

基于加性超球体平方根 UKF 算法的无人机姿态确定^①

沈晓卫^{②***} 贾维敏^{*} 姚敏立^{*} 常瑞花^{***}

(^{*} 第二炮兵工程大学信息工程系 西安 710025)

(^{**} 中国人民解放军 96317 部队 宜春 336000)

(^{***} 武警工程大学科研部研究所 西安 710086)

摘 要 针对无迹卡尔曼滤波(UKF)计算量大的问题,提出一种加性超球体平方根 UKF 算法,即 ASSRUKF 算法。该算法通过引入加性非扩展形式减少状态维数,并采用超球体单形采样减少采样点的数量,有效降低了算法计算量;同时采用协方差阵的平方根代替协方差阵参加递推运算,以提高滤波算法的计算效率和数值稳定性。建立了加性噪声下基于微机械惯性测量单元和磁强计的无人机姿态模型,并采用 ASSRUKF 算法进行姿态估计。仿真结果表明,本算法的精度与 UKF 相当,而执行时间仅为 UKF 的 36.8%,有效降低了算法的计算复杂度。

关键词 姿态确定,超球体分布采样,无迹卡尔曼滤波(UKF),加性噪声

0 引言

姿态确定算法在无人机姿态控制和导航中得到了广泛的应用。传统的扩展卡尔曼滤波(extended Kalman filter, EKF)是姿态确定领域应用最广的非线性滤波方法,但 EKF 简单地将非线性模型线性化,存在估计精度和发散问题^[1]。相对于 EKF 的一阶泰勒近似,无迹卡尔曼滤波(unscented Kalman filter, UKF)对任何非线性非高斯数据可达到二阶精确^[2],但 UKF 的高精度是以计算量的增加为代价的^[3]。因此,为提高算法实时性,在不影响精度的前提下,应尽可能降低滤波算法的复杂度。

UKF 计算量与采样点(一般称为 sigma 点)的数量成正比,对于 n 维状态矢量,标准 UKF 采用对称采样策略,需要 $2n + 1$ 个 sigma 点来近似状态的概率分布;另外,UKF 还可以采用扩展方式,在系统模型不变的情况下,将状态噪声和测量噪声扩展为状态变量,但需要更多的 sigma 点,运算量明显增大^[4]。降低计算复杂度的一个有效途径是减少采样点的数量。常见的采样策略有最小偏度单形采样^[5]、超球体单形采样^[6]和施密特正交变换单形采样^[7]等,但在数值计算中往往存在着舍入误差,导

致状态协方差阵可能失去正定性,影响滤波算法的收敛速度和稳定性^[5]。为此,文献[8]和[9]将超球体采样和平方根滤波相结合,提出了超球体平方根无迹卡尔曼滤波(spherical simplex square root UKF, SSRUKF)算法,采用超球体采样减少采样点数量;同时在 UKF 的时间更新和测量更新阶段采用平方根滤波将状态估计误差协方差阵的 Cholesky 因子形式直接传递,解决了 UKF 数值不稳定性。但是该算法采用非扩展形式,将过程噪声和测量噪声引入状态向量中,导致了维数和 sigma 点的增加。本研究针对加性噪声非线性系统模型,采用加性非扩展形式简化超球体平方根 UKF 算法,提出了加性(additive)超球体平方根 UKF 算法(缩写为 ASSRUKF 算法),进一步改善 UKF 的计算效率;然后将该算法应用于由微机械惯性测量单元和磁强计组成的无人机姿态确定系统中,并通过仿真验证了其有效性。

1 加性超球体平方根 UKF(ASSRUKF)算法

1.1 加性非扩展形式

一般的非线性系统模型可表示为

① 国家自然科学基金(61179005,61179004)资助项目。

② 男,1982 年生,博士,讲师;研究方向:非线性滤波,姿态估计,动中通;联系人,E-mail:shenxw602@163.com
(收稿日期:2011-08-09)

$$\begin{cases} \mathbf{x}_k = f(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{u}_{k-1}, \mathbf{w}_{k-1}) \\ \mathbf{y}_k = h(\mathbf{x}_k, \mathbf{v}_k) \end{cases} \quad (1)$$

式中, $\mathbf{x}_k \in \mathbf{R}^n$ 为状态向量, $\mathbf{y}_k \in \mathbf{R}^m$ 为测量向量, $\mathbf{u}_{k-1}$ 为输入控制, $f(\cdot)$ 为状态的非线性转变函数, $h(\cdot)$ 为测量的非线性转变函数, $\mathbf{w}_{k-1}$ 和 $\mathbf{v}_k$ 为系统和测量噪声, 其方差阵分别为 $\mathbf{Q} \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 和 $\mathbf{R} \in \mathbf{R}^{m \times m}$ 。

上述模型是状态和噪声的非线性函数, UKF 需要将状态噪声和测量噪声扩展为状态^[10], 即 $\mathbf{x}_k^a = [\mathbf{x}_k \ \mathbf{w}_k \ \mathbf{v}_k]^T$, 上标 a 定义为扩展的状态, 此时状态维数为 $n^a = 2n + m$ 。对于给定采样方式, 采样点数由滤波状态维数唯一确定, 如对称采样有 $2n^a + 1$ 个 sigma 点^[11]。

当系统噪声和测量噪声为加性时, 上述模型可简化为

$$\begin{cases} \mathbf{x}_k = f(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{u}_{k-1}) + \mathbf{w}_{k-1} \\ \mathbf{y}_k = h(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k \end{cases} \quad (2)$$

UKF 在加性噪声条件下可采用非扩展形式, 此时状态变量不需要状态噪声和测量噪声辅助, 且非扩展形式与扩展形式具有相同的滤波结果^[12]。因此, 可以降低系统的维数和 sigma 点的个数, 如对称采样有 $2n + 1$ 个 sigma 点。

1.2 超球体采样策略

UKF 通过设计 sigma 点的 unscented 变换实现预测过程, 其计算量与采样点数量密切相关。在对实时性要求比较高的系统中, 可采用超球体单形采样进一步减少 sigma 点的数目。超球体单形采样如下^[5]:

(1) 选择 $0 \leq W_0 \leq 1$ 。

(2) 确定 sigma 权值:

$$W_i = \frac{1 - W_0}{n + 1}, \quad i = 1, 2, \dots, n + 1 \quad (3)$$

(3) 比例修正:

上述采样中, sigma 点到中心 $\bar{\mathbf{x}}$ 的距离随 $\mathbf{x}$ 维数的增加而越来越远, 会产生采样的非局部效应, 比例采样可以有效地解决采样的非局部效应问题, 并可适用于修正多种采样策略。比例采样策略修正算法如下^[12]:

$$\omega_i = \begin{cases} (W_0 - 1)/\alpha^2 + 1, & i = 0 \\ W_i/\alpha^2, & i \neq 0 \end{cases} \quad (4)$$

式中, $\alpha (0 \leq \alpha \leq 1)$ 为缩放因子, 通过 α 可控制采样点与均值的距离。

(4) 初始化向量序列 (对应状态为 1 维的情况):

$$\chi_0^1 = [0], \chi_1^1 = \left[-\frac{1}{\sqrt{2\omega_1}} \right], \chi_2^1 = \left[\frac{1}{\sqrt{2\omega_1}} \right]$$

(5) 输入维数 $j = 2, \dots, n$ 时, 迭代公式为

$$\chi_i^j = \begin{cases} \begin{bmatrix} \chi_0^j \\ 0 \end{bmatrix}, & i = 0 \\ \begin{bmatrix} \chi_i^j \\ -\frac{1}{\sqrt{j(j+1)\omega_1}} \end{bmatrix}, & i = 1, \dots, j \\ \begin{bmatrix} 0_{j-1} \\ \frac{j}{\sqrt{j(j+1)\omega_1}} \end{bmatrix}, & i = j + 1 \end{cases} \quad (5)$$

式中, j 为向量的维数, i 为采样点的顺序。

(6) 定义

$$\omega_i^m = \begin{cases} \omega_0 & i = 0 \\ \omega_i & i \neq 0 \end{cases}, \quad \omega_i^c = \begin{cases} \omega_0 + (1 + \beta - \alpha^2) & i = 0 \\ \omega_i & i \neq 0 \end{cases}$$

式中, $\beta (\beta \geq 0)$ 是非负的加权项, 对于高斯分布, $\beta = 2$ 是最优选择^[13]。

(7) 加入系统状态 $\mathbf{x}$ 的均值 $\bar{\mathbf{x}}$ 和协方差 $\mathbf{P}_x$, 生成的 sigma 点为

$$\chi_i = \bar{\mathbf{x}} + \sqrt{\mathbf{P}_x} \chi_i^j \quad (6)$$

1.3 ASSRUKF 算法

采用加性非扩展形式和超球体单形采样策略进行平方根 UKF 运算, 并对预测方程和更新方程作相应的修改, 即可构成加性超球体平方根 UKF 算法。具体步骤如下:

(1) 初始化:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}_0 &= E[\mathbf{x}_0], \\ \mathbf{S}_{x_0} &= \text{chol}(E[(\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0)(\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0)^T]), \\ \mathbf{S}_w &= \sqrt{\mathbf{Q}}, \mathbf{S}_v = \sqrt{\mathbf{R}} \end{aligned}$$

式中, $\text{chol}(\cdot)$ 为对矩阵进行下三角 Cholesky 分解运算所得到的平方根矩阵。

(2) 计算 sigma 点:

$$\chi_{k-1+i} = \hat{\mathbf{x}}_{k-1} + \mathbf{S}_{x_{k-1}} \chi_i^j, \quad i = 0, \dots, n + 1 \quad (7)$$

式中, $\chi_{k-1} \in \mathbf{R}^{n \times (n+2)}$, $\hat{\mathbf{x}}_{k-1} \in \mathbf{R}^n$ 且 $\mathbf{S}_{x_{k-1}} \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 。

(3) 时间更新:

$$\begin{aligned} \chi_{k|k-1}^* &= f(\chi_{k-1}, \mathbf{u}_{k-1}) \\ \hat{\mathbf{x}}_k^- &= \sum_{i=0}^{n+1} \omega_i^m \chi_{i,k|k-1}^* \\ \mathbf{S}_{x_k^-} &= \text{qr}([\sqrt{\omega_1^c} (\chi_{1:n+1,k|k-1}^* - \hat{\mathbf{x}}_k^-) \ \mathbf{S}_w]) \end{aligned}$$

$$S_{x_k} = \text{cholupdate}(S_{x_k}^-, \chi_{0,k|k-1}^* - \hat{x}_k^-, \omega_0^c) \quad (8)$$

式中, $\text{qr}(\cdot)$ 表示对矩阵进行奇异分解, $\text{cholupdate}(S, U, \pm m)$ 表示对矩阵 S 进行 cholesky 更新, 相当于计算 $\text{chol}(SS^T \pm \sqrt{m}UU^T)$ 。

(4) 测量更新:

$$Y_{k|k-1} = h(\chi_{k|k-1}^*)$$

$$\hat{y}_k^- = \sum_{i=0}^{n+1} \omega_i^m Y_{i,k|k-1}$$

$$S_{\hat{y}_k} = \text{qr}([\sqrt{\omega_i^c}(Y_{1:n+1,k|k-1} - \hat{y}_k^-) \ S_v])$$

$$S_{\hat{y}_k} = \text{cholupdate}(S_{\hat{y}_k}^-, Y_{0,k|k-1} - \hat{y}_k^-, \omega_0^c)$$

$$P_{x_k y_k} = \sum_{i=0}^{n+1} \omega_i^c (\chi_{i,k|k-1} - \hat{x}_k^-)(Y_{i,k|k-1} - \hat{y}_k^-)^T$$

$$K_k = (P_{x_k y_k} / S_{\hat{y}_k}^T) / S_{\hat{y}_k}$$

$$\hat{x}_k^- = \hat{x}_k^- + K_k(y_k - \hat{y}_k^-)$$

$$U = K_k S_{\hat{y}_k}$$

$$S_{x_k} = \text{cholupdate}(S_{x_k}^-, U, -1)$$

(9)

(5) $k = k + 1$, 转至第(2)步。

1.4 计算复杂度分析

假设状态向量 $x_k \in \mathbb{R}^n$, 测量向量 $y_k \in \mathbb{R}^m$, 采用扩展形式的 UKF 状态变量维数 $n^a = 2n + m$, 对应的 sigma 点为 $4n + 2m + 1$ 。而 ASSRUKF 算法采用加性非扩展形式后状态变量维数为 n , 经过超球体分布单形采样后的 sigma 点降为 $n + 2$ 。这里采用计算复杂度对 UKF 和 ASSRUKF 算法的计算效率进行比较分析。对于 UKF, 采样点生成需要对协方差阵 $P^a \in \mathbb{R}^{n^a \times n^a}$ 进行 Cholesky 分解, 其计算量为 $O((2n + m)^3/6)$ [11]; 而 ASSRUKF 将状态估计误差协方差阵的 Cholesky 因子形式直接传递, 避免了在采样点计算时对状态估计误差协方差阵的 Cholesky 分解, 提高了滤波算法的计算效率和数值稳定性。UKF 更新过程中的计算量与状态维数 n^a 相关, 计算量为 $O((2n + m)^3)$; 而加性非扩展形式后状态变量维数为 n , ASSRUKF 时间更新过程中的计算量为 $O(n^3)$, 测量更新中的计算量为 $O(nm^2)$ 。因此, 随着维数的增长, ASSRUKF 在计算量上较 UKF 大大减少, 从而降低了系统的计算负担。

2 无人机姿态确定

采用导航坐标系(n系)和载体坐标系(b系)分别作为参考坐标系和移动坐标系。导航坐标系是一

种当地地理坐标系, 坐标轴分别指向北、东和地。而载体坐标系, 轴向分别为载体的横滚轴、俯仰轴和偏航轴。

2.1 无人机运动学模型

无人机姿态确定系统包括微机械陀螺、加速度计和磁强计组合, 利用重力场(用加速度计测量, 包含两个倾角信息)和地磁场(用磁强计测量, 包含航向信息)作为辅助测量信息来校正陀螺。根据陀螺角速率输出和辅助测量信息建立姿态确定系统的加性非线性系统模型, 包括状态方程和测量方程, 描述系统的动态变化过程。

(1) 状态方程

为去除陀螺漂移误差, 将漂移误差引入状态变量实时估计。定义状态变量为 $x = [q \ \Delta\omega]^T$, $q = [q_0 \ q_1 \ q_2 \ q_3]^T$ 为姿态四元数, $\Delta\omega = [\Delta\omega_x \ \Delta\omega_y \ \Delta\omega_z]^T$ 为陀螺漂移误差。基于四元数的姿态运动方程满足 [14]

$$\dot{q} = \frac{1}{2} \Omega(\omega) q \quad (10)$$

式中, $\Omega(\omega) = \begin{bmatrix} 0 & -\omega^T \\ \omega & -[\omega \times] \end{bmatrix}$, $[\omega \times] =$

$$\begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix}, \omega = [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T \text{ 为载体}$$

相对于惯性系的角速率。

记 u 为陀螺输出值, 考虑陀螺漂移误差, 则载体角速率可表示为 [15]

$$\begin{cases} \omega = u - \Delta\omega \\ \Delta\dot{\omega} = 0 \end{cases} \quad (11)$$

根据式(10)和(11), 建立状态方程为

$$\dot{x} = f(x, u) + w \quad (12)$$

式中, $f(x, u) = \begin{bmatrix} 0.5\Omega(u - \Delta\omega)q \\ 0 \end{bmatrix}$, w 为随机独立的零均值高斯白噪声序列, 且 $w \sim N(0, Q)$ 。

(2) 测量方程

加速度计和磁强计固连于载体作为辅助测量信息, 定义测量变量为 $y = [a \ m]^T$, 式中 $a = [a_x \ a_y \ a_z]^T$ 为加速度计各轴向测量值, $m = [m_x \ m_y \ m_z]^T$ 为磁强计各轴向测量值。

加速度计测得的是载体所受的比力, 忽略哥氏加速度及其它干扰加速度的影响, 可看作重力场在载体坐标系中的分量, 满足:

$$\mathbf{a} = \mathbf{C}_n^b \mathbf{g} = g \begin{bmatrix} 2q_1q_3 + 2q_0q_2 \\ 2q_2q_3 - 2q_0q_1 \\ 1 - 2q_1^2 - 2q_2^2 \end{bmatrix} \quad (13)$$

式中, $\mathbf{g} = [0 \ 0 \ -g]^T$, g 为地球重力常量。 $\mathbf{C}_n^b$ 为参考坐标系到载体坐标系的四元数变换形式, 且

$$\mathbf{C}_n^b = \begin{bmatrix} 1 - 2q_2^2 - 2q_3^2 & 2q_1q_2 - 2q_0q_3 & 2q_1q_3 + 2q_0q_2 \\ 2q_1q_2 + 2q_0q_3 & 1 - 2q_1^2 - 2q_3^2 & 2q_2q_3 - 2q_0q_1 \\ 2q_1q_3 - 2q_0q_2 & 2q_2q_3 + 2q_0q_1 & 1 - 2q_1^2 - 2q_2^2 \end{bmatrix} \quad (14)$$

同理, 磁强计输出可表示为

$$\mathbf{m} = \mathbf{C}_n^b \mathbf{m}_e^n \quad (15)$$

式中, $\mathbf{m}_e^n = [m_{ex}^n \ m_{ey}^n \ m_{ez}^n]^T$ 为参考坐标系中表示的地磁场矢量。

根据式(13)和(15), 测量模型可表示为^[14]

$$\mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}) + \mathbf{v} \quad (16)$$

式中, $\mathbf{h}(\mathbf{x}) = \Xi^T(\mathbf{q})\Psi(\mathbf{q})\mathbf{x}_r$, $\Xi(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} -\boldsymbol{\rho}^T \\ \mathbf{q}_0\mathbf{I}_{3 \times 3} + [\boldsymbol{\rho} \times] \end{bmatrix}$, $\Psi(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} -\boldsymbol{\rho}^T \\ \mathbf{q}_0\mathbf{I}_{3 \times 3} - [\boldsymbol{\rho} \times] \end{bmatrix}$, $\mathbf{x}_r = [\mathbf{g} \ \mathbf{m}_e^n]^T$, 测量噪声 $\mathbf{v}$ 为随机独立的零均值高斯白噪声序列, 即 $\mathbf{v} \sim N(0, \mathbf{R})$ 。

2.2 基于 ASSRUKF 的姿态确定

对式(15)和(16)离散化后的系统模型为

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{f}(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k) + \mathbf{w}_k \\ \mathbf{y}_k = \mathbf{h}(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k \end{cases} \quad (17)$$

式中, $\mathbf{w}_k$ 和 $\mathbf{v}_k$ 分别为过程噪声和测量噪声, 且为相互独立且与状态变量 $\mathbf{x}_{k-1}$ 无关的零均值高斯白噪声, 其方差阵分别为 $\mathbf{Q}$ 和 $\mathbf{R}$ 。

对于式(17)建立的模型, 其过程噪声和测量噪声都是加性的, 可采用 ASSRUKF 算法进行最优估计, 对应的姿态确定框图如图 1 所示。由于微机械陀螺精度较低, 因而信号积分后漂移太快。因此, 利用陀螺给出的角速率, 加速度计和磁强计输出值作为辅助测量信息, 通过 ASSRUKF 算法对四元数和陀螺漂移误差进行估计, 并将陀螺漂移估计值反

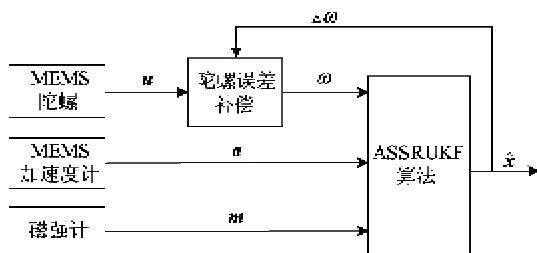


图1 姿态确定框图

馈校正。最后, 将校正后的角速率和四元数作为系统的输出。

根据四元数与欧拉角的对应关系, 则无人机的姿态角表示为^[16]

$$\begin{cases} \phi = \arctan(2(q_2q_3 + q_0q_1), (1 - 2(q_1^2 + q_2^2))) \\ \theta = -\arcsin(2(q_1q_3 - q_0q_2)) \\ \psi = -\arctan(2(q_1q_2 - q_0q_3), (1 - 2(q_2^2 + q_3^2))) \end{cases} \quad (18)$$

式中, ϕ 、 θ 和 ψ 分别为横滚角、俯仰角和航向角。

3 仿真分析

为了验证本文算法的有效性, 以无人机模型进行模拟仿真。无人机的初始姿态设为载体水平, 飞行器在运动过程中先匀速直线运动 10s 后, 俯仰以 $1^\circ/\text{s}$ 的角速率由 0° 增加到 10° , 然后航向由 0° 以恒定角速率增加到 20° 再转回 0° , 匀速直线运动 5s 后, 俯仰再以 $-1^\circ/\text{s}$ 的角速率减小为 0° , 期间航向进行反向转动, 而后横滚以 $-3^\circ/\text{s}$ 的角速率减小为 -10° , 再升至 0° 。传感器输出频率为 100Hz, 其中 MEMS 陀螺常值漂移 $0.2^\circ/\text{s}$, 噪声均方差为 $0.05^\circ/\text{s}$; 加速度计随机常值漂移为 $0.001g$, 噪声均方差为 $0.001g$; 磁强计噪声均方差 $0.01^\circ/\text{s}$ 。在仿真实验中, 假定初始方差平方根矩阵 $\mathbf{S}(0) = 0.25\mathbf{I}_7$ ($\mathbf{I}_7$ 为 7 阶单位矩阵), 过程噪声 $\mathbf{Q} = (0.01)^2\mathbf{I}_7$, 测量噪声 $\mathbf{R} = 0.01\mathbf{I}_6$, 权值 $W_0 = 0.2$, 缩放因子 $\alpha = 0.1$, 加权项 $\beta = 2$ 。

图 2 和图 3 是采用 ASSRUKF 算法估计得到的姿态角和陀螺误差曲线图。图 2 表明由于陀螺存在漂移误差, 直接积分导致姿态角随着时间误差越来越大; 利用 ASSRUKF 算法融合陀螺、加速度计和磁

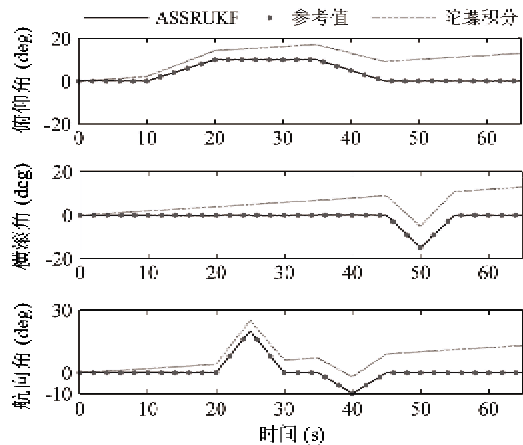


图2 ASSRUKF 和陀螺积分姿态曲线对比

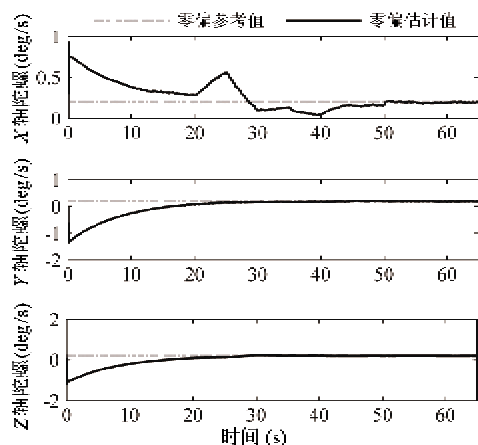


图3 基于 ASSRUKF 的陀螺零偏估计

强计,能在方位、横滚和俯仰上很好地估计出姿态变化,其估计值与参考值一致。从图3看出,陀螺漂移估计值渐近收敛于参考值 $0.2^\circ/\text{s}$,说明 ASSRUKF 能同时估计出漂移的大小,并对陀螺输出值进行修正,进一步提高姿态精度。

图4给出了 ASSRUKF 与 UKF 的姿态误差对比,其具体性能指标见表1。表1分别对 ASSRUKF 与 UKF 作20次 Monte Carlo 仿真,从估计精度和计算耗时两方面进行比较。在估计精度方面,ASSRUKF 与 UKF 相当;在计算效率上,UKF 滤波仿真一次需要 14.047s ,而 ASSRUKF 滤波一次只需要

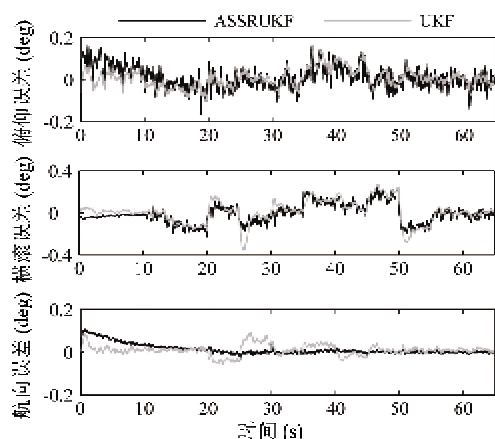


图4 ASSRUKF 与 UKF 姿态估计误差对比

表1 不同姿态确定算法对比

算法	标准差($^\circ$)			滤波耗时(s)
	θ	φ	ψ	
ASSRUKF	0.093	0.050	0.028	5.172
UKF	0.108	0.042	0.025	14.047

5.172s ,即改进后算法执行时间仅为前者的36.8%,计算效率更高,具有较好的实时性。因此,ASSRUKF 在确保估计精度的同时提高了计算效率。

4 结论

针对无人机加性噪声条件下的姿态确定问题,提出了一种加性超球体平方根 UKF 姿态估计算法。该算法一方面引入加性噪声非扩展滤波和超球体单形采样,减少了状态维数和采样点的数量,降低了计算量;另一方面以协方差阵的平方根矩阵代替协方差阵参加递推运算,保证了滤波的数值稳定性。仿真结果表明,本文算法在确保估计精度的同时,降低了计算量,对于实时性要求高的场合具有较好的应用价值。

参考文献

- [1] 傅建国,王孝通,金良安等. Sigma 点卡尔曼滤波及其应用. 系统工程与电子技术, 2005, 27(1):141-144
- [2] Lin C L, Feng X S, Li Y P. UKF-based parameter estimation method for precise UUV navigation. In: Proceedings of the 12th International Offshore and Polar Engineering Conference, Beijing, China, 2010. 429-434
- [3] 范春石,张高飞,孙剑等. 多传感器联邦 SSUKF 融合姿态确定算法. 中国空间科学技术, 2009, 29(6): 21-29
- [4] Fan C S, You Z. Highly efficient sigma point filter for spacecraft attitude and rate estimation. *Mathematical Problems in Engineering*, 2009, 1-23
- [5] Julier S J, Uhlmann J K. Reduced sigma point filters for the propagation of means and covariance through nonlinear transformations. In: Proceedings of American Control Conference, Anchorage, USA, 2002. 1-6
- [6] Julier S J. The spherical simplex unscented transformation. In: Proceedings of the American Control Conference, Denver, USA, 2003. 2430-2434
- [7] Li W G, Wei P, Xiao X C. Novel simplex unscented transform and filter. *Journal of Electronic Science and Technology of China*, 2008, 6(1):61-66
- [8] 陆海勇,赵伟,熊剑等. 捷联惯导初始对准的超球体采样 SRUKF 算法. 应用科学学报, 2009, 27(3): 311-315
- [9] Tang X J, Yan J, Zhong D D. Square-root sigma-point Kalman filtering for spacecraft relative navigation. *Acta Astronautica*, 2010, 66:704-713
- [10] Antonio G, Nicola C, Fabrizio S. Comparison of EKF and UKF for spacecraft localization via angle measurements.

- IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2011, 47(1):75-84
- [11] Merwe R V D. Sigma-point Kalman filters for probabilistic inference in dynamic state-space models: [Ph. D dissertation]. Portland: Oregon Health & Science University, 2004. 108-119
- [12] Liu Y, Yu A X, Zhu J B. Unscented Kalman filtering in the additive noise case. *Science China*, 2010, 53(4): 929-941
- [13] Castrejón-Lozano J G, Carrillo L R G, Dzul A, et al. Spherical simplex sigma-point Kalman filters: a comparison in the inertial navigation of a terrestrial vehicle. In: Proceedings of the American Control Conference, Washington, USA, 2008. 3536-3541
- [14] Crassidis J L, Markley F L. Unscented filtering for spacecraft attitude estimation. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2003, 26(4): 536-542
- [15] 王志胜. 融合估计与融合控制. 北京: 科学出版社, 2009. 168-169
- [16] 张天光, 王秀萍, 王丽霞等. 捷联惯性导航技术. 北京: 国防工业出版社, 2007. 27-31

Attitude determination for unmanned aerial vehicles based on additive spherical simplex square root unscented Kalman filter

Shen Xiaowei^{***}, Jia Weimin^{*}, Yao Minli^{*}, Chang Ruihua^{***}

(^{*} Department of Information Engineering, The Second Artillery Engineering University, Xi'an 710025)

(^{**} Troops 96317 of People's Liberation Army, Yichun 336000)

(^{***} Scientific Research Department, The Engineering University of Armed Police Force, Xi'an 710086)

Abstract

Aiming at the overload computational complexity in an unscented Kalman filter (UKF), an additive spherical simplex square root UKF (ASSRUKF) was proposed. To decrease the computational complexity, the algorithm for the proposed filter, called the ASSRUKF algorithm, used an additive non-augmented unscented transform and a spherical simplex sampling to reduce the state dimension and the number of sigma points, respectively. Meantime, the covariance matrix was replaced with a new matrix whose entries were square roots of the covariance matrix in the process of estimation to ensure the efficiency and stability of the filter. Under the condition of additive noise, the proposed algorithm was applied to the attitude determination model of an unmanned aerial vehicle (UAV), which combined a MEMS inertial measurement unit and a magnetometer. The simulation results showed that the estimation precision of the proposed algorithm was similar to the standard UKF, while the computational time was only 36.8% of the UKF, which effectively reduced the computational complexity.

Key words: attitude determination, spherical simplex sampling, unscented Kalman filter (UKF), additive noise