64Hz, 会产生 3.4Hz 的速度加速度测量带宽。 I_n 和 Q_n 输出信号如图 3 示, PLL 输出如图 4 所示,从图 4 可以看出信号锁定。

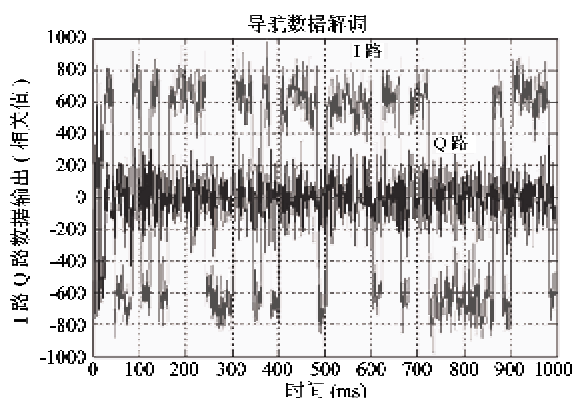


图 3 DLL 的 I_n 和 Q_n 信号输出

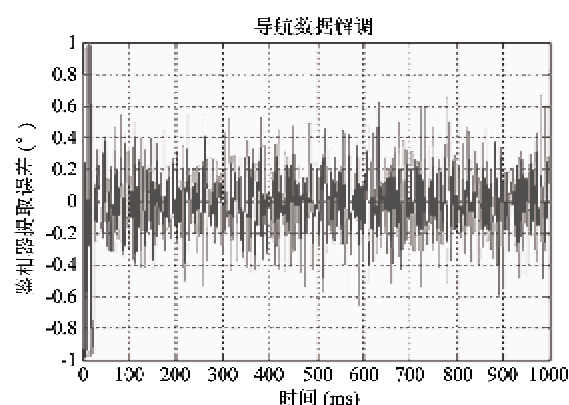


图 4 PLL 载波相位误差

4.2 结果分析

根据单天线 GPS 姿态测量算法可求出 x_s, x_c , 利用式(3)和(4)可以推导出:

$$\psi_s = \arctan2(x_s, x_c) \quad (20)$$

$$\theta_s = \arccos[c(\sqrt{x_c^2 + x_s^2})/(\omega_c r_a)] \quad (21)$$

θ_s 为俯仰角和 ψ_s 航向角。通过式(20)和(21)可以测量姿态信息。仿真的前半秒,卡尔曼滤波的聚集来源于原始误差,之后趋于稳定,表 1 为单天线测姿的 RMS 误差。

表 1 单天线测姿的 RMS 误差

试验次数	俯仰($^{\circ}$)	航向($^{\circ}$)
1	0.142	0.141
2	0.139	0.143
3	0.138	0.139
4	0.135	0.137

从表中可以看出为俯仰角 θ_s 和航向角 ψ_s 均方根误差小于 0.14 $^{\circ}$,能够满足测试要求。

5 结论

本文提出并设计了一种卡尔曼滤波算法来实现旋转体姿态测量,并通过仿真对其性能进行了评估。当转台转速为 419rad/s,天线半径为 0.1m 时,达到 0.64Hz 的 PLL 带宽,误差为 1.2 $^{\circ}$ 。姿态测量的误差与天线半径成反比。与多天线 GPS 接收机信号处理测姿方法比较,成本低、体积小、重量轻,这为高动态、低信噪比环境下 GPS 姿态测量提供新的思路,对提高我国在导航定位技术方面有重要的作用。

参考文献

- [1] 张强,高敏,齐杏林. 旋转弹丸 GPS 信号跟踪方法研究. 全球定位系统. 2002,6:42-45
- [2] Doty J H. Advanced spinning vehicle navigation-a new technique in navigation of munitions. In: Proceedings of the Institute of Navigation 57th Annual Meeting & Central Inertial and GPS Test Facility 20th Biennial Guidance Test Symposium, Albuquerque, USA, 2001. 745-754
- [3] Grasshoff L H. An onboard, closed-loop, nutation control system for spin-stabilized spacecraft. *Journal of Spacecraft and Rocket.*, 1968,5:530-535
- [4] Mansukhani A. Phase lock loop stability analysis. *Applied Microwave & Wireless*, 2000. 30-38
- [5] Doty J H, Anderson D A. Spinning-vehicle navigation using apparent modulation of navigational signals. US Patent 6520448, 2001
- [6] Soltz J A. Attitude determination of a rotating body using INS and GPS data. In: Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation and Control Conference, Scottsdale, USA, 1994. 1223-1233
- [7] 王伟,张廷新,史平彦. 高动态环境下 GPS 信号跟踪算法综述. 空间电子技术. 2001,1:1-9
- [8] 席少霖,赵风治. 最优化计算方法. 上海科学技术出版社. 1983. 43-56

- [9] Tetesky A K, Mullen F E. Effects of platform rotation on GPS with implications for simulators. In: Proceedings of the 9th International Technical Meeting of the Satellite Di-

vision of the Institute of Navigation, Kansas City, USA, 1996. 1917-1925

Rotator attitude measurement using GPS based on Kalman filter algorithm

Chen Yuepeng, Li Dongguang, Cui Zhanzhong

(National Key Laboratory on Electrical Engineering and Control, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081)

Abstract

The basic principles and methods for real time measurement of the attitude of a rotator using the sinusoidal phase modulation wave of the carrier signal of a single-antenna GPS' receiver were investigated, and a Kalman filter algorithm was designed to achieve rotator attitude measurement. In order to the overcome the shortcomings inherent in multiple-antennae measurement such as antenna phase delay and independence between noises, a single antenna was placed at the phase center deviating from the rotating axis. The relationship between the rotational attitude and the GPS carrier signal was analyzed, and the mathematical model for carrier signals was given. In the GPS receiver tracking loop, a Kalman filter model that contains posture information was established. Using the proposed posture algorithm, the MATLAB simulation on the performance of the tracking loop was conducted. The results indicate that the posture algorithm can yield a narrow tracking loop bandwidth, enhance the effectiveness in suppressing noises and tracking rotation signals, and improve the precision of attitude measurement.

Key words: GPS, single antenna, Kalman filter, attitude measurement, rotation