

基于奇异摄动的捷联惯导伪圆锥误差补偿算法^①

富立^② 罗珍^③

(北京航空航天大学自动化科学与电气工程学院 北京 100091)

摘要 提出了一种新的高精度捷联惯导系统(SINS)姿态更新算法——基于奇异摄动理论的算法。该方法是对伪圆锥误差较大的传统 Savage 姿态更新算法改进,它运用奇异摄动理论抑制载体真实的角运动频率与宽频带噪声的频率混叠在一起时出现的圆锥误差放大现象——伪圆锥误差,同时将陀螺输出分为快变部分和慢变部分,利用陀螺敏感的载体角运动与陀螺非理想输出信号的两时间尺度特性补偿伪圆锥误差。该算法通过可调参数以控制任意频段的伪圆锥误差的影响,实现算法精度的提高。仿真结果表明,此新方法与目前高精度的 Savage 四子样算法相比不仅能够提高姿态更新的精度和速率,而且具有良好的灵活性和较小的计算量。

关键词 伪圆锥误差, 奇异摄动, 姿态更新, 两时间尺度特性, 旋转矢量

0 引言

近些年来,捷联惯导系统(strapdown inertial navigation system, SINS)姿态算法研究有了很大进展,特别是在广泛采用 Savage 提出的高精度姿态更新算法后^[1],圆锥误差的补偿问题已经不再是影响姿态更新精度的重要因素。但是研究发现^[2,7]惯性传感器输出中包含的宽频带噪声成为影响基于 Savage 姿态更新算法精度的重要因素,这种由惯性传感器宽频带噪声导致的姿态误差被称为伪圆锥误差。麦道公司的学者 Coffee^[2]最早提出陀螺的非理想特性也会导致圆锥误差,惯性传感器的非理想增益使得捷联惯导姿态更新算法得到错误的载体角速度,进而导致误差,并将这种误差称之为伪圆锥误差。Litton 公司的学者 Mark^[3]在对激光陀螺的研究中发现,由于激光陀螺普遍采用机械抖动的方式消除激光陀螺的测量死区,导致激光陀螺的输出中包含大量的宽频带噪声。如果载体真实的角运动频率与这些宽频带噪声的频率混叠在一起,将出现圆锥误差放大现象。俄国学者 Litmanovich^[4]的研究表明传统的 Savage 姿态更新算法很难消除这种圆锥

误差放大现象。

目前针对伪圆锥误差,工程中常采用的解决方法是低通滤波,但是这种方法只能抑制陀螺输出的高频噪声,不能消除由截止频率附近的噪声和其它非理想特性带来的影响,同时还会降低陀螺输出信号的带宽,导致姿态更新出现延迟,不利于实时控制。文献[3,6]提出用修改 Savage 算法中系数的方法降低伪圆锥误差的影响,但是这种方法对抑制伪圆锥误差的效果并不明显。上述两种方法都未考虑陀螺输出宽频带误差的随机性,因此不能从根本上解决真实载体角运动和噪声信号的混频造成的圆锥误差放大问题,而且影响姿态更新速率,不能满足高机动载体对较高姿态更新速率的要求。本文在对 Savage 算法进行详细研究的基础上,分析了陀螺输出的两时间尺度特性,依据奇异摄动理论,提出了一种新的姿态更新算法——奇异摄动算法。它将陀螺输出分为慢变部分和快变部分,利用时间尺度特性和边界层校正方法补偿伪圆锥误差。这种新姿态更新算法可以较好地补偿伪圆锥误差,对圆锥误差也有较好的补偿效果,并且能够很好的提高姿态更新速率。

① 973 计划(2009CB72400201)和国家自然科学基金(61071014)资助项目。

② 女,1969 年生,博士,副教授;研究方向:惯性导航;E-mail: fuli@buaa.edu.cn

③ 通讯作者,E-mail: luozhen1129@126.com

(收稿日期:2010-09-15)

1 伪圆锥误差对姿态更新的影响

在高精度姿态更新中,圆锥误差补偿是补偿重点,通常采用的补偿算法是 Savage 多子样算法。Savage 算法针对低频的载体运动通过高速采样来拟合陀螺输出,进而获得准确的态度更新结果,是一种通过计算量换取精度的方法。但是实际陀螺的测量值中除了包含载体的角运动信号外,还包括载体振动、陀螺制造工艺等因素产生的测量噪声信号,而且这种噪声信号的频带很宽。

图 1 所示是某光纤陀螺的闭环增益的频率响应曲线^[2],可以看出该陀螺的带宽约为 200Hz (-3dB)。陀螺的输出具有类似低通滤波器的功能,保证该陀螺既可以准确地测量低频段的载体运动信号,同时抑制高频段的测量噪声信号。但是,对高频噪声信号只能抑制,不能完全消除。从图 1 可以看到,该幅频特性曲线在截止频率附近是过渡曲线,而非直接截断,并且存在最大为 0.2dB 的增益。所以,陀螺在截止频率附近输出的数据失真,并且可以输出大于 200Hz 的噪声信号。

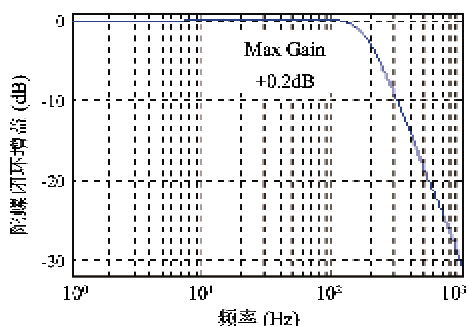


图1 各频率点的陀螺增益

图 2 是 200Hz 带宽某型号陀螺测量的实际飞行数据(采样频率为 1000Hz)。从图中可以看出,载体

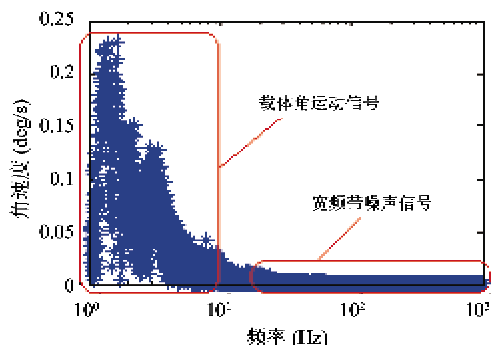


图2 实际陀螺输出数据的频谱图

真实角运动信号主要集中在低频段,噪声信号则分布在各个频率段内,并且带宽很宽,幅值则较小。其高频段局部放大如图 3 所示,可以看到噪声信号的频带很宽,并且逐渐衰减。然而截止频率之后的噪声信号虽然被衰减,但是仍然存在。这些宽频带噪声信号具有不确定性和随机性,对姿态更新算法的影响不容忽视,由此产生的伪圆锥误差也是不可避免的。

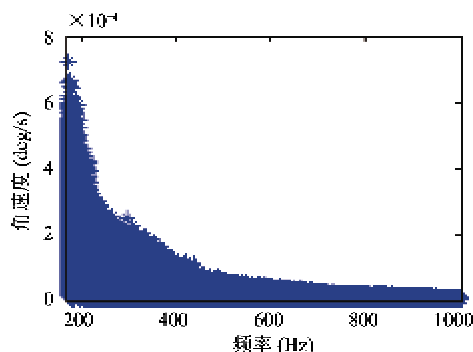


图3 图2的高频段局部放大图

为了研究陀螺测量噪声对姿态更新精度的影响,设典型圆锥运动的测量噪声频率在 1 ~ 1000Hz 范围内可变。低通滤波器的截止频率为 200Hz,采样频率为 400Hz。采用工程中常用的最优四子样 Savage 算法进行仿真,其姿态更新频率为 100Hz。以测量噪声频率作为变量进行仿真,则四子样 Savage 算法的圆锥误差如图 4 所示,其低频部分的局部放大如图 5 所示。可以看出 Savage 四子样算法在测量噪声频率低于 390Hz 时,姿态误差可以保持在 0.1° 范围之内,圆锥误差补偿效果非常好。但是测量噪声信号频率在 400Hz 附近有严重的误差峰值,即使此时的噪声幅值已衰减到不足 0.02deg/s ,姿态误差却已超过 0.35° ,这将无法满足高精度导航的要求。从图中可以看到,在采样频率

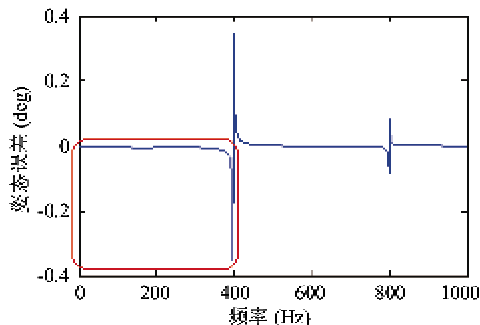


图4 Savage 四子样算法在各频率点的姿态误差

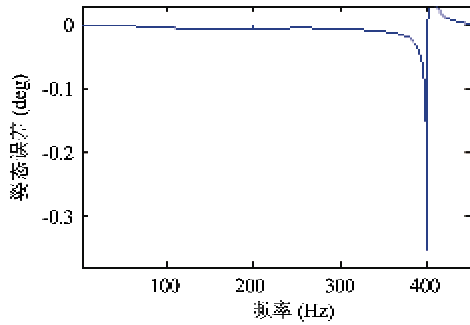


图 5 四子样算法姿态误差在低频段的局部放大图

及其整数倍频率附近,虽然噪声的幅值已经被抑制得很小,但是它造成的姿态误差依然较大,有严重的误差波峰出现。

以上仿真结果表明,利用陀螺对高频噪声的滤波特性,算法在高频段的姿态误差可以得到抑制。但是,在采样频率及其倍频附近,由于频率的混叠现象,Savage 算法会出现严重的伪圆锥误差。此时,Savage 姿态更新算法不但没有对载体本身的圆锥误差进行补偿,反而加入了不该有的伪圆锥误差。测量噪声信号的频率越高,给算法带来的误差就会越大,即使幅度很小的高频测量噪声也会带来幅值较大的伪圆锥误差,它对姿态精度的影响不容忽视。如果不考虑抑制宽频带噪声的影响,将给姿态更新带来无法预期的误差,尤其是与采样频率近似的噪声及其倍频噪声都会为解算结果带来严重的影响。因此,在实际工程应用中,姿态更新算法不光要对圆锥误差进行补偿,还要对伪圆锥误差进行补偿。

2 基于奇异摄动的伪圆锥误差补偿算法

由图 2 看出,陀螺的输出分为高频和低频两部分(幅值有明显差),分别代表了噪声和载体运动两部分,在时域中表现为快变和慢变两部分,具有两时间尺度特性。针对拥有两时间尺度特性的信号,工程中通常采用奇异摄动的方法,本文将奇异摄动引入姿态更新算法中补偿圆锥误差和伪圆锥误差。

高精度姿态更新算法的关键在于旋转矢量的精度,本文的奇异摄动算法就是在计算旋转矢量的过程中加入圆锥误差和伪圆锥误差的补偿,其实质是对 Savage 算法的一种改进。它的主要思路是利用强制摄动参数将角运动分为慢变部分和快变部分分别进行补偿,以增加旋转矢量的计算精度。

假设旋转矢量的模 φ 在小角度范围内,对其进行正余弦级数展开,忽略高阶项,可以得到工程中常

用的近似方程^[8-11]

$$\dot{\phi} \approx \omega^b + \frac{1}{2} \phi \times \omega^b \quad (1)$$

求解方程(1)可得

$$\phi \approx \alpha(t_{k+1}) + \delta\alpha(t_{k-1}) \quad (2)$$

其中 $\alpha(t) = \int_{t_0}^t \omega^b dt$, $\delta\alpha(t) = \int_{t_0}^t \alpha \times \omega^b dt$, $\delta\alpha(t)$ 是圆锥误差。

又根据实际惯性运动,认为角运动是一个摄动过程,角加速度的变化率大于角速度的变化率,角加速度的变化率归为噪声信号,表现为角速度的二阶微分形式,是陀螺输出中变化较快的部分。角加速度和角速度都是陀螺输出的有用信号,相对变化较慢。采用强迫奇异摄动方法,在角加速度变化率前强制添加小参数 ε , β 为假定的常数。利用两时间尺度方程,建立采样间隔内的角速度变化方程

$$\begin{cases} \varepsilon \ddot{\omega}^b + \dot{\omega}^b + \beta = 0 \\ \omega^b(0) = \omega_1, \omega^b(T) = \omega_2 \end{cases} \quad (3)$$

利用两时间尺度特性,采用边界层法求解方程(3),其思想是首先忽略快变量以降低方程的阶数,然后通过引入边界层校正项来提高近似程度。慢变部分不计边界层影响,在时间尺度上变化缓慢;快变部分是由边界层影响确定的边界层校正项,只在边界层内起作用,变化迅速。

首先取 $\varepsilon = 0$, 得到慢变部分方程(设慢变部分满足右边界)

$$\begin{cases} \dot{u} + \beta = 0 \\ u(T) = \omega_2 \end{cases} \quad (4)$$

得到慢变部分的解

$$u(t) = -\beta t + \beta T + \omega_2 \quad (5)$$

进一步,引入尺度变换 $\eta = \frac{t}{\varepsilon}$, 将方程(3)转化为

$$\frac{d^2 \omega^b}{d\eta^2} + \frac{d\omega^b}{d\eta} + \varepsilon\beta = 0, \quad \eta \in [0, \infty) \quad (6)$$

同样取 $\varepsilon = 0$, 得到快变部分:

$$\begin{cases} \frac{d^2 v}{d\eta^2} + \frac{dv}{d\eta} = 0, \quad \eta \in [0, \infty) \\ v(0) = \omega_1 - u(0) \\ = \omega_1 - \beta T - \omega_2, \quad \lim_{\eta \rightarrow \infty} v(\eta) = 0 \end{cases} \quad (7)$$

进而得到快变部分的解:

$$v = (\omega_1 - \beta T - \omega_2) e^{-\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)} \quad (8)$$

最后,匹配退化问题的解和边界层校正问题的解来逼近原方程(3)的解:

$$\omega^b = u + v$$

$$= (\omega_1 - \beta T - \omega_2) e^{-\frac{t}{\varepsilon}} - \beta t + \beta T + \omega_2 \quad (9)$$

上式通过调整 ε , β , 可以灵活地逼近原始陀螺的真实输出曲线。 β 可以为任意值, 小参数变量是相对于姿态更新周期的小参数。当 $\beta = -\frac{\omega_2 - \omega_1}{T}$ 时, 上式就退化成认为陀螺在姿态更新周期内是线性的、一般的圆锥误差补偿方案。因此这里的基于奇异摄动的补偿方法是在 Savage 方案上的一种改进。

进一步解算方程(9), 令 $a = \omega_1 - \beta T - \omega_2$, $b = \beta$, $c = \beta T + \omega_2$, 方程(9)转化为

$$\omega^b = a e^{-\frac{t}{\varepsilon}} - b t + c \quad (10)$$

代入方程(2), 可以得到姿态更新周期内的旋转矢量(略去高阶项)

$$\Delta\phi = \varepsilon a - \frac{1}{2} b T^2 + c T + \frac{1}{2} a \times b \left(\frac{1}{2} \varepsilon T^2 + 2\varepsilon^3 \right) + \frac{1}{2} c \times a (2\varepsilon^3 - \varepsilon T) + \frac{1}{12} b \times c T^3 \quad (11)$$

其中圆锥误差为

$$\begin{aligned} \delta\alpha(t) &= \int_{t_k}^t \alpha \times \omega^b dt \\ &= \frac{1}{2} a \times b \left(\frac{1}{2} \varepsilon T^2 + 2\varepsilon^3 \right) \\ &\quad + \frac{1}{2} c \times a (2\varepsilon^3 - \varepsilon T) + \frac{1}{12} b \times c T^3 \end{aligned} \quad (12)$$

通过算法的推导过程可以看出, 小参数变量 ε 是相对于姿态更新周期的小参数, β 可以为任意值。通过调节 ε , β , 可以使方程(9)表示的曲线逼近陀螺在采样间隔内的输出, 具有很强的灵活性。它不但可以补偿圆锥误差, 而且可以减小伪圆锥误差。

3 参数 ε 和 β 的选取

按奇异摄动算法, 时变参数 ε 用于描述采样间隔内角加速度 ($\ddot{\omega}^b$) 的变化远远快于角速度 ($\dot{\omega}^b$) 的变化。由奇异摄动理论可知^[12,13], 参数 ε 的取值范围为 $\varepsilon \in [0, 1]$, 并且角加速度的变化越快, 参数 ε 的取值应越小, 可采用式

$$\varepsilon \leq \frac{\|\ddot{\omega}^b\|}{\|\dot{\omega}^b\|} \quad (13)$$

确定 ε 的取值上限。其中, $\|\dot{\omega}^b\|$ 为采样间隔内角速度的矢量模; $\|\ddot{\omega}^b\|$ 为采样间隔内角加

速度的矢量模; ε 的实际取值应是上限值的 0.01 或 0.001。

参数 β 是与采样间隔内载体的角速度变化有关的参数, 按照 Savage 姿态更新的单速率算法, 参数 β 的选取方式取

$$\beta = \frac{n}{T} (\dot{\omega}_k^b - \dot{\omega}_{k+1}^b) \quad (14)$$

其中 T 为采样间隔, n 为与采样间隔内载体的角速度变化有关的常数。角速度变化越快, n 的取值越大, 可采用式

$$n \geq \frac{\|\dot{\omega}^b\|}{\|\ddot{\omega}^b\|} \quad (15)$$

确定 n 的取值下限。其中, $\|\dot{\omega}^b\|$ 为采样间隔内角加速度的矢量模, $\|\ddot{\omega}^b\|$ 为采样间隔内角速度的矢量模。

为了有效地补偿圆锥误差和伪圆锥误差, 基于奇异摄动的姿态更新过程应保证采样间隔内旋转矢量计算误差最小, 因此 ε 和 β 的选取不仅要满足式(13)和(14)的约束, 还应保证采样间隔内旋转矢量计算误差最小。

设 $G(\omega)$ 为陀螺传递函数。理想情况下 $G(\omega) \equiv 1$, 但是实际 $G(\omega)$ 的幅频特性曲线如图 1 所示, 满足 $G(0) = 1$ 。在这种情况下, 陀螺测量的典型圆锥运动的角速度矢量为

$$\omega^b = \begin{bmatrix} \omega G(\omega) \beta \cos(\omega t) \\ -\omega G(\omega) \beta \sin(\omega t) \\ \frac{1}{2} \omega G(\omega)^2 \beta^2 \end{bmatrix} \quad (16)$$

其中, β 是半锥角, 即圆锥运动的振幅, $\omega = 2\pi f$, 是圆锥运动的角速度。

对于式(16)所示的典型圆锥运动情况下陀螺输出的角速度 ω^b , 采用姿态更新算法中旋转矢量的误差分析的方法^[2,6], 得到奇异摄动算法在 Z 方向(有圆锥误差的方向)的旋转矢量误差, 如式

$$\begin{aligned} \tilde{\phi}_z &= \beta^T \begin{bmatrix} 2\pi f G(2\pi f) \theta_y \sin(2\pi f T) \left(\frac{1}{4} \varepsilon T^2 + \varepsilon^3 + \frac{1}{12} T^3 \right) \\ 2\pi f G(2\pi f) \theta_x \cos(2\pi f T) \left(\frac{1}{4} \varepsilon T^2 + \varepsilon^3 + \frac{1}{12} T^3 \right) \\ + 2\pi f G(2\pi f) \theta_x \left(\frac{3}{4} \varepsilon T^2 - \varepsilon^3 + T \varepsilon^3 \right) \\ - \varepsilon T - \frac{1}{2} T \end{bmatrix} \\ &+ 4\pi^2 f^2 G(2\pi f)^2 \theta_x \theta_y \sin(2\pi f T) \left(\frac{1}{2} \varepsilon T + \varepsilon^3 \right) \end{aligned} \quad (17)$$

所示。其中, $\beta = [\beta_1 \ \beta_2 \ \beta_3]^T$, 是可调参数 β 的向量形式。考虑到可调参数 ε 和采样间隔 T 都是很小的数, 在式(17)中忽略它们的三阶项, 可以得到旋转矢量误差的简单形式:

$$\tilde{\phi}_z = -\varepsilon T \beta_3 - \frac{1}{2} T \beta_3 + 2\pi^2 f^2 \varepsilon T \theta_x \theta_y \sin(2\pi f T) \quad (18)$$

因此, 奇异摄动姿态更新算法中的两个可调参数 ε 和 β 应在满足式(13)和(14)的情况下, 使得式(18)的绝对值尽可能小。在实际应用过程中, 要根据所使用陀螺的特性和应用环境, 选择合适的参数 ε 和 β 。

4 算法仿真

为了验证基于奇异摄动的姿态更新算法补偿伪圆锥误差的效果, 本文采用工程中常用的 Savage 最优四子样姿态更新算法与基于奇异摄动的姿态更新算法进行对比。

设飞行器沿两正交轴存在同频角运动为

$$\alpha(t) = \begin{bmatrix} 0.1^\circ \times \sin(2\pi f t) \\ 0.1^\circ \times \cos(2\pi f t) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (19)$$

不考虑陀螺零偏等系统误差, 只考虑图 1 中的陀螺闭环增益曲线和图 2 中的宽频带噪声, 可以得到陀螺实际测量值 $\omega^b(t)$:

$$\omega^b(t) = \begin{bmatrix} 0.1^\circ \times G(2\pi f) \times 2\pi f \times \sin(2\pi f t) \\ 0.1^\circ \times G(2\pi f) \times 2\pi f \times \cos(2\pi f t) \\ \frac{1}{2} \times 0.1^{\circ 2} \times G(2\pi f)^2 \times 2\pi f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.01^\circ \times G(2\pi f_{\text{noise}}) \times 2\pi f_{\text{noise}} \times \sin(2\pi f_{\text{noise}} t) \\ 0.01^\circ \times G(2\pi f_{\text{noise}}) \times 2\pi f_{\text{noise}} \times \cos(2\pi f_{\text{noise}} t) \\ \frac{1}{2} \times 0.01^{\circ 2} \times G(2\pi f_{\text{noise}})^2 \times 2\pi f_{\text{noise}} \end{bmatrix} \quad (20)$$

其中, $\alpha(t)$ 是载体真实角运动, 其载体运动频率 f 是 30Hz, f_{noise} 是噪声信号的频率, 它在 0 ~ 1000Hz 范围内变化。 $G(2\pi f)$ 是陀螺输出信号的低通滤波传递函数, 具体形式如图 1 所示。 $\omega^b(t)$ 中的前一部分代表真实角速度, 是陀螺输出中的慢变部分; $\omega^b(t)$ 中的后一部分代表宽频带噪声, 是陀螺输出中的快变部分。由图 2 中陀螺测量输出可以看出, 噪声信号的幅值约为载体角运动幅值的 0.1, 所以设噪声信号幅值为 $0.01^\circ/\text{s}$, 并且由于低通滤波器

的作用, 该幅值将随频率的增加而逐渐减小。

仿真时采样频率设为 400Hz。因为基于奇异摄动的姿态更新算法在每一个采样间隔内做一次姿态更新, 所以它的姿态更新频率为 400Hz, 但是由于 Savage 最优四子样算法每 4 个采样间隔做一次姿态更新, 所以其姿态更新频率为 100Hz。

为了验证测量噪声信号频率 f_{noise} 对姿态更新的影响, 以 1Hz 为步长, 逐渐增加 f_{noise} 的值, 在每一个噪声信号的频率点做 10s 的姿态更新解算, 即每个频率点的仿真时间 $t = 10\text{s}$ 。姿态更新结果与载体角运动 $\alpha(t)$ 对比后得到姿态更新算法的误差值。

如果捷联惯导算法不对圆锥误差和伪圆锥误差进行补偿, 则各频率点处的姿态误差如图 6 所示。可以看到, 在低频段姿态误差最大达到 2.2° , 这主要是由圆锥误差造成的。而在高频段如采样频率 400Hz 及 800Hz 附近, 姿态误差将达到 5.5° 。这主要是由伪圆锥误差造成的。对于高精度捷联惯性导航系统来说, 如此大的姿态误差是不能容忍的。因此, 必须补偿圆锥误差和伪圆锥误差。

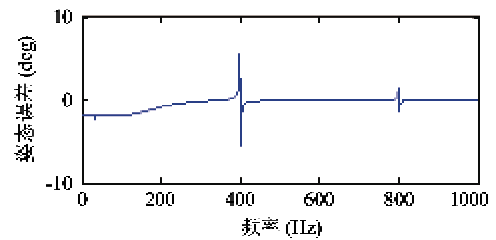


图 6 姿态解算中不补偿圆锥误差的姿态误差

工程中常用的 Savage 最优四子样姿态更新算法和基于奇异摄动理论的姿态更新算法对圆锥误差和伪圆锥误差补偿效果如图 7、图 8 和图 9 所示。

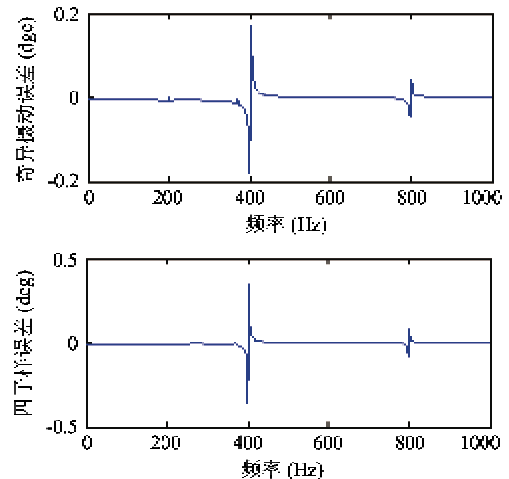


图 7 两种算法对伪圆锥误差补偿的效果

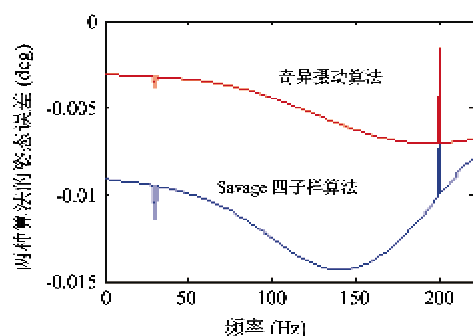


图8 两算法姿态误差的低频段放大图

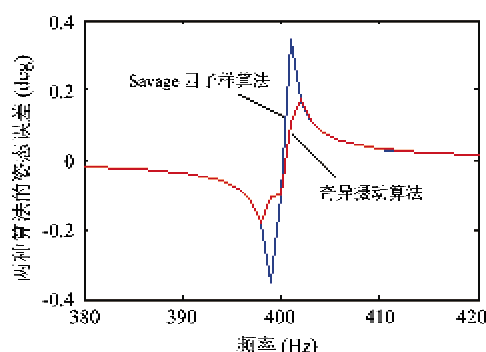


图9 两算法姿态误差的高频段放大图

其中图8和图9分别为图7在低频段和高频段的放大图。此时奇异摄动算法中两个可调参数 ε 和 β 分别取值0.0002和 $\omega^b(t)$ 的微分值的0.001倍。为了抑制伪圆锥误差,在采样频率附近 ε 取值为0.032, β 不变。

从图7和图8中可以看出,四子样算法的姿态误差主要在 0.01° 附近振荡,而奇异摄动算法多在 0.005° 附近振荡。在真实角运动频率(30Hz)和截止频率(200Hz)处两种算法均出现了姿态误差的突跳,这是由于载体运动频率(30Hz)、截止频率(200Hz)与噪声频率混叠所致。在低频段奇异摄动算法补偿圆锥误差的效果明显优于最优四子样算法的补偿效果。

由图7和图9可以看出,Savage最优四子样姿态更新算法和基于奇异摄动理论的姿态更新算法的姿态误差在采样频率400Hz附近均会产生误差峰值,尽管此时噪声信号幅值已经衰减到 $0.002^\circ/\text{s}$,但是四子样算法依然会产生 0.4° 的误差,而在相同采样频率点上奇异摄动算法姿态误差不足 0.2° 。因此基于奇异摄动理论的姿态更新算法对高频段的伪圆锥误差补偿效果优于Savage最优四子样姿态更新算法。

最优四子样算法与奇异摄动算法在精度、计算

时间、姿态更新速率方面的比较如表1所示。

表1 最优四子样算法与奇异摄动算法比较

	最优四子样算法	奇异摄动算法
精度	-0.0038°	-0.0024°
计算时间	0.013s	0.000249s
姿态更新速率	100Hz	400Hz

其中精度为0~1000Hz内姿态误差的平均值;计算时间是指算法进行一次姿态更新需要的时间。通过算法的计算时间可以粗略估计出算法的计算量,可以看出最优四子样算法的计算量约为奇异摄动算法的52倍。因此,奇异摄动算法在改善最优四子样算法解算精度的同时,提高了姿态更新速率,减少了姿态更新的计算量。

最优四子样算法是通过调整5个参数^[9]获得了最优圆锥误差补偿效果。但是在参数设计过程中,没有考虑伪圆锥误差的影响。若调整参数补偿伪圆锥误差则会降低圆锥误差的补偿精度,而且参数调整的过程非常复杂^[3]。奇异摄动算法只需要调节两个参数 ε 和 β 即可同时补偿圆锥误差和伪圆锥误差,算法本身具有较强的灵活性。

从仿真可以看出,宽频带噪声对姿态更新算法的解算精度影响非常大。噪声在低频段主要影响圆锥误差的补偿精度。在高频段虽然低通滤波器对噪声有抑制作用,但是在采样频率附近依然有伪圆锥误差出现,其影响也不容忽视。实际陀螺测量信号包括载体角运动和宽频段的噪声信号,可以看作是仿真中各个频率信号的叠加,因此补偿结果亦是各个频段信号补偿结果的叠加。所以仅仅针对低频的载体运动信号进行圆锥误差补偿是不够的,宽频带测量噪声带来的伪圆锥误差一样会给姿态更新带来严重影响。所以对于含有宽频带测量噪声信号的实际信号,基于奇异摄动的姿态更新算法优于Savage四子样姿态更新算法。

5 结论

(1)宽频带噪声引起的伪圆锥误差严重影响了Savage姿态更新算法的精度。

(2)基于奇异摄动理论的姿态更新算法可以在较低采样频率下获得较高的姿态更新精度。

(3)奇异摄动算法不仅对圆锥误差具有很好的补偿能力,而且有效抑制了伪圆锥误差对姿态更新

的影响。

参考文献

- [1] Savage P G. Strapdown inertial navigation integration algorithm design part 1: attitude algorithms. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1998, 21(1):19-28
- [2] Coffee J R, Saggio F. Strapdown gyro contribution to coning motion errors. In: Proceedings of the IEEE International Conference on Systems Engineering, Mesa, USA, 1989. 55-58
- [3] Mark J G, Tazartes D A. Tuning of coning algorithms to gyro data frequency response characteristics. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2001, 24(4):641-647
- [4] Litmanovich Y A, Vladimir M, Lesyuchevsky, et al. Two new classes of strapdown navigation algorithms. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2000, 23(1):34-44
- [5] Kin K J, Lee T G. Analysis of the two-frequency coning motion with SDINS. In: Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, Montreal, Canada. 2001. 1-5
- [6] 潘献飞, 吴文启, 吴美平. 考虑机抖激光陀螺信号滤波

特性的圆锥算法修正. 中国惯性技术学报, 2007, 15(3):259-264

- [7] Zeng Q H, Liu J Y, Kemp A H, et al. A coning compensation algorithm with pure filtered angle rate input
- [8] John E, Bortz. A new mathematical formulation for strapdown inertial navigation. *IEEE*, 1971, 7(1):61-66
- [9] Miller R B. A new strapdown attitude algorithm. *AIAA Journal of Guidance and Control*, 1983, 6(4):287-291
- [10] Lee J G, Yoon Y J, Mark J G, et al. Extension of strapdown attitude algorithm for high-frequency base motion. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1990, 13(4):738-743
- [11] Jiang Y F, Lin Y P. Improved strapdown coning algorithms. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic System*, 1992, 28(2):484-490
- [12] 富立, 陈新海. 奇异摄动系统的边界层鲁棒控制研究与应用. 控制与决策, 1997, 12(5):565-570
- [13] Waldmann J. Forced singular perturbations as theoretical background to a split-coordinate frame multirate strapdown terrestrial navigation algorithm. In: Proceedings of the 4th International Conference on Control and Automation, Montreal, Canada. 2003. 28-32

A singular perturbation-based algorithm for compensation of pseudo-coning error for strapdown inertial navigation

Fu Li, Luo Zhen

(School of Automation Science and Electrical Engineering, Beihang University, Beijing 100091)

Abstract

A novel high-accuracy attitude updating algorithm for a strapdown inertial navigation system (SINS) is given. Designed based on the singular perturbation theory, the new algorithm is essentially an improvement on the traditional Savage attitude updating algorithm which has the problem of pseudo-coning error. Pseudo-coning error is a coning-amplified phenomenon which occurs when the frequency of a vehicle's actual angular rate the and high bandwidth noise frequency overlap each other. When using the new algorithm. the singular perturbation theory is introduced to restrain the pseudo-coning error generated from the attitude updating. Two time scales characteristics of Gyro-sensed attitude angle motion and Gyro non-ideal output signal are analyzed, furthermore the gyro output is divided into fast-changing portion and slowly-changing portion. And the two time scales characteristics are used to compensate the pseudo-coning error. In the process of adjusting the parameters of this algorithm, the Pseudo-coning error in an arbitrary frequency band is control. It is shown that, compared to the Savage four-sample algorithm, the presented algorithm will not only greatly increase attitude updating rate, but also has the favorable flexibility and relatively smaller amount of calculation.

Key words: pseudo-coning error, singular perturbation, attitude update, two time scales characteristic, rotation vector