

新型 3-UPU 平移并联机构的设计与奇异分析^①

曲海波^② 方跃法 郭 盛

(北京交通大学机械与电子控制工程学院 北京 100044)

摘要 基于 Tsai 提出的 3-UPU 并联机构原型,设计了一种改进的新型 3-UPU 并联机构,并对其进行了约束奇异分析,从而提供了一种可以改善 3-UPU 机构奇异特性,使其尽量远离约束奇异的机构设计方法。首先,分析了 3-UPU 并联机构的末端约束螺旋系,并将约束螺旋矩阵的条件数作为机构发生约束奇异的衡量指标,从而量化了机构接近约束奇异位形的程度。当条件数无穷大时,约束矩阵严重病态,而此时所讨论的机构就发生约束奇异。然后,基于得到的约束图谱,选择最小值作为机构优化设计的目标,即:使机构的约束条件数保持在最小值附近。最后,分析讨论了改进型机构的奇异问题,结果表明,改进型 3-UPU 机构不容易发生奇异。

关键词 并联机构, 约束螺旋系, 3-UPU, 奇异分析

0 引言

具有 3 自由度的平动并联机构是少自由度并联机构中较为重要的一类。与传统 6 自由度并联机构相比,3 自由度的平动并联机构在结构、制造成本和控制方面都具有优势,且其具有广泛的工业应用而受到国内外学者的关注。其中典型范例是目前得到广泛应用的 Delta 3 自由度平动机构^[1],而 Tsai^[2]提出的 3-UPU 并联机构则在理论研究方面受到了格外的关注。

Tsai 的初衷是设计一个具有纯平动的并联机构,但是总会出现一些并非期望的伴随转动。Merlet^[3]指出,Tsai 提出的 3-UPU (universal - prismatic - universal joint) 机构只有在精确满足几何约束的条件下,才会是 3 自由度纯平动并联机构。之后 Gregorio 和 Parenti-Castelli^[4]也设计了一种 3 自由度平动并联机构,它与 Tsai 的并联机构同属 3-RRPRR 机构的一个特例。Tsai 和 Joshi^[5,6]在原有基础上,对 3-UPU 机构做了进一步的研究,讨论了其工作空间内存在各向同性点的条件及其雅可比矩阵的求解。Gregorio^[7]和 Guan^[8]分析了 3-UPU 机构的自由度特性。Joshi 和 Tsai^[9],Luo^[10,11]都对 3-UPU 机构的工作空间和刚度进行了分析,而 Zheng^[12]对此机

构进行了静力学分析。与此同时,Han 和 Kim^[13]等制作了一种 3-UPU 并联机构样机,命名为 SNU (Seoul National University) 机构。在锁定 3 个移动副之后,SNU 机构依然出现了并非期望的转动。一些学者^[14-16],尝试去解释这种现象,并将 SNU 的这种奇异归类为约束奇异,即由约束螺旋构成的约束螺旋系出现了降秩现象。Wolf 和 Shoham^[17,18]研究了 3-UPU 机构的奇异与自运动。同时,Conconi 和 Carricato^[19]给出了一种评估并联机构奇异的方法,并讨论了 3-UPU 并联机构的约束奇异。Gogu^[20]讨论了约束奇异与并联机构参数之间的联系。Chebbi 等^[21]基于动态静力学方法对其奇异特性进行了研究。Chebbi 和 Parenti-Castelli^[22]总结了关于 3-UPU 并联机构奇异和工作空间的一些研究成果,并研究了转动副轴线与支链位置对机构奇异和工作空间的影响。避免或者绕过并联机构的奇异位形是使机构得到良好控制特性的重要研究内容,为此,需要量化并联机构接近约束奇异位形的程度,以确保其能够正确保持期望的运动。而上述研究尚未针对奇异位形可能接近约束奇异的衡量指标进行系统研究。

本研究对 3-UPU 并联机构进行了奇异分析,并基于得到的约束图谱改进设计了一种新型 3-UPU 并联机构,以期规避或者远离约束奇异。研究表明

① 国家自然科学基金(51075025)和高等学校博士学科点专项科研基金(20090009110023)资助项目。

② 男,1983 年生,博士生;研究方向:机器人学;联系人,E-mail: hbqu_andy@gmail.com

(收稿日期:2011-05-25)

改进型的 3-UPU 机构不容易发生奇异。

1 3-UPU 并联机构

Tsai^[2]提出的 3-UPU 并联机构是一个 3 自由度平动并联机构, 它满足以下的几何装配条件:

每一个支链中, 分别与动平台和定平台固联的转动副轴线相互平行, 与移动副两端直接相连的两个转动副轴线相互平行。其具体构型, 如图 1 所示。

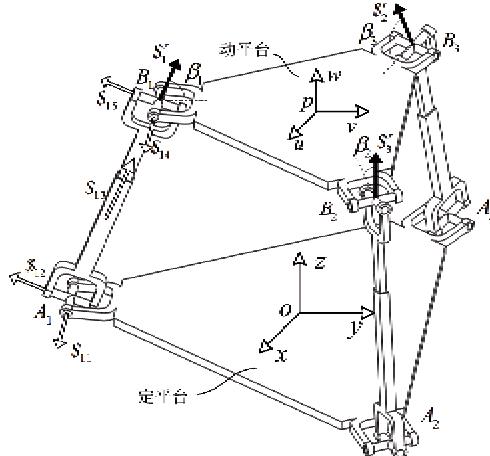


图 1 3-UPU 并联机构与约束螺旋系

为了得到动平台的运动自由度特性, 必须分析其约束螺旋系特性。由于此并联机构对称, 可以任取其中一条进行分析。且每条支链具有 5 个基本运动副, 每一条支链都对动平台提供一个约束螺旋。基于 Kong 和 Gosselin^[23]给出的运动螺旋和约束螺旋之间的几何关系, 可知每一条支链都提供一个约束力偶, 其方向垂直于万向节的十字叉平面。所以, 作用于动平台的约束螺旋是 3 个约束力偶, 如图 1 所示。其中, \mathcal{S}_i^r 是支链 i 的第 j 个关节螺旋, \mathcal{S}_i^r 是支链 i 作用于动平台的约束螺旋。

从并联机构的几何特性以及建立的坐标系, 如图 1 所示, 可以得到作用于动平台的约束力偶的数学表达形式, 即

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_i^r = & [0 \ 0 \ 0; \\ & \cos\beta_i \cos\alpha_i \ \cos\beta_i \sin\alpha_i \ \sin\beta_i] \end{aligned} \quad (1)$$

式中 $i = 1, 2, 3$; β_i 表示约束力偶 \mathcal{S}_i^r 与定平台的夹角; α_i 表示约束力偶 \mathcal{S}_i^r 在定平台的投影与 x 轴的夹角。

在此机构中, α_i 的数值具体是 $\alpha_1 = \frac{\pi}{2}$, $\alpha_2 =$

$\frac{7\pi}{6}$, $\alpha_3 = \frac{11\pi}{6}$, 而约束螺旋系可以表示为

$$\mathcal{S}^r = [\mathcal{S}_1^r \ \mathcal{S}_2^r \ \mathcal{S}_3^r]^T \quad (2)$$

式(2)所示的约束螺旋系可以简化为矩阵形式:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & \cos\beta_1 & \sin\beta_1 \\ -\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\beta_2 & -\frac{1}{2}\cos\beta_2 & \sin\beta_2 \\ \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\beta_3 & -\frac{1}{2}\cos\beta_3 & \sin\beta_3 \end{bmatrix} \quad (3)$$

此矩阵称为约束矩阵, 只要此约束矩阵保持秩为 3, 则机构约束螺旋系就约束掉了可能的 3 个转动, 即此 3-UPU 并联机构具有 3 个平移运动。

2 机构的奇异分析

当机构的约束螺旋系发生降秩时, 机构即发生约束奇异。在奇异位形时, 机构的自由度特性将发生改变, 并出现部分不可控现象。实际上, 在接近奇异位形一定程度时, 机构就已经不可控, 所以不仅要使机构的位形避免奇异, 且要远离奇异。在本节中, 通过研究约束矩阵的病态程度来衡量机构的约束奇异。

这里, 应用条件数 $\kappa_c(A)$ 来衡量约束矩阵的病态程度, 下标 c 表示约束矩阵。条件数包含约束矩阵、拟矩阵或伪逆矩阵的奇异特性, 其表达式为

$$\kappa_c(A) = \begin{cases} \text{norm}(A) \cdot \text{norm}(A^{-1}) & m = n, \text{ 非奇异} \\ \text{norm}(A) \cdot \text{norm}(A^+) & m \neq n \end{cases} \quad (4)$$

式中 norm 表示对约束矩阵 A 求范数, A 是约束矩阵, A^{-1} 表示约束矩阵的逆矩阵, A^+ 表示约束矩阵的伪逆矩阵。

条件数 $\kappa_c(A)$ 不仅表示约束矩阵的病态程度, 而且也表明机构接近约束奇异的程度。当条件数 $\kappa_c(A)$ 是无穷大时, 机构发生约束奇异。当条件数接近单位数值 1 时, 机构远离约束奇异。然而, 获得条件数是 1 的并联机构并不容易, 因此可行的方法是使约束矩阵的条件数尽量小, 即使机构尽量远离约束奇异。

此处, 选用 2 范数来求解约束矩阵的条件数。通过得到条件数图谱, 可以直观发现机构发生奇异的位形, 以及机构接近奇异位形的程度。由于约束矩阵只与参数 β_i ($i = 1, 2, 3$) 相关, 可以设定一个角度的数值, 而后得到条件数的图谱。给定 β_3 等于

18°得到图2,给定 β_3 等于72°得到图3。

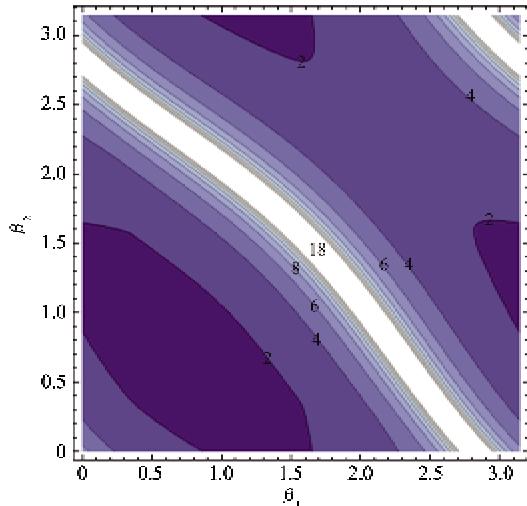


图2 条件数图谱 ($\beta_3 = 18^\circ$)

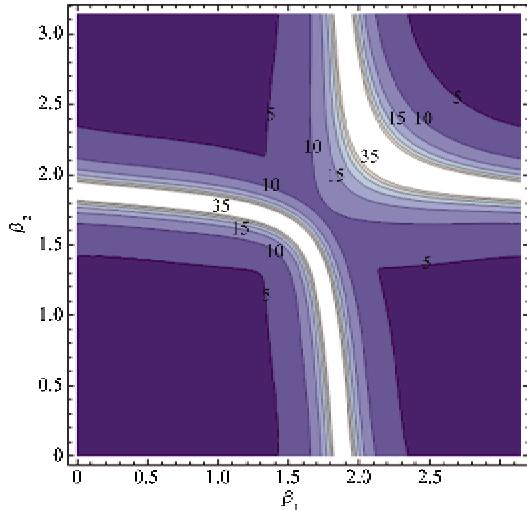


图3 条件数图谱 ($\beta_3 = 72^\circ$)

从图2所示的条件数图谱可知,白色的区域表示机构发生了约束奇异或者已经是无限接近约束奇异了。条件数的数值表示机构接近约束奇异的程度,数值越大,机构越接近约束奇异位形。并且基于约束矩阵条件数的定义可知,条件数具有相同数值的区域,具有相同的机构奇异特性。

3 机构的改进设计

基于以上研究,我们得到了一种可以改善3-UPU机构奇异特性的机构设计方法,从而使机构尽量远离约束奇异。从第2节中可知,机构的约束奇异只与 β_1 , β_2 , β_3 3个投影角相关。因此,本文的

设计目标就转化为选择一组恰当的参数 β_i ($i = 1, 2, 3$),使约束矩阵的条件数尽量小。设计步骤如下:

(1) 给定参数 β_1 的一个数值,取值范围是 $\beta_1 \in [0, \frac{\pi}{2}]$,然后得到关于参数 β_2 , β_3 的约束矩阵 $A(\beta_2, \beta_3)$ 。

(2) 求解约束矩阵的条件数。通过条件数 $\kappa_c(A)$ 的图谱,查看条件数的最小值是否满足机构改进设计的要求。如果不满足,返回步骤(1)。

(3) 选择条件数的最小值作为设计目标,即 $\min \kappa_c = f(\beta_2, \beta_3)$ 。

(4) 基于设计的要求, $\begin{cases} \min \kappa_c = f(\beta_2, \beta_3) \\ s. t. \beta_1 \in [0, \frac{\pi}{2}] \end{cases}$,

重新配置机构的UPU支链,进而获得期望的机构。

因为作用于动平台的约束力偶垂直于万向节的十字叉平面,参数 β_i 的配置实际上由支链中万向节的配置决定。此处为了简化设计运算,选择参数 β_1 等于零。

机构的约束矩阵可以被简化为

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\beta_2 & -\frac{1}{2}\cos\beta_2 & \sin\beta_2 \\ \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\beta_3 & -\frac{1}{2}\cos\beta_3 & \sin\beta_3 \end{bmatrix} \quad (5)$$

通过运算可以得到机构的条件数图谱,如图4所示。观察图4可知,约束矩阵条件数的最小值是2,其相

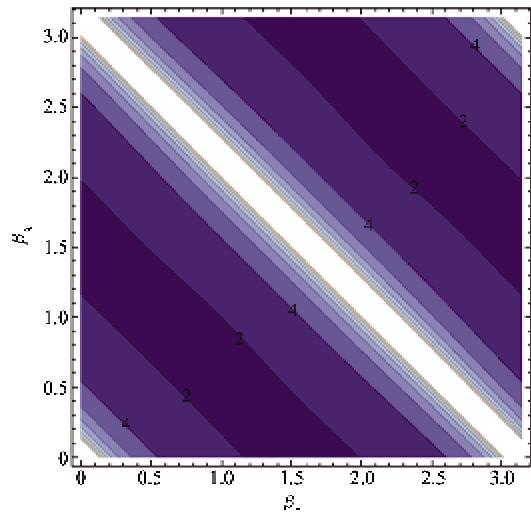


图4 条件数图谱 ($\beta_1 = 0$)

关的函数表达式是 $\min \kappa_c = 2 = f(\beta_2, \beta_3)$ 。并且设

计目标转化为

$$\begin{cases} \min \kappa_e = 2 = f(\beta_2, \beta_3) \\ s.t. \beta_1 = 0 \end{cases} \quad (6)$$

本文将依据式(6)对机构进行设计。为了进一步简化设计步骤,选择参数 β_1 也等于零。观察图 4 可以获得 β_3 的取值范围: $\beta_3 = [1.2, 2.0] \approx [68.8^\circ, 114.6^\circ]$ 。也就是说,通过 3 个参数的选定,确定了机构的约束螺旋系。接下来就利用选定的 3 个参数对机构进行配置。

考虑 UPU 支链的形式以及设计要求,存在两种可供选择的 UPU 支链,如图 5 所示。

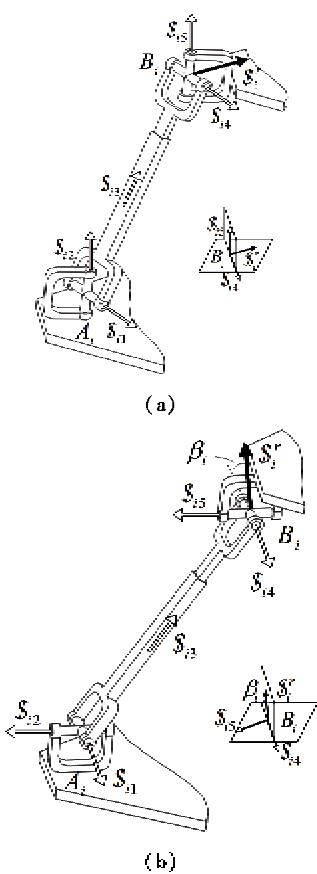


图 5 两种类型的 UPU 支链

情况 1: 约束力偶垂直于动平台, 如图 5(a) 所示。

情况 2: 约束力偶与动平台成一定的夹角,而且夹角范围在 90° 左右,如图 5(b) 所示。

从上述分析可知:如图 5(a)所示的 UPU 支链,提供了一个垂直于动平台的约束力偶,满足参数 β_1, β_2 的设计要求;如图 5(b)所示的 UPU 支链,提供了一个与动平台成 90° 左右的约束力偶,满足参数 β_3 的设计要求。

现在用图 5 所示的支链装配获得一个新型 3-UPU 并联机构,满足设计要求(式(6)),其构型如图 6 所示。

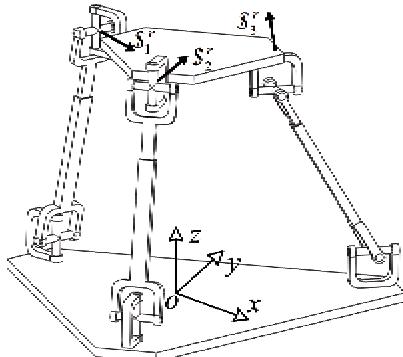


图 6 改进设计的 3-UPU 并联机构

由于设计的目标是约束矩阵的条件数等于 2,因此和传统 3-UPU 并联机构相比,此改进型将远离约束奇异位形。

4 奇异分析的讨论

本节通过分析末端约束螺旋系是否降秩的方法^[24],对得到的改进型 3-UPU 并联机构进行奇异分析。对于此机构,作用于动平台的末端约束螺旋系如图 7 所示。

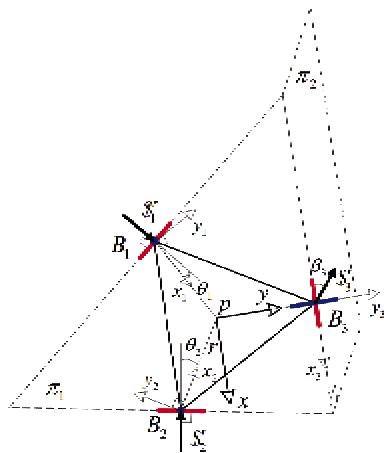


图 7 末端约束螺旋系

对式(3)所示的约束矩阵求行列式,得到

$$\det(A) = \cos\left[\frac{1}{6}(\pi - 6(\theta_1 + \theta_2))\right] \sin[\beta_3] \quad (7)$$

令 $\det(A) = 0$, 即可得到可能的奇异条件:

$$(a) \cos\left[\frac{1}{6}(\pi - 6(\theta_1 + \theta_2))\right] = 0$$

(b) $\sin[\beta_3] = 0$

由情况(a)得到: $\theta_1 + \theta_2 = -\frac{\pi}{3}$ 或 $\frac{2\pi}{3}$; 由情况(b)得到: $\beta_3 = 0$ 或 π 。

当发生情况(b)所示的奇异时,机构依然存在3个自由度,但是是2个移动和1个绕z轴的转动。实际上,此时机构已经退化为平面3-RPR并联机构。而在正常的工作空间里,这种情况是不需考虑的,即机构只存在情况(a)所示的奇异形式。

5 结 论

针对3-UPU平移型并联机构存在伴随转动的问题,本文设计了一种改进的新型3-UPU并联机构,并对其进行了约束奇异分析。其主要工作和结论如下:

(1) 提出了一种可以改善3-UPU并联机构奇异特性,使其尽量远离约束奇异的机构设计方法。

(2) 量化了并联机构接近奇异位型的程度,为机构避免或者绕过奇异位型提供了依据。

参考文献

- [1] Clavel R. DELTA, a fast robot with parallel geometry. In: Proceedings of the 18th International Symposia on Industrial Robot, Lausanne, Switzerland, 1988. 91-100
- [2] Tsai L W. Kinematics of a three-DOF platform with three extensible limbs. In: Recent Advances in Robot Kinematics, Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1996. 401-410
- [3] Merlet J P. Parallel Robot. Second Edition. Dordrecht: Springer, 2006. 31-35
- [4] Gregorio R D, Parenti-Castelli V. A translational 3-DOF parallel manipulator. In: Advances in Robot Kinematics: Analysis and Control, Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1998. 49-58
- [5] Joshi S A, Tsai L W. Jacobian analysis of limited-DOF parallel manipulator. *Journal of Mechanical Design*, 2002, 124 (2): 254-258
- [6] Tsai L W, Joshi S A. Kinematics and optimization of a spatial 3-UPU parallel manipulator. *Journal Mechanical Design*, 2000, 122 (4): 439-446
- [7] Gregorio R D, Parenti-Castelli V. Mobility analysis of the 3-UPU parallel mechanism assembled for a pure translational motion. *Journal of Mechanical Design*, 2002, 124 (2): 259-264
- [8] Guan L W, Wang J S, Wang L P. Mobility analysis of the 3-UPU parallel mechanism based on screw theory. In: Proceedings of the International Conference on Intelligent Mechatronics and Automation, Chengdu, China, 2004. 309-314
- [9] Joshi S A, Tsai L W. A comparison study of two 3-DOF parallel manipulators one with three and the other with four supporting legs. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 2003, 19 (2): 200-209
- [10] 罗友高, 郑相周, 宾鸿赞. 移动型3-UPU并联机构的刚度分析. 中国机械工程, 2006, 17 (z1): 103-106
- [11] Luo Y G, Zheng X Z, Bin H Z. Workspace of translation 3-UPU parallel manipulator. *Journal of Shanghai University (English Edition)*, 2005, 9 (1): 62-67
- [12] Zheng X Z, Deng Z Y, Luo Y G, et al. Static analysis of translational 3-UPU parallel mechanism based on principle of virtual work. In: Global Design to Gain a Competitive Edge, London, United Kingdom: Springer-Verlag, 2008. 689-691
- [13] Han C, Kim J, Kim J, et al. Kinematic sensitivity analysis of the 3-UPU parallel mechanism. *Mechanism and Machine Theory*, 2002, 37 (8): 787-798
- [14] Zlatanov D, Bonev I. Constraint singularity of parallel mechanism. In: Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, Washington D. C., USA, 2002. 496-502
- [15] Bonev I, Zlatanov D. The mystery of the singular SNU translational parallel robot. <http://www.parallelmechanic.org/Reviews/Review004.html>, 2011
- [16] Zlatanov D, Bonev I, Gosselin C. Constraint singularities as configuration space singularities. In: Advances in Robot Kinematics: Theory and Applications, Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 2002. 183-192
- [17] Wolf A, Shoham M. Investigation of singularities and self-motions of the 3-UPU robot. In: Advances in Robot Kinematics: Theory and Applications, Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 2002. 165-174
- [18] Wolf A, Shoham M. Investigation of parallel manipulators using linear complex approximation. *Journal of Mechanical Design*, 2003, 125 (3): 564-572
- [19] Conconi M, Carricato M. A new assessment of singularities of parallel kinematic chains, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 2009, 25 (4): 757-770
- [20] Gogu G. Constraint singularities and the structural parameters of parallel robots. In: Advances in Robot Kinematics: Analysis and Design, Dordrecht, Netherlands: Springer, 2008. 3-12
- [21] Chebbi A H, Affi Z, Romdhane L. Kinetostatic and sin-

- gularity analyses of the 3-UPU translational parallel robot. In: Proceedings of the 5th International Workshop on Computational Kinematics, Berlin/ Heidelberg, Germany: Springer-Verlag, 2009. 61-68
- [22] Chebbi A H, Parenti-Castelli V. Geometric and manufacturing issues of the 3-UPU pure translational manipulator. In: New Trends in Mechanism Science: Analysis and Design, Heidelberg, Germany: Springer, 2010. 595-603
- [23] Kong X W, Gosselin C. Type Synthesis of Parallel Mechanism. Berlin/Heidelberg: Springer, 2007. 19-34
- [24] Zhao J S, Feng Z J, Zhou K, et al. Analysis of the singularity of spatial parallel manipulator with terminal constraints. *Mechanism and Machine Theory*, 2005, 40(3): 275-284

Design and singularity analysis of a novel 3-UPU translational parallel mechanism

Qu Haibo, Fang Yuefa, Guo Sheng

(School of Mechanical, Electronic and Control Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044)

Abstract

Based on the prototype of 3-UPU parallel mechanism proposed by Tsai, an improved 3-UPU parallel mechanism with three translational motions was designed and its constraint singularity was evaluated, thus a design method for improving the singularity characteristic of a 3-UPU parallel mechanism was created. First, through analysis of the terminal constraint wrench system of the 3-UPU parallel mechanism, the condition number of constraint wrench matrix was used as the measure of constraint singularity to perform the constraint singularity evaluation. When the condition number is infinity, the constraint matrix becomes ill-conditioned, and the discussed mechanism is constraint singularity. Then, based on the obtained contour atlas of constraint condition number, the minimum value of condition number on the contour atlas was chosen as the design objective, namely, keeping the condition number in the area around the minimum value. Finally, the singularity of the improved 3-UPU parallel mechanism was analyzed, and the result showed it had the better constraint performance and was far from constraint singularity.

Key words:parallel mechanism, constraint wrench system, 3-UPU, singularity evaluation