

基于概率的 4 自由度 UPU 并联机构误差敏感性分析^①

郭 盛^② 王乃明^③ 方跃法 李霄霄

(北京交通大学机电学院 北京 100044)

摘要 以具有 3 平动 1 转动的 4 自由度 UPU 机构为研究对象, 分析了机构对影响其自由度特性及运动误差的各类扭角误差的敏感程度。首先, 建立了机构的运动学模型, 给出了可能发生的各类误差分类。以给定一定概率分布的数值误差为条件, 应用数值方法对位姿正解进行了两种情况的计算和分析, 即计算和分析了在误差不变的情况下机构末端操作器的位姿误差随时间的变化, 以及扭角误差按照一定概率分布的前提下机构末端操作器在某一运动瞬时的位姿误差。通过分析和对比得到的数值结果和模拟图形, 得出了各类扭角误差对机构运动平台影响的不同结果, 按照其敏感程度, 给出了源误差的大小。

关键词 并联机构, 4 自由度(DOF), 位姿误差, 敏感误差, 数值分析, 概率分布

0 引言

少自由度并联机构要实现特定的自由度(degree of freedom, DOF)特性, 组成机构的运动副之间必须满足诸如平行、共面、垂直、相交等一系列关系。当机构的轴线之间存在装配误差时, 各分支对动平台的约束形式将发生变化, 不但直接影响到机构的运动精度, 甚至会改变各分支对动平台的约束能力, 从而改变其固有的自由度性质。因此, 必须通过研究各类误差对机构自由度特性影响的差异, 获得对机构运动特性影响敏感的误差来源, 找到自由度发生过渡可能的误差范围, 才可以给出制造误差的允许范围, 从而在不影响机构运动自由度特性的前提下, 控制敏感误差源。本论文首次应用误差概率方法, 以具有 4 DOF 运动特性的只包含 U 副和 P 副的 UPU 支链结构少自由度并联机构为研究对象, 研究了各种误差对少自由度机构运动特性的影响, 得出了机构的误差敏感特性和对应的误差分布特性。

1 相关研究

在机构误差研究上, 研究人员做了许多工作。Wang 等^[1]采用传统的 D-H 法构建误差传递关系, 建立了操作器的位姿误差函数, 该方法产生的转换矩阵包含较多元素, 实际计算复杂。Ropponen 等^[2]

采用了基于矢量代数的环路增量法, 对 MSP 并联机器人进行了源于运动学逆解的精度分析。Wang^[3]等对机构的运动学方程采用直接微分法建立了几何误差模型。Venanzi^[4]运用虚功原理建立了并联机器人位姿误差函数。Jun 等^[5]运用螺旋理论的方法建立了串并混联机器人机构的运动误差模型。李嘉等^[6]从单支链的几何误差模型入手, 利用并联机构的运动学方程和环路特性建立了终端平台的误差模型。Ting 等^[7]用雅可比矩阵的条件数作为定量指标描述了整个系统的误差敏感性。Li 和 Ye^[8]对 Stewart-Gough 平台的一个支链和整个机器人机构输入误差与输出误差的关系进行了分析。卢强等^[9]提出了最大误差敏感度、均匀误差敏感度等概念以确定终端误差的分布和大小。张建军等^[10]提出了微操作机器人几何误差建模的参数误差转化法。在误差补偿及减小方面, Jacob 等^[11]提出了一种运用最优化的方法减小 4 自由度并联机器人运动误差大小的途径。于凌涛等^[12]提出了“三平面测量法”, 通过对驱动电机进行控制, 达到补偿效果。Ryu 等^[13]运用运动学逆解模型得到了末端操作器的误差转换矩阵。韩书葵等^[14]分析了在机构误差存在条件下的真实自由度特性。Han 等^[15]应用机构运动学分析了 3-UPU 机构的自由度敏感特性。Chebbi 等^[16]给出了 3-UPU 机构误差影响预测模型, 将关节间隙

① 国家自然科学基金(51075025)资助项目。

② 男, 1972 年生, 博士, 副教授; 研究方向: 机构学; E-mail: shguo@bjtu.edu.cn

③ 通讯作者, E-mail: 07116306@bjtu.edu.cn

(收稿日期: 2011-01-07)

引起的机构位姿误差反映在工作空间上。Wang 等^[17]基于水平集方法提出了预测并联机构精确误差范围的方法。Erkaya 等^[18]研究了在关节间隙存在下利用基因算法确定平面四杆机构杆长参数的方法。由于误差存在随机特性,其误差传递特性必然符合随机传递的分析特点。本研究基于概率分布方法对4 DOF UPU 并联机构的误差敏感性进行了分析,得出了误差敏感特性和对应的误差分布特性。

2 机构构型及其运动学分析

具有 UPU 支链结构的少自由度并联机构首次

由 Tsai^[19-21]提出,由于它只包含 U 副和 P 副,从制造角度来看,具有很大的优势。更加有典型意义的一点是,改变 UPU 支链运动副的装配关系可以得到不同自由度特性的机构。通常,3-UPU 机构具有 3 个平动自由度。但是改变其构型(如图 1(a)所示),使得:动平台平行于定平台;在每个分支中,定平台相连的第一个转动副轴线垂直于定平台,和动平台相连的第一个转动副轴线垂直于动平台;移动副两端的转动副轴线相互平行,且平行于定平台,即上下 U 平面均垂直于定平台,机构将具有 4 个自由度,在原有 3 平动的基础上,增加了一个绕垂直于动平台的转动自由度^[22]。

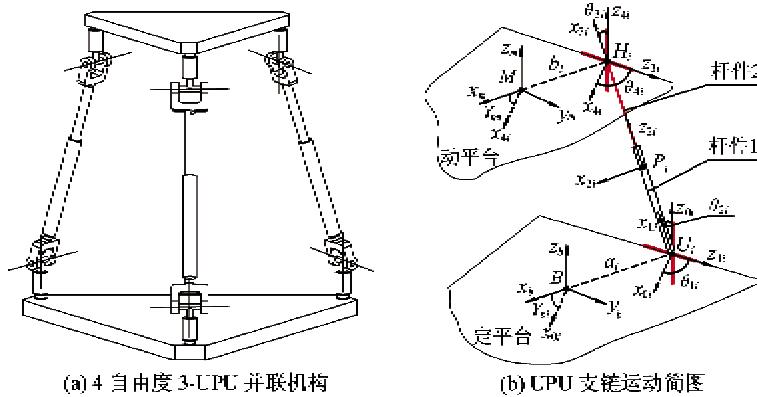


图 1 4 自由度 3-UPU 并联机构及其支链

3-UPU 机构的任意一条支链运动简图如图 1(b)所示, B, M 分别为定平台、动平台中心,与定平台连接的万向副中点为 U_i ($i = 1 \sim 3$), 与动平台连接的万向副中点为 H_i ($i = 1 \sim 3$), P_i 为移动副上一点。

在 B 点处建立基坐标系,分别在 U_i, P_i, H_i, M

点处建立局部坐标系,以便在单一笛卡儿坐标系 $Bxyz$ 内研究单条支链的运动学问题。 m_x, m_y, m_z 为动平台参考点 M 相对于基坐标系的坐标值。 $\alpha_m, \beta_m, \gamma_m$ 为动平台坐标系到基坐标系的转角参数。 d_{2i} 为杆件 1 的长度与杆件 2 的长度之差。研究运动学所涉及的各类运动学参数如表 1 所示。

表 1 3-UPU 运动学参数表

θ_{1i} ($i = 1 \sim 3$)	θ_{2i} ($i = 1 \sim 3$)	θ_{3i} ($i = 1 \sim 3$)	θ_{4i} ($i = 1 \sim 3$)	d_{3i} ($i = 1 \sim 3$)
杆 1 与定平台夹角	杆 1 与相邻转动副轴线夹角	杆 2 与相邻转动副轴线夹角	杆 2 与动平台夹角	杆件 1 的长度
γ_{mi}	α_{ji} ($j = 1 \sim 4, i = 1 \sim 3$)	a_i ($i = 1 \sim 3$)	b_i ($i = 1 \sim 3$)	γ_{bi} ($i = 1 \sim 3$)
x_m 与 x_4 夹角	坐标系 $\{j\}$ 与 $\{j-1\}$ 之间转动副轴线之间的夹角	定平台形心 B 点与 U_i 点的距离	动平台形心 M 点与 H_i 点的距离	x_b 与 x_0 的夹角

运用空间坐标转换法,如图 1(b)所示建立任意一条支链的位姿转换坐标系,可以得到各个坐标系之间的位姿转换矩阵 ${}^3T_m, {}^4A_m, {}^bA_0, {}^0A_1, {}^1A_2, {}^2A_3, {}^3A_4, {}^4A_m$, 利用坐标转换的方法我们可以得到坐标系 $\{P\}$ 相对于基础坐标系的位姿转换矩阵:

$${}^m_T = {}^3T_m \cdot {}^3A_4 \cdot {}^4A_m = {}^0A_0 \cdot {}^1A_1 \cdot {}^2A_2 \cdot {}^3A_3 \cdot {}^4A_m \quad (1)$$

根据图 1 坐标系的建立方式,以及从不同的回路得到的位姿转换矩阵相等,即矩阵中对应元素相等,转角之间有固定的几何关系 $\theta_{2i} = \theta_{3i}, \gamma_{bi} = \gamma_{mi}$ 。

由此得到位姿转换矩阵如下：

$${}^B_T = \begin{bmatrix} \cos(\pi - (\theta_{4i} - \theta_{1i})) & -\sin(\pi - (\theta_{4i} - \theta_{1i})) & 0 & p_x \\ \sin(\pi - (\theta_{4i} - \theta_{1i})) & \cos(\pi - (\theta_{4i} - \theta_{1i})) & 0 & p_y \\ 0 & 0 & 1 & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中：

$$\begin{aligned} p_x &= \cos(\gamma_{bi})a_i + \cos(\gamma_{bi} + \theta_{1i} - \theta_{4i})b_i \\ &\quad - \cos(\gamma_{bi} + \theta_{1i})\sin(\theta_{2i})(d_{2i} + d_{3i}) \\ p_y &= \sin(\gamma_{bi})a_i + \sin(\gamma_{bi} + \theta_{1i} - \theta_{4i})b_i \\ &\quad - \sin(\gamma_{bi} + \theta_{1i})\sin(\theta_{2i})(d_{2i} + d_{3i}) \\ p_z &= \cos(\theta_{2i})(d_{2i} + d_{3i}) \end{aligned} \quad (3)$$

3 扭角误差源分析

从位姿转换矩阵可以看出,杆长误差以及上下平台等的尺寸误差不会对机构姿态产生影响,只有角度误差会对机构姿态甚至是自由度产生影响,因此在这一节中,只对扭角误差进行分析。

误差形式 I:理想的装配位形为:与定平台相连

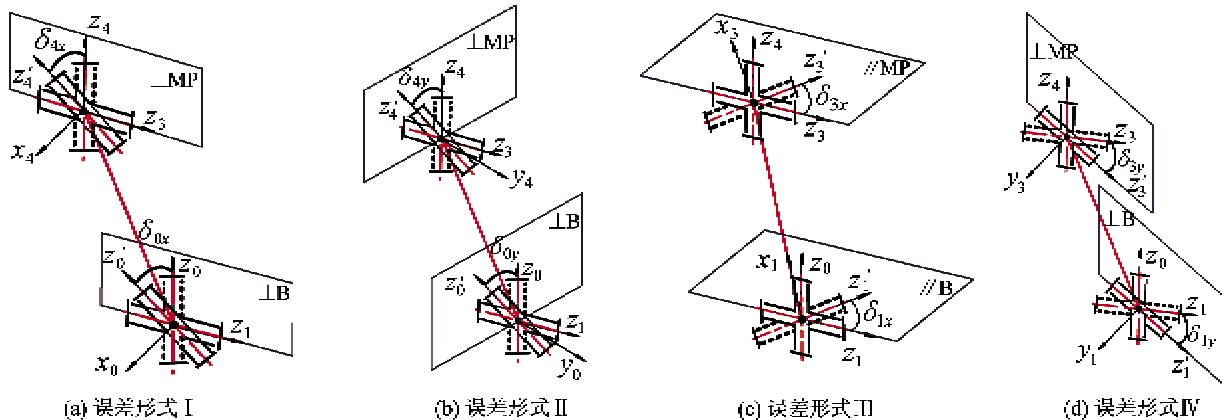


图2 扭角误差形式

4 基于概率的扭角误差数值分析

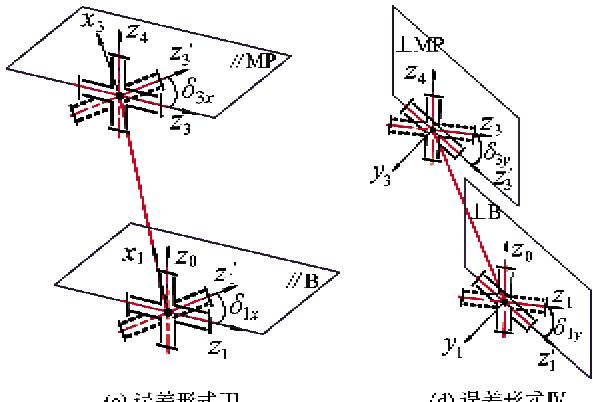
机构在存在各类误差的情况下,其映射到动平台的误差大小,直接体现机构对各类误差的敏感程度。通过观察其本身所具有自由度以外的其他形式误差,以便得出机构由于误差存在而衍生出来的其他误差大小,得到可能影响机构自由度特性的误差形式,从而在确保自由度特性的基础上,得出各类误差的可控范围。由于各类误差存在随机性,其分布符合一定形式的概率分布。以下给定各类误差的分

的第一个转动副轴线垂直于定平台,与动平台相连的第一个转动副轴线垂直于动平台。其误差形式可以分成两部分,即: z_0 绕着 x_0 轴的转动误差,记作 δ_{0x} ; z_4 轴绕着 x_4 轴的转动误差,记作 δ_{4x} 。其形式如图2(a)所示。

误差形式 II:上下 U 副中与平台相连的 R 副轴线矢量方向误差 z_0 轴姿态误差,绕着 y_0 轴的转动误差,记作 δ_{0y} , z_4 轴绕着 y_4 轴的转动误差,记作 δ_{4y} 。其形式如图 2(b)所示。

误差形式 III:P 副两端的 R 副轴线,精确的装配位形应该相互平行,且平行于定平台。但实际上,因为诸多因素的影响,不可能完全平行,不可避免地存在误差,其中包括绕着 x 轴的转动误差,和绕着 y 轴的转动误差。这里首先讨论绕着 x 轴的转动误差。 z_1 轴绕 x_1 轴的转动误差,记作 δ_{1x} ; z_3 轴绕 x_3 轴的转动误差,记作 δ_{3x} 。其形式如图 2(c)所示。

误差形式 IV:P 副两端的 R 副轴线,绕着 y 轴的转动误差。 z_1 轴绕着 y_1 轴的转动误差,记作 δ_{1y} ; z_3 轴绕着 y_3 轴的转动误差,记作 δ_{3y} 。其形式如图 2(d)所示。



布概率,以数值的方法求解其误差映射到动平台而形成的位置误差及姿态误差,通过比较其数值,得出敏感误差来源。在同样的条件下,按照以下两种情况,分析 4 类扭角误差对机构位置及姿态的误差影响。

输入情况 1:在误差一定的情况下,在机构运动过程中,观察动平台位姿误差的变化。设定机构运动规律为:

$$L_1 = 29 + 6\sin(Pi/60 \cdot t)$$

$$L_2 = 29 + 6\sin(Pi/50 \cdot t)$$

$$L_3 = 29 + 6\sin(Pi/45 \cdot t)$$

输入情况2:在固定输入下, $L_1 = 28\text{mm}$, $L_2 = 30\text{mm}$, $L_3 = 32\text{mm}$, 给定误差符合正态分布形式, 满足 $\sigma_1 = 0.008N(0,1)$, $\sigma_2 = 0.008N(0,1)$, $\sigma_3 = 0.008N(0,1)$, 从而研究误差的变化对末端操作器位置误差的影响。

表2 机构构型参数表

a_i	r_{b1}	r_{b2}	r_{b3}	d_{2i}	d_{3i}	b_i	r_{m1}	r_{m2}
17.26	0	120	240	17.9	2.9 ~ 17.9	11.46	0	120
r_{m3}	$d_{2i} + d_{3i}$	$d_{3i} - d_{2i}$	a_{0x1}	a_{0x2}	a_{0x3}	a_{4x1}	a_{4x2}	a_{4x3}
240	23 ~ 35	-12 ~ 0	0.01	-0.03	0.008	0.02	0.005	-0.01

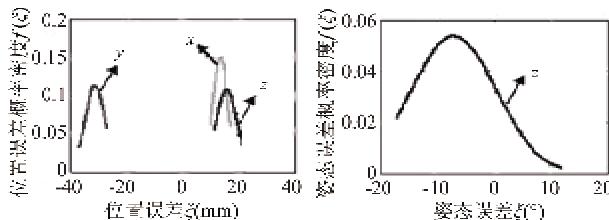


图3 错误类型I在分析情况1下的分布规律

由位置误差分布图可以看出,这种类型误差对 x 方向的位置误差影响最小, z 方向次之, y 方向最大。观察姿态误差分布图,发现,此时, x 、 y 方向不存在姿态误差, z 方向姿态误差很明显, z 方向的自由度可能受到约束,4自由度并联机构可能会降为3自由度平动机构。此时不只机构的自由度范围内的运动特性发生了变化,且产生了自由度特性的变化。

(2) 分析在上述输入情况2条件下,误差变化对位姿误差的影响。得到位置误差及姿态误差分析结果如图4所示。

4.1 误差类型I分析

(1) 分析在上述输入情况1条件下,随时间的变化机构的位姿误差变化规律。机构构型参数见表2。得出如图3所示的机构位置误差和姿态误差分布规律。

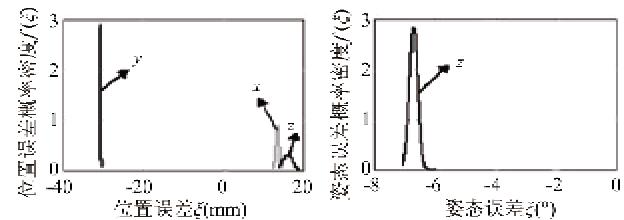


图4 错误类型I在分析情况2下的分布规律

由图4可知,沿着 x 轴, z 轴的位置误差相比较于 y 轴来说较小,但是,它们对于装配误差大小的变化敏感度高,此时, y 轴方向的位置误差虽然较大,但是对于装配误差大小的变化敏感度弱,所以沿着 y 轴方向的位置误差在该类误差作用下,较为稳定。从姿态误差分布来看,此类误差仅引起了绕着 z 轴的转动误差,绕着 x 、 y 轴的转动误差为0。

4.2 误差类型II分析

(1) 分析在输入情况1条件下,随时间的变化机构的位姿误差变化规律,设定各类参数如表3。

表3 机构参数

a_i	r_{b1}	r_{b2}	r_{b3}	d_{2i}	d_{3i}	b_i	r_{p1}	r_{p2}
17.26	0	120	240	17.9	2.9 ~ 17.9	11.46	0	120
r_{p3}	$d_{2i} + d_{3i}$	$d_{3i} - d_{2i}$	a_{0y1}	a_{0y2}	a_{0y3}	a_{4y1}	a_{4y2}	a_{4y3}
240	23 ~ 35	-12 ~ 0	0.001	0.003	0.002	0.002	-0.003	0.001

图5给出了机构位置误差及姿态误差拟合曲线,可以看出来沿着 z 方向的位置误差最大,稳定性最高。 z 轴和 y 轴方向大小及稳定性相似。此时,机构仍然只具有绕着 z 轴的转动误差,但是对比第一种误差类型下的姿态误差来看,绕着 z 轴的转动误差要大很多,所以可得出这样的结论:与平台直接相连的R副轴线绕着 y 轴的转动误差对 z 轴方向的姿

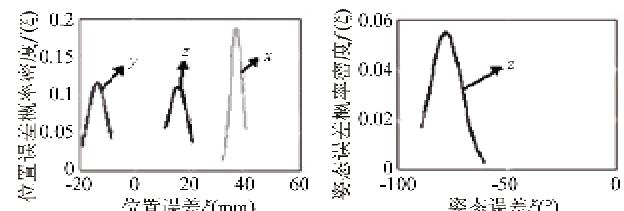


图5 错误类型II在分析情况1下的分布规律

态误差影响,比绕着 x 轴的转动误差对 z 轴方向的姿态误差影响要大很多。

(2) 分析在输入情况 2 条件下,误差变化对位姿误差的影响。得到位置误差及姿态误差分析结果分别如图 6 所示。观察图 6,沿着 x 、 y 轴的位置误差稳定性相似,沿着 x 方向的位置误差最大, z 方向位

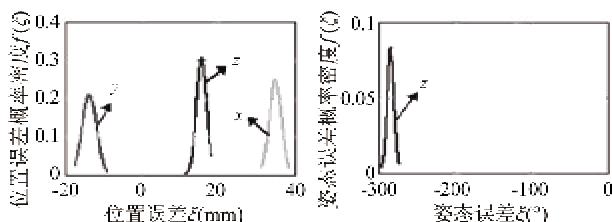


图 6 误差类型Ⅱ在分析情况 2 下的分布规律

表 4 机构参数

a_i	r_{b1}	r_{b2}	r_{b3}	d_{2i}	d_{3i}	b_i	r_{p1}	r_{p2}
17.26	0	120	240	17.9	$2.9 \sim 17.9$	11.46	0	120
r_{p3}	$d_{2i} + d_{3i}$	$d_{3i} - d_{2i}$	$\nabla \alpha_{11}$	$\nabla \alpha_{12}$	$\nabla \alpha_{13}$	$\nabla \alpha_{21}$	$\nabla \alpha_{22}$	$\nabla \alpha_{23}$
240	23~35	-12~0	0.01	0.03	0.02	0.02	-0.03	-0.01

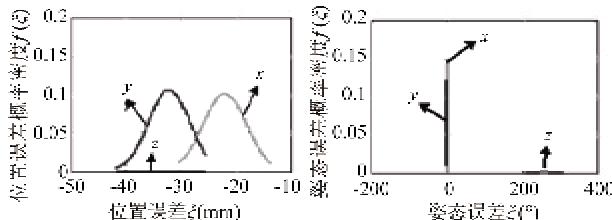


图 7 误差类型Ⅲ在分析情况 1 下的分布规律

(2) 分析在输入情况 2 条件下,误差变化对位姿误差的影响。得到位置误差及姿态误差分析结果分别如图 8 所示。由位置误差分布曲线,可以看出, z 方向的位置误差最小, x 方向次之, y 方向最大,而对于此类误差的位置误差敏感度在 x 、 y 、 z 3 个方向上敏感度相似。观察姿态误差分布,很明显可以看出,此类误差对 x 、 y 方向的转动影响不大,对 z 方向的转动影响剧烈,且敏感度极高。

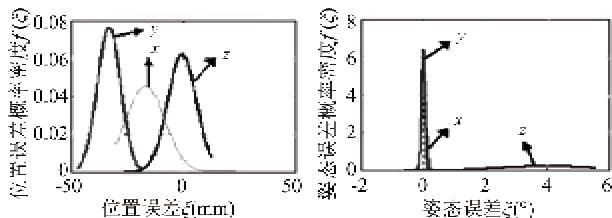


图 8 误差类型Ⅲ在分析情况 2 下的分布规律

4.4 误差类型IV分析

(1) 分析在输入情况 1 条件下,随时间的变化

置误差的敏感性最低。由姿态误差分布可以看出,绕着 x 、 y 轴的姿态误差为 0,绕着 z 轴的姿态误差极大,因此,此类误差对机构的转动自由度有严重的影响。

4.3 误差类型Ⅲ分析

(1) 分析在输入情况 1 条件下,随时间的变化机构的位姿误差变化规律,设定机构参数如表 4 所示,得到如图 7 的位置及姿态误差分布规律,可以看出,在此类误差作用下,沿着 z 轴方向几乎没有产生位置误差,但是却产生了很明显的姿态误差,而绕着 x 、 y 轴方向的转动仍然为零,即没有产生姿态误差。综上说明,此类误差没有引起机构自由度的变化,且沿着 z 轴方向几乎不产生位置误差,绕着 z 轴的姿态误差敏感度却最高。

机构的位姿误差变化规律,设定机构参数如误差类型Ⅲ所示。

图 9 为在规定时间段内机构位置及姿态误差分布拟合曲线,沿着 y 轴的位置误差最大,沿着 z 轴的位置误差次之,但是由其拟合曲线可以看出, z 轴方向的位置误差拟合曲线最为集中,也就是说,对于这种误差来说, z 轴方向的位置误差敏感度相比其余两个方向来说最低。观察图 9,绕着 x 、 y 轴的转动误差很小,在 0 附近有小幅度变化,但是绕着 z 轴的转动误差则极大。

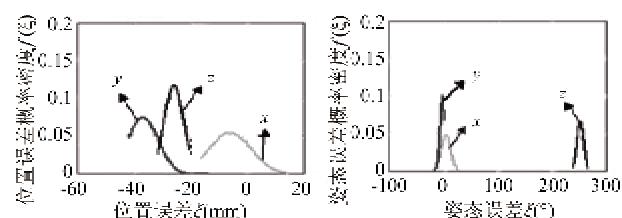


图 9 误差类型Ⅳ在分析情况 1 下的分布规律

(2) 分析在输入情况 2 条件下,误差变化对位姿误差的影响,得到位置误差及姿态误差分析结果如图 10 所示。由位置误差分布曲线可以看出, y 方向的位置误差最大, z 方向次之, x 方向最小,而 z 方向的位置误差拟合曲线最为发散,因此可以得出结论:相对于这种误差大小的变化, z 方向的位置误差与其余两个方向比较,其误差敏感度最高。观察姿

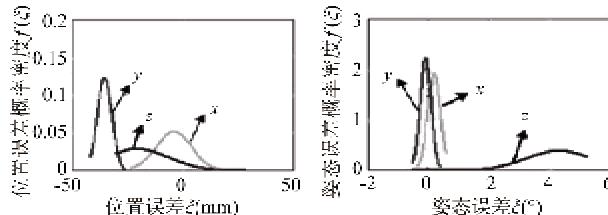


图 10 误差类型IV在分析情况2下的分布规律

态误差分布,可知此类误差对 x 、 y 方向的转动影响不大,敏感度很低,而对 z 方向的转动影响剧烈,且敏感度极高。

5 结果

表5为由各种扭角误差引起的位置误差的实例

表5 4自由度3-UPU并联机构姿态误差均值及方差

	μ_x	μ_y	μ_z	最大 μ	σ_x^2	σ_y^2	σ_z^2	最大 σ^2
类型 I	13.7051	-30.7803	16.2789	y	0.4395	0.1383	1.2554	z
类型 II	34.7655	-13.9448	15.6929	x	1.3112	1.7287	1.2680	y
类型 III	-15.5377	-34.12	-1.9915	y	9.1092	4.5421	8.4154	x
类型 IV	-4.4130	-34.9315	22.8822	y	7.5122	3.6413	9.5856	z
最大形式	II	IV	IV		III	III	IV	

表6 4自由度3-UPU并联机构姿态误差均值及方差

	μ_{rx}	μ_{ry}	μ_{rz}	最大 μ	σ_{rx}^2	σ_{ry}^2	σ_{rz}^2	最大 σ^2
类型 I	0	0	-0.1172	z	0	0	0.0026	z
类型 II	0	0	-4.9955	z	0	0	0.0782	z
类型 III	0.0201	-0.0047	4.0455	z	0.0732	0.0622	1.5409	z
类型 IV	0.2212	-0.1443	4.2287	z	0.1797	0.1619	1.2338	z
最大形式	IV	IV	II		IV	IV	III	

(1) 误差类型 I:位置误差最大方向为 y 方向;位置误差敏感方向为 z 方向;姿态误差最大方向为 z 方向;姿态误差敏感方向为 z 方向。

(2) 误差类型 II:位置误差最大方向为 x 方向;位置误差敏感方向为 y 方向;姿态误差最大方向为 z 方向;姿态误差敏感方向为 z 方向。

(3) 误差类型 III:位置误差最大方向为 y 方向;位置误差敏感方向为 x 方向;姿态误差最大方向为 z 方向;姿态误差敏感方向为 z 方向。

(4) 误差类型 IV:位置误差最大方向为 y 方向;位置误差敏感方向为 z 方向;姿态误差最大方向为 z 方向;姿态误差敏感方向为 z 方向。

对表4和表5中的数据进行纵向比较,即同一位置误差对于不同的误差源对比,得出以下结果:

分析数据结果,表6为由各种扭角误差引起的姿态误差的实例分析数据结果。其中 μ_x 、 μ_y 、 μ_z 分别代表沿着 x 、 y 、 z 方向的位置误差均值; σ_x^2 、 σ_y^2 、 σ_z^2 分别代表沿着 x 、 y 、 z 轴方向位置误差的方差; μ_{rx} 、 μ_{ry} 、 μ_{rz} 分别代表绕着 x 、 y 、 z 轴转动误差均值, σ_{rx}^2 、 σ_{ry}^2 、 σ_{rz}^2 分别代表绕着 x 、 y 、 z 轴转动误差的方差。

对表中数据进行横向比较可以看出同类误差源对 x 、 y 、 z 3个方向的移动误差及转动误差影响大小及其敏感程度,得到误差敏感方向及误差最大方向。进行纵向对比,则可以得出 x 、 y 、 z 3个方向的移动误差及转动误差相对于不同误差源的大小及其敏感程度,得到最大误差源及敏感误差源。对表5和表6中的数据进行横向对比,即同一误差源引起的3个方向的位置误差对比,得出以下结果:

动平台沿 x 方向的位置误差:最大误差源为II;敏感误差源为III;沿 y 方向位置误差:最大误差源为IV;敏感误差源为III;沿 z 方向位置:最大误差源为IV;敏感误差源为IV;绕 x 方向姿态误差:最大误差源为IV;敏感误差源为IV;绕 y 方向转角误差:最大误差源为IV;敏感误差源为IV;绕 z 方向转角误差:最大误差源为II;敏感误差源为III。

6 结论

本文所提出的误差建模和敏感性分析方法是基于机构正向运动学模型实现的,该方法给定各类误差的分布规律,以数值方法求解误差映射到动平台而形成的位置姿态误差,通过对误差数值进行比较,得出敏感误差来源。该方法的本质特征表明,它不

仅适用于4自由度平台,也适用于其他自由度数机构和其他机构构型的研究,具有一定的通用性。

参考文献

- [1] Wang J, Masory O. On the accuracy of a Stewart platform part I The effect of manufacturing tolerances. In: Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, Atlanta, USA, 1993. 114-120
- [2] Ropponen, Arai T. Accuracy analysis of a modified Stewart platform manipulator. In: Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, Nagoya, Aichi, Japan, 1995. 521-525
- [3] Wang S M, Ehmann K F. Error model and accuracy analysis of a six-DOF Stewart platform. *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 2002, 124(2) : 286-296
- [4] Venanzo S, Castelli V P. A new technique for clearance influence analysis in spatial mechanisms. *Journal of Mechanical Design*, 2005, 127(3) : 446-455
- [5] Jun W K, Chang R S, Han S K, et al. Error model and kinematic calibration of a 5-axis hybrid machine tool. In: Proceedings of the SICE-ICASE International Joint Conference, Busan, Korea, 2006. 3111-3115
- [6] 李嘉,王纪武,陈恩等. 基于广义几何误差模型的微机器人精度分析. *机械工程学报*,2000,36(8): 20-24
- [7] Ting K L, Long Yufeng, Performance quality and tolerance sensitivity of mechanism. *ASME Journal of Mechanical Design*, 1996, 118(2) :144-150
- [8] Li T M, Ye P Q. The measurement of kinematic accuracy for various configurations of parallel manipulators. In: Proceedings of the IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics, Washington D. C., USA, 2003. 1122-1129
- [9] 卢强,张有良. 基于统计原理的stewart平台误差敏感度分析. *南京理工大学学报*,2001,25(1):67-70
- [10] 张建军,王晓慧,高峰等. 微操作并联机器人几何误差建模的参数误差转换法及误差敏感性分析. *机械工程学报*,2005, 41(10) :39-43
- [11] Cheung Jacob W F, Hung Y S. Kinematics optimization for high positioning accuracy of a 4-DOF parallel manipulator for semiconductor applications. In: Proceedings of IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, Kobe, Japan, 2003. 1256-1261
- [12] 于凌涛,孙立宁,杜志江等. 并联机器人误差检测与补偿的三平面法. *哈尔滨工程大学学报*,2006,27(5) : 671-675
- [13] Ryu J, Cha J. Optimal architecture design of parallel manipulator for best accuracy. In: Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Hawaii, USA, 2001. 1281-1286
- [14] 韩书葵,方跃法,郭盛. 少自由度并联机构真实运动分析. *机械工程学报*,2009,45(9) :58-64
- [15] Han C, Kim J, Kim J, et al. Kinematic sensitivity analysis of the 3-UPU parallel mechanism. *Mechanism and Machine Theory*, 2002, 37(8) :787-798
- [16] Chebbi A H, Affi Z, Romdhane L. Prediction of the pose errors produced by joints clearance for a 3-UPU parallel robot. *Mechanism and Machine Theory*, 2009, 44(9) : 1768-1783
- [17] Wang H, Chen G, Zhao Y, et al. Output error bound prediction of parallel manipulators based on the level set method. *Mechanism and Machine Theory*, 2010, 45(8) : 1153-1170
- [18] Erkaya S, Uzmay I. Determining link parameters using genetic algorithm in mechanisms with joint clearance. *Mechanism and Machine Theory*, 2009, 44(1) :222-234
- [19] Tsai L W, Joshi S. Kinematics and optimization of a spatial 3-UPU parallel manipulator. *Journal of Mechanical Design*, 2000, 122(4) :439-446
- [20] Tsai L W, Tahmasebi F. Synthesis and analysis of a new class of six-degree-of-freedom parallel manipulators. *Journal of Robotic Systems*, 1993, 10(5) :561-580
- [21] Tsai L W, Walsh G C, Stamper R E. Kinematics of a novel three DOF translational platform. In: Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, Minnesota, USA, 1996. 3446-3451
- [22] 赵景山. 空间并联机构自由度的终端约束分析理论与数学描述方法: [博士学位论文]. 北京: 清华大学精密仪器与机械学系,2004. 11-17

Study on error sensibility of 4DOF UPU parallel manipulators based on probability distribution

Guo Sheng, Wang Naiyue, Fang Yuefa, Li Xiaoxiao

(School of Mechanical, Electronic and Control Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044)

Abstract

This paper takes a 4 DOF UPU parallel manipulator possessing the function of 3 translational and 1 revolute (3T1R) motion as a studying object to analyze parallel manipulators' sensitivity to various kinds of twist angle errors that have an impact on manipulators' DOF characteristics and kinematic errors. A kinematic model for manipulators is established and typical twist angle errors are enumerated. Based on the model and particular probability distribution, forward solution is solved and discussed in two cases by the numerical method. Firstly, the position and orientation error of the end effector changing with time is presented when error is fixed. Secondly, by using the probability distribution theory, the influence of error sources amplitude on the position and orientation error of manipulators in the particular time is assessed. With analyzing and comparing the numerical results and simulation illustrations, status of different twist angle errors acting on the moving platform are obtained. The error sources are estimated according to the sensitivity.

Key words:parallel manipulator, 4DOF, position and orientation error, sensitive error, numerical analysis, probability distribution