

肝癌消融医疗机器人的术中风险分析^①

刘少丽^② 刘检华

(北京理工大学机械与车辆学院 北京 100081)

摘 要 针对目前机器人辅助腹腔镜介入肝癌消融治疗系统术中监测仅靠跟踪二维图像信息进行手术风险判断,缺乏定量信息的问题进行了实时术中风险分析研究,提出了一种有效的术中风险分析算法,其途径是将求取做穿刺运动的消融针与腹腔内重要组织器官之间的最短距离和所对应的时间转化为凸优化问题,并采用内点法对凸优化问题进行求解。仿真实验证明了这种基于内点法的术中风险分析算法的有效性、实时性、通用性。此外,将腹腔环境障碍物以及消融针表示为三阶连续可导隐函数,还可实现多个凸体之间的碰撞监测,为医生监测手术实施有效提供定量的术中风险分析信息。

关键词 凸优化,内点法,隐函数,术中风险分析,医疗机器人

0 引 言

消融治疗(ablation therapy)是指影像引导的局部杀灭肿瘤的一类治疗技术。肝癌消融医疗机器人系统^[1]通过分析肝脏肿瘤病灶区的二维超声扫描图像,采用三维重建技术^[2],重建肝脏病灶区的三维场景,为手术医生提供直观的三维腹腔环境,进行消融针的精确定位与稳定扶持,辅助医生完成肝癌消融微创手术。肝癌消融医疗机器人的手术流程一般分为术前手术规划、术中定位导航和术后评价三部分^[1]。手术前,医生对获取的腹腔二维超声扫描图像进行病灶区域分割,手术导航软件自动获得肝癌消融的病灶靶点。之后,医生凭借自身经验确定消融针的穿刺路径,进而人工选取此穿刺路径相对应的皮上进针点;术中,穿刺机器人根据术前规划的消融针穿刺路径主动定位至目标位置,医生实施穿刺手术;术后,医生采集病人病灶区数据,进行手术效果的评价。为了保证病人的安全,规划的消融针穿刺路径不得与体内重要组织器官(血管、肋骨)以及相应的手术器械(大肿瘤多针重叠消融手术中,已插入的消融针)发生干涉。然而由于腹腔手术中存在的不确定性因素,在实施穿刺的过程中,医生需要通过采集实时的二维超声图像进行监测,进一步

确保手术的安全性。目前的术中监测,医生仅靠图像信息进行手术风险的判断,缺乏定量信息。因此,有必要提出对穿刺过程进行快速风险分析的算法,以便为医生实时提供除图像之外的定量风险分析评价指标,辅助医生对手术过程的安全性进行判断。为此,本文进行了深入研究,提出了一种有效的术中风险分析算法。

1 相关研究

近年来,医疗机器人系统涉及到的术中风险分析,一般用于结合导航软件所重建的三维手术环境,辅助医生进行手术方案的确定。例如,Shevchenko等^[3]利用自动及半自动分割技术,通过原始二维CT图像数据,重建肝脏内部血管及肿瘤的三维形态,结合风险分析算法^[4]求取肿瘤与主要血管的最短距离,统计切除术最有可能损坏的血管,为医师进行手术规划提供参考。Xie等^[5]通过CT图像重建面部骨骼三维结构,通过VCollide library^[6]进行重要组织器官的碰撞检测,辅助医生完成眼眶过宽症的手术规划。此碰撞检测方法不仅仅局限于凸体的碰撞检测,同样适用于凹体的碰撞检测,因此对待检测物体没有特殊要求,满足了眼眶中同时存在凸体和凹体组织器官的特性。用于治疗心血管介入手术的达

① 国家自然科学基金(50675109)和国家科技支撑计划(2006BAI03A11)资助项目。

② 女,1984年生,博士生;研究方向:医疗机器人,机器视觉,数字化制造;联系人,E-mail:liushaoli@bit.edu.cn
(收稿日期:2012-12-05)

芬奇机器人手术系统,通过碰撞检测,选出机械臂相互之间不发生碰撞、机械臂不与人体发生碰撞的一系列可行点,再根据优化准则规划出最佳进针点^[7]。Peterhans 等^[8]建立了真实有效的三维肝脏模型,通过快速的术中配准实现精确的手术器械跟踪,并结合碰撞检测算法辅助医生完成术中的手术规划。

然而,不同于一般的碰撞检测。在肝癌消融医疗机器人系统中,术中风险分析不仅需要可以获得穿刺运动中的消融针是否与腹腔内重要组织器官以及多针大肿瘤手术中已穿刺的消融针相碰撞的信息,而且还需要实时提供消融针与这些障碍物的最短距离。对于穿刺运动中的消融针,还需提供消融针与障碍物距离最近时的时间参数。此问题类似于连续的碰撞检测^[9,10]。连续碰撞检测可以得到两个物体发生第一次碰撞的时间,对薄物体和快速运动的物体均有效。但是,目前大部分的研究仅局限于多面体物体的连续碰撞检测。根据已有研究^[11],消融针及腹腔内障碍物均可表示为三阶连续可导的隐函数式或其组合形式。同时考虑到手术的安全性,消融针是缓慢的推进人体腹腔的,因此对快速运动物体的碰撞检测要求不高。为此,本文开发了非离散运动状态的通用算法,该算法基于物体表面曲面的隐函数式,快速、准确地求取运动物体之间的最短距离,及所对应的时间。

2 术中风险分析算法步骤

根据上述术中风险分析所需要的功能,本文提出的风险分析算法的步骤如下:

(1) 获得术中腹腔内重要组织器官(血管、肋骨)和消融针的表面曲面描述方程。

(2) 实时计算此时消融针与障碍物的最近距离,并且预测运动中的消融针与障碍物距离最近时的时间参数。若存在潜在碰撞危险,则提供消融针与障碍物首次发生碰撞的时间。

(3) 将以上定量的风险分析参数(最短距离及时间参数)提供给医生,结合图像辅助医生监测手术的进行。

根据文献^[11]所述腹腔障碍物曲面描述方法,并结合术前术中的配准技术^[12],即可获得术中腹腔内重要组织器官的表面曲面描述方程。以下详细阐述术中风险分析的关键步骤——步骤(2)。

3 运动中消融针与腹腔内重要组织器官最近距离分析

术中风险分析的核心是:计算手术时,做穿刺运动的消融针与重要组织器官的最近距离,同时求得运动中的消融针与障碍物具有最近距离时的时间参数。标记此时刻为危险时刻,从而提高医生警惕性。

在消融针穿刺过程中,腹腔内的重要组织器官(障碍物)是静止不动的(由穿刺运动引起的肝脏软组织变形相对于消融针穿刺运动可以忽略)。消融针则是按照机器人末端的穿刺引导套所引导的穿刺路径,在医生的推动下做缓慢的匀速直线运动。设障碍物和消融针表面曲面在各自的局部坐标系中可分别用 $f_a(a_l) = 0$ 和 $f_b(b_l) = 0$ 描述。则障碍物和消融针表面曲面及内部集合可分别用 $f_a(a_l) \leq 0$ 和 $f_b(b_l) \leq 0$ 描述。设消融针沿着单位向量 $\mathbf{g}$ 的方向以 $\mathbf{v}$ 的速度做匀速直线运动。则在时间间隔 $[0, T_{\max}]$ 内,求解消融针做匀速直线运动时与障碍物具有的最短距离,可转化为求解如下凸优化^[13]问题:

$$\begin{aligned} \min \quad & \|\mathbf{a}_g - \mathbf{b}_g\|_2^2 \\ \text{s. t.} \quad & \mathbf{a}_g = \mathbf{R}_a \mathbf{a}_l + \mathbf{p}_a \\ & \mathbf{b}_g = \mathbf{R}_b \mathbf{b}_l + \mathbf{p}_b + \mathbf{v}_b t \mathbf{g}_b \\ & f_a(a_l) \leq 0, f_b(b_l) \leq 0 \\ & 0 \leq t \leq T_{\max} \end{aligned} \quad (1)$$

其中, $\mathbf{a}_g$ 、 $\mathbf{b}_g$ 分别为障碍物上的点和消融针上的点在全局坐标系中的坐标; $\mathbf{a}_l$ 、 $\mathbf{b}_l$ 为上述两点在局部坐标系中的坐标; $(\mathbf{R}_a, \mathbf{p}_a)$ 、 $(\mathbf{R}_b, \mathbf{p}_b)$ 分别为障碍物和消融针从局部坐标系到全局坐标系的转化矩阵。

式(1)中 t 为不等式约束,为了将 t 表示为等式约束,本文引入无约束变量 t' ,则 t 可表示为如下等式形式:

$$t = \frac{1}{2}T_{\max} + \frac{1}{2}T_{\max} \sin(t') \quad (2)$$

其中, $t' \in (-\infty, +\infty)$ 。将式(2)代入式(1),并且将式(1)中的 $\mathbf{a}_g$ 和 $\mathbf{b}_g$ 表达式代入 $f_a(a_l)$ 和 $f_b(b_l)$ 中,则式(1)可表示为

$$\begin{aligned} \min \quad & \|\mathbf{a}_g - \mathbf{b}_g\|_2^2 \\ \text{s. t.} \quad & f_a(a_g) \leq 0, f_b(b_g) \leq 0 \end{aligned} \quad (3)$$

式(3)可表达为一般的非线性最优化问题的形式,如下:

$$\begin{aligned} \min \quad & f_0(X) \\ \text{s. t.} \quad & f(X) + s = 0, s \geq 0 \end{aligned} \quad (4)$$

其中, $f_0 = \|a_g - b_g\|_2^2$, $X = [a_g^T, b_g^T, t^T]^T$ 为 7×1 的列向量, s 为 2×1 的由松弛变量 s_1, s_2 组成的列向量。 $f(X)$ 为式(3)中的两个不等式约束。

由求解最短距离问题的充分必要条件 Karush-Kuhn-Tucker (KKT) 条件^[13], 最短距离对应的最近点均在两物体的表面曲面上(也就是两个物体所有点的集合边界上)。则根据 KKT 条件, 式(4)可表示为如下非线性方程组:

$$\begin{aligned} \nabla f_0(X) + (\nabla f(X))^T \lambda &= 0 \\ f(X) + s &= 0 \\ LSe &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

式中 $\lambda = [\lambda_1, \lambda_2]^T$ 是拉格朗日乘子; L 是由上述拉格朗日乘子组成的 2×2 的对角阵; S 是由松弛变量 s_1, s_2 组成的 2×2 的对角阵; $e = [1, 1]^T$ 。

当采用牛顿迭代法求解非线性方程组(5)时, 若迭代初值足够接近最终值, 结果可收敛到正确结果。然而, 一般很难确定一个好的迭代初值, 从而并不能保证每次牛顿迭代法均可收敛到正确结果。并且应用牛顿迭代法的主要难点在于对 $s \geq 0$ 的保证, 这将导致很小的迭代步长, 从而造成迭代不收敛。为此本文选用内点法^[13,14]解决上述问题。内点法是解决非线性优化问题的一类方法, 不同于其他算法在物体表面进行迭代(如: 梯度投影法^[15]), 内点法是从物体内部点开始迭代直到收敛于物体边界上的最近点。这是内点法与其他方法的主要不同点。并且内点法的时间复杂度低, 具有计算快速的优点, 符合术中风险分析实时性的要求。

为此, 式(4)以 barrier problem^[13]的形式可重新表达为

$$\begin{aligned} \min \quad & f_0(X) - \mu \sum_{i=1}^2 \ln(s_i) \\ \text{s. t.} \quad & f(X) + s = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

其中, μ 为障碍参数。式(6)和式(4)的区别在于, s 的非负条件变为隐式表达。则式(6)的 KKT 条件可表达为

$$\begin{aligned} \nabla f_0(X) + (\nabla f(X))^T \lambda &= 0 \\ f(X) + s &= 0 \\ LSe - \mu e &= 0 \end{aligned} \quad (7)$$

此方程组具有 11 个变量 (X, λ, s) , 11 个非线性方程, 并且当给定 μ 值时, 可以求得方程组的近似解。当 μ 的值接近 0 时, 则对于式(6)的 KKT 条件将接近原始问题式(4)的 KKT 条件。

式(7)的一般求解过程如图 1 所示。选择初始迭代值为障碍物和消融针的内部中心点。终止条件 1 是求解原始问题式(5)的终止条件, 终止条件 2 是求解当前给定 μ 值时近似求解式(7)的终止条件。内部循环是用牛顿法求解具有定值 μ 的方程组(7)。

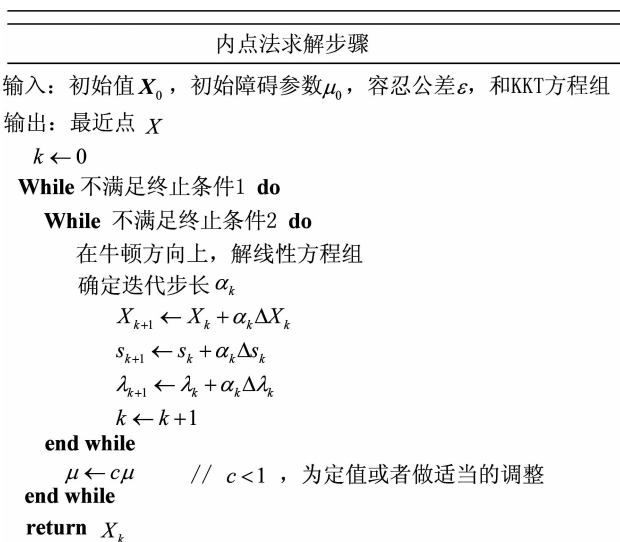


图 1 内点法求解算法流程图

如果所求得的最短距离大于零, 那么式(7)的解为运动中的消融针与障碍物具有最短距离时所对应的最近点和此时的时间 t 。

当运动中的消融针与障碍物存在碰撞时, 对应于零距离, 式(7)存在多个解。当两物体刚刚发生碰撞时的时间可根据式(7)的解, 简化为另一凸优化的问题求解。设 D 为两物体的交点集合, $d \in D \subset \mathbb{R}^3$ 为一个在全局坐标系中指定的空间点。为了得到两物体首次相接触时的时间, 利用式(7)的解为迭代初始值求解下式:

$$\begin{aligned} \min \quad & t \\ \text{s. t.} \quad & d = R_a a_l + p_a \\ & d = R_b b_l + p_b + v_b t g_b \\ & f_a(a_l) \leq 0, f_b(b_l) \leq 0 \\ & 0 \leq t \leq T_d \end{aligned} \quad (8)$$

其中, T_d 为(7)的一个解。

至此, 便可以求出运动中的消融针与腹腔内重要组织器官的最短距离以及具有最短距离时的时间。

若运动中的消融针与腹腔内重要组织器官发生潜在的碰撞危险, 本节也可以求出即将发生碰撞的

时间,为医生监测手术的进行提供了定量的风险分析参数。

当欲求某一时刻,即静止的消融针与障碍物之间的最短距离时, t 具有定值,式(7)为具有10个变量,10个非线性方程的方程组。同理,按照图1中的步骤进行求解。

术中的风险分析不同于术前的手术规划,除了准确性的要求,还要具有很好的实时性,这样才可以为医生快速、及时地提供风险分析参数。内点法解决消融针与障碍物之间的最短距离算法的主要时间消耗是迭代循环的总次数,以及在每次迭代中为了获得牛顿迭代方向而求解线性方程组的时间。已有研究^[13]分析了内点法在解决凸优化问题时的时间复杂度为 $O(n^{1.5})$,其中 n 为约束个数。由此可知,算法满足术中实时性的要求,本文也将在接下来的仿真实验中验证算法的快速性。

4 仿真实验

4.1 静止状态的消融针与障碍物之间的最短距离

当消融针的穿刺路径确定后,便可确定消融针按照此穿刺路径进行穿刺后,针尖点位于对应的病灶靶点处的消融针姿态,进而可以获知此时消融针的表面曲面三阶连续可导隐函数描述方程。同理,腹腔内的血管、肋骨同样可以表示为三阶连续可导隐函数的形式。

为了解决多针手术环境中凸体(消融针、血管、肋骨)间的最短距离问题,使用 MATLAB 按照图1所示算法流程编写求解计算程序。选择各个凸体的中心点作为算法的初始迭代点 X_0 。设障碍参数 μ 的初始值 $\mu_0 = 0.2$ 。对于每次迭代, μ 均乘以定值 $c = 0.3$,使其逐渐趋近于0。那么每次迭代中,非线性方程组均利用牛顿法近似求解。其中,牛顿步的大小根据信赖域的方法^[15]得出。终止条件1和终止条件2中的绝对容忍误差和相对容忍误差均设为 10^{-5} 。求出消融针与障碍物表面上的最近点,进而可得出其最近距离。距离障碍物越近,消融针与障碍物发生干涉的风险越大。医生根据最近距离计算结果、手术经验及实际需求,可对穿刺路径进行风险评价。如图2所示,显示了两针穿刺手术中,第一根与第二根穿刺的消融针分别按相应穿刺路径穿刺后,第一根消融针与血管的最短距离,第二根消融针与血管及第一根已经穿刺的消融针的最短距离。由于实际临床手术时,两根消融针的最短距离必然为均

已经刺中病灶靶点(P_{B1} 、 P_{B2})时针尖之间的距离,而此距离对风险分析没有实质性的意义,所以求取针管之间的最短距离为消融针之间的最短距离,此距离用于衡量消融针之间是否干涉。则,如图2所示的穿刺路径,所对应的最短距离及程序运行时间如表1所示。

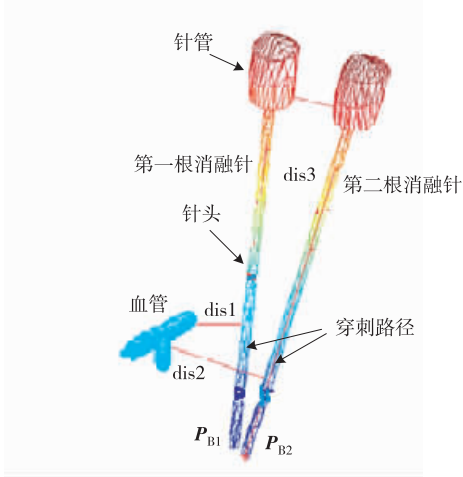


图2 静止物体间的风险分析结果

表1 内点法计算最短距离结果

对象	最近距离(mm)	时间(s)
dis1	44.1	0.627
dis2	117	0.506
dis3	26.0	0.673

以上算法均在机器人辅助腹腔多针手术系统工作站上运行,其拥有 Windows XP 操作系统,AMD Opteron 248 的双处理器和4G内存。为了证明算法的快速性,本文随机选取100种消融针姿态以求取消融针与腹腔内障碍物间最短距离,程序运行时间表明最短距离的计算频率大概为1.5Hz左右,完全满足术中手术风险分析的实时性要求。

4.2 运动中的消融针与障碍物之间的最短距离

在实际的术中风险分析中,最主要的任务仍是求取消融针沿穿刺路径运动过程中,和腹腔内障碍物之间最短距离的时刻,以提醒医生操作。对于最坏的情况,如术中存在潜在的碰撞危险,则术中风险分析需及时提供给医生如下信息:若保持目前的穿刺状态(消融针的穿刺方向及穿刺速度)不变,多长时间后,消融针将与重要组织器官发生干涉。实时的对穿刺路径进行风险评价,提醒医生及时停止风险系数较大的穿刺路径操作。

对于运动中的消融针与障碍物之间的最短距离的仿真,两根消融针的穿刺路径同图 2。其中,第一根消融针已按穿刺路径进行穿刺,选择第二根消融针按图 2 所示的穿刺路径,针尖从病人腹腔表皮进行穿刺,直到针尖点到达病灶靶点 P_{B2} 为止,计算这一时刻内,消融针与第一根已穿刺的消融针,以及血管之间的最短距离。对于此问题,只需要将其转化为式(7)的形式进行求解即可。风险分析环境如图 3 所示。

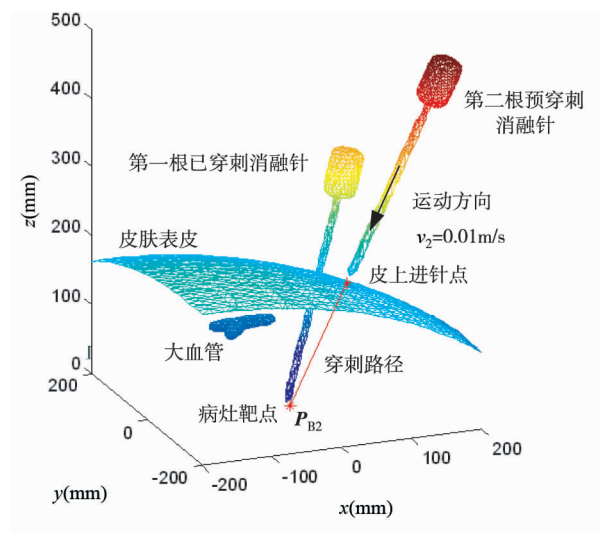


图 3 运动中的消融针术中风险分析环境

设消融针的穿刺运动速度 $v_2 = 0.01\text{m/s}$ 。记第二根消融针针尖位于皮上进针点并开始穿刺时的时刻为零,则式(7)中的 t 的取值范围为 $0 \leq t \leq T_{\max}$, $T_{\max} = L/v_2$, 其中 L 为皮上进针点与病灶靶点的距离。则在第二根消融针穿刺运动的过程中,与各个障碍物(血管及已穿刺的消融针)的最短距离、及其所对应的时间,以及程序运行时间如表 2 所示。第二根消融针与血管具有最短距离时刻,为从针尖刺入表皮后 11.8s,此时第二根消融针的姿态如图 4 所示。第二根消融针与第一根已经穿刺的消融针的针管之间最短距离时刻为从针尖刺入表皮后 15.5s,

表 2 运动中的消融针最短距离计算结果

对象	最近距离 (mm)	最近距离 时刻(s)	程序运行 时间(s)
dis2'	117	11.8	0.893
dis3'	26.1	15.5	0.936

此时第二根消融针的姿态如图 5 所示。从表 2 可知,按照图 2 所示穿刺路径做穿刺运动的消融针与障碍物(血管、已穿刺的消融针针管)之间的最短距离基本同表 1 所示结果。仿真结果表明了算法的正确性,并且程序运行时间的数量级与静止物体之间最短距离求解的运行时间相同,均能满足术中实时进行风险分析的快速性要求。

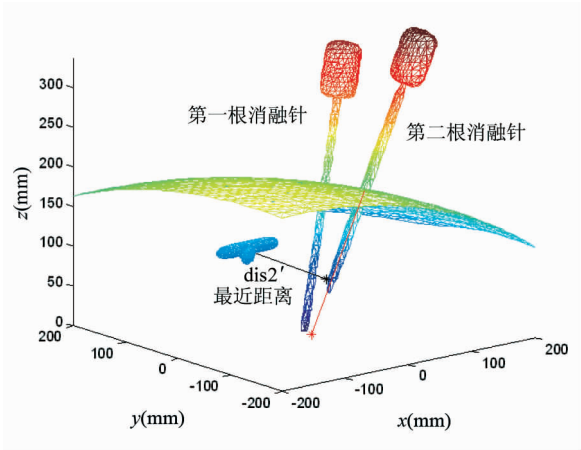


图 4 运动中的针头与血管之间具有最短距离时刻

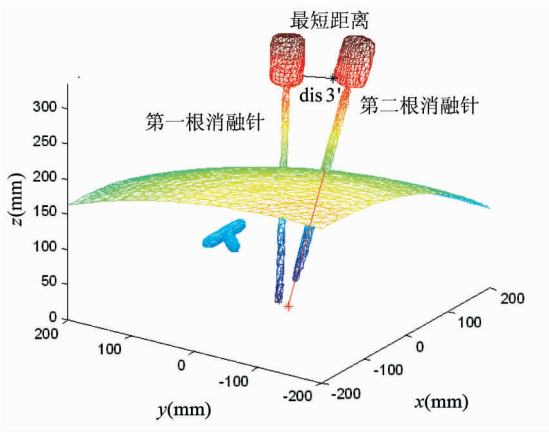


图 5 运动中的针管与针管之间的具有最短距离的时刻

对于连续碰撞检测的仿真实验,设第二根消融针按图 6 所示的竖直向下的方向以 $v_2 = 0.01\text{m/s}$ 速度进行运动,此穿刺路径可保证两根消融针必定发生干涉。因此,仿真的任务为求取第二根消融针与已经穿刺的第一根消融针首次发生碰撞时的时间。

第二根消融针向下竖直匀速直线运动时,与已经穿刺的第一根消融针首次发生碰撞的时间,及对应的相交点的计算结果示意图如图 7 所示。求解结果以及程序运行时间如表 3 所示。

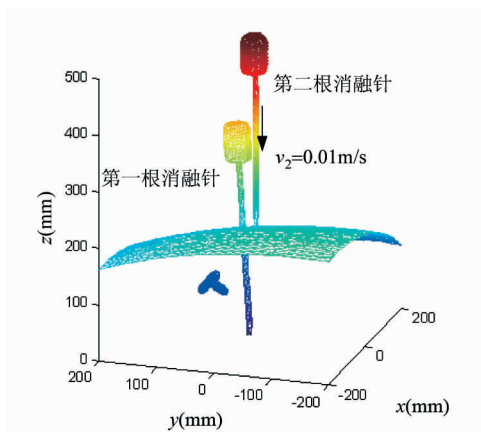


图6 存在潜在碰撞危险的风险分析环境

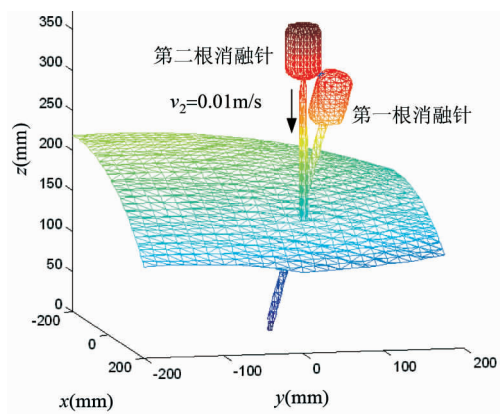


图7 首次碰撞时刻示意图

上述仿真实验验证了本节所提出的术中风险分析的准确性与快速性,满足术中为医生实时提供定量的风险分析指标、辅助医生监测手术进行的要求。

表3 运动中的消融针首次碰撞分析结果

对象	首次碰撞时刻(s)	程序运行时间(s)
第二根运动中的消融针	9.97	0.728

5 结论

本文所提出的术中风险分析算法具有通用性。在将环境障碍物以及穿刺的消融针表示为三阶连续可导的隐函数之后,即可应用本文所提算法进行多个凸体之间的碰撞监测。对于非凸物体的检测,可将其表示为凸体之间的组合,之后再行求解。本算法既适用于医疗机器人的术中风险分析,也适合于需获知最近点或最近距离信息来进行风险判断的

应用场合,如多体动力学的仿真、灵巧性操作、机器人轨迹规划等。

参考文献

- [1] Xu J, Jia Z Z, Song Z J, et al. Three-dimensional ultrasound image-guided robotic system for accurate microwave coagulation of malignant liver tumours. *The International Journal of Medical Robotics and Computer Assisted Surgery*, 2010, 6: 256-268
- [2] 刘少丽, 杨向东, 陈昱. 基于分割 MC 算法的超声影像三维重建方法. *清华大学学报: 自然科学版*, 2010, 50(8): 1214-1218
- [3] Shevchenko N, Seidl B, Schwaiger J, et al. Mimed liver: a planning system for liver surgery. In: *The 32nd Annual International Conference of the IEEE Engineering-in-Medicine-and-Biology-Society*, Piscataway, USA, 2010. 1882-1885
- [4] Schwaiger J, Markert M, Seidl B, et al. Risk analysis for intraoperative liver surgery. In: *The 32nd Annual International Conference of the IEEE Engineering-in-Medicine-and-Biology-Society*, Piscataway, USA, 2010. 410-413
- [5] Xie K, Yu W M, Yu H Q. Surgery prediction and simulation based on correction of orbital hypertelorism. In: *International Conference on Intelligence Science and Information Engineering*, Wuhan, China, 2011. 189-192
- [6] Gladilin E, Zachow S, Deuffhard P, et al. Realistic prediction of individual facial emotion expressions for craniofacial surgery simulations. In: *Proceedings of SPIE Medical Imaging Conference*, San Diego, USA, 2003. 520-527
- [7] Coste-Maniere E, Adhami L, Severac-Bastide R, et al. Optimized port placement for the totally endoscopic coronary artery bypass grafting using the da Vinci robotic system. *Experimental Robotics VII Lecture Notes in Control and Information Sciences*, 2001, 271: 199-208
- [8] Peterhans M, Berg A V, Dagon B, et al. A navigation system for open liver surgery: design, workflow and first clinical applications. *The International Journal of Medical Robotics and Computer Assisted Surgery*, 2011, 7: 7-16
- [9] Canny J. Collision detection for moving polyhedral. *IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence*, 1986, 8(2): 200-209
- [10] Xavier P G. Fast swept-volume distance for robust collision detection. In: *Proceedings of International Conference on Robotics and Automation*, Albuquerque, USA, 1997. 1162-1169
- [11] 刘少丽, 杨向东, 邵君奕等. 基于隐函数的医疗机器人腹腔镜手术环境障碍物描述. *高技术通讯*, 2012, 22(8): 832-838

- [12] 徐静. 基于超声影像导航的肝癌消融机器人系统精度研究:[博士学位论文]. 北京:清华大学精密仪器与机械学系,2007. 92-100
- [13] Chakraborty N, Peng J, Akella S, et al. Proximity queries between convex objects; an interior point approach for implicit surfaces. *IEEE Transactions on Robotics*, 2008, 24 (1):211-220.
- [14] Pillo G, Roma M. Large-Scale Nonlinear Optimization Nonconvex Optimization and Its Applications. Berlin: Springer,2006. 35-39
- [15] Nocedal J, Wright S J. Numerical Optimization. New York: Springer-Verlag,1999. 134-139

Intra-operative risk analysis of robot-assisted liver tumor coagulation therapy systems

Liu Shaoli ,Liu Jianhua

(School of Mechanical Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081)

Abstract

An effective real-time intra-operative risk analysis algorithm for robot-assisted liver tumor coagulation therapy systems was proposed to solve the problem that the systems' risk analysis still depends on two-dimensional image information in celiac intervention therapy due to the lack of quantitative information during intra-operative monitoring. The key to the algorithm is that the shortest distance between the moving needles and the important tissues and organs in the abdominal cavity, and the corresponding time are transformed into the convex optimization problem for analysis. This convex optimization problem is solved based on the interior point method. The simulation results demonstrated that the real-time risk analysis algorithm based on the interior point method was effective, real-time, and universal. The collision detection between multiple convex bodies can be realized once the obstacles and needles are expressed for the third-order continuously differentiable implicit function, which can provide effective quantitative risk analysis information to surgeons for surgery monitoring.

Key words: convex optimization, interior point method, implicit function, intra-operative risk analysis, medical robot