

基于随机共振的复杂电磁环境下频谱感知方法及其性能分析^①高 锐^② 李 赞 吴利平 司江勃 齐佩汉

(西安电子科技大学综合业务网国家重点实验室 西安 710071)

摘 要 针对实际认知无线网络常处于低信噪比、噪声高动态变化等复杂电磁环境,无法快速、准确频谱感知的问题,将非线性领域中的随机共振理论引入到频谱感知中,提出了一种基于双稳态随机共振的能量检测算法。该算法通过调节双稳态系统参数,使得噪声、信号和非线性系统产生随机共振,从而有效增强信号。从理论上推导了所提算法改善接收信噪比、提升能量检测算法性能、抑制噪声不确定度三个重要结论,并分析了算法复杂度。仿真结果验证了理论推导的正确性,表明所提算法能够在复杂电磁环境下较现有能量检测算法提高 3dB 以上,且具有抑制噪声不确定度的特点。

关键词 复杂电磁环境,频谱感知,随机共振,能量检测,噪声不确定度

0 引 言

认知无线电(cognitive radio, CR)技术是提高无线通信领域无线频谱利用率,从而解决无线频谱资源日益紧张的有效手段。当前,对认知无线电的研究主要分为频谱感知、频谱分配、频谱管理等几个领域。频谱感知作为实现认知无线电技术的前提,在认知网络中起着重要作用,是频谱分配和频谱管理等后续部分的基础。然而,目前对频谱感知的研究大都还停留在理想背景环境阶段,而实际中由于受到复杂电磁环境和信道传输特性影响,接收信号呈现出 -15dB 以下的低信噪比、噪声高动态变化等复杂特性。现有的频谱感知方法暴露出对实际环境的局限性,无法满足实际认知网络的需求,因此复杂电磁环境下的频谱感知问题已成为制约认知无线电技术发展的瓶颈。目前国内外现有的频谱感知算法主要有能量检测(energy detection, ED)法^[1]、匹配滤波检测法^[2]、循环平稳特征检测法^[3]、熵检测法^[4]等。匹配滤波检测法是性能最佳的感知方法,但需要主用户的先验信息,在实际系统中往往难以获得,这极大地限制了匹配滤波检测法的使用范围;循环平稳特征检测法和熵检测法不需要用户的先验信息,但

是计算复杂度高,难以满足快速感知的要求;能量检测法由于有不依赖先验信息、计算复杂度低、感知速度快等优点在实际系统中最常应用,然而该方法在高动态背景噪声等复杂电磁背景条件下性能急剧下降,无法满足频谱感知的要求。因此,如何进行复杂电磁环境下的频谱感知,已成为当前认知无线电技术亟待解决的难题。

为了解决复杂电磁环境下的频谱感知问题,近些年来研究人员不断探索新的领域,发现在某些非线性系统中通过噪声的谐振作用可以增强信号,这就是所谓的随机共振现象^[5]。随机共振主要有双稳态随机共振(bistable stochastic resonance, BSR)、超阈值随机共振、广义随机共振等,其中双稳态随机共振受到广泛关注。近 30 年,随机共振已在物理、生物、医学、雷达等许多领域得到应用。例如在医学方面, Morse 等人^[6]设计的耳蜗助听器利用了随机共振现象,取得了很好的效果。

为了将随机共振应用到信号检测领域,研究人员进行了大量工作:文献[7]给出了双稳态随机共振(BSR)系统输出信噪比的性能分析;文献[8,9]分别利用二次采样原理和归一化变换原理解决了 BSR 系统的大参数问题,显著提升了 BSR 系统的实用性;文献[10]研究了非高斯噪声中小正弦信号的

① 国家自然科学基金(61072070),教育部博士学科点基金(20110203110011),陕西省自然科学基金重点(2012JZ8002)和 ISN 国家重点实验室自主课题(ISN1101002)资助项目。

② 男,1986 年生,博士生,研究方向:无线通信,认知无线电;联系人, E-mail:rgao_1@stu.xidian.edu.cn
(收稿日期:2012-08-07)

检测问题,发现在某些情况下,最优检测器可看作是随机共振器,这时噪声的增强可提高信号的最优检测;文献[11]分析了超阈值随机共振在通信系统中的作用;文献[12,13]提出了广义随机共振系统,并进行了检测性能的分析。近两年来,人们开始将随机共振引入到认知无线电的频谱感知中,文献[14]将 BSR 系统引入到频谱感知,文献[15]和文献[16]将超阈值随机共振分别和匹配滤波、能量检测结合,提高了频谱感知的性能。本文基于 BSR 系统,针对频谱感知在低信噪比和噪声方差波动等复杂电磁环境下存在的问题,提出了一种基于 BSR 的能量检测(ED)算法,称为 BSR-ED 算法。

1 系统模型

1.1 频谱感知模型

假设在一个窄带认知无线电系统中存在一个主授权用户(PU),它允许感知用户(CR)在频谱空闲情况下使用该频段,以提高频谱利用率。为了合理利用频段且不影响主用户,感知用户必须能够实时、准确地检测主授权用户信号存在与否。频谱感知的数学模型可以看作是二元假设检验问题^[17]:

$$r(n) = \begin{cases} \xi(n), & H_0 \\ s(n) + \xi(n), & H_1 \end{cases} \quad (1)$$

其中 H_0 和 H_1 分别代表主用户信号不存在和存在的情况, $s(n)$ 和 $\xi(n)$ 分别表示接收到的信号和干扰噪声。本文假设:噪声 $\xi(n)$ 均值为 0, 方差为 σ_ξ^2 的高斯噪声,即 $\xi(n) \sim N(0, \sigma_\xi^2)$; 接收到的信号 $s(n)$ 的幅值服从均值为 0、方差为 σ_s^2 的高斯分布,且信号 $s(n)$ 和噪声 $\xi(n)$ 相互独立。

1.2 能量检测算法

经典能量检测算法原理如图 1 所示,首先对采样后的信号 $r(n)$ 进行模平方得到 $|r(n)|^2$,接着进

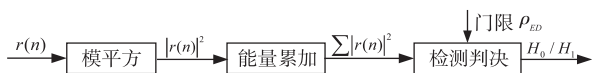


图 1 能量检测算法框图

行能量累加得到能量检测统计量 $T_{ED} = \sum_{n=1}^L |r(n)|^2$, 最后与判决门限 ρ_{ED} 进行比较, 做出判决 H_0/H_1 :

$$\begin{cases} T_{ED} \geq \rho_{ED}, & H_1 \\ T_{ED} < \rho_{ED}, & H_0 \end{cases} \quad (2)$$

其中, L 和 ρ_{ED} 分别表示能量累积点数和判决门限。由概率论和统计学的知识我们知道, 如果 L 个独立随机变量均服从正态分布, 则这 L 个随机变量的平方和服从自由度为 L 的卡方分布, 即:

$$\begin{cases} T_{ED}(r)/\sigma_\xi^2 \sim \chi_L^2, & H_0 \\ T_{ED}(r)/(\sigma_\xi^2 + \sigma_s^2) \sim \chi_L^2, & H_1 \end{cases} \quad (3)$$

当能量累积点数 L 足够大时, 由中心极限定理, 卡方分布可以近似为正态分布:

$$T_{ED} \sim \begin{cases} \text{Normal}(L\sigma_\xi^2, 2L\sigma_\xi^4), & H_0 \\ \text{Normal}(L(\sigma_\xi^2 + \sigma_s^2), 2L(\sigma_\xi^2 + \sigma_s^2)^2), & H_1 \end{cases} \quad (4)$$

本文采用恒虚警检测的 Neyman-Pearson 准则, 首先在给定虚警概率 $P_f = \alpha$ 条件下计算得到检测门限 ρ_{ED} , 然后根据 ρ_{ED} 计算检测概率 P_d 。能量检测法的检测门限为

$$\rho_{ED} = \sqrt{2L}\sigma_\xi^2 Q^{-1}(\alpha) + L\sigma_\xi^2 \quad (5)$$

式中 $Q(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_t^\infty \exp\left(-\frac{v^2}{2}\right) dv$ 是关于 t 的单调递减函数, 进而得到检测概率为

$$P_d = P(T_{ED} > \rho_{ED} | H_1) = Q\left(\frac{\sqrt{2L}\sigma_\xi^2 Q^{-1}(\alpha) - L\sigma_s^2}{\sqrt{2L}(\sigma_\xi^2 + \sigma_s^2)}\right) \quad (6)$$

1.3 能量检测算法问题分析

根据式(6), 在低信噪比($\gamma = \sigma_s^2/\sigma_\xi^2 \ll 1$)条件下, 我们可以得到能量累积点数 L 与信噪比 γ 的关系:

$$L = \frac{2[Q^{-1}(\alpha) - (1 + \gamma)Q^{-1}(P_d)]^2}{\gamma^2} \quad (7)$$

由式(7)可知, 要想利用能量检测算法在极低谱密度条件下满足检测性能要求, 必须大量增加能量累积点数。当采样速率一定时, 能量累积点数决定了感知时间, 大量增加能量累积点数会极大增加感知时间, 无法满足实际系统快速感知的需求。

能量检测存在的另一个问题是, 在噪声高动态变化时, 能量检测的性能受到噪声不确定度的影响, 性能急剧下降, 无法准确感知信号^[18]。文献[19]给出了一种噪声不确定度的定义方法:

定义 1: 设噪声方差 σ_ω^2 的变化范围满足 $(1 - \varepsilon_1)\sigma_\omega^2 = \sigma_{\omega, \min}^2 \leq \sigma_\omega^2 \leq \sigma_{\omega, \max}^2 = (1 + \varepsilon_2)\sigma_\omega^2$, 其中 $0 \leq \varepsilon_1 < 1$ 和 $\varepsilon_2 \geq 0$ 为噪声方差误差比值, σ_ω^2 为平均噪声方差, 则噪声不确定度为 $V = (1 + \varepsilon_2)/(1 - \varepsilon_1)$ 。

噪声不确定度 V 受 ε_1 、 ε_2 的影响, ε_1 、 ε_2 越大噪声不确定度 V 就越大。图 2 给出了当 $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon$ 情况下, 噪声不确定度 V 受 ε 影响的示意图。不难看出: ε 对噪声不确定度 V 的影响很大, 当 $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon = 0.5$ 时, $V = 3$; 当噪声方差恒定 ($\varepsilon = 0$) 时, 噪声不确定度 $V = 1$, 也就是说 V 越接近于 1, 噪声不确定度越小。

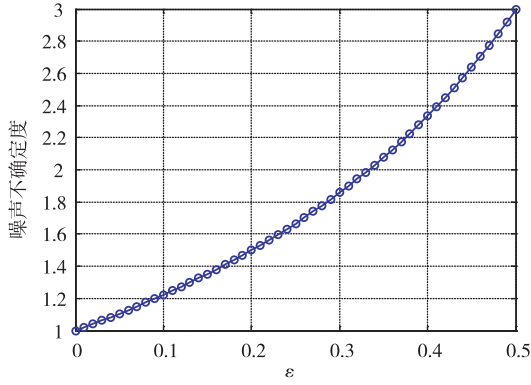


图 2 ε 对噪声不确定度的影响

图 3 给出了经典能量检测算法受噪声不确定度的影响。可以看出: 噪声不确定度 V 对于经典能量检测算法的影响很大, 以检测概率 $P_d = 0.9$ 为参考, $V = 1.2$ 情况下比 $V = 1$ 增大了 7dB。

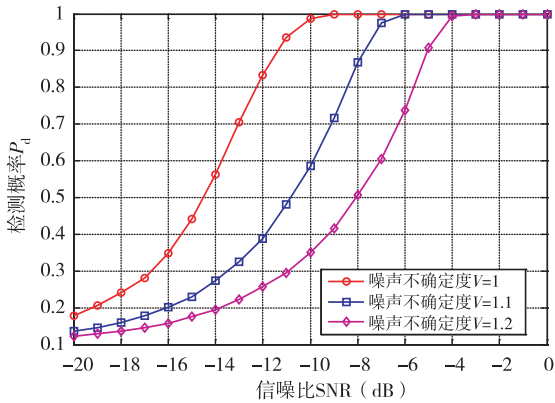


图 3 经典能量检测算法受噪声不确定度 V 的影响

2 基于双稳态随机共振的能量检测算法

2.1 双稳态随机共振系统

为了解决低信噪比、高动态背景噪声等复杂电磁环境下的频谱感知问题, 我们引入双稳态随机共

振系统对信号进行增强。双稳态随机共振实质是一个过阻尼布朗粒子在双稳态势阱中运动, 同时伴有周期信号 $s(t)$ 和噪声 $n(t)$, 描述系统的 Langevin 方程如下^[20]:

$$\frac{dx}{dt} = ax - bx^3 + s(t) + n(t) \quad (8)$$

其中 $a > 0$, $b > 0$ 为势阱参数, $n(t)$ 是方差为 σ_n^2 的高斯白噪声。系统的势函数 $U(x) = \frac{ax^2}{2} - \frac{bx^4}{4}$ 分

别有两个势阱点 $x_m = \pm \sqrt{\frac{a}{b}}$ 和一个势垒点 $x_n = 0$, 如图 4 所示。为了便于分析, 本文选取周期正弦波 $s(t) = A\cos(\omega_0 t + \varphi_0)$ 作为待检测信号, 其中信号幅度 A 和频率 ω_0 为常数, 初始相位 $\varphi_0 = 0$ 。

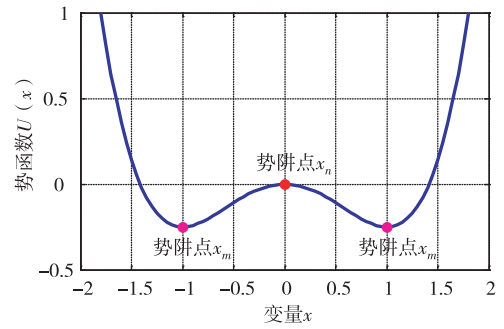


图 4 非线性双稳态系统势函数

当双稳态系统中仅加入周期信号而无噪声时, 系统存在临界值 $A_c = \sqrt{\frac{4a^3}{27b}}$; 当周期信号幅度 $A < A_c$ 时, 粒子只能在某个势阱中进行局部周期运动; 只有当 $A \geq A_c$ 时粒子才能越过势垒在两个势阱之间作大幅度的跃迁运动^[20]。

当同时加入周期信号和适量噪声时, 即使周期信号幅度 $A < A_c$, 粒子仍可以在两势阱之间进行跃迁。当系统、信号和噪声匹配时产生最优输出即产生随机共振时, 粒子按周期信号的频率在两个势阱之间进行有规则的跳变。由于双稳态两个势阱之间的距离远大于输入信号的振幅, 使得输出信号幅度远大于输入信号幅度, 从而增强了信号。

本文不额外添加 SR 噪声, 仅利用背景噪声, 通过调节系统参数 a 和 b 实现随机共振, 原因如下: (1) 背景噪声和人为添加的 SR 噪声性质相同; (2) 调节双稳态系统参数和调节噪声强度均能达到共振的目的; (3) 调节系统参数的方法更为简单; (4) 本文所讨论的低信噪比条件下噪声强度足够大。

2.2 基于双稳态随机共振的能量检测算法

本文提出的基于双稳态随机共振系统的能量检测算法结构如图 5 所示。

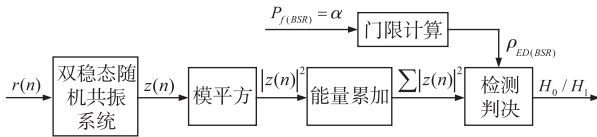


图 5 基于双稳态随机共振系统的能量检测算法结构

首先,利用双稳态随机共振系统对接收到的采样后的基带信号 $r(n)$ 进行随机共振预处理,实现增强信号、抑制噪声的目的,输出为 $z(n)$;然后,将双稳态系统的输出 $z(n)$ 进行模平方和能量累加,得到检测统计量 $T_{(BSR)} = \sum |z(n)|^2$;接着根据事先设定的虚警概率 $P_{f(BSR)} = \alpha$ 计算出判决门限 $\rho_{ED(BSR)}$;最后将检测统计量与门限比较做出判决。

当能量累积点数 $L \gg 1$ 时,根据中心极限定理,双稳态系统输出信号的检验统计量(即能量和) $T_{(BSR)}$ 服从正态分布:

$$T_{(BSR)} \sim \begin{cases} \text{Normal}(L\sigma_{\xi(BSR)}^2, 2L\sigma_{\xi(BSR)}^4), & H_0 \\ \text{Normal}(L(\sigma_{\xi(BSR)}^2 + \sigma_{s(BSR)}^2), 2L(\sigma_{\xi(BSR)}^2 + \sigma_{s(BSR)}^2)^2), & H_1 \end{cases} \quad (9)$$

同样本文提出的基于随机共振的能量检测算法采用恒虚警检测(CFAR)的奈曼-皮尔逊准则,首先在给定虚警概率 $P_{f(BSR)} = \alpha$ 条件下计算得到检测门限 $\rho_{ED(BSR)}$,然后根据 $\rho_{ED(BSR)}$ 计算检测概率 $P_{d(BSR)}$ 来衡量信号存在性检测性能。

$$\rho_{ED(BSR)} = \sqrt{2L}\sigma_{\xi(BSR)}^2 Q^{-1}(\alpha) + L\sigma_{\xi(BSR)}^2 \quad (10)$$

$$P_{d(BSR)} = P(T_{(BSR)} > \rho_{ED(BSR)} | H_1) = Q\left(\frac{\sqrt{2L}\sigma_{\xi(BSR)}^2 Q^{-1}(\alpha) - L\sigma_{s(BSR)}^2}{\sqrt{2L}(\sigma_{\xi(BSR)}^2 + \sigma_{s(BSR)}^2)}\right) \quad (11)$$

3 性能分析

本节从双稳态系统对信噪比的改善、本文算法对能量检测性能的提升和噪声不确定度的抑制作用三个方面,通过三个重要定理进行全面分析。

3.1 双稳态随机共振系统对信号比的改善

文献[9]提出了著名的绝热近似理论,能够很好地解释双稳态系统中的随机共振现象。其主要内容是指:当输入信号幅值和噪声强度很小,相对于两势阱之间的整体平衡来说,单个势阱内的局部平衡

可以认为是瞬时完成的。双稳态系统输出信号的功率为谱密度为

$$S(\omega) = \left[1 - \frac{4a^3 A^2}{\pi^2 b \sigma_{\xi}^4} e^q \right] \left[\frac{4 \sqrt{2} a^2}{\pi b} e^q \right] + \left[\frac{8a^4 A^2}{\pi b^2 \sigma_{\xi}^4} e^q \right] \delta(\omega - \omega_0) = S_{\xi}(\omega) + S_s(\omega) \quad (12)$$

其中 $q = -a^2/b\sigma_{\xi}^2$, 噪声项 $S_{\xi}(\omega)$ 和信号项 $S_s(\omega)$ 分别源于输入噪声和输入信号。根据上式可以得到双稳态系统输出信号和噪声的功率为(只考虑单边带功率谱)

$$P_{s,out} = \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} S_s(\omega) d\omega = \frac{8a^4 A^2}{2a^2 b^2 \sigma_{\xi}^4 + \pi^2 b^2 \omega_0^2 \sigma_{\xi}^4 e^{-q}} \quad (13)$$

$$P_{\xi,out} = \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} S_{\xi}(\omega) d\omega \approx \frac{1}{\pi} \left(1 - \frac{2aA^2}{b\sigma_{\xi}^4} \right) \int_0^{+\infty} \left(\frac{4 \sqrt{2} a^2}{\pi b} e^{-\frac{q}{2}} \right) \left(\frac{2a^2}{\pi^2} e^q + \omega^2 \right) d\omega = \frac{2a}{b} - \frac{4a^2 A^2}{b^2 \sigma_{\xi}^4} \quad (14)$$

定理 1: 设参数为 a 和 b 的双稳态系统的输入信号为 $r(t) = s(t) + \xi(t)$, 其中信号 $s(t) = A \cos(\omega_0 t)$, 加性高斯白噪声 $\xi(t)$ 的方差为 σ_{ξ}^2 , 当 σ_{ξ}^2 满足条件

$$\sqrt{2A^2 a/b} < \sigma_{\xi}^2 < (2a + \sqrt{4a^2 + 2A^2 ab})/b \quad (15)$$

时,双稳态系统的信噪比处理增益 $G_{\gamma} = \frac{\gamma_{out}}{\gamma_{in}} > 1$ 。

证明: 由式(14)可知 $P_{\xi,out} = 2a/b - 4a^2 A^2/(b^2 \sigma_{\xi}^4) \geq 0$, 可得到:

$$\sqrt{2A^2 a/b} < \sigma_{\xi}^2 \quad (16)$$

再由式(13)和(14)可得输出信噪比为

$$\gamma_{out} = \frac{P_{s,out}}{P_{\xi,out}} = \frac{4a^3 A^2}{(b\sigma_{\xi}^4 - 2aA^2)(2a^2 + \pi^2 \omega_0^2 \sigma_{\xi}^4 e^{a^2/b\sigma_{\xi}^2})} \quad (17)$$

信噪比增益为

$$G_{\gamma} = \frac{\gamma_{out}}{\gamma_{in}} \approx \frac{4a}{(b\sigma_{\xi}^2 - 2aA^2 \sigma_{\xi}^{-2})} \quad (18)$$

令 $G_{\gamma} = 1$, 则 $4a/(b\sigma_{\xi}^2 - 2aA^2 \sigma_{\xi}^{-2}) = 1$, 此时

$$b\sigma_{\xi}^4 - 4a\sigma_{\xi}^2 - 2A^2a = 0。$$

因为双稳态系统参数 $b > 0$, 可求得方程存在两个不相等实根 $\sigma_{\xi}^2 = (2a \pm \sqrt{4a^2 + 2A^2ab})/b$ 。

因为 $(2a - \sqrt{4a^2 + 2A^2ab})/b < 0$, 所以当 $\sigma_{\xi}^2 < (2a + \sqrt{4a^2 + 2A^2ab})/b$ 时, 再结合式(16)得: 当 $\sqrt{2A^2a/b} < \sigma_{\xi}^2 < (2a + \sqrt{4a^2 + 2A^2ab})/b$ 时 $G_{\gamma} > 1$ 。

证毕。

由定理 1 我们知道只要调节双稳态系统的参数使其满足一定的条件, 就能提高信噪比增益。

3.2 双稳态随机共振系统对能量检测性能的提升

下面我们分析 BSR-ED 算法的检测性能。

定理 2: 设参数为 a 和 b 的双稳态系统的输入信号为 $r(t) = s(t) + \xi(t)$, 其中信号 $s(t) = A\cos(\omega_0 t)$, 加性高斯白噪声 $\xi(t)$ 的方差为 σ_{ξ}^2 , 对双稳态系统的输出信号进行能量检测, 则当噪声方差满足 $\sqrt{2A^2a/b} < \sigma_{\xi}^2 < (2a + \sqrt{4a^2 + 4\sigma_{\xi}^2 ab})/b$ 时, $P_{d(BSR)} > P_d$ 。

证明: 比较式(11)和式(6), 由于 Q 函数是单递减函数, 要证明 $P_{d(BSR)} > P_d$, 只需要证明:

$$\frac{\sqrt{2L}Q^{-1}(\alpha) - L\gamma_{out}}{\sqrt{2L}(1 + \gamma_{out})} < \frac{\sqrt{2L}Q^{-1}(\alpha) - L\gamma_{in}}{\sqrt{2L}(1 + \gamma_{in})} \quad (19)$$

其中 γ_{in} 、 γ_{out} 为双稳态系统输入输出信噪比。由于我们在本文中主要讨论低信噪比情况, 即 $\gamma_{in} \ll 1$ 、 $\gamma_{out} \ll 1$, 上式可简化为 $Q^{-1}(\alpha) - \sqrt{\frac{L}{2}}\gamma_{out} < Q^{-1}(\alpha) - \sqrt{\frac{L}{2}}\gamma_{in}$ 。因此, 只需证明信噪比处理增益 $G_{\gamma} = \frac{\gamma_{out}}{\gamma_{in}} > 1$ 即可。

由定理 1 我们可知: 当 $\sqrt{2A^2a/b} < \sigma_{\xi}^2 < (2a + \sqrt{4a^2 + 2A^2ab})/b$ 时, $G_{\gamma} = \frac{\gamma_{out}}{\gamma_{in}} > 1$, 因此不难得出

$\sqrt{2A^2a/b} < \sigma_{\xi}^2 < (2a + \sqrt{4a^2 + 4\sigma_{\xi}^2 ab})/b$ 时, $P_{d(BSR)} > P_d$ 。

证毕。

由定理 2 可知只要调节双稳态系统的参数使其满足一定的条件, 本文算法的检测性能将优于经典能量检测算法。由于提升了检测性能, 因此可以用较少的能量累积点数获得较好的检测性能, 克服了能量检测算法在低信噪比条件下必须大量增加累积

点数 L 来满足检测性能要求从而增加频谱感知时间的缺点。

3.3 对噪声不确定度的抑制

下面我们分析本文算法对噪声不确定度的抑制。

定理 3: 设噪声不确定度为 $V = (1 + \varepsilon_2)/(1 - \varepsilon_1)$ 的加噪信号, 经过参数为 a 和 b 的双稳态随机共振系统后的噪声不确定度为 $V_{(BSR)}$, 则当双稳态系统参数满足条件 $(a/b) > \{(1 - \varepsilon_1)^2 \sigma_{\xi}^4 / 2A^2\}$ 或 $(a/b) < \{[(1 - \varepsilon_1)^2 (1 + \varepsilon_2)^2 \sigma_{\xi}^4] / 2A^2 [(1 - \varepsilon_1)^2 + (1 + \varepsilon_2)^2 + (1 - \varepsilon_1)(1 + \varepsilon_2)]\}$ 时, $V_{(BSR)} < V$ 。

证明: 由于输出噪声方差是关于输入噪声方差的单调递增函数, 当系统输入噪声方差分别取最小值 $\sigma_{\xi, \min}^2$ 和最大值 $\sigma_{\xi, \max}^2$ 时, 由式(13)得出对应的输出噪声方差为

$$\sigma_{\xi(BSR), \min}^2 = \left(1 - \frac{4a\sigma_s^2}{b\sigma_{\xi}^4(1 - \varepsilon_1)^2}\right) \frac{2a}{b} \quad (20)$$

$$\sigma_{\xi(BSR), \max}^2 = \left(1 - \frac{4a\sigma_s^2}{b\sigma_{\xi}^4(1 + \varepsilon_2)^2}\right) \frac{2a}{b} \quad (21)$$

令 $k = 2aA^2/(b\sigma_{\xi}^4)$, 则输出噪声方差的不确定度为

$$V_{(BSR)} = \frac{\sigma_{\xi(BSR), \max}^2}{\sigma_{\xi(BSR), \min}^2} = \frac{1 - k/(1 + \varepsilon_2)^2}{1 - k/(1 - \varepsilon_1)^2} \quad (22)$$

比较 $V_{(BSR)}$ 和 V 可得

$$G_V = \frac{V_{(BSR)}}{V} = \frac{[1 - k/(1 + \varepsilon_2)^2 - k]}{[1 - k/(1 - \varepsilon_1)^2 - k]} \cdot \frac{(1 - \varepsilon_1)^3}{(1 + \varepsilon_2)^3} \quad (23)$$

下面要找 $G_V < 1$ 时, k 的取值范围, 下面分情况讨论:

(I) 当 $(1 - \varepsilon_1)^2 - k > 0$, 即 $k < (1 - \varepsilon_1)^2$ 时, 式(23)可以化简为

$$k < (1 - \varepsilon_1)^2(1 + \varepsilon_2)^2 / [(1 - \varepsilon_1)^2 + (1 + \varepsilon_2)^2 + (1 - \varepsilon_1)(1 + \varepsilon_2)] < (1 - \varepsilon_1)^2 \quad (24)$$

(II) 当 $(1 - \varepsilon_1)^2 - k < 0$, 即 $k > (1 - \varepsilon_1)^2$ 时, 同理可得

$$k > (1 - \varepsilon_1)^2 > (1 + \varepsilon_2)^2(1 - \varepsilon_1)^2 / [(1 - \varepsilon_1)^2 + (1 + \varepsilon_2)^2 + (1 - \varepsilon_1)(1 + \varepsilon_2)] \quad (25)$$

将 $k = 2aA^2/b\sigma_{\xi}^4$ 代入 (I)、(II) 两种情况, 对不等式关于系统参数 a 和 b 求解, 可得

$$\frac{a}{b} > \frac{(1 - \varepsilon_1)^2 \sigma_{\xi}^4}{2A^2} \text{ 或 } \frac{a}{b} < \frac{(1 - \varepsilon_1)^2 (1 + \varepsilon_2)^2 \sigma_{\xi}^4}{2A^2 [(1 - \varepsilon_1)^2 + (1 + \varepsilon_2)^2 + (1 - \varepsilon_1)(1 + \varepsilon_2)]}$$

此时, $G_V < 1$, 也就是 $V_{(BSR)} < V$ 。

证毕。

定理 3 说明本文算法对噪声不确定度有抑制作用,其内在原因是因为双稳态随机共振系统在产生共振时能将高动态的噪声能量转化为信号能量,因此系统的输出端噪声的影响大大减弱了,也就具有抑制噪声不确定度的作用。

3.4 算法复杂度比较

下面将本文算法和经典 ED 算法进行算法复杂度比较。由式(2)可知 ED 算法在能量累积点数为 L 的条件下,其需要进行 L 次乘法运算和 L 次加法运算。因此我们可以将 ED 算法的复杂度数量级看作 $O(L)$ 。而对于本文算法,接收到的数据在进行能量检测之前要经过一个双稳态随机共振模块,然后再进行能量检测。由式(11)我们知道经过双稳态随机共振模块的大约需要 $5L$ 次乘法运算和 $3L$ 次加法运算,因此我们可知本文算法复杂度也可以看作 $O(L)$ 。综上分析,本文算法相比经典 ED 算法,算法复杂度在一个数量级上,能较好地满足快速感知的要求。表 1 给出了在能量累积点数为 L 的条件下,两种方法的算法复杂度。

表 1 ED 算法和本文算法复杂度比较

	乘法次数	加法次数	运算数量级
ED 算法	L	L	$O(L)$
本文算法	$6L$	$4L$	$O(L)$

4 仿真分析

4.1 输入输出信噪比变化

双稳态系统输入输出信噪比曲线如图 6 所示,其仿真条件为:信号幅度 $A = 0.05$, 信号频率为

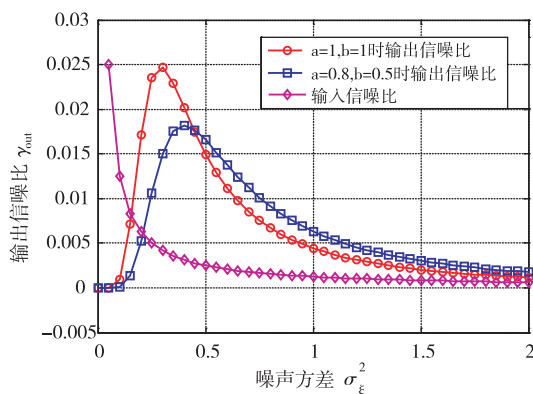


图 6 双稳态随机共振系统输入输出信噪比

$\omega_0 = 0.1$, 系统参数分别为 $a = 1, b = 1$ 和 $a = 0.8, b = 0.5$ 。不难看出,双稳态系统的输出信噪比并不是随着噪声方差的增大而单调减小,而是首先随着噪声方差增大而迅速增大,当达到某一个最佳值后开始逐渐减小。与此同时,可以看到当噪声方差比较大时,输出信噪比高于输入信噪比,说明随机共振处理在低信噪比情况下能够改善信噪比。

4.2 对检测性能的提升

图 7 给出了双稳态 SR 系统处理前后的 ROC 性能曲线,其仿真条件为:系统参数 $a = 1, b = 3$, 信号幅度 $A = 0.25$, 信号频率为 $\omega_0 = 0.1$, 信噪比 $\gamma = -15$ dB 和 $\gamma = -20$ dB。比较仿真结果,可知当产生随机共振时,在相同虚警概率条件下,本文算法的检测概率高于普通 ED 算法。例如:当 $\gamma = -15$ dB 和 $P_f = 0.2$ 时,本文算法的 $P_d = 0.82$ 明显优于普通 ED 算法的 $P_d = 0.55$; 当 $\gamma = -20$ dB 和 $P_f = 0.2$ 时,本文算法的 $P_d = 0.51$ 明显优于普通 ED 算法的 $P_d = 0.30$ 。

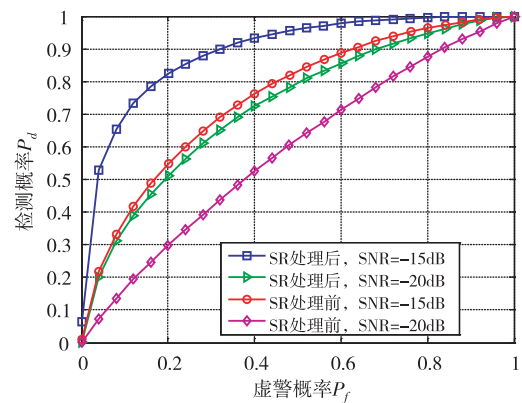


图 7 经过双稳态 SR 系统处理前后的 ROC 性能曲线

4.3 对噪声不确定度的抑制

图 8 给出了随机共振处理前后噪声方差不确定度

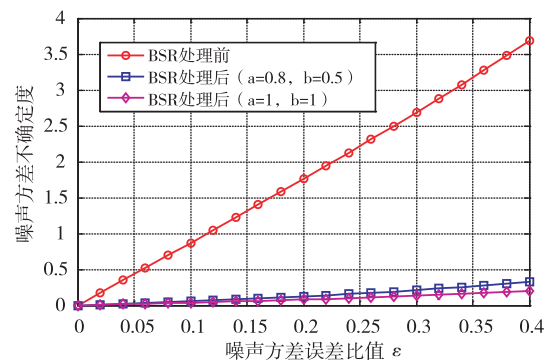


图 8 随机共振处理前后噪声方差不确定度的性能曲线

度的性能曲线,其仿真条件为:平均噪声方差 $\sigma_{\xi}^2 = 1$, 且 $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon$, 系统参数 $a = 1, b = 1$ 和 $a = 0.8, b = 0.5$ 。由图 9 可以得到,通过适当选择系统参数,能够有效降低噪声方差的不确定度,从而削弱其对能量检测算法性能的影响。

图 9 给出了存在不确定度时 SR 处理前后的能量检测算法的 ROC 曲线,仿真条件为:系统参数 $a = 1, b = 3$, 信号幅度 $A = 0.25$, 信号频率为 $\omega_0 = 0.1$, 信噪比 $\gamma = -15$ dB, 噪声不确定度 $V = 1$ 和 $V = 1.2$ 。可以明显看出:噪声不确定度对于普通 ED 算法的影响很大,而对于本文算法却影响很小。例如:当虚警概率 $P_f = 0.2$, $V = 1.2$ 的噪声方差不确定度使得普通 ED 算法的检测概率从 0.5 降至 0.35,而本文算法的检测概率变化很小。

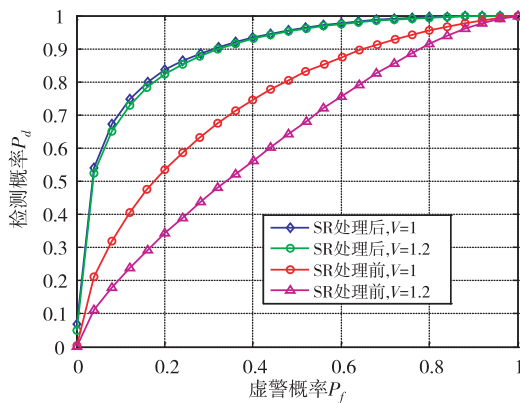


图 9 存在不确定度时 SR 处理前后的 ROC 曲线

图 10 给出了存在不确定度时 SR 处理前后性能曲线,仿真条件为:系统参数 $a = 1, b = 3$, 信号幅度 $A = 0.25$, 信号频率为 $\omega_0 = 0.1$, 虚警概率 $P_f = 0.05$, 噪声不确定度 $V = 1$ 和 $V = 1.2$ 。可以明显看出:在仿真条件下,本文算法比现有能量检测算法

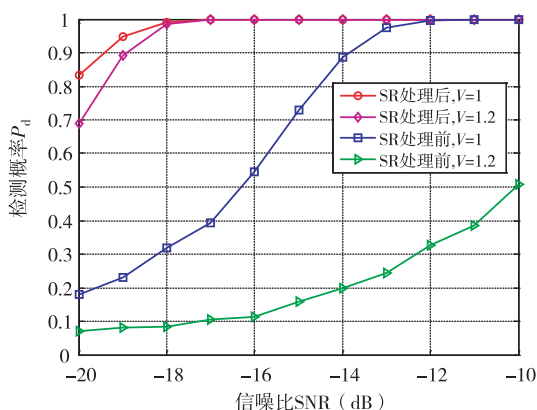


图 10 存在不确定度时 SR 处理前后性能曲线

好 3dB 以上,噪声不确定度对于现有能量检测算法的影响很大,而对于本文算法却影响很小。因此,基于双稳态随机共振的能量检测算法对噪声不确定度具有抑制作用。

5 结 论

本文将非线性领域中的随机共振理论引入到频谱感知中来,提出了一种基于双稳态随机共振的能量检测算法。该算法通过调节双稳态系统参数,使得噪声、信号和非线性系统产生随机共振,从而有效增强信号。本文证明了所提算法能改善接收信噪比、提升能量检测算法性能、抑制噪声不确定度三个重要结论。仿真结果验证了理论推导的正确性,表明所提算法能够在复杂电磁环境下较现有能量检测算法提高 3dB 以上,且具有不受噪声不确定度影响的特点,未来有望应用于实际认知网络。

参考文献

- [1] Chen Y F. Improved energy detector for random signals in Gaussian noise. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2010, 9(2): 558-563
- [2] Theiler, Foy B R. Effect of signal contamination in matched-filter detection of the signal on a cluttered background. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2006, 3(1): 98-102
- [3] Sadeghi H, Azmi P, Arezumand H. Cyclostationarity-based soft cooperative spectrum sensing for cognitive radio networks. *IET Communications*, 2012, 6(1): 29 - 38
- [4] Zhang Y L, Zhang Q Y, Melodia Tommaso. A frequency-domain entropy-based detector for robust spectrum sensing in cognitive radio networks. *IEEE Communications Letters*, 2010, 14(6): 533-535
- [5] Benzi R, Sutera A, Vulpiani A. The mechanism of stochastic resonance. *J Phys A*, 1981, 14(11): L453-L457
- [6] Morse R P, Roper P. Enhanced coding in a cochlear-implant model using additive noise: A period stochastic resonance with tuning. *Phys Rev E*, 2000, 61(5): 5683-5692
- [7] McNamara B, Wilesenfeld K. Theory of stochastic resonance. *Phys Rev A, Gen Phys*, 1989, 39(9): 4854-4869
- [8] 冷永刚. 双稳调参高频共振机理. *物理学报*, 2011, 60(2): 020503 1-7
- [9] 杨定新, 胡政, 杨拥民. 大参数周期信号随机共振解析. *物理学报*, 2012, 61(8): 080501 1-10
- [10] Zozor S, Amblard P O. Stochastic resonance in locally optimal detectors. *IEEE Transactions on Signal Processing*,

- 2003, 51(12):3177-3181
- [11] McDonnell M D, Stocks N G, Pearce C E, et al. Abbott D. Optimal information transmission in nonlinear arrays through suprathreshold stochastic resonance. *Physics Letters A*, 2006, 352(3):183-189
 - [12] Chen H, Varshney P K, Kay S M, et al. Theory of stochastic resonance effect in signal detection: part1-fixed detectors. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2007, 55(7):3172-3185
 - [13] Chen H, Varshney P K. Theory of stochastic resonance effect in signal detection: part2-variable detectors. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(10):5031-5041
 - [14] He D, Lin Y, He C, et al. A novel spectrum-sensing technique in cognitive radio based on stochastic resonance. *IEEE Trans on Veh, Technol*, 2010, 59(4):1680-1688
 - [15] Hari V N, Anand G V, Premkumar A B, et al. Design and performance analysis of a signal detector based on suprathreshold stochastic resonance. *Signal Processing*, 2012, 92(1):1745-1757
 - [16] Li Q W, Li Z, Shen J, et al. A novel spectrum sensing method in cognitive radio based on suprathreshold stochastic resonance. In: proceedings of the IEEE International Conference on Communications, Ottawa, Canada, 2012, 4426-4430
 - [17] Liang Y C, Zeng Y H, Edward C Y, et al. Sensing-throughput tradeoff for cognitive radio networks. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2008, 7(4):1326-1337
 - [18] Tandra R, Sahai A. SNR walls for signal detection. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2008, 2(1):4-17
 - [19] Sonnenschen A, Fishman P M. Radiometric detection of spread-spectrum signals in noise uncertain power. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1992, 28(3):654-660
 - [20] Gammaitoni L, Hänggi P, Jung P, et al. Stochastic resonance. *Rev Mod Phys*, 1998, 70(1):223-285

A spectrum sensing method via stochastic resonance under complex electromagnetic environments

Gao Rui, Li Zan, Wu Liping, Si Jiangbo, Qi Peihan

(State Key Laboratory of ISN, Xidian University, Xi'an 710071)

Abstract

The spectrum sensing problem is one of the most challenging issues with low signal-to-noise ratio (SNR) and dynamic noise under complex electromagnetic environment in cognitive radio (CR) networks. This paper introduces nonlinear stochastic resonance (SR) into spectrum sensing, and proposes an energy detection (ED) algorithm via bistable stochastic resonance (BSR). For the proposed algorithm, system parameters are adjusted to noise, signal and nonlinear system to produce stochastic resonance, thus the signal is enhanced. The significant conclusions that the proposed algorithm can improve the SNR, and the performance of existing energy detection and can overcome the influence of the noise uncertainty were proved. Its computational complexity is also analysed. The simulation results validated the theory, and show that the proposed algorithm can improve the performance of existing energy detection at least 3dB under complex electromagnetic environments, while overcoming the influence of the noise uncertainty.

Key words: complex electromagnetic environment, spectrum sensing, stochastic resonance, energy detection, noise uncertainty