

## 基于多体运动学理论的机床误差灵敏度分析<sup>①</sup>

范晋伟<sup>②</sup> 王晓峰<sup>③</sup> 陈东菊 李 云

(北京工业大学机械工程与应用电子技术学院 北京 100124)

**摘 要** 针对机床加工误差出现后如何查找影响加工精度的关键因素这一问题,提出了一种基于多体系统运动学理论的机床误差灵敏度分析新方法。该方法首先利用多体系统运动学理论,将机床抽象为多个运动刚体,在各个刚体上建立参考坐标系和运动参考坐标系,将刀具中心点和工件加工点分别通过各自坐标系描述到系统坐标系,以此方法建立约束方程并求解加工误差;然后通过对误差求导的方式获得误差参数的灵敏度并建立误差参数影响分析模型。实例的分析和计算证明,该方法可以有效地查找对机床误差影响较大的因素,从而可为机床设计者和使用者提供有效的机床改进理论基础。

**关键词** 多体运动学,灵敏度,误差建模,几何误差,误差参数

## 0 引 言

随着制造业的不断发展,数控机床作为制造业的工业母机,其功能在不断完善,应用范围在不断扩大<sup>[1]</sup>,相应地,对数控机床加工精度的要求也在不断提高,数控机床的加工精度已成为衡量一个国家的科技水平的重要标准之一。人们都知道,数控机床的加工误差能够反映数控机床的实际精度的高低。加工误差是数控机床所有零部件误差耦合作用的最终反映,如何根据加工误差来进行误差溯源,查找造成加工误差的主要因素,是目前困扰机床设计者和使用者的一个重要难题,因此,利用合理的误差分析模型,确定对加工精度影响较大的误差参数,进行机床误差灵敏度分析具有重要意义。

影响机床加工精度的因素有很多,主要有几何误差、热误差、伺服系统误差和载荷误差<sup>[2]</sup>,热变形、力变形的影响都是通过部件几何变形映射到几何误差来分析<sup>[3]</sup>,而几何变形的影响都可以用几何误差参数的形式来表达。因此,利用几何误差参数可以对绝大多数误差进行表达。目前国内外学者对数控机床几何误差建模理论进行了广泛而深入研究,先后经历了三角关系法、多维误差矩阵法、二次型模型法、直接空间误差分析法、机构学法和多体系

统误差建模分析法等方法<sup>[4]</sup>。目前,多体系统理论由于能对复杂系统进行高度的概括和抽象,可全面考虑影响系统的各项因素及相互耦合关系,因而已被广泛应用到机床误差建模分析中<sup>[5,9]</sup>。杨强等<sup>[10]</sup>应用差分法深入分析了一种新型并联机构位置误差对主要设计变量的灵敏度的影响,确定了该机构的合理的设计参数。赵强等<sup>[11]</sup>用矩阵微分法推导了平台位姿误差和 42 种原始误差之间的关系式,定义了平台位姿误差对各种原始误差的敏感度,给出了按敏感度的比例对原始误差进行综合的优化方法,通过实例验证了误差综合方法的有效性。Pott 等<sup>[12]</sup>采用简化矢力的方法对并联机构的灵敏度进行了分析,并进行了实验验证。综上所述,目前针对数控机床误差灵敏度的研究相对较少,而对于数控机床使用者和设计者来说,掌握影响机床的关键因素至关重要。在这种情况下,本文将多体系统运动学理论应用到数控机床误差建模中,并利用模型对误差参数的敏感度和影响程度进行了深入分析,针对双摆头 5 轴数控机床确定了其敏感度和影响度参数。

## 1 多体系统运动误差建模

### 1.1 相邻体几何描述方法

数控机床是由多个刚体组成的综合体,在刚体

① 国家自然科学基金(50775004)资助项目。

② 男,1965 年生,博士,教授;研究方向:数字化精密加工与检测;E-mail: jwfan@bjut.edu.cn

③ 通讯作者, E-mail: wxl19982000@163.com

(收稿日期:2012-04-16)

上分别建立各自的体参考坐标系、运动参考坐标系,则可将机床各个运动轴之间的相互耦合运动关系转变为坐标系之间的变换,从而可以建立包含全部运动轴误差参数在内的机床精度分析模型。

图1所示为两个相邻体 $J$ 体和 $K$ 体的相对运动情况,其中 $O_\xi$ 、 $O_\eta$ 分别表示 $K$ 体在 $J$ 体体参考坐标系 $O_jx_jy_jz_j$ 内的理想运动参考点和实际运动参考点,相应的理想位置矢量为 $\overrightarrow{O_jO_\xi}$ ,实际位置矢量为 $\overrightarrow{O_jO_\eta}$ ,位置误差矢量为 $\overrightarrow{O_\xi O_\eta}$ 。 $O_\zeta$ 、 $O_k$ 分别表示 $K$ 体体参考坐标系原点在其实运动参考坐标系 $O_\eta x_\eta y_\eta z_\eta$ 中的理想运动位置 and 实际运动位置,相应的理想位移矢量为 $\overrightarrow{O_\eta O_\zeta}$ ,实际位移矢量为 $\overrightarrow{O_\eta O_k}$ ,位移误差矢量为 $\overrightarrow{O_\zeta O_k}$ 。令坐标系 $O_jx_jy_jz_j$ 和 $O_\xi x_\xi y_\xi z_\xi$ 之间的变换矩阵为 ${}^J_\xi T$ ,用以描述 $K$ 体的理想运动参考坐标系 $O_\xi x_\xi y_\xi z_\xi$ 在 $J$ 体体参考坐标系 $O_jx_jy_jz_j$ 中的方位。同理可得, ${}^\xi_\eta T$ 用以描述 $K$ 体的运动参考坐标系相对于 $J$ 体体参考坐标系 $O_jx_jy_jz_j$ 出现的由装配或者制造引起的方位误差, ${}^\eta_k T$ 用以描述 $K$ 体体参考坐标系在其实运动参考坐标系 $O_\eta x_\eta y_\eta z_\eta$ 中的理想方位, ${}^\zeta_k T$ 用以描述 $K$ 体体参考坐标系相对于其实际运动参考坐标系 $O_\eta x_\eta y_\eta z_\eta$ 在运动过程中出现的方位误差。根据上述描述方法,我们可以将误差分为由装配或者制造等因素引起的位置误差和由导轨磨损、扭曲变形等因素引起的运动误差,由此可得如下关系:

$${}^J_\eta T = {}^J_\xi T {}^\xi_\eta T \quad (1)$$

$${}^\eta_k T = {}^\zeta_k T {}^\zeta_\eta T \quad (2)$$

$${}^J_k T = {}^J_\eta T {}^\eta_k T \quad (3)$$

联立(1)(2)(3),可得

$${}^J_k T = {}^J_\xi T {}^\xi_\eta T {}^\zeta_\eta T {}^\zeta_k T \quad (4)$$

为了更加直观地表述,我们将(4)式改写为如下矩阵表达形式:

$$\begin{aligned} {}^J_k T &= {}^J_\xi T {}^\xi_\eta T {}^\zeta_\eta T {}^\zeta_k T \\ &= [AJK]_p [AJK]_{pe} [AJK]_s [AJK]_{se} \end{aligned} \quad (5)$$

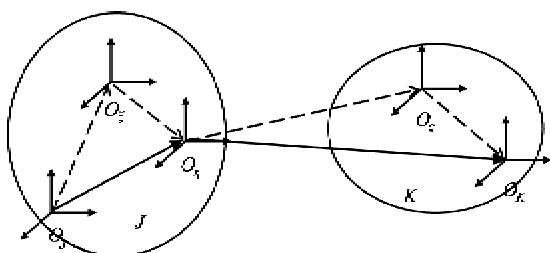


图1 有误差情况相邻体相对运动示意图

利用上述相邻体间误差描述的方法我们可以将

机床中任意一点方便地描述到我们需要的坐标系中,从而可以方便地建立运动方程,进行误差分析。

## 1.2 双摆头五轴数控机床误差建模

双摆头五轴数控机床由于运动灵活、刀具的位置任意可控、刀具相对于工件的姿态可以任意调整而被广泛应用于加工几何形状复杂的自由曲面。

图2所示为C-A型五轴数控机床,它具有3个移动轴和2个旋转轴,并且2个旋转轴都在刀具运动链一侧。其中,Y向移动和X向移动位于机床—工件分支,Z向移动、绕X轴的A向旋转运动和绕Z轴的C向旋转运动位于机床—刀具分支,且各运动轴之间只有单自由度的相对运动,因此双摆头数控

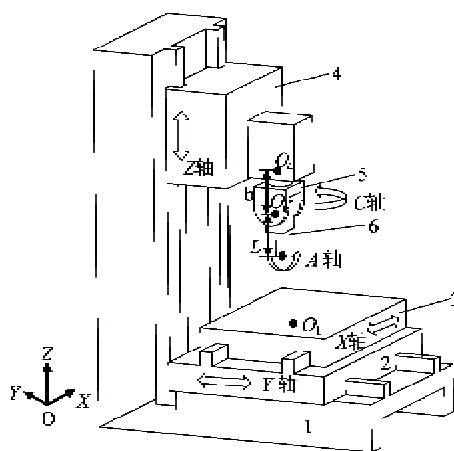


图2 双摆头五轴机床结构

机床是一类特殊的多体系统,完全可以按照多体系统理论进行误差分析。根据刚体六自由度假设理论,刚体在三维空间中运动必然会产生六项误差(3项线位移误差、3项角位移误差),对于五轴数控机床来说,其总共有5个运动体共30项误差,这些误差均随相应机床运动部件的运动而改变。此外3个平动轴之间两两存在3项不垂直度误差,同时转动轴A与Y、Z轴以及C与X、Y轴存在4项垂直度误差,这些误差不随机床运动部件的运动而变化。因此,五轴机床涉及到37项误差参数,如表1所示。

表1 双摆头五轴数控机床几何误差参数

| 误差性质 | 线位移误差                                                                                                                                                                                                           |               |               | 角位移误差              |                    |                    |
|------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|---------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| 误差方向 | 沿X                                                                                                                                                                                                              | 沿Y            | 沿Z            | 绕X                 | 绕Y                 | 绕Z                 |
| 沿X平移 | $\delta_x(x)$                                                                                                                                                                                                   | $\delta_y(x)$ | $\delta_z(x)$ | $\varepsilon_x(x)$ | $\varepsilon_y(x)$ | $\varepsilon_z(x)$ |
| 沿Y平移 | $\delta_x(y)$                                                                                                                                                                                                   | $\delta_y(y)$ | $\delta_z(y)$ | $\varepsilon_x(y)$ | $\varepsilon_y(y)$ | $\varepsilon_z(y)$ |
| 沿Z平移 | $\delta_x(z)$                                                                                                                                                                                                   | $\delta_y(z)$ | $\delta_z(z)$ | $\varepsilon_x(z)$ | $\varepsilon_y(z)$ | $\varepsilon_z(z)$ |
| 绕Z转动 | $\delta_x(C)$                                                                                                                                                                                                   | $\delta_y(C)$ | $\delta_z(C)$ | $\varepsilon_x(C)$ | $\varepsilon_y(C)$ | $\varepsilon_z(C)$ |
| 绕X转动 | $\delta_x(A)$                                                                                                                                                                                                   | $\delta_y(A)$ | $\delta_z(A)$ | $\varepsilon_x(A)$ | $\varepsilon_y(A)$ | $\varepsilon_z(A)$ |
| 垂直度  | $\varepsilon_{xy} \setminus \varepsilon_{yz} \setminus \varepsilon_{zx} \setminus \varepsilon_{Ax} \setminus \varepsilon_{Ay} \setminus \varepsilon_{Az} \setminus \varepsilon_{Cx} \setminus \varepsilon_{Cy}$ |               |               |                    |                    |                    |

为了对这 37 项误差加以描述,也要考虑到检测方法的易行性。坐标系设置如下:在初始条件下各运动部件的体参考坐标系与其运动参考坐标系重合,也就是在初始条件下只要确定了某运动部件的运动参考坐标系方位也就确定了其体参考坐标系的方位。坐标系在空间的方位涉及到方向和位置。首先确定各个坐标系的方向:选取机床坐标系的方向为基准方向,令床身(1 体)坐标系的方向和 Y 向溜板(2 体)的运动参考坐标系与基准坐标系方向一致,令基准坐标系绕其 Z 轴转过垂直度  $\varepsilon_{xy}$  后的坐标系为 T 件坐标系和 X 向溜板(3 体)的运动参考坐标系方向,令基准坐标系分别绕其 X、Y 轴转过垂直度  $\varepsilon_{yz}$ 、 $\varepsilon_{zx}$  后的坐标系方向为 Z 向溜板(4 体)的运动参考坐标系方向,令 Z 向溜板的运动参考坐标系分别绕其 X、Y 轴转过垂直度  $\varepsilon_{cy}$ 、 $\varepsilon_{cx}$  后的坐标系方向为 C 轴(5 体)的运动参考坐标系方向,令 C 轴的运动参考坐标系分别绕 Y、Z 轴转过垂直度  $\varepsilon_{Az}$ 、 $\varepsilon_{Ay}$  后的坐标系方向为刀具坐标系和 A 轴(6 体)的坐标系方向。通过上述方法可以将初始条件下所有坐标系的方位确定下来。下面确定各个坐标系的位置。令机床的各个运动部件返回到数控机床的绝对零点,以此为初始条件,设定床身、X 向溜板、Y 向溜板的体参考坐标系及其运动参考坐标系原点均位于机床工作台面某一给定点(图 2 中  $O_1$  点),Z 向溜板和 C 轴的体参考坐标系及其运动参考坐标系原点位于主轴端面中心处(图 2 中  $O_4$  点),A 轴和刀具坐标系的体参考坐标系及其运动参考坐标系原点位于 A 轴旋转中心处(图 2 中  $O_6$  点)。根据上述设定方法便可得到双摆头五轴数控机床各相邻体的理想特征矩阵以及误差特征矩阵。图 3 所示为双摆头五轴数

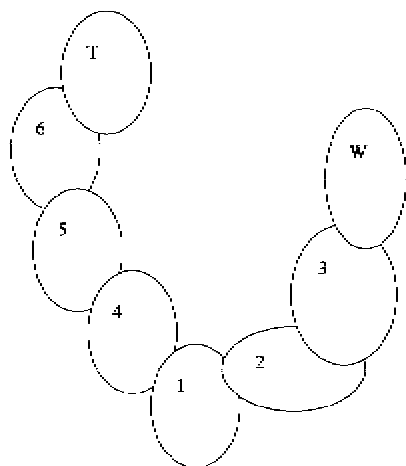


图 3 多体拓扑结构

控机床拓扑结构图,T 体和 W 体分别代表固联在 A 轴(6 体)上的刀具和固联在 X 向溜板(3 体)上的工件。

根据上述定义,实际刀具中心点在刀具坐标系坐标为  $(0 \ 0 \ -L)$  ( $L$  为刀具长度),假设在初始条件下主轴端面中心  $O_4$  点在系统坐标系坐标为  $(q_{4x} \ q_{4y} \ q_{4z})$ ,因此可得实际刀具中心相对于系统坐标系的位置阵列为

$$P_T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & q_{4x} \\ 0 & 1 & 0 & q_{4y} \\ 0 & 0 & 1 & q_{4z} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & \varepsilon_{zx} & 0 \\ 0 & 1 & -\varepsilon_{yz} & 0 \\ -\varepsilon_{zx} & \varepsilon_{yz} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & z \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -\varepsilon_z(z) & \varepsilon_y(z) & \delta_x(z) \\ \varepsilon_z(z) & 1 & -\varepsilon_x(z) & \delta_y(z) \\ -\varepsilon_y(z) & \varepsilon_x(z) & 1 & \delta_z(z) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \varepsilon_{cx} & 0 \\ 0 & 1 & -\varepsilon_{cy} & 0 \\ -\varepsilon_{cx} & \varepsilon_{cy} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos C & -\sin C & 0 \\ \sin C & \cos C & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -\varepsilon_z(C) & \varepsilon_y(C) & \delta_x(C) \\ \varepsilon_z(C) & 1 & -\varepsilon_x(C) & \delta_y(C) \\ -\varepsilon_y(C) & \varepsilon_x(C) & 1 & \delta_z(C) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -b \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -\varepsilon_{Ay} & \varepsilon_{Az} & 0 \\ \varepsilon_{Ay} & 1 & 0 & 0 \\ -\varepsilon_{Az} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos A & -\sin A & 0 \\ 0 & \sin A & \cos A & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -\varepsilon_z(A) \\ \varepsilon_z(A) & 1 \\ -\varepsilon_y(A) & \varepsilon_x(A) \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_y(A) & \delta_x(A) \\ -\varepsilon_x(A) & \delta_y(A) \\ 1 & \delta_z(A) \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -L \\ 1 \end{pmatrix} \quad (6)$$

假设工件坐标系原点相对于 X 向溜板的体参考坐标系坐标为  $(q_{ax} \ q_{ay} \ q_{az})$ ,理论刀具中心点相对于工件坐标系的坐标为  $(r_{wx} \ r_{wy} \ r_{wz})$ ,则可得理想刀具中心点相对于系统坐标系的位置阵列为

$$\begin{aligned}
P_w = & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -\varepsilon_z(y) & \varepsilon_y(y) \\ \varepsilon_z(y) & 1 & -\varepsilon_x(y) \\ -\varepsilon_y(y) & \varepsilon_x(y) & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
& \begin{pmatrix} \delta_x(y) \\ \delta_y(y) \\ \delta_z(y) \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -\varepsilon_{xy} & 0 & 0 \\ \varepsilon_{xy} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
& \begin{pmatrix} 1 & -\varepsilon_z(x) & \varepsilon_y(x) & \delta_x(x) \\ \varepsilon_z(x) & 1 & -\varepsilon_x(x) & \delta_y(x) \\ -\varepsilon_y(x) & \varepsilon_x(x) & 1 & \delta_z(x) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
& \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & q_{wx} \\ 0 & 1 & 0 & q_{wy} \\ 0 & 0 & 1 & q_{wz} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_{wx} \\ r_{wy} \\ r_{wz} \\ 1 \end{pmatrix} \quad (7)
\end{aligned}$$

实际生产加工中要求在任一瞬时,实际刀具中心要与工件坐标系上的理论刀具中心点相重合即  $P_T = P_W$ , 由此可以得到数控机床相对运动约束方程如下形式

$$\begin{aligned}
P_T = & \begin{pmatrix} 1 & -\varepsilon_{xy} - \varepsilon_z(x) - \varepsilon_z(y) \\ \varepsilon_{xy} + \varepsilon_z(x) + \varepsilon_z(y) & 1 \\ -\varepsilon_y(x) - \varepsilon_y(y) & \varepsilon_x(x) + \varepsilon_x(y) \\ 0 & 0 \\ \varepsilon_y(x) + \varepsilon_y(y) & \delta_x(x) + \delta_x(y) + x \\ -\varepsilon_x(x) - \varepsilon_x(y) & \delta_y(x) + \delta_y(y) + y \\ & + x(\varepsilon_{xy} + \varepsilon_z(y)) \\ 1 & \delta_z(x) + \delta_z(y) - x\varepsilon_y(y) \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\
& \begin{pmatrix} r_{wx} + q_{wx} \\ r_{wy} + q_{wy} \\ r_{wz} + q_{wz} \\ 1 \end{pmatrix} \quad (8)
\end{aligned}$$

根据式(8),并用  $(x_{tr} \ y_{tr} \ z_{tr} \ 1)^T$  代替其中的  $(r_{wx} \ r_{wy} \ r_{wz} \ 1)^T$ ,可以得到实际机床刀具中心轨迹上相应点在工件坐标系内的位置阵列

$$\begin{pmatrix} x_{tr} \\ y_{tr} \\ z_{tr} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -\varepsilon_{xy} - \varepsilon_z(x) - \varepsilon_z(y) \\ \varepsilon_{xy} + \varepsilon_z(x) + \varepsilon_z(y) & 1 \\ -\varepsilon_y(x) - \varepsilon_y(y) & \varepsilon_x(x) + \varepsilon_x(y) \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}
& \begin{pmatrix} \varepsilon_y(x) + \varepsilon_y(y) & \delta_x(x) + \delta_x(y) + x \\ -\varepsilon_x(x) - \varepsilon_x(y) & \delta_y(x) + \delta_y(y) + y \\ & + x(\varepsilon_{xy} + \varepsilon_z(y)) \\ 1 & \delta_z(x) + \delta_z(y) - x\varepsilon_y(y) \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \\
P_T = & \begin{pmatrix} q_{wx} \\ q_{wy} \\ q_{wz} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (9)
\end{aligned}$$

设(9)式中所有误差参数均为0,可以得到理想条件下刀具中心轨迹上相应点在工件坐标系内的位置阵列为

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} x_{ideal} \\ y_{ideal} \\ z_{ideal} \\ 1 \end{pmatrix} = & \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & q_{4x} - L\sin A \sin C \\ 0 & -1 & 0 & q_{4y} + L\sin A \cos C \\ 0 & 0 & 1 & q_{4z} - b - L\cos A \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} = & \begin{pmatrix} q_{wx} \\ q_{wy} \\ q_{wz} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (10)
\end{aligned}$$

式(7) - 式(8)可得机床的误差阵列为

$$\begin{aligned}
E_x = & \delta_x(z) - \delta_x(y) - \delta_x(x) + \delta_x(A) \cos C + \delta_x(C) \cos C \\
& - \delta_y(C) \sin C - y\varepsilon_{xy} + \varepsilon_{xz}(z - b - L\cos A) \\
& - y\varepsilon_z(x) - y\varepsilon_z(y) - (-b + q_{4z} + z + L\varepsilon_y(x) \\
& (-\cos A + \sin A)) - \varepsilon_y(y)(-b + q_{4z} + z \\
& + L(-\cos A + \sin A)) - \varepsilon_{Cx}(b + L\cos A) \\
& - \varepsilon_y(z)(b + L\cos A) - \varepsilon_y(C)(b\cos C + L\cos C) \\
& - \varepsilon_x(C)(b\sin C + L\cos A \sin C) - L\varepsilon_{Ay} \sin A \cos C \\
& - L\varepsilon_z(C) \sin A \cos C - L\varepsilon_z(z) \sin A \cos C \\
& - L\varepsilon_y(A) \cos C - L\varepsilon_{Az} \cos A \cos C - L\varepsilon_x(A) \cos A \sin C \\
& - \delta_y(A) \cos A \sin C + \delta_z(A) \sin A \sin C - (\varepsilon_x(x) \\
& + \varepsilon_x(y))(q_{4y} + L\sin A \cos C) \quad (11)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E_y = & \delta_y(z) + \varepsilon_{Cy}(b + L\cos A) + \varepsilon_{yz}(b + L\cos A - z) \\
& - \varepsilon_x(z) + \varepsilon_x(C)(b\cos C + L\cos A \cos C) \\
& - \varepsilon_y(C)(b\sin C + L\cos A \sin C) + \delta_y(C) \cos C \\
& + \delta_x(A) \sin C + \delta_x(C) \sin C + \varepsilon_x(x)(-b + q_{4z} + z \\
& - L\cos A) + \varepsilon_x(y)(-b + q_{4z} - L\cos A) - \varepsilon_{xy}(q_{4x} \\
& - L\sin A \sin C) - \varepsilon_z(x)(q_{4x} - L\sin A \sin C) \\
& - \varepsilon_z(y)(q_{4x} - L\sin A \sin C) - L\varepsilon_y(A) \sin C \\
& + L\varepsilon_{Az} \cos A \sin C - L\varepsilon_{Ay} \sin A \sin C - L\varepsilon_z(C) \sin A \sin C \\
& - L\varepsilon_z(z) \sin A \sin C + L\varepsilon_x(A) \cos A \cos C \\
& + \delta_y(A) \cos A \cos C - \delta_z(A) \cos C \sin A \quad (12)
\end{aligned}$$

$$E_z = \delta_z(C) - \delta_z(x) - \delta_z(y) + \delta_z(z) + \delta_z(A) \cos A$$

$$\begin{aligned}
 & + \varepsilon_y(x)(q_{4x} - L\sin A \sin C - x) + \varepsilon_y(y)(q_{4x} \\
 & - L\sin A \sin C) + \delta_y(A) \sin A - \varepsilon_x(x)(q_{4y} \\
 & + L\sin A \cos C - y) - \varepsilon_x(y)(q_{4y} + L\sin A \cos C - y) \\
 & + L\varepsilon_x(A) \sin A + L\varepsilon_x(C) \sin A + L\varepsilon_{Cy} \sin A \cos C \\
 & + \varepsilon_{yz}(L\sin A \cos C + L\sin A \sin C) + L\varepsilon_z(z) \sin A \cos C \\
 & - L\varepsilon_{Cx} \sin A \sin C - L\varepsilon_{xz} \sin A \sin C \quad (13)
 \end{aligned}$$

## 2 机床误差灵敏度分析

### 2.1 机床误差灵敏度模型

由(11)(12)(13)式可得,五轴数控机床误差可

以表示为 37 项误差参数的函数,其模型可以表示成如下形式:

$$E = f(\delta_i(j), \varepsilon_i(j), \varepsilon_{xy}, \varepsilon_{yz}, \varepsilon_{xz}, \varepsilon_{Ay}, \varepsilon_{Az}, \varepsilon_{Cx}, \varepsilon_{Cy}) \quad (14)$$

其中  $i = x, y, z; j = x, y, z, C, A$ 。

为了得到误差参数的影响敏感度数学表达式,利用(14)式分别对 37 项误差参数求偏导数,可以得到表 2 所示结果(仅以  $E_x$  为例进行说明)。

从表 2 可知,不同误差参数的灵敏度各不相同,且灵敏度与机床的结构、数控指令均有关系。

表 2 误差参数敏感度

| 偏导数                                              | 表达式                          | 偏导数                                              | 表达式                                    | 偏导数                                              | 表达式                |
|--------------------------------------------------|------------------------------|--------------------------------------------------|----------------------------------------|--------------------------------------------------|--------------------|
| $\frac{\partial E_x}{\partial \delta_x(x)}$      | -1                           | $\frac{\partial E_x}{\partial \delta_y(C)}$      | $-\sin C$                              | $\frac{\partial E_x}{\partial \varepsilon_x(y)}$ | $-y$               |
| $\frac{\partial E_x}{\partial \delta_x(y)}$      | -1                           | $\frac{\partial E_x}{\partial \delta_y(A)}$      | $-\cos A \sin C$                       | $\frac{\partial E_x}{\partial \varepsilon_x(z)}$ | $-L \sin A \cos C$ |
| $\frac{\partial E_x}{\partial \delta_x(z)}$      | 1                            | $\frac{\partial E_x}{\partial \varepsilon_y(x)}$ | $-b + q_{4x} + z + L(\sin A - \cos A)$ | $\frac{\partial E_x}{\partial \varepsilon_x(C)}$ | $-L \sin A \cos C$ |
| $\frac{\partial E_x}{\partial \delta_x(C)}$      | $\cos C$                     | $\frac{\partial E_x}{\partial \varepsilon_y(y)}$ | $-b + q_{4x} + z + L(\sin A - \cos A)$ | $\frac{\partial E_x}{\partial \varepsilon_{xy}}$ | $-y$               |
| $\frac{\partial E_x}{\partial \delta_x(A)}$      | $\cos C$                     | $\frac{\partial E_x}{\partial \varepsilon_y(z)}$ | $-b - L \cos A$                        | $\frac{\partial E_x}{\partial \varepsilon_{xz}}$ | $z - b - L \cos A$ |
| $\frac{\partial E_x}{\partial \varepsilon_x(x)}$ | $q_{4y} + L \sin A \cos C$   | $\frac{\partial E_x}{\partial \varepsilon_y(C)}$ | $-b \cos A - L \cos C$                 | $\frac{\partial E_x}{\partial \varepsilon_{Ay}}$ | $-L \sin A \cos C$ |
| $\frac{\partial E_x}{\partial \varepsilon_x(y)}$ | $q_{4y} + L \sin A \cos C$   | $\frac{\partial E_x}{\partial \varepsilon_y(A)}$ | $-L \cos C$                            | $\frac{\partial E_x}{\partial \varepsilon_{Az}}$ | $-L \cos A \cos C$ |
| $\frac{\partial E_x}{\partial \varepsilon_x(C)}$ | $b \sin C + L \cos A \sin C$ | $\frac{\partial E_x}{\partial \delta_z(A)}$      | $\sin A \sin C$                        | $\frac{\partial E_x}{\partial \varepsilon_{Cx}}$ | $-b - L \cos A$    |
| $\frac{\partial E_x}{\partial \varepsilon_x(A)}$ | $-L \cos A \sin C$           | $\frac{\partial E_x}{\partial \varepsilon_z(x)}$ | $-y$                                   |                                                  |                    |

### 2.2 误差参数影响程度分析

不同的误差参数对机床的加工精度影响程度各不相同,对工件坐标系上一点来说,虽然有些误差参数的灵敏度很高,但是由于对应的误差参数很小,在这种情况下,其对该点的影响也就比较小,因此,本文提出以下模型来综合评价误差参数的影响程度。根据(11)式并结合表 2,误差参数影响度函数可用以下形式来表达:

$$\Delta = \frac{\partial E}{\partial u} u \quad (15)$$

式中  $u$  为误差参数,  $E$  为误差。

## 3 实例

以某一五轴数控机床为例来进行说明,给出本文模型所需参数如表 3 所示。

表 3 机床相关参数

| 项目 | $q_{4x}$ | $q_{4y}$ | $q_{4z}$ | $b$ | $L$ | $A(^{\circ})$ | $C(^{\circ})$ | $x$ | $y$ | $z$ |
|----|----------|----------|----------|-----|-----|---------------|---------------|-----|-----|-----|
| 数值 | 175      | -450     | 785      | 200 | 80  | 30            | 60            | 20  | 60  | 80  |

注:未注单位均为 mm

为了更好地反映误差参数的灵敏度,将表3数值带入表2中,将得到的灵敏度值进行归一化处理,定义

$$V_u = \frac{|S_u|}{\sum |S_u|} \quad (16)$$

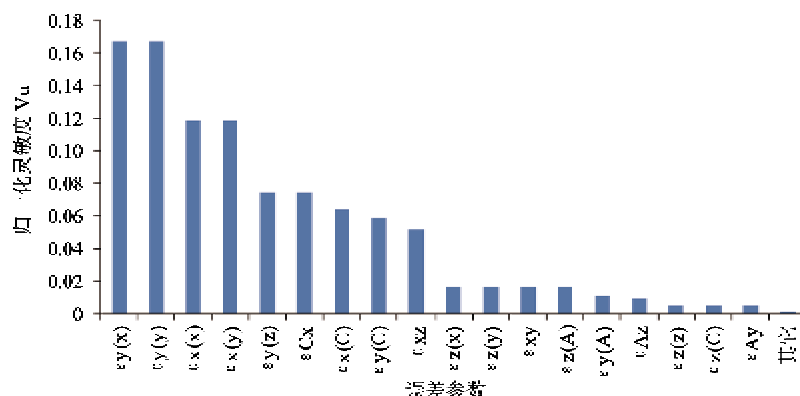


图4 归一化敏感度

从图4可知,角位移误差的灵敏度远远大于线位移误差的灵敏度,且X轴运动部件、Y轴运动部件、Z轴运动部件的转角误差以及C轴和X轴的垂

式中 $u$ 为误差参数, $S_u$ 为灵敏度数值。经过上述归一化处理,可以得到各个误差参数所占比例如图4所示。

直度误差、Z轴和X轴的垂直度误差灵敏度相对较高。根据(15)式,采用同样的归一化处理,可以得到各项误差参数影响程度所占比例,如图5所示。

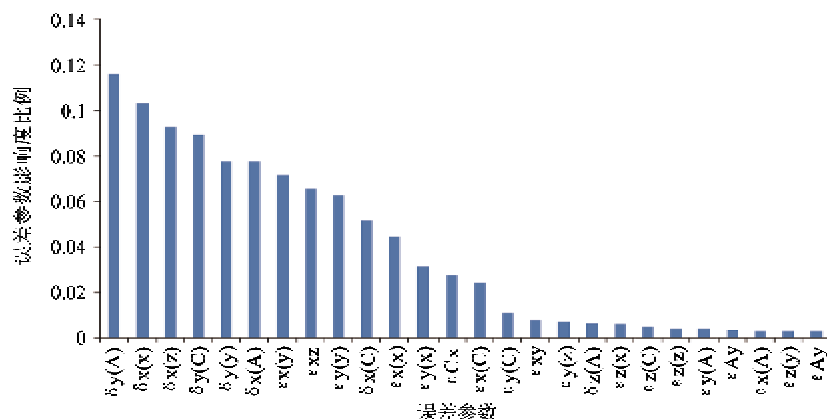


图5 误差参数影响度比例

从图5可知,线位移误差相比较角位移误差来说对空间误差在X轴方向的误差 $E_x$ 影响较大,且A轴运动部件、X轴运动部件、Y轴运动部件、Z轴运动部件、C轴运动部件运动引起的ZX轴的垂直度误差对 $E_x$ 影响较为显著。对比图4和图5可知,虽然角位移误差的灵敏度比较高,但是其对误差影响较小。

## 4 结论

基于多体系统运动学理论,采用合理的误差参数,建立了双摆头5轴数控机床的误差分析模型,利

用此模型得到了运动误差的表达方程,通过对误差参数逐个求导的方式,得出了各个误差参数的灵敏度和误差参数的影响度方程,通过实验验证可得角位移误差的灵敏度相对较高,但是总体而言线位移对机床误差影响较大,在机床设计中应该根据不同的使用条件,确定相关关键影响参数并进行优化。

## 参考文献

- [1] 张宏韬. 双转台五轴数控机床误差的动态实时补偿研究:[博士学位论文]. 上海:上海交通大学机械与动力工程学院,2011.1-3
- [2] 王波雷. 数控机床热误差补偿技术的研究:[硕士学位论文]

- 论文]. 北京: 北京工业大学机械与应用电子技术学院, 2010. 1-4
- [ 3 ] 李圣怡, 戴一帆, 尹自强等. 精密和超精密机床精度建模技术. 长沙: 国防科技大学出版社, 2007. 23
- [ 4 ] 范晋伟. 基于多体系统运动学的数控机床运动建模及软件误差补偿技术的研究: [博士学位论文]. 天津: 天津大学机械制造工程系, 1996. 2-11
- [ 5 ] Ibaraki S, Knapp W. Indirect measurement of volumetric accuracy for three-axis and five-axis machine tools: A Review. *International Journal of Automation Technology*, 2012, 6(2): 110-124
- [ 6 ] Habibi M, Arezoo B, Nojeh M V. Tool deflection and geometrical error compensation by tool path modification. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, 2011, 51: 439-449
- [ 7 ] Khan A W, Chen W Y. A methodology for systematic geometric error compensation in five-axis machine tools. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2011, 53: 615-628
- [ 8 ] Zhu S W, Ding G F, Qin S F, et al. Integrated geometric error modeling, identification and compensation of CNC machine tools. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, 2012, 52: 24-49
- [ 9 ] 王民, 胡建忠, 咎涛等. 基于斜置锥台的五轴数控机床加工精度预测技术. 高技术通讯, 2011, 21(12): 1299-1304
- [ 10 ] 杨强, 孙志礼, 闫明等. 一种新型并联机构位姿误差建模及灵敏度分析. 中国机械工程, 2008, 19(14): 1649-1653
- [ 11 ] 赵强, 阎绍泽. 基于敏感度的运动模拟台误差综合. 中国机械工程, 2006, 17(5): 478-481
- [ 12 ] Pott A, Kecskemethy A, Hiller M. A simplified force-based method for the linearization and sensitivity analysis of complex manipulation system. *Mechanism and Machine Theory*, 2007(42): 1445-1461

## Error sentivity analysis of machine tools based on multi-body kinematic theory

Fan Jinwei, Wang Xiaofeng, Chen Dongju, Li Yun

(College of Mechanical Engineering and Applied Electronics Technology,  
Beijing University of Technology, Beijing 100124)

### Abstract

In order to determine the key factors which have an impact on the machining accuracy of a machine tool after its machining errors occur, a new method analyzing the sensitivity of machine tool errors based on the theory of multi-body system kinematics is proposed. Firstly, the method assumes a machine tool to be several rigid bodies according to the theory of multi-body system kinematics, establishes the body reference coordinate system and the kinematic reference coordinate system on each rigid body, and constructs the constraint equation by using the method of describing the center of the tool and the machining point in the system coordinates to solve the machining errors of the machine tool. Then, it gives the sensitivities of error parameters by taking derivative of errors and establishes the impact analysis model. The calculation and analysis for an example show that when using the method the key factors that have significant influence on machine tool errors can be identified efficiently. It can provide the theoretical basis for designers and users to improve machine tools.

**Key words:** multi-body kinematics, sensitivity, error modeling, geometric error, error parameters