

时移非正交频分复用及其与正交频分复用的比较^①

贺明妍^{②*} 梁德群^{③*} 曹祁生^{**}

(^{*} 大连海事大学信息科学技术学院 大连 116026)

(^{**} 烽火通信科技股份有限公司 武汉 430074)

摘要 通过将时移参数引入多载波调制,形成了一种具有全新思想的时移非正交频分复用(TS-NFDM)调制技术,并通过理论分析和仿真实验将该技术的性能与当前在无线通信中扮演重要角色的正交频分复用(OFDM)技术进行了比较。比较结果表明,TS-NFDM 技术具有明显的优势,其时移特性使其表现出许多优良的性能,其中最突出的是频带利用率高,约为 OFDM 的 4.29 倍,另外,信号功率的峰值均值比也明显低于 OFDM。

关键词 正交频分复用(DFDM), 时移非正交频分复用(TS-NFDM), 奈奎斯特速率, 频带利用率

0 引言

正交频分复用(orthogonal frequency division multiplexing, OFDM)技术是当前宽带通信应用领域的一种高效调制技术,已经广泛应用于非对称数字用户环路(ADSL)、ETSI 标准的数字音频广播(DAB)、数字视频广播(DVB)、高清晰度电视(HDTV)、无线城域网、无线局域网、3G,并成为 4G 的核心传输技术。OFDM 以其子信道的“平坦性”使其在无线移动通信中具有独特的优势,已被多种通信标准所采用。文献[1]已经证明 OFDM 的符号速率最接近 Nyquist 速率。Nyquist 速率是指在确定了带宽限制为 $1/(2T)$ 和在采样时刻无符号间干扰(inter-symbol interference, ISI)的条件下,具有宽度为 T 的最优调制脉冲波形的理想系统所能达到的最大符号速率 $1/T$ 。在不考虑无 ISI 限制而保持信号空间中信号最小距离不变时,已有一些突破 Nyquist 速率的研究。Mazo 证明在不缩小 Nyquist 速率所表现的最小距离(星点距离)的条件下,可以将码元间隔减少到 $0.802 T$,此时会出现 ISI,但用最大似然估计(ML)方法可以获得同样的差错性能,符号速率可以提高到 Nyquist 速率的 1.25 倍^[2]。在此基础上许多学者在实现方法上进行了研究。文献[3]和文献[4]提出了计算超 Nyquist 速率(faster-than-Nyquist,

FTN)发送信号的最小符号间隔的方法;文献[5]对于非二进制的 FTN,证明了通过短线性滤波器进行 FTN 预编码传输可以有效增大最小符号间距;文献[6]将 FTN 从时域压缩发展到频域压缩,以提高传输效率,提高频带利用率;文献[7]基于时频二维观点提出利用基于框架理论的调制方法,该文献认为,从时频信号传输的角度看,正交性使得调制脉冲在时频平面上必须相隔足够的距离,从而限制了频带利用率,指出非正交调制有可能有更高的效率。

本文引入了时移因素,提出了时移非正交频分复用(time shifted non-orthogonal frequency division multiplexing, TS-NFDM)。TS-NFDM 除了具有子信道的“平坦性”特点外,还具有比 OFDM 更高的频带利用率,它是文献[8]的发展形式。就频分复用特点而言,它与 OFDM 极其相似,也是一个码元的信号占据多个窄的子信道,但不要求子信道间必须是正交的。TS-NFDM 的时移特性使其与 OFDM 相比表现出许多优良的性能,其中最直接的是频带利用率和峰值均值比。本文在介绍 TS-NFDM 结构的基础上,就这两方面的性能与 OFDM 进行比较。

1 TS-NFDM 的码元结构

TS-NFDM 一个码元的发送信号可以表示为

① 国家自然科学基金(60272017,60772160)资助项目。

② 女,1981 年生,博士;研究方向:调制理论,通信信号处理;E-mail: mingyan321@126.com

③ 通讯作者,E-mail: ldq40@yahoo.cn

(收稿日期:2010-04-19)

$$g(t) = \sum_{i=1}^F \sum_{j=1}^{Q_i} g_{ij}(t - \tau_{ij}), \text{ 子波 } \tilde{g}_{ij}(t - \tau_{ij}) = \begin{cases} \Phi_{ij}(t - \tau_{ij}) g_{0ij}(t - \tau_{ij}), & t \in T_{ij} \\ 0, & t \notin T_{ij} \end{cases}, \text{ 其中 } \Phi_{ij}(t - \tau_{ij}) = \begin{cases} a_{ij}, & t \in T_{ij} \\ 0, & t \notin T_{ij} \end{cases}$$

τ_{ij} 为调制波, T_{ij} 为第 ij 子波的有效期,一般取相等的有效期,但各有效期之间有时移; $\tilde{g}_{ij}(t - \tau_{ij}) = \sin \frac{2n\pi}{T_{0ij}}(t - \tau_{ij})$ 为基子波, n 取自然数,所有子波分成 F 组, T_{0ij} 是第 i ($i = 1, \dots, F$) 组内的第 j ($j = 1, \dots, Q_i$) 个基子波的周期,其中 Q_i (取自然数)是第 i 组内的子波数。对于 $i = 1, \dots, F; j = 1, \dots, Q_i$, 可以有 $Q_i = Q_{i+1}$ 和 $Q_i \neq Q_{i+1}$, $T_{0ij} = T_{0i(j+1)}$ 和 $T_{0ij} \neq T_{0i(j+1)}$, $U = \sum_{i=1}^F Q_i$ 为一个码元的基子波总数。也就是说,同一组内的基子波具有相同的频率,这些同频率子波在频域上占据同一个子信道,则组数 F 也是子信道数。 τ_{ij} 是子波 $g_{ij}(t - \tau_{ij})$ 的起点相对于码元起点的时移,相邻两个子波的时移之差被称为时移间隔,一般取等时移间隔 T_d , 并且 $T_d = \frac{T_{11}}{U}$, T_{11} 是第一组第一个子波,也是一个码元的第一个子波的周期。图 1 是一种 TS-NFDM 一个码元内子波排列的例子。可以看出,TS-NFDM 的频分特性与 OFDM 一样,而 TS-NFDM 的各子波具有的时移特性是 OFDM 所不具有的,从而形成非正交特性。

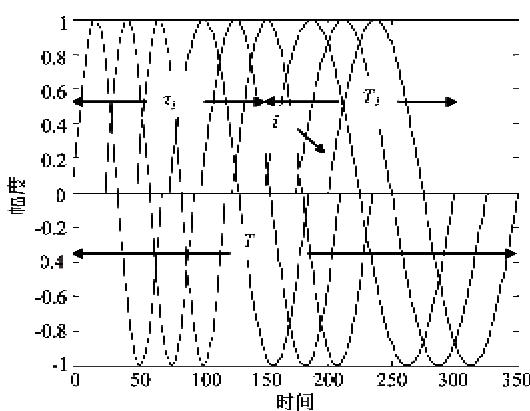


图 1 TS-NFDM 一个码元的子波排列结构示意图

对于 TS-NFDM 的解调过程,是将接收到的合成波分别与发送的各个基子波做一系列的相干运算得到一个线性方程组 $Ax = B$, 解该方程组即可得到各个子波的幅度。其中 A 是方程组的系数矩阵,即

$A = [a_{ij} \cdots a_{ij} \cdots a_{ij}]^T$, $j = 1, \dots, U$, $x = [x_1, \dots, x_U]^T$ 是各子载波幅度矩阵, $B = [B_1, \dots, B_U]^T$ 。

系数矩阵 A 可在各子波有效期 T_i 内由以下相干运算得到:

$$\begin{aligned} B_i &= \int_{\tau_i}^{T_i + \tau_i} \tilde{g}(t) \hat{g}_{ij}(t - \tau_{ij}) dt \\ &= a_{ii} x_1 + \cdots + a_{ij} x_j + \cdots + a_{iU} x_U \quad (i, j = 1, \dots, U) \end{aligned}$$

其中 $\tilde{g}(t) = \sum_{i=1}^F \sum_{j=1}^{Q_i} \tilde{g}_{ij}(t - \tau_{ij})$, $\tilde{g}_{ij}(t - \tau_{ij})$, $\hat{g}_{ij}(t - \tau_{ij})$ 分别为与发送波相对应的接收到的合成波、子波和基子波。

解调矩阵可表示为

$$x = A^{-1} B \quad (1)$$

其中 A^{-1} 是系数矩阵 A 的逆。

2 TS-NFDM 与 OFDM 频带利用率比较的理论分析

2.1 分析比较的基础

比较的条件是 TS-NFDM 与 OFDM 具有相同的子信道带宽、功率、噪声、误比特率及码元周期。由前述 TS-NFDM 的结构可知,TS-NFDM 与 OFDM 均由不同子信道构成,因此应先比较两者一个子信道的频带利用率(为下文叙述方便,OFDM 一个子信道为一个正交幅度调制(QAM),TS-NFDM 的一个子信道的各子波取相同频率,表示为 TS-NFDM/S),进而得到合成信道带宽内的频带利用率。

若令子信道的功率为 $P_s = \int_{\mathbb{R}_s} p_s d(f)$, p_s 为子信道的功率谱密度(power spectral density, PSD),则给定带宽内有 F 个子信道的 OFDM 与 TS-NFDM 的功率可表示如下:

$$P_o = \sum_{i=1}^F P_{sQi} \quad (2)$$

$$P_n = \sum_{i=1}^F P_{sW_i} \quad (3)$$

比较中,主要使用的工具是星座图,是数字通信中分析调制性能的有力工具。星座图是符号的各种取值在信号矢量空间的一种集合表示。星点间的最小距离决定了差错性能。

传统星座图只限于一维和二维,而 TS-NFDM/S 由多个子波组成,各子波是线性无关的,则不同子波各占据一维,因此构成多维星座图,但各维坐标间是非正交的。由于高维无法用直观图表示,为了便于

理解,图2给出了二维正交和非正交星座图的比较。从图中可以看出,在非正交的情况下,最小星点距离可能变小,即 $d_{\min}^n \leq d_{\min}^o$ (d_{\min}^n 表示TS-NFDM/S解矢量间的最小距离, d_{\min}^o 表示4QAM解矢量间的最小距离),这意味着系统的差错性能下降。由于直接用 d_{\min}^n 来分析比较困难,当用逆映射(解方程组)的方法解调时,星点被投影到各维坐标轴上,则 d_{\min}^n 就

转换为 d_{\min}^{no} ,这意味着,由星点距离减小带来的差错性能下降被转换到解方程组所产生的误差中。但是,由于TS-NFDM/S一个码元包含子波数增多,因而携带的比特数增加,从而使由这种误差带来的传输率下降被补偿后还留出很多余量;或者反过来说,在比特数不增加的情况下, d_{\min}^{no} 仍然会大于传统的调制方法。

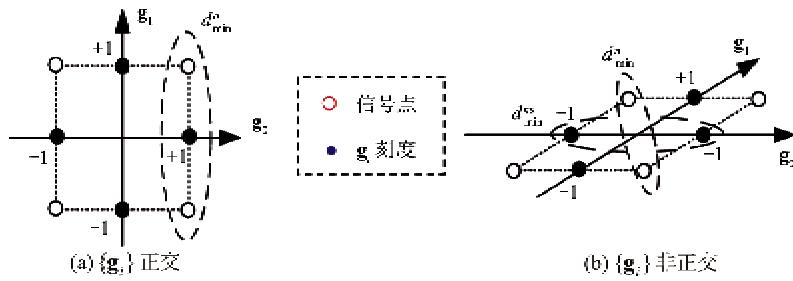


图2 星座图, $H = 2$ ($\{g_i\}$ 为各维信号的矢量集合)

若用 M 表示每一维的星点数, H 表示维数,则整个星座图含有 $L = M^H$ 个星点。对于二维正交星座图(QAM),其 $H = 2$,星点间的最小距离 $d_Q = \frac{V_Q}{L_Q^{1/2} - 1}$, TS-NFDM/S星点间的最小距离 $d_N = \frac{V_{NS}}{L_N^{1/H} - 1}$,这里的 $d_N = d_{\min}^{no}$,其中, V_Q 与 V_{NS} 分别为QAM与TS-NFDM/S各维信号的幅度, L_Q 与 L_N 分别为QAM与TS-NFDM/S的星点总数。由该星座图的设计,可得到比特传输率

$$R_b = \frac{H}{T} \log_2 M \quad (4)$$

其中, T 为码元时长。

2.2 一个子信道的频带利用率比较的理论推导

已知OFDM的一个子信道就是一个QAM调制,TS-NFDM/S由 H 个频率相同的子波构成。调整QAM与TS-NFDM/S的子波幅度,使两者在指定带宽内的功率相等,即 $P_{sQ} = P_{sNS}$ 。令 $V_{NS} = \alpha V_Q$,由于TS-NFDM/S的子波数多于QAM的子波数,要保证两者功率相等, $0 < \alpha < 1$ 。

为了保证差错性能一样,令两者的星点距离相等,即 $d_N = d_Q$,由 $d_Q = \frac{V_Q}{L_Q^{1/2} - 1}$, $d_N = \frac{V_{NS}}{L_N^{1/H} - 1}$ 及 $V_{NS} = \alpha V_Q$,可得

$$L_N = [\alpha(L_Q^{1/2} - 1) + 1]^H \quad (5)$$

$$L_Q = (\frac{L_N^{1/H} - 1}{\alpha} + 1)^2 \quad (6)$$

定义TS-NFDM/S与QAM的频带利用率之比:

$$\eta = \frac{R_{bN}/W_{NS}}{R_{bQ}/W_Q} \quad (7)$$

令 T_{NS} 与 T_Q 分别为TS-NFDM/S与QAM的码元时长,由TS-NFDM/S码元内子波结构(见图3)可知, $T_{NS} = 2T_Q$,而且 $W_{NS} = W_Q$ (W_{NS} 和 W_Q 分别为TS-NFDM/S与QAM的占用带宽),则将式(4)、(5)代入式(7),有

$$\eta = \frac{\log_2 L_N}{T_{NS}} \times \frac{T_Q}{\log_2 L_Q} = \frac{H \log_2 [\alpha(L_Q^{1/2} - 1) + 1]/2}{\log_2 L_Q} \quad (8)$$

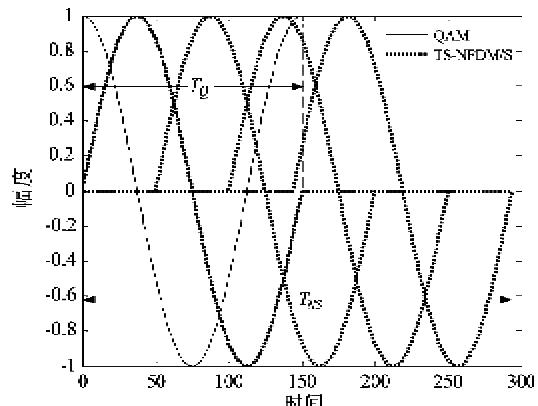


图3 QAM与TS-NFDM/S一个码元内波形结构图
(TS-NFDM/S取4个子波示意)

令TS-NFDM/S一个子波携带的信息 B_{NS} 为1bit,各子波中心频率均为 16×10^3 Hz,TS-NFDM/S

各子波的幅度 $V_{NS} = 0.25V$, T_{NS} 为 $1/(2 \times 10^3)$ s。根据式(5)、(6)及功率公式,在保证 TS-NFDM/S 与 QAM 在相同带宽内功率相等的条件下,实验得到 TS-NFDM/S 的子波数为 33, $V_Q = 1V$, $\alpha = 0.25$, QAM 每个子波携带信息 B_Q 为 2bit, 此时 η 为 4.125, QAM 与 TS-NFDM/S 的功率谱密度(PSD)见图 4。

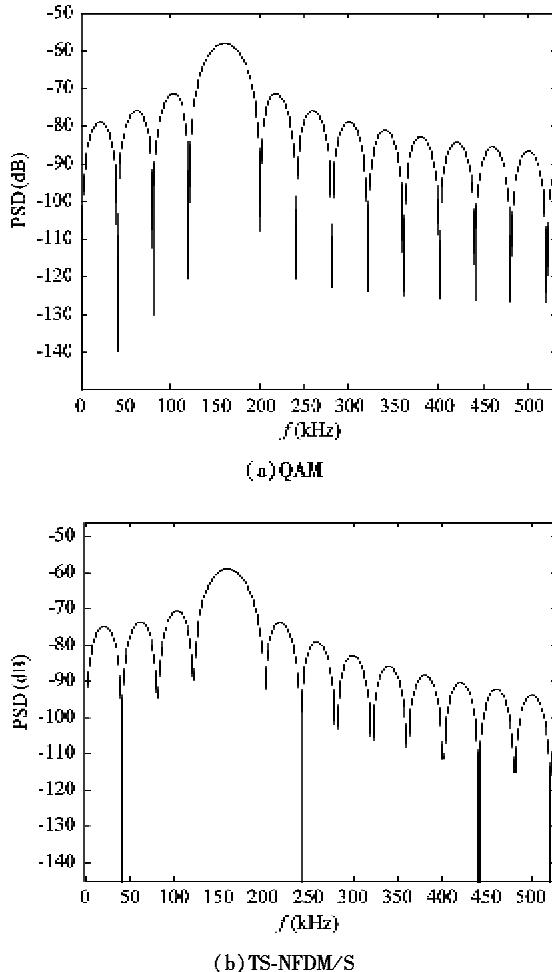


图 4 QAM 与 TS-NFDM/S 的 PSD 比较

2.3 TS-NFDM 与 OFDM 合成信道的占用带宽

2.2 小节分析了 TS-NFDM/S 与 QAM 的频带利用率的比较,本小节继续探讨 TS-NFDM 与 OFDM 合成信道的占用带宽及频带利用率关系。令 TS-NFDM 与 OFDM 的子信道数均为 10,由于 TS-NFDM

各子信道可以非正交,则在功率相等的条件下,TS-NFDM 的子信道可以更“拥挤”,使总的占用带宽减小。总占用带宽按如下定义:频带起始点为第一个子信道的左谱零点,频带结束点为最后一个子信道的右谱零点。在保证各自总占用带宽 W_N 与 W_O 内子信道数和功率相等的条件下, $W_O = 1.3 W_N$ (W_O 为 OFDM 的总占用带宽, W_N 为 TS-NFDM 的总占用带宽),两者的 PSD 见图 5。此时 TS-NFDM 与 OFDM 的频带利用率比的理论值为 $\eta_{th} = 1.3 \times 4.125 = 5.3625$ 。

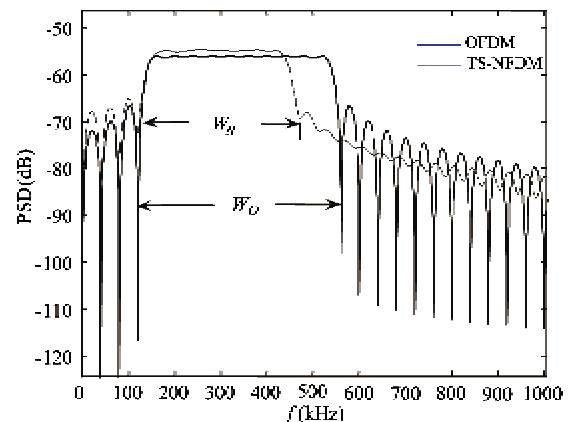


图 5 OFDM 与 TS-NFDM 各取 10 个子信道时的 PSD

3 计算机仿真及分析

3.1 一个子信道的仿真

在 2.2 分析基础上,将信号调制后加噪声解调,令幅度解为 x' 。白噪声单边带功率谱密度为 -65dBm ,在占用带宽内功率相等的条件下,TS-NFDM/S 的子波数 $H = 33$,各子波携带信息 $B_{NS} = 2\text{bit}$, $V_{NS} = 0.2V$,QAM 各子波携带信息 $B_Q = 4\text{bit}$, $V_Q = 0.5V$, $T_Q = 1/(4 \times 10^3)$ s, TS-NFDM/S 与 QAM 各子波中心频率均为 $16 \times 10^3\text{Hz}$, TS-NFDM/S 解调的误比特率为 $7.15e^{-4}$, QAM 解调的误比特率为 $6.61e^{-4}$ 。仿真流程见图 6。



图 6 仿真流程图

实验数据带入式(8), 得到 TS-NFDM/S 与 QAM 的频带利用率比为

$$\eta_s = \frac{\log_2 L_N}{\log_2 L_Q} = \frac{H \times B_{NS}/2}{2 \times B_Q} = 4.125$$

由于实验中很难保证两者的误比特率完全一样, TS-NFDM/S 的误比特率稍大于 QAM, 因此实际的 TS-NFDM/S 与 QAM 的频带利用率比要低于 4.125。

3.2 合成信道的仿真

仿真实验中白噪声单边带功率谱密度为

表 1 TS-NFDM 与 OFDM 各子信道子波中心频率(kHz)

	$f_c(1)$	$f_c(2)$	$f_c(3)$	$f_c(4)$	$f_c(5)$	$f_c(6)$	$f_c(7)$	$f_c(8)$	$f_c(9)$	$f_c(10)$
OFDM	16	20	24	28	32	36	40	44	48	52
TS-NFDM	16	19	22	25	28	31	34	37	40	43

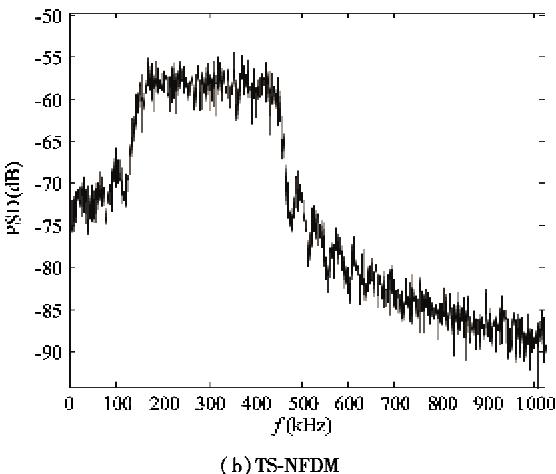
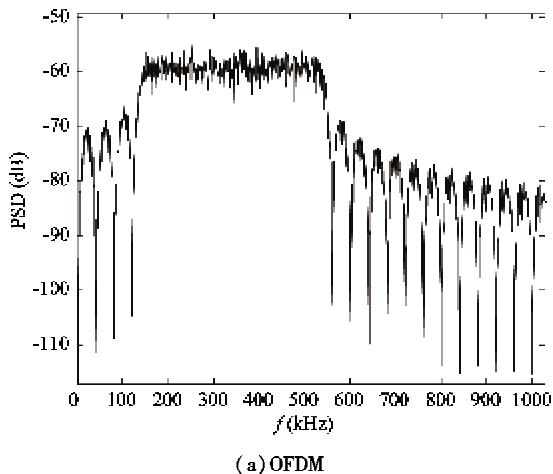


图 7 仿真实验时测得 OFDM 与 TS-NFDM 一个码元各取 10 个子信道时的 PSD

-69dBm, TS-NFDM 取 10 个子信道, 各子信道的子波数 $H = 33$, 各子波携带信息 $B_N = 2\text{bit}$, $V_N = 0.22\text{V}$, 同样取 10 个子信道的 OFDM, 各子波携带信息 $B_O = 5\text{bit}$, $V_O = 0.63\text{V}$, 子波有效期 $T_O = 1/(4 \times 10^3)\text{s}$, TS-NFDM 与 OFDM 各子信道子波中心频率 f_c 见表 1。TS-NFDM 解调的误比特率为 $8.66e^{-4}$, OFDM 解调的误比特率为 $5.47e^{-4}$ 。仿真得到 TS-NFDM 与 OFDM 的 PSD 如图 7 所示, 两者占用带宽内功率相等。

由于 TS-NFDM 总占用带宽只有 OFDM 的 0.77 倍, 即 $W_N = 0.77W_O$, 因此根据式(4)和(7), 同样得到 TS-NFDM 与 OFDM 的频带利用率之比

$$\eta_m = \frac{\log_2 L_N}{W_N/2} \times \frac{W_O}{\log_2 L_O} \quad (9)$$

将实验数据代入上式, 最后得到 TS-NFDM 与 OFDM 的频带利用率之比为

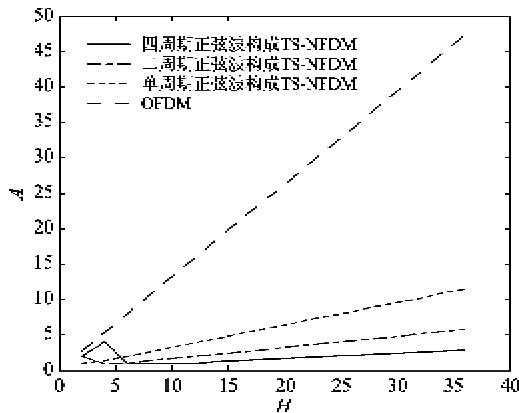
$$\eta_m = \frac{H \times B_N/2}{2 \times B_O} \times 1.3 \approx 4.29$$

这与 2.3 节中计算 TS-NFDM 与 OFDM 的频带利用率比不同, 原因是 TS-NFDM 合成信道比一个子信道包含的基子波数多而造成方程具有病态性, 从而使解线性方程组时的解调误差增大^[9], 为了保持误比特率不变, 就要减少 TS-NFDM 各子波携带的比特数, 因此比特传输率降低, 频带利用率也随之降低。

4 TS-NFDM 与 OFDM 的峰均比

由于 OFDM 的输出信号是由多个独立的经过调制的子波叠加而成的, 所得到的合成信号的瞬时功率就有可能远远大于信号的平均功率, 由此会产生较大的峰值均值比(peak to average ratio, PAR)。PAR 是 OFDM 实用中的一个重要技术指标, 高的 PAR 会给硬件设计带来负担。可以采用硬限幅、减少发送信号峰值出现概率、增加发送信号的冗余度^[10]及载波排序^[11]等措施来降低多载波发送信号峰值幅度。而 TS-NFDM 在降低 PAR 方面除了可以采用上述几种方法外, 还具有其他明显的优势。

首先,我们研究发现,TS-NFDM 的时移特性使得合成信号的最大幅度随子波数增加的速度远低于 OFDM,这就为在同样子波数条件下使 TS-NFDM 的最大幅度低于 OFDM 奠定了基础。TS-NFDM 与 OFDM 输出的合成信号最大幅度与子波数之间的关系如图 8 所示。图中给出了 TS-NFDM 基子波分别为单周期、二周期及四周期正弦波的不同曲线,可以看出子波频率高合成波的最大幅度随子波数增多而增加的速度变慢。



图中横坐标 H 为子波数,纵坐标 A 为合成波幅度。需要说明的是:图中四周期及二周期 TS-NFDM 曲线在原点附近出现尖跳,原因是由于 TS-NFDM 子波排列的时移性,在子波数较少的情况下,各子波峰值出现重叠的概率增大,造成合成波最大幅度变大

图 8 合成信号最大幅度与子波数的关系

TS-NFDM 的时移特性使各子波幅度在正负交错的情况下合成信号的幅度呈相互抵消趋势,而 OFDM 的各子波具有对称性,所以在各子波幅度正负交错时合成波的幅度并不呈相互抵消趋势。由此我们提出了 TS-NFDM 的相位扰码(注意与传统的扰码不是一个概念)的方法,更有效地降低 PAR。相位扰码的思想为:规定子波幅度正相位(幅度为正)为 1,负相位(幅度为负)为 0,建立与子波序列对应的 0、1 序列。如果码元的相位出现长的连 0(或连 1 码)码组合的情况下,就会产生较大的峰值。但对此二进制序列做扰码——“随机化”处理,使其变成伪随机序列。根据扰码后的 0、1 序列建立新的子波序列,从而构成扰码后的低 PAR 发送波形,解码时要对应包括“解相位扰码”的过程。图 9 给出一个相位扰码前后 TS-NFDM 合成信号幅度比较的示例,其中包含 10 个子波,各基子波均为周期数为 4、单周期采样点数为 15 的正弦波,基子波最大幅度取 1,合成信号扰码前后的 PAR 分别为 3.69

和 2.54。在 3.2 小节的实验中,TS-NFDM 经过相位扰码后的 PAR 为 5.15,而 OFDM 的 PAR 为 6.2。

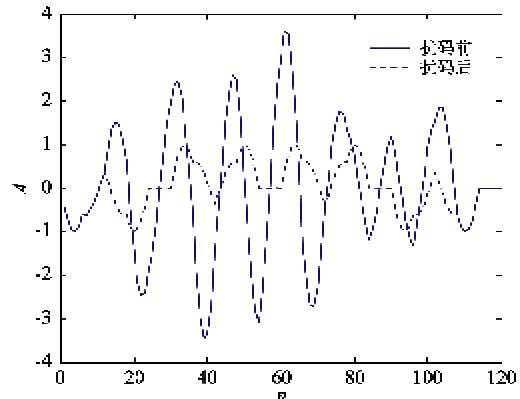


图 9 相位扰码前后 TS-NFDM 一个码元的合成信号幅值示例

5 结 论

时移因素的引入,使 TS-NFDM 表现出一些独特的优良特性。从一定程度上看,这相当于将传统的单载波调制的多个码元“挤”到一个码元中,这也就相当于码率大幅度提高。时移特性又使得各个子信道不必要正交,因而允许子信道可以安排得“更挤”,TS-NFDM 的频带利用率有较大的提高。这些直观的分析得到了上述理论和实验的证明,结论是 TS-NFDM 的频带利用率约是 OFDM 的 4.29 倍,其 PAR 也低于 OFDM。

应该指出的是,方程组的病态性会降低解码精度,这需要进一步的研究。我们已经找到了解决这个问题的途径,后续的研究工作将可能使 TS-NFDM 的性能进一步提高。

参 考 文 献

- [1] 曹祁生. 基于非正交思想的数字通信调制方法的研究:[博士学位论文]. 大连:大连海事大学信息与科学技术学院,2009. 28-31
- [2] Mazo J E. Faster-than-Nyquist signaling. *Bell Syst Tech J*, 1975, 54: 1451-1462
- [3] Hajela D. On computing the minimum distance for faster-than-Nyquist signaling. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1990, 36: 289-295
- [4] Mazo J E, Landau H J. On the minimum distance problem for faster-than-Nyquist signaling. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1988, IT-34: 1420-1427
- [5] Rusek F, Anderson J B. Non binary and precoded faster

- than Nyquist signaling. *IEEE Transactions on Communications*, 2008, 56(5) : 808-817
- [6] Rusek F, Anderson J B. Multistream faster than Nyquist signaling. *IEEE Transactions on Communications*, 2009, 57(5) : 1329-1340
- [7] 韩芳明. 无线数字通信:一种时频观点: [博士学位论文]. 西安:西安电子科技大学,2006. 105-120
- [8] Liang D Q, Liang W H, Sun C N. The phase-offset overlapped wave technique. *Jounal of Electronics (China)*, 2003, 20(2) : 121-127
- [9] Cao Q S, Liang D Q. Study on modulation techniques free of orthogonality restriction. *Science in China, Series F, Information Sciences*, 2007, 50(6) : 889-896
- [10] 江学锋,梁德群,邢蕴婷. 一种降低 DMT 系统发送信号峰值的非线性映射方法. 通信学报,2001,6:107-112
- [11] 龙腾,John M Cioffi,刘峰. xDSL 技术与应用. 北京:电子工业出版社, 2002. 125

Comparison between time shifted non-orthogonal frequency division multiplexing and OFDM

He Mingyan * , Liang Dequn * , Cao Qisheng **

(* Information Science and Technology College, Dalian Maritime University, Dalian 116026)

(** Fiberhome Telecommunication Technologies Co., Ltd, Wuhan 430074)

Abstract

A novel time shifted non-orthogonal frequency division multiplexing (TS-NFDM) technology is created by introducing the time-shift factor into multi-carrier modulation, and its performance is compared by theoretical analysis and simulation experiment with the orthogonal frequency division multiplexing (OFDM), an important technique in the present wireless communications. The comparison results show that the time-shift character brings TS-NFDM varieties of advantages, among which, the distinct one is its higher bandwidth efficiency, approximately 4.29 times higher than the OFDM. Moreover, its peak to average ratio in signal power, is obviously lower than the OFDM.

Key words: orthogonal frequency division multiplexing (OFDM), time shifted non-orthogonal frequency division multiplexing (TS-NFDM), Nyquist rate, bandwidth efficiency