

基于增广 LQG 的小型无人直升机稳定控制^①

陈 阳^② 王田苗 梁建宏 王超磊 张以成

(北京航空航天大学机器人研究所 北京 100191)

摘要 针对实现小型无人直升机悬停及航线飞行的目标,在建立小型无人直升机近悬停点线性模型的基础上,通过系统辨识的方法获得了两个解耦的线性模型,并基于此设计了增广线性二次高斯(LQG)控制器。该增广 LQG 控制器包含三部分:一是卡尔曼滤波器,用于估计未测量状态;二是传统的线性二次积分(LQI)控制器,用于稳定内环并消除目标控制信号跟踪稳态静差;三是前馈,用于加速信号跟踪。仿真与实际飞行试验验证了基于增广的 LQG 控制器不仅能够镇定住无人直升机的动力学,同时能够很好地跟踪参考控制信号。

关键词 小型无人直升机, 增广线性二次高斯(LQG), 前馈, 线性二次积分(LQI), 飞行试验

0 引言

实现小型无人直升机的自主飞行是进行小型无人直升机稳定飞行控制设计的目标。目前小型无人直升机飞行控制系统设计主要有三类方法。一类是基于传统的 PID 方法,这类方法设计的结构简单,其参数调试依赖于大量的现场实验^[1]或者是基于数学模型^[2,3],但对于外界干扰缺乏鲁棒性。第二类方法是基于非线性技术,包括模糊控制与神经网络方法^[4-6],这些方法虽在理论上都得到了很好的证明,但由于额外的计算量使其很难在实际中得到应用。第三类方法是基于线性优化技术,千叶大学的研究人员基于线性二次积分(linear quadratic integral, LQI)方法设计了一个姿态稳定控制器,但是其相关模型中没有考虑到本体系的速度状态信息^[7]。文献[8]结合线性二次调节器(linear quadratic regulator, LQR)与反馈线性化方法设计了位置航向控制器。文献[9]则是在一个三自由度的支架上使用线性二次高斯(linear quadratic Gaussian, LQG)方法镇定住了直升机的姿态,但是对于巡航飞行而言,则需要另外设计速度控制器。通过使用 H_∞ 技术,文献[10]镇定住了无人直升机的耦合模型,但是对于速度控制指令跟踪精度方面没有进行详细的设计。

本研究在基于系统辨识方法获得直升机两个解耦的线性模型的基础上,采用增广 LQG 方法设计一个能够在镇定住无人直升机的同时很好地跟踪直升机本体系三轴目标线速度与航向角速率的控制器,并通过仿真与实际飞行试验验证了所用控制方法的有效性。

1 小型无人直升机动力学模型

在直升机的动力学建模过程中,可以将直升机视为包含 12 个状态量的刚体,并表示成多输入多输出的非线性状态空间模型。另外当模型直升机工作在悬停或是低速飞行状态下,需要额外考虑主旋翼/稳定翼动力学特性及锁尾陀螺引入带来的影响。

1.1 刚体动力学

根据牛顿第二定律,直升机刚体运动方程可表示为

$$\mathbf{F}^b = m[\dot{\mathbf{V}}^b + (\boldsymbol{\omega}^b \times \mathbf{V}^b)] \quad (1)$$

$$\mathbf{M}^b = \mathbf{I}\dot{\boldsymbol{\omega}}^b + (\boldsymbol{\omega}^b \times \mathbf{I}\boldsymbol{\omega}^b) \quad (2)$$

其中, $\mathbf{F}^b \in R^{3 \times 1}$ 与 $\mathbf{M}^b \in R^{3 \times 1}$ 分别表示直升机机体质心上受到的合力及合力矩。上标 b 表示在机体坐标系上的相应变量, m 是质量, \mathbf{I} 是直升机自身旋转惯性矩阵, $\mathbf{V}^b = [u, v, w]^T$ 和 $\boldsymbol{\omega}^b = [p, q, r]^T$ 分别表示直升机重心在机体坐标系上的线速度与自身旋

① 863 计划(2011AA040202)资助项目。

② 男,1985 年生,博士生;研究方向:小型无人直升机建模,控制及航迹跟踪;联系人,E-mail: chenyang4117@163.com
(收稿日期:2012-05-10)

转角速度(如图1所示)。本文中,外力 \mathbf{F} 及力矩 \mathbf{M} 由主旋翼、尾翼、重力及机身空气动力的共同作用产生。当小型无人直升机工作于悬停及低速飞行状态下,机身的空气动力影响可以忽略,文献[11]中详述外力 \mathbf{F} 及力矩 \mathbf{M} 。实际操纵直升机时,有4个控制量用于实现直升机俯仰、滚转、升降及转向四个机动,将其定义为 $\mathbf{u} = [u_{\text{lat}}, u_{\text{lon}}, u_m, u_t]^T$,其中 u_{lat} 及 u_{lon} 分别为横向及纵向周期变距, u_m 为主旋翼总距, u_t 为尾桨距。

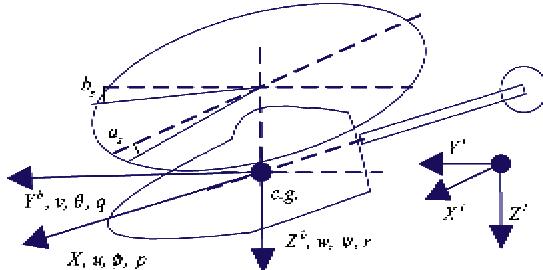


图1 飞行器本体系上的状态量

直升机旋转运动的运动学方程可以表示为

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & S\phi T\theta & C\phi T\theta \\ 0 & C\phi & -S\phi \\ 0 & S\phi/C\theta & C\phi/C\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中欧拉角向量 $[\phi, \theta, \psi]^T$ 分别表示滚转角、俯仰角及航向角, $S\alpha$ 、 $C\alpha$ 及 $T\alpha$ 分别表示 $\sin\alpha$ 、 $\cos\alpha$ 及 $\tan\alpha$ 。

直升机质心位置的直线运动学方程可以表示为

$$\dot{\mathbf{P}}^I = \mathbf{R}_{IB}^{-1} \mathbf{V}^b \quad (4)$$

其中 $\mathbf{P}^I = [p_N^I, p_E^I, p_D^I]^T$ 表示直升机质心在惯性坐标系下的位置向量, \mathbf{R}_{IB} 表示惯性坐标系到本体坐标系的旋转矩阵^[6]。式(1)–(4)的组合构成了刚体动力学方程。

1.2 主旋翼/稳定翼动力学

在实际飞行中,相比较于常规直升机,由于小型无人直升机的动力特性更快,故引入了稳定翼以辅助操纵飞行,因此需要考虑稳定翼对飞行器动力学特性的影响。一阶系统能够表示其中的特性^[2,3]:

$$\dot{a}_t = -a_t/\tau_t + k_1 p - q + A_{\text{lat}} u_{\text{lat}} \quad (5)$$

$$\dot{b}_s = -b_s/\tau_s - k_1 q - p + B_{\text{lon}} u_{\text{lon}} \quad (6)$$

其中 a_t 与 b_s 分别表示影响俯仰及滚转运动的挥舞角, τ_t 是考虑到稳定翼影响的时间常数, k_1 、 A_{lat} 及 B_{lon} 为相关系数。

1.3 锁尾陀螺航向速率反馈系统

模型直升机中引入航向速率陀螺作为阻尼系统

以减弱航向反扭力矩的作用,该作用可表示成一阶模型^[13]:

$$r_{\text{fb}}/r = k_r/(s + k_{\text{fb}}) \quad (7)$$

其中 r_{fb} 表示反馈陀螺状态, k_r 及 k_{fb} 为相关参数, s 表示频域里的拉普拉斯算子。

1.4 非线性与线性模型

综上,直升机非线性模型可表示为

$$\dot{\mathbf{x}}_{\text{non}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}_{\text{non}}, \mathbf{u}) \quad (8)$$

其中, $\mathbf{x}_{\text{non}} = [p_N^I, p_E^I, p_D^I, u, v, w, \theta, \phi, \psi, p, q, r, r_{\text{fb}}, a_s, b_s]^T$

当小型无人直升机工作于悬停及低速飞行状态时,近似有 $\dot{\psi} \approx r$,并且航向角 ψ 与 x_{non} 中其它状态量的耦合可以忽略,在式(8)中,状态量 ψ 、 p_N^I 、 p_E^I 及 p_D^I 对 p 、 q 及 r 没有影响。因此,在线性化式(8)时,系统状态量的个数减少到11。基于小扰动理论,可得到如下表示水平与垂直运动解耦的两个多输入多输出状态空间线性模型:

$$\delta \dot{\mathbf{x}}_{\text{hor}} = \mathbf{A}_{\text{hor}} \delta \mathbf{x}_{\text{hor}} + \mathbf{B}_{\text{hor}} \delta \mathbf{u}_{\text{hor}} \quad (9)$$

$$\delta \dot{\mathbf{x}}_{\text{ver}} = \mathbf{A}_{\text{ver}} \delta \mathbf{x}_{\text{ver}} + \mathbf{B}_{\text{ver}} \delta \mathbf{u}_{\text{ver}} \quad (10)$$

其中 $\mathbf{x}_{\text{hor}} = [u, v, \theta, \phi, q, p, a_s, b_s]^T$, $\mathbf{u}_{\text{hor}} = [u_{\text{lat}}, u_{\text{lon}}]^T$, $\mathbf{x}_{\text{ver}} = [w, r, r_{\text{fb}}]^T$ 及 $\mathbf{u}_{\text{ver}} = [u_m, u_t]^T$ 。 δ 表示在平衡点附近的小扰动,矩阵 \mathbf{A}_{hor} 、 \mathbf{B}_{hor} 、 \mathbf{A}_{ver} 、 \mathbf{B}_{ver} 将在第3节中给出。

2 增广LQG跟踪控制器

直升机动力学特性主要包括两部分,一是水平面上主要由主旋翼产生的前向与侧向耦合运动,二是垂直方向上的垂直与航向运动。当小型无人直升机执行航线飞行任务时,其机动飞行主要包括垂直起飞、降落、悬停、转向及前飞5个主要动作,可以假设参考信号 u_{ref} 、 v_{ref} 、 w_{ref} 及 r_{ref} 4个值大部分时间是不变的。本文基于式(9)及(10)所描述的两个动力学线性模型,设计增广LQG跟踪控制器(如图2所示),以求在镇定直升机内部速度姿态的同时,能够

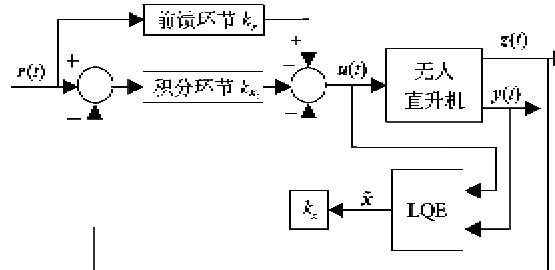


图2 增广LQG跟踪控制器控制结构

很好地跟踪参考线速度 $u_{\text{ref}}, v_{\text{ref}}, w_{\text{ref}}$ 及航向角速率 r_{ref} 。整个控制器设计依据分离原则,包括 LQR 设计及线性二次估计(linear quadratic estimation, LQE)设计两部分。

2.1 增广 LQR 跟踪控制器

作为增广 LQG 跟踪控制器一个核心部分,LQR 控制器考虑了系统本身的耦合特性以镇定无人直升机,为了消除目标信号跟踪稳态静差及加快信号跟踪速度,与传统 LQR 控制器比较,本文控制器增加了积分及前馈两个环节(图 2),以期在实现飞行器稳定控制的同时,能够提高跟踪精度及响应速度。

考虑如下由状态方程表示的线性系统:

$$\left. \begin{array}{l} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \\ z = Hx \end{array} \right\} \quad (11)$$

其中 x, u, y, z 分别为系统状态向量、控制输入向量、输出向量及性能输出向量,矩阵 A, B, C, D 分别为状态矩阵、输入矩阵、输出矩阵及状态性能观测矩阵。

参考指令 $r(t)$ 与性能输出 $z(t)$ 之差 e 表示为:

$$e = r - z = r - Hx \quad (12)$$

则 e 的积分表示为 $x_1 = \int_0^t e(\tau) d\tau$, 并定义增广状态向量为 $\hat{x} = [x^T, x_1^T]^T$, 于是得到增广状态方程为

$$\left. \begin{array}{l} \dot{\hat{x}} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ H & 0 \end{bmatrix} \hat{x} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} r \\ = \hat{A}\hat{x} + \hat{B}u + \hat{F}r \\ z = [H \ 0] \hat{x} = \hat{H}\hat{x} \end{array} \right\} \quad (13)$$

定义新的误差向量 \hat{e} 为

$$\begin{aligned} \hat{e} &= \begin{bmatrix} e \\ x_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -H & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix} r \\ &= G\hat{x} + Mr \end{aligned} \quad (14)$$

则整个增广 LQR 控制设计问题为寻找一个使式

$$J(u) = \frac{1}{2} \int_0^\infty (\hat{e}^T Q \hat{e} + u^T R u) dt \quad (15)$$

代表的性能指标最低的线性二次控制器。其中 Q 是一半正定对称矩阵, R 为正定对称矩阵。应用最优控制理论解决上述问题,可得到优化控制器如下:

$$u = -k_x \hat{x} + k_r r = -k_x x - k_{x_1} x_1 + k_r r \quad (16)$$

其中 $k_x = R^{-1} \hat{B}^T P_s, k_r = R^{-1} \hat{B}^T (\hat{A}^T - P_s \hat{B} R^{-1} \hat{B}^T)^{-1} (G^T Q M + P_s \hat{F})$, P_s 是如式

$$-P \hat{A} + P \hat{B} R^{-1} \hat{B}^T P - G^T Q G - \hat{A}^T P = 0 \quad (17)$$

所示的代数黎卡提方程的正定对称矩阵解。

2.2 LQE 设计

考虑线性系统模型式(11)包含扰动的形式为

$$\left. \begin{array}{l} \dot{x} = Ax + Bu + w \\ y = Cx + v \end{array} \right\} \quad (18)$$

其中 w 为过程噪声, v 为观测噪声, 并假设为互不相干的零均值高斯白噪声, 且协方差矩阵分别为 Q_f 及 R_f 。则可得优化估计器为

$$\left. \begin{array}{l} \dot{\tilde{x}} = A\tilde{x} + Bu + k_f(y - \tilde{y}) \\ \tilde{y} = C\tilde{x} \end{array} \right\} \quad (19)$$

其中估计增益 k_f 为

$$k_f = P_f C^T R_f^{-1} \quad (20)$$

P_f 是下式所示的代数黎卡提方程的正定解:

$$AP_f + P_f A^T + Q_f - P_f C^T R_f^{-1} C_f P_f = 0 \quad (21)$$

3 仿真与试验

本研究在 ALIGN 600 模型直升机上进行了仿真与试验验证。机上搭载的航电系统包括基于 GPS/INS 融合的组合导航子系统,嵌入式飞控子系统及数据通讯子系统。该航电系统提供的线速度精度优于 0.03m/sRMS(均方根),姿态角精度优于 0.017rad RMS。

通过采集操纵手实际操纵模型直升机在近悬停点附近飞行数据,采用系统辨识技术^[14],得到式(9)及(10)所代表的直升机两个解耦模型如下:

$$A_{\text{hor}} = \begin{bmatrix} -0.2432 & 0 & -9.8 & 0 \\ 0 & -0.2226 & 0 & 9.8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.1871 & -0.3499 & 0 & 0 \\ -0.0048 & -0.118 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -8.8099 & 0 & 14.1362 & -11.095 \\ 0 & -9.5741 & 12.5769 & 16.305 \\ -1 & 0.0415 & -6.571 & 0 \\ -0.0415 & -1 & 0 & -6.571 \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned}B_{\text{hor}} &= \begin{bmatrix} 0 & -2.8297 & 0 & 0 & 8.2535 \\ 2.2738 & 0 & 0 & 0 & 16.6755 \\ 22.0409 & 0 & -1.4146 \\ -2.0847 & 1.4972 & 0 \end{bmatrix}^T, \\A_{\text{ver}} &= \begin{bmatrix} -0.3045 & 0.16 & 0 \\ -0.1260 & -9.8539 & -64.6517 \\ 0 & 1.1062 & -19.7078 \end{bmatrix}, \\B_{\text{ver}} &= \begin{bmatrix} -12.83 & 0.05 \\ 0.2569 & 64.6517 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.\end{aligned}$$

基于前述控制器设计方法,对于水平面模型,矩阵 Q 、 R 、 Q_f 及 R_f 分别取值为 $\text{diag}(1, 1, 1, 1)$ 、 $\text{diag}(100, 150)$ 、 $0.001I_{8 \times 8}$ 及 $0.001I_{6 \times 6}$ 。对于垂直方向模型而言,这些矩阵的取值分别为 $\text{diag}(0.8, 0.667, 0.8, 0.667)$ 、 $1.43I_{2 \times 2}$ 、 $0.001I_{3 \times 3}$ 及 $0.001I_{1 \times 2}$ 。其中仿真在 Matlab 中进行。

图 3 和图 4 分别给出了跟踪参考信号 u_{ref} 、 v_{ref} 和 w_{ref} 、 r_{ref} 的仿真结果,其中实线为参考信号,点划

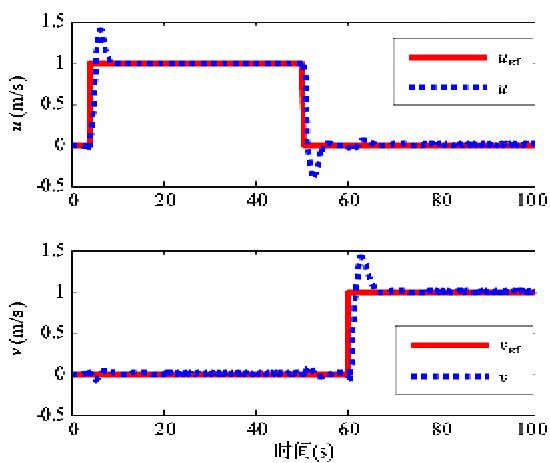


图 3 跟踪 u_{ref} 及 v_{ref} 的仿真结果

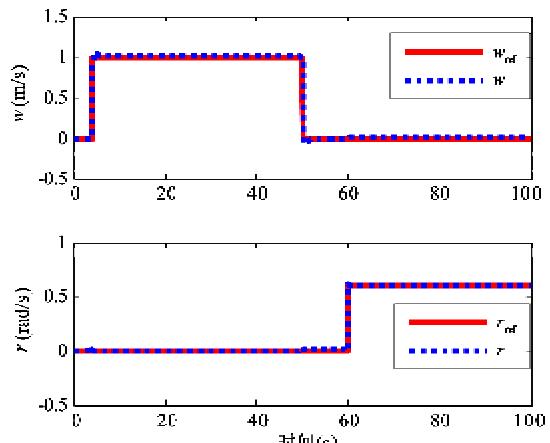


图 4 跟踪 w_{ref} 及 r_{ref} 的仿真结果

线为仿真跟踪结果。可以发现,依据本文所设计的控制器,直升机在经历很短时间的超调后,能够很好地跟踪阶跃参考信号。而且跟踪这些信号的上升时间(定义为系统响应从 0% 到最终值 95% 所需的时间)分别为 1.22s, 1.49s, 0.35s 及 0.085s。

图 5 所示为在 ALIGN 600 无人直升机中实际测试本文所述的控制器的跟踪性能。试验过程中,直升机在控制器作用下执行了如下指令:前飞—后飞且最大参考速度 u_{ref} 为 4m/s, 绕主旋翼轴旋转运动且最大参考航向角速率 r_{ref} 为 0.7rad/s, 上飞一下飞且最大参考速度 w_{ref} 为 1.65m/s, 左飞—右飞且最大参考速度 v_{ref} 为 2m/s。图 5 所示的跟踪趋势表明本文所述的控制器不仅在仿真中合理,而且在实际飞行中亦能够得到很好的实现。

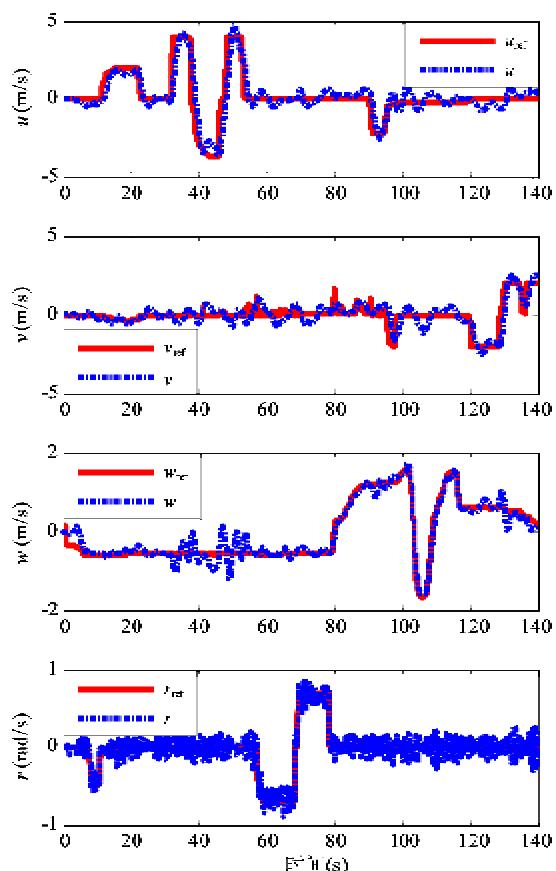


图 5 实际自动飞行中跟踪 u_{ref} 、 v_{ref} 、 w_{ref} 及 r_{ref}

4 结论

本文首次采用扩展 LQG 跟踪控制技术进行了小型无人直升机控制器设计,在锁定直升机速度姿态的同时,能够很好地跟踪给定的参考速度及航向角速率指令。仿真与实际飞行试验验证了方法的有效性。

效性。未来工作将在本文基础上,研究无人直升机在更高飞行速度下的建模与控制,同时将引入鲁棒智能路径跟踪算法以进一步提高无人直升机的自主能力。

参考文献

- [1] Sanchez E N, Becerra H M, Velez C M. Combining fuzzy, PID and regulation control for an autonomous mini-helicopter. *Information Sciences*, 2007, 177 (10) : 1999-2022
- [2] Yang K, Gan S K, Sukkarieh S. An efficient path planning and control algorithm for RUAV's in unknown and cluttered environments. *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, 2010, 57(1-4) : 101-122
- [3] Mettler B, Tischler M B, Kanade T. Attitude control optimization for a small scale unmanned helicopter. In: Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation and Control Conference, Denver, USA, 2000. 40-59
- [4] Kadmiry B, Driankov D. A fuzzy gain scheduler for the attitude control an unmanned helicopter. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2004, 12(4) : 502-515
- [5] Chen M, Ge S S, Ren B. Robust attitude control of helicopters with actuator dynamics using neural networks. *IET Control Theory & Applications*, 2010, 4(12) : 2837-2854
- [6] Raptis I A, Valavanis K P, Kandell A, et al. System identification and discrete nonlinear control of miniature helicopters using backstepping. *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, 2009, 55(2-3) : 223-243
- [7] Jinnok S, Kenzo N, Daigo F, et al. Model-based optimal attitude and positioning control of small-scale unmanned helicopter. *Robotica*, 2005, 23(1) : 51-63
- [8] Bergerman M, Amidi O, Miller J R, et al. Cascaded position and heading control of a robotic helicopter. In: Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent and Robots System, San Diego, USA, 2007. 135-140
- [9] Morris J C, Nieuwstadt M V, Bendotti P. Identification and control of a model helicopter in hover. In: Proceedings of American Control Conference, Baltimore, USA, 1994. 1238-1242
- [10] Cai G, Chen B M, Dong X, et al. Design and implementation of a robust and nonlinear flight control system for an unmanned helicopter. *Mechatronics*, 2011, 21(5) : 803-820
- [11] Mettler B. Identification modeling and characteristics of miniature rotorcraft. Norwell: Kluwer Academic Publishers, 2003
- [12] Gavrilets V, Mettler B, Feron E. Nonlinear model for a small-size acrobatic helicopter. In: Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, Montreal, Canada, 2001. 1593-1600
- [13] Mettler B, Kanade T, Tischler M. System identification modeling of a model-scale helicopter. Technical report CMU-RI-TR-00-03, Robotics Institute, Carnegie Mellon University, 2000
- [14] Ljung L. System Identification: Theory for the User. 2nd Edition. Upper Saddle River, New Jersey: Prentice Hall, 1999

Augmented LQG based stable control of a small unmanned helicopter

Chen Yang, Wang Tianmiao, Liang Jianhong, Wang Chaolei, Zhang Yicheng
(Robotics Institute, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191)

Abstract

For controlling a small unmanned helicopter to reach its goal of hovering or cruise flight, two decoupled mathematical models for the small unmanned helicopter were achieved by system identification based on the building of the helicopter's linear model for hovering, and then an augmented linear quadratic Gaussian (LQG) controller was designed. The augmented LQG controller consists of a Kalman filter, a traditional linear quadratic integral (LQI) controller, and a feedforward term. The Kalman filter is used to estimate the unmeasured states. The integral action of the LQI is to reduce the steady state errors, and the feedforward term is used to speed up the tracking of reference signals. The simulations and the actual flight results indicate that the presented augmented LQG controller can not only stabilize the dynamics of unmanned helicopters, but also track the reference control signals well.

Key words: small unmanned helicopter, augmented linear quadratic Gaussian (LQG), feedforward, linear quadratic integral (LQI), flight tests