

改进的 FAST TCP 系统的全局稳定性分析方法^①陈晓龙^② 夏丽也

(金华职业技术学院 金华 321017)

摘 要 研究了改进的时变时滞 FAST TCP 系统的全局稳定性。针对解轨迹界全局稳定性分析方法存在的缺陷,提出了一种改进的分析方法。该方法计算时滞项在积分区间内的最大增长方向,应用倒推法计算时滞项每一时刻对应的更低保守的下界,采用连续积分的方法计算准确的解轨迹界,与解轨迹界全局稳定性分析方法相比,可获得更准确、更低保守性的全局稳定性条件。数值计算和 NS-2 实验仿真验证了该方法所获得的全局稳定性条件的准确性和该方法的有效性。

关键词 全局稳定性,时变时滞,倒推法,解轨迹界

0 引言

快速的主动队列管理可扩展的传输控制协议(fast active queue management scalable transmission control protocol, FAST TCP^[1-3],简称 FAST)是针对下一代高速网络提出的一种新型传输控制协议,其全局稳定性问题备受学者的关注^[4-9],研究人员对这一问题进行了一系列研究。本文在现有 FAST 系统全局稳定性研究的基础上,提出了一种改进的全局稳定性分析方法。

1 相关工作

文献[4,5]研究了 FAST 系统的全局稳定性,对时滞时变作了一点简化。文献[6]在时滞时变没有简化的情况下,采用 Lyapunov-Razumikhin 稳定性定理和线性矩阵不等式(LMI)方法获得了比文献[4,5]更低保守性的全局稳定性条件。文献[7]研究了考虑具有其他混合流的 FAST 系统的全局渐近稳定性,证明了当其他混合流的流量小于瓶颈链路带宽一半时,该系统是全局渐近稳定的,并给出了当其他混合流的流量大于瓶颈链路带宽一半时系统全局渐近稳定的条件。文献[8]使用非线性理论研究了当算法刚失去稳定性时 FAST 系统可能出现的复杂非线性现象,使用中心流形定理确定了其霍普夫分岔的

方向和周期解的稳定性和计算公式。文献[9]通过研究非线性时变时滞 FAST 系统解轨迹界变化规律,获得了比文献[4-8]更低保守的全局稳定性条件。

为提高系统的稳定性,文献[10]提出了一种改进的 FAST 算法,该改进的 FAST 算法在决定本次窗口调整策略前,还考虑了前一往返周期的发送窗口大小。由于该改进策略考虑了历史信息,系统稳定性得到了提高。同时,文献[10]给出了该改进的 FAST 系统的全局指数稳定性的条件。

文献[11]通过理论分析和实验仿真验证了文献[10]的改进 FAST 系统比文献[6,9]的原始 FAST 系统具有更好的稳定性,但响应速度要慢,并根据上述两种系统^[6,9,10]的特性提出了进一步的改进算法。该改进系统的性能介于上述两种系统之间,文献[11]利用 Lyapunov-Razumikhin 定理给出了该改进系统的全局稳定性条件。

文献[12]采用分析解轨迹界的方法分析了文献[13]的网络拥塞控制时滞模型的全局稳定性,但文献[12]在分析过程中没有考虑其时滞的时变特性,而是用平均的往返延时近似其时变时滞。由于时滞是固定的,因此可在准确的时滞范围内取其时滞项的界,然后利用其非线性函数是单调递减的特征,在计算上界时,用一个最小的下界值替换了时滞项在整个时滞范围内的轨迹,因此求出了具有较大的保守性的轨迹界。文献[9]采用了文献[12]的分析解轨迹界的方法,但由于考虑了时滞时变的问题,

① 国家自然科学基金(61272382),广东省自然科学基金(S2011010003667)和茂名市科技计划(2012B01036)资助项目。

② 男,1971年生,博士,副教授;研究方向:高速网络拥塞控制,非线性系统理论;联系人,E-mail:xlyexl@126.com
(收稿日期:2013-04-16)

无法完全套用该方法。文献[9]的主要创新点在于:(1)利用其时滞变化与窗口变化成比例关系的特征,界定出时变时滞的变化范围;(2)为进一步降低文献[12]求轨迹界的保守性,将这界定的时滞变化区间拆分成若干小区间,每个小区间计算出一个相应的更准确的时滞项的下界,代替相应小区间轨迹,从而计算了更不保守的解轨迹界,获得了更低保守的全局稳定性条件。

本研究采用文献[9]的解轨迹界稳定分析方法来分析文献[11]所提出的改进的 FAST 系统的全局稳定性。分析发现,文献[9]在计算解轨迹界时,采用将区间拆分成小区间,采用离散方式计算,仍存在保守性。因此本文将进一步改进文献[9]的解轨迹界稳定性分析方法,充分利用其非线性函数是严格单调递减函数,其时滞变化与窗口变化成比例关系,计算其在时滞区间内的最大增长率,采用倒推法计算其每一时刻对应的更低保守的下界,采用连续积分的方法计算解轨迹界,从而获得了比文献[11]更准确、更低保守性的全局稳定性条件。

2 改进的 FAST 系统描述

考虑如下改进的单源单链路非线性、时变时滞的 FAST 拥塞控制系统^[11]:

$$\dot{w}(t) = \frac{\gamma}{T}(- (1 - k)w(t) + (\frac{d}{d + q(t)} - k)w(t - R_0) + \alpha) \quad (1)$$

$$\frac{w(t - R_0)}{d + q(t)} = c \quad (2)$$

其中 $k \in [0, 1)$, γ 为源端控制律增益参数, T 为源端窗口更新周期(s), α 为源端协议参数(packet), c 为链路带宽(packet/s), d 为传播延时(s), $w(t)$ 为源端在 t 时刻发送窗口(packet), $q(t)$ 为源端在 t 时刻估计的排队延时(s); $R(t) = d + q(t)$ 为源端在 t 时刻估计的往返延时(s)。

由式(1)、(2)得平衡点 $w_0 = cd + \alpha$, $q_0 = \alpha/c$, $R_0 = d + \alpha/c$ 。上述非线性、时滞系统忽略了其时变时滞的特性,用平衡点的往返延时近似 FAST 系统时变时滞项。

式(1)中,当 k 为 0 时,算法将退化到文献[10]的 FAST 改进算法,具有很好的稳定性但响应速度慢。当 k 取值较大时,上述算法的性能和文献[6, 9]的原始 FAST 算法接近。

由文献[6, 9]知,若考虑上述系统时滞是时变的特征,可得:

$$\dot{w}(t) = \frac{\gamma}{T}(- (1 - k)w(t) + (\frac{d}{d + q(t)} - k)w(t - R(t)) + \alpha) \quad (3)$$

$$\frac{w(t - R(t))}{d + q(t)} = c \quad (4)$$

由式(4)知: $R(t) = w(t - R(t))/c$, 表明其时滞 $R(t)$ 的变化与源端窗口变化成比例关系^[6, 7]。

将式(4)代入式(3)得非线性、时变时滞 FAST 拥塞控制系统:

$$\dot{w}(t) = r(- (1 - k)w(t) - kw(t - R(t)) + cd + \alpha) \quad (5)$$

$$w(t) = \varphi_0 > cd, \quad t \in (-\max(R(t)), 0]$$

其中 $r = \gamma/T$, φ_0 为初时状态^[9], 由文献[11]知,当 FAST 系统处于拥塞状态时,有 $q(t) > 0$ 和 $w(t) > cd$ 。

为方便描述和简化所改进的积分计算方法,将上式作如下变换:

令 $x(t) = w(t) - w_0$ 代入式(5)得:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= f(x(t), x(t - R(t))) \\ &= r(- (1 - k)x(t) - kx(t - R(t))) \end{aligned} \quad (6)$$

由式(4)得:

$$R(t) = R_0 + x(t - R(t))/c \quad (7)$$

由式(6)可得:

$$\begin{aligned} f(0, 0) &= 0 \\ \dot{f}_{x(t)}(x(t), x(t - R(t))) &< 0 \\ \dot{f}_{x(t-R(t))}(x(t), x(t - R(t))) &< 0 \end{aligned} \quad (8)$$

式(8)表明上述非线性函数是严格单调递减函数。

3 振荡周期轨区间及解轨迹界描述

类似文献[9],定义如图 1 所示的第 i 个振荡周期区间:

$$I_i = \bar{I}_i \cup \underline{I}_i \quad (9)$$

其中

$$\begin{aligned} I_0 &= I_0 = [-\max(R(t)), t_1) \\ \bar{I}_i &= \{t \mid x(t) \geq 0, t \in [t_{k_i}, t_{k_{i+1}})\} \\ \underline{I}_i &= \{t \mid x(t) \leq 0, t \in [t_{k_{i+1}}, t_{k_{i+2}})\} \\ k_i &= 2i - 1, \quad i = 1, 2, \dots \end{aligned}$$

对每个振荡周期 i , 存在:

$$x(t_{k_i}) = x(t_{k_{i+1}}) = 0, \dot{x}(t_{k_i}) > 0, \dot{x}(t_{k_{i+1}}) < 0 \quad (10)$$

定义每个振荡周期 i 轨迹上、下界:

$$\bar{x}_i \in \bar{X}_i = \{x \mid x \geq \max_{t \in \bar{I}_i}(x(t))\}$$

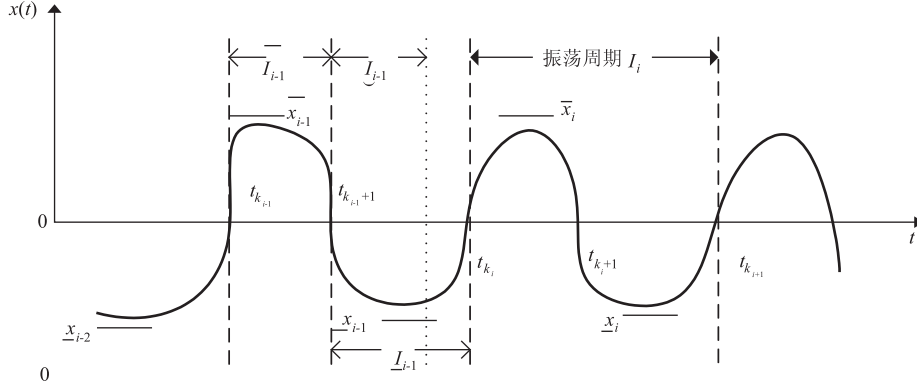


图1 系统(6)的解轨迹

$$\underline{x}_i \in \underline{X}_i = \{x \mid -\alpha \leq x \leq \min_{t \in \bar{I}_i}(x(t))\} \quad (11)$$

对每个振荡周期 i , 定义如下区间:

$$\begin{aligned} \bar{I}_i^+ &= \{t \mid \dot{x}(t) > 0, t \in \bar{I}_i\} \\ \bar{I}_i^- &= \{t \mid \dot{x}(t) < 0, t \in \bar{I}_i\} \end{aligned} \quad (12)$$

$$\hat{I}_i = [t_{k_i}, t_{k_i} + t'), \bar{I}_i = [t_{k_{i+1}}, t_{k_{i+1}} + t') \quad (13)$$

其中 $t' = R_0$ 。

对式(6)在区间 $\bar{I}_i$ 积分得:

$$x(t) = x(t_{k_i}) + \int_{t_{k_i}}^t \dot{x}(t) dt, \quad t \in \bar{I}_i \quad (14)$$

要求式(14)上界, 只需对 $\dot{x}(t) > 0$ 的区间求积分即可。由式(12)知, $\dot{x}(t) > 0$ 积分区间可缩小为 $\bar{I}_i^+$ 。

由式(10)知 $x(t_{k_i}) = 0$, 将式(6)右边代入式(14)得:

$$x(t) \leq \int_{\bar{I}_i^+} f(x(t), x(t - R(t))) dt, \quad t \in \bar{I}_i \quad (15)$$

由于函数 $f(x(t), x(t - R(t)))$ 是严格单调递减函数, 为了求出上界, 可用最小值 $\min_{t \in \bar{I}_i}(x(t)) = 0$ 替换式(15)整个积分区间 $x(t)$ 得:

$$x(t) \leq \int_{\bar{I}_i^+} \dot{x}(t) dt \leq \int_{\bar{I}_i^+} f(0, x(t - R(t))) dt, \quad t \in \bar{I}_i \quad (16)$$

同理得:

$$x(t) \geq \int_{\bar{I}_i^-} f(0, x(t - R(t))) dt, \quad t \in \bar{I}_i \quad (17)$$

由式(16)和式(17)知, 由于非线性函数是严格单调递减函数, 若能够准确界定时滞项 $x(t - R(t))$ 在积分区间的界和相应的积分区间 $\bar{I}_i^+, \bar{I}_i^-$ 长度, 可依次计算每个振荡周期的界。而要界定时滞项 $x(t - R(t))$ 的界, 则需要研究 $t - R(t)$ 与相应的积分区间 $\bar{I}_i^+, \bar{I}_i^-$ 的变化关系, 界定出 $t - R(t)$ 的取值范围。

文献[9]利用该非线性函数是严格单调递减函数、时滞 $R(t)$ 的变化与源端窗口变化成比例关系这两个特性证明了 $t - R(t)$ 与相应的积分区间 $\bar{I}_i^+, \bar{I}_i^-$ 、 $\hat{I}_i$ 和 I_i 的变化关系, 界定出 $t - R(t)$ 的取值范围和

相应积分区间的长度。本文的改进的 FAST 系统同样具有这两个特征, 因此, $t - R(t)$ 与相应的积分区间 $\bar{I}_i^+, \bar{I}_i^-$ 、 $\hat{I}_i$ 和 I_i 的变化关系同样具有如下引理给出的关系:

引理 1^[9]: 对每个周期 i , 有:

(a) 若 $t \in \bar{I}_i^+$, 则 $t - R(t) \in \bar{I}_{i-1}$;

(b) 若 $t \in \bar{I}_i^-$, 则 $t - R(t) \in \bar{I}_i$;

(c) $\bar{I}_i^+ \subseteq \hat{I}_i, \bar{I}_i^- \subseteq \bar{I}_i$;

(d) 若 $t \in \bar{I}_i$, 则 $t - R(t) \in \bar{I}_{i-1} \cup \bar{I}_i$; 若 $t \in \bar{I}_i$, 则 $t - R(t) \in \bar{I}_i$;

(e) 若 $t \in \hat{I}_i$, 则 $t - R(t) \in \bar{I}_{i-1}$; 若 $t \in \bar{I}_i$, 则 $t - R(t) \in \bar{I}_i$ 。

引理 2: 对每个振荡周期 i :

$$\bar{x}_i = f(0, \bar{x}_{i-1})R_0, \quad i = 1, 2, \dots \quad (18)$$

$$\underline{x}_i = f(0, \underline{x}_i)R_0, \quad i = 1, 2, \dots \quad (19)$$

其中, 对 $t \in I_0$, 有 $\underline{x}_0 = -\alpha$ 。

证明: 由式(15)和引理 1(c)得:

$$x(t) \leq \int_{\bar{I}_i^+} f(0, x(t - R(t))) dt, \quad t \in \bar{I}_i \quad (20)$$

由引理 1(a)、引理 1(e)和式(11)可得: $\min_{t \in \bar{I}_i} x(t - R(t)) = \min_{(t-R(t)) \in \bar{I}_{i-1}} x(t - R(t)) \geq \underline{x}_{i-1}$ 。

由式(13)得 $\bar{I}_i$ 的区间长度为 R_0 , 由式(15)和非线性函数是严格单调递减函数, 将最小的下界值 $\underline{x}_{i-1}$ 替换了时滞项 $x(t - R(t))$ 在整个积分区间 $\hat{I}_i$ 内的轨迹得:

$$\begin{aligned} x(t) &\leq \int_{\bar{I}_i^+} f(0, x(t - R(t))) dt \\ &\leq f(0, \underline{x}_{i-1})R_0, \quad t \in \bar{I}_i \end{aligned}$$

由上式可取其上界 $\bar{x}_i = f(0, \underline{x}_{i-1})R_0 t \in \bar{I}_i$, 即式(18)。

同理可求出 $\underline{x}_i$, 如式(19)。证毕。

4 改进的解轨迹界稳定性分析方法

由于该非线性函数是严格单调递减函数,因此由引理 2 的式(18)和式(19)的上下界的迭代关系知,只要相关参数设置能够满足^[12]:

$$\underline{x}_1 > \underline{x}_0 \quad (21)$$

则有 $\lim_{i \rightarrow \infty} \underline{x}_i = 0, \lim_{i \rightarrow \infty} \bar{x}_i = 0$, 由式(11)得 $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$ 。

将 $\underline{x}_0 = -\alpha$ 代入式(18)得:

$$\bar{x}_1 = f(0, -\alpha)R_0 \quad (22)$$

将式(22)代入式(19)得:

$$\underline{x}_1 = f(0, f(0, -\alpha)R_0)R_0 \quad (23)$$

将 $\underline{x}_0 = -\alpha$ 和式(23)代入式(21)得:

$$f(0, f(0, -\alpha)R_0)R_0 + \alpha > 0 \quad (24)$$

由上述推导可知,当选择相关参数满足式(24),则有式(6)描述的非线性时变时滞 FAST 系统全局稳定。

由引理 2 的证明知,在计算上界 $\bar{x}_i$ 时,都是用一个最小的下界值 $\underline{x}_{i-1}$ 替换了时滞项 $x(t-R(t))$ 在整个积分区间 $\hat{I}_i$ 内的轨迹,因此求出的上界具有较大的保守性。

文献[9]为了降低上述引理求轨迹界的保守性,将上述积分区间分成 $n+1$ 个小区间,每个小区间计算出一个相应的更准确的时滞项的下界,获得了更低保守的全局稳定性条件。本文继续改进文献[9]计算解轨迹界的方法:通过计算在时滞区间内的最大增长率,采用倒推法计算每一时刻的对应的更低保守的下界,采用连续积分的方法计算出更低保守的解轨迹界。

如图 2 所示,为了降低求上界的保守性,将式(20)的积分区间 $\hat{I}_i$ 拆分成 2 个小区间, $\hat{I}_i = \hat{I}_{i,0} \cup \hat{I}_{i,1}$, 其中 $\hat{I}_{i,0} = [t_{k_i}, t_{k_i} + R_0 - md]$, $\hat{I}_{i,1} = [t_{k_i} + R_0 - md, t_{k_i} + R_0]$, $m \in [0, 1]$, 当 m 取 0 时,不进行拆分。

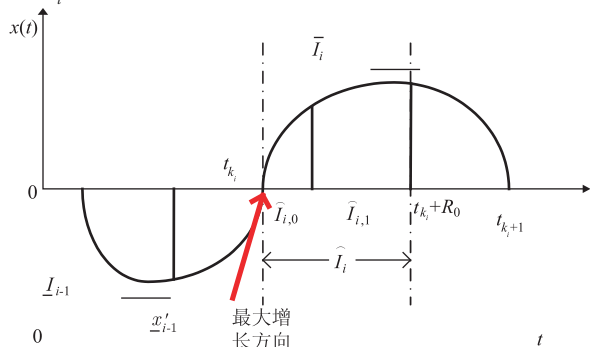


图 2 积分区间的划分

为了和式(18)、式(19)的上、下界区标记分开,定义如下的上、下界变量: $\bar{x}'_i \in \bar{X}_i, \underline{x}'_i \in \underline{X}_i$ 。

为了计算其每一时刻对应的更低保守的时滞项 $x(t-R(t))$ 的下界,给出如下引理:

引理 3:

(a) 若 $t \in \hat{I}_{i,1}$, 则 $t - R(t) > t - R_0$;

(b) 最大增长方向: $\max_{t \in \hat{I}_i} (\dot{x}(t)) \leq f(\underline{x}'_i, \underline{x}'_i)$;

(c) $\min_{t \in \hat{I}_{i,1}} (x(t - R(t))) \geq -f(\underline{x}'_{i-1}, \underline{x}'_{i-1})(t_{k_i} - (t - R_0))$ 。

证明:(a)由引理 1(e),若 $t \in \hat{I}_{i,1}$ 则 $t - R(t) \in \hat{I}_{i-1}$, 有 $x(t - R(t)) < 0$ 。

由 $R(t) = R_0 + x(t - R(t))/c$ 知, $R(t) < R_0$ 。

因此由 $t - R(t) > t - R_0, t \in \hat{I}_{i,1}$ 。

(b)由引理 1(d)得 $\min_{t \in \hat{I}_i} (x(t - R(t))) = \underline{x}'_i$;

由式(11)得 $\min_{t \in \hat{I}_i} (x(t)) = \underline{x}'_i$, 由式(6)严格单调递减函数的特性得其最大增长方向:

$$\max_{t \in \hat{I}_i} (\dot{x}(t)) \leq f(\underline{x}'_i, \underline{x}'_i), t \in \hat{I}_i。$$

(c)由 $R(t) = R_0 + x(t - R(t))/c$ 知,当 $t - R(t) = t_{k_i}$, 有 $R(t) = R_0$ 和 $t = t_{k_i} + R_0$ 。

由本引理(a)知,当 $t \in \hat{I}_{i,1}$ 有 $t - R(t) > t - R_0$ 。

由本引理(b)知,在间隔 $(t_{k_i} - (t - R_0))$ 内, $x(t - R(t))$ 增大不会超过 $f(\underline{x}'_{i-1}, \underline{x}'_{i-1})(t_{k_i} - (t - R_0))$, 而 $x(t_{k_i}) = 0$, 因此可从 $x(t_{k_i}) = 0$ 倒推得 $\min_{t \in \hat{I}_{i,1}} (x(t - R(t))) \geq -f(\underline{x}'_{i-1}, \underline{x}'_{i-1})(t_{k_i} - (t - R_0))$ 。

因此,根据引理 3(c) 和式(6)界的定义,定义在 $\hat{I}_{i,1}$ 区间的每一时刻的下界:

$$\underline{x}'_{i-1,1}(t) = \max_{t \in \hat{I}_{i,1}} (\underline{x}'_{i-1}, -f(\underline{x}'_{i-1}, \underline{x}'_{i-1}) \cdot (t_{k_i} - (t - R_0))) \quad (25)$$

在 $\hat{I}_{i,0}$ 整个区间的下界仍为 $\underline{x}'_{i-1}$ 。

将积分区间拆分后,分别对 2 个小区间求积分,由式(20)得:

$$x(t) \leq \int_{\hat{I}_{i,0}} f(0, \underline{x}'_{i-1}) dt + \int_{\hat{I}_{i,1}} f(0, \underline{x}'_{i-1,1}(t)) dt \quad (26)$$

由引理 3 的推导过程和上式可计算出每个周期更准确的上下界。

引理 4:

$$\bar{x}'_i = f(0, \underline{x}'_{i-1})(R_0 - md)$$

$$+ \int_{\hat{I}_{i,1}} f(0, \underline{x}'_{i-1,1}(t)) dt \quad (27)$$

其中 $\underline{x}'_{i-1,1}(t) = \max_{t \in \hat{I}_{i,1}}(\underline{x}'_{i-1}, -f(\underline{x}'_{i-1}, \underline{x}'_{i-1}))(t_{ki} - (t - R_0))$, $m \in [0, 1)$ 。

$$\underline{x}'_i = f(0, \underline{x}'_i)R_0, \underline{x}'_0 = -\alpha \quad (28)$$

比较引理 4 和引理 2 得: $\bar{x}'_i \leq \bar{x}_i, \underline{x}'_{ii} \geq \underline{x}_i$, 因此引理 4 获得了更低保守的轨迹上、下界。因此, 根据引理 4, 得到如下改进的全局稳定性条件。

定理 1: 若

$$k < \sqrt{\frac{1}{r^2 R_0 (R_0 - md + 0.5r(md)^2)}} \quad (29)$$

其中 $m \in [0, 1)$, $mdr < 1$, 则由式(6)描述的非线性、时变时滞 FAST 系统全局稳定。

证明: 由引理 4 知, 只要相关参数设置能够满足^[12] $\underline{x}'_1 > \underline{x}'_0$, 则系统式(6)全局稳定。

将 $\underline{x}'_0 = -\alpha$ 代入 $\underline{x}'_{i-1,1}(t) = \max_{t \in \hat{I}_{i,1}}(\underline{x}'_{i-1}, -f(\underline{x}'_{i-1}, \underline{x}'_{i-1}))(t_{ki} - (t - R_0))$ 得:

$$\underline{x}'_{0,1} = \max_{t \in \hat{I}_{1,1}}(-\alpha, -f(-\alpha, -\alpha)(t_{k_1} - (t - R_0)))$$

将上式代入式(27)得:

$$\bar{x}'_1 = f(0, -\alpha)(R_0 - md) + \int_{\hat{I}_{1,1}} f(0, \max_{t \in \hat{I}_{1,1}}(-\alpha, -f(-\alpha, -\alpha)(t_{k_1} - (t - R_0)))) dt$$

将上式代入式(28)得:

$$\underline{x}'_1 = f(0, f(0, -\alpha)(R_0 - md) + \int_{t_{k_1}+R_0-md}^{k_1+R_0} f(0, \max_{t \in \hat{I}_{1,1}}(-\alpha, -f(-\alpha, -\alpha)(t_{k_1} - (t - R_0)))) dt) R_0$$

令 $-\tau = t_{k_1} - (t - R_0)$ 得:

$$\underline{x}'_1 = f(0, f(0, -\alpha)(R_0 - md) + \int_{md}^0 f(0, \max_{t \in \hat{I}_{1,1}}(-\alpha, f(-\alpha, -\alpha)\tau)) d\tau) R_0 \quad (30)$$

将 $\underline{x}'_0 = -\alpha$ 和式(30)代入到 $\underline{x}'_1 > \underline{x}'_0$, 得:

$$\alpha + f(0, f(0, -\alpha)(R_0 - md) + \int_{md}^0 f(0, \max_{t \in \hat{I}_{1,1}}(-\alpha, f(-\alpha, -\alpha)\tau)) d\tau) R_0 > 0 \quad (31)$$

由式(6)得:

$$f(0, -\alpha) = rk\alpha, \quad f(-\alpha, -\alpha) = r\alpha \quad (32)$$

若设置 m , 使得

$$mdr < 1 \quad (33)$$

可得:

$$\begin{aligned} & \int_{md}^0 f(0, \max_{t \in \hat{I}_{1,1}}(-\alpha, f(-\alpha, -\alpha)\tau)) d\tau \\ &= \int_{md}^0 f(0, f(-\alpha, -\alpha)\tau) d\tau \end{aligned} \quad (34)$$

将式(32)、式(34)代入式(31)得:

$$\alpha + f(0, rk\alpha(R_0 - md) - \int_{md}^0 r^2 k \alpha \tau d\tau) R_0 > 0 \quad (35)$$

对式(35)中的积分项求定积分得:

$$\alpha + f(0, rk\alpha(R_0 - md) + 0.5r^2 k \alpha (md)^2) R_0 > 0$$

将上式展开得:

$$1 - r^2 k^2 R_0 (R_0 - md + 0.5r(md)^2) > 0 \quad (36)$$

由式(36)得结论。证毕。

5 数值计算和仿真实验

文献[11]在窗口更新周期取平均往返延时, 忽略时滞是时变的特征情况下, 给出当 $k \in [0.0, 0.5)$ 系统全局稳定。该稳定性条件和窗口更新周期等相关参数无关, 在文献[11]的仿真实验也没有给出窗口更新周期参数的具体的取值。

在已知参数 c, α, d, γ, T (表 1) 的情况下, 设置 m 使得 $mdr < 1$, 根据定理 1 的结论计算 k 取值范围, 计算结果见表 1。

由表 1 的第 1、3 组数据的可知, 当窗口更新周期 T 取 0.02(s) 时, 其他参数和文献[11]中仿真环境参数设置一样, k 的取值范围要比文献[11]中的范围小。由表 1 的第 2、4 组数据可知, 当 T 取 0.04(s) 时, k 的取值范围要比文献[11]中的范围大。

表 1 定理 1 的计算结果

序号	c (pkts/ms)	α	d (s)	γ	T (s)	m	$\frac{\gamma md}{T}$	k 取值范围
1	10	50	0.1	0.5	0.02	0.3	0.75	< 0.39
2	10	50	0.1	0.5	0.04	0.6	0.75	< 0.89
3	20	100	0.1	0.5	0.02	0.3	0.75	< 0.41
4	20	100	0.1	1.2	0.04	0.6	0.75	< 0.95

在 UBUNTU7.04 + NS2.31^[1,11] 仿真环境下, 根据表 1 的第 1、3 组数据设置参数, k 分别取 0.4、0.5 时仿真结果如图 3 所示, 系统处于不稳定。而当根据表 1 的第 2、4 组数据设置参数, k 取 0.6 仿真结果如图 3 所示, 系统能够稳定。

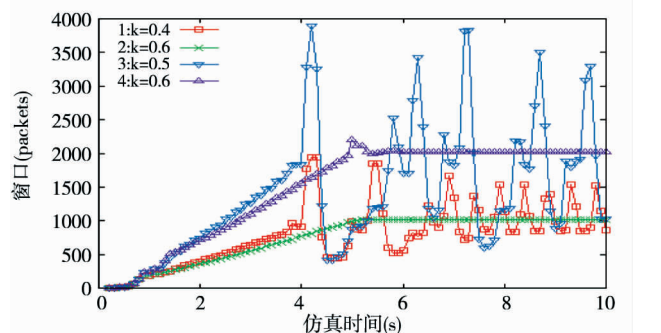


图 3 窗口轨迹

由以上的表 1 计算结果和仿真实验表明,窗口更新周期 T 对系统稳定性影响很大。如表 1 的第 1、3 组数据,当取较小窗口更新周期 T 时, k 的取值范围也小;而如表 1 的第 2、4 组数据,当取较大窗口更新周期 T 时, k 的取值范围也大。在和文献[11]相同参数设置情况下,如表 1 的第 2、4 组数据,定理 1 给出了更低保守的全局稳定性条件,仿真实验也验证定理 1 的有效性。综上所述表 1 的理论计算结果和仿真实验验证表明定理 1 的稳定性条件比文献[11]的结论更加严谨、准确。

6 结 论

本文提出了一种改进的解轨迹界全局稳定性分析方法,分析了改进的 FAST 系统的全局稳定性,获得了更准确、更低保守的全局稳定性条件。该稳定性条件可以为 FAST 协议参数的选择提供参考和指导。同时,该稳定性分析方法可以为类似的非线性、时变时滞的自知系统的全局稳定性分析方法提供参考。

参考文献

- [1] 梁伟,张顺颐,宁向延等. 基于稳定性的 FAST TCP 参数 γ 调整. 通信学报,2010,31(7):53-59
- [2] 陈晓龙,章云. 基于 FAST TCP 稳定性参数选择改进方案. 华中科技大学学报(自然科学版),2010,38(12):81-84
- [3] Wei David X, Jin C, Low S H. FAST TCP: motivation, architecture, algorithms, performance. *IEEE/ACM Transactions on Networking*, 2006, 14(6):1246-1259
- [4] Choi J Y, Koo K, Low J S H. Global stability of FAST TCP in single-link single-source network. In: Proceedings of 44th IEEE Conference on Decision and Control, Seville, 2005. 12-15
- [5] Kyungmo Koo, Joon-Young Choi, Lee, J. S. Parameter conditions for global stability of FAST TCP. *IEEE Communications Letters*, 2008, 12(2):155-157
- [6] Yun Jong Choi, Jeong Wan Ko, Sung Wook. Improved global stability conditions of the tuning parameter in FAST TCP. *IEEE Communications Letters*, 2009, 13(3):202-205
- [7] Choi J Y, Kim S Y. Parameter condition for global asymptotic stability of FAST TCP in the presence of cross Traffic. *IEEE Communications Letters*, 2012, 14(6):584-587
- [8] 詹振球, 互联网拥塞控制系统稳定性及非线性动力学研究. 上海交通大学, 2012, 06
- [9] 陈晓龙, 章云, 刘治. 非线性时变时滞 FAST TCP 系统低保守全局稳定性. 控制理论与应用, 2012, 29(4):477-485
- [10] Choi J Y, Koo K, Low S H. Global exponential stability of FAST TCP. In: Proceeding of the 45th IEEE Conference Decision and Control, San Diego, USA, 2006:639-643
- [11] Koo K, Choi J Y, Lee J S. Two different models of FAST TCP and their stable and efficient modification. *Network Control and Optimization*, 2007:44(1):65-73
- [12] Wang Z K, Paganini F. Boundedness and global Stability of a nonlinear congestion control with delay. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2006, 51(9):1514-1519
- [13] Paganini F, Doyle J C, and Low S H. Scalable laws for stable network congestion control. In: Proceeding of 40th IEEE Conference on Decision and Control, Orlando, USA, 2001. 185-190

A method for analysis of the global stability of an improved FAST TCP system

Chen Xiaolong, Xia Liye
(Jinhua Polytechnic, Jinhua 321017)

Abstracts

The global stability of an improved fast active queue management scalable transmission control protocol(FAST TCP) system with time-varying delay was investigated. In order to overcome the defects of the trajectory bounds analysis method, an improved analysis method was proposed. The new method is characterized by the computation of the maximum growth direction of the time-delay term in the integral interval, the computation of the corresponding less conservative lower bounds of each moment in the integral interval with backward induction method, and the computation of accurate trajectory bounds by using the continuous integral method. Compared with the trajectory bound analysis method, this method can obtain more accurate, less conservative global stability requirements for a FAST TCP system. The accuracy of the global stability requirements achieved with the proposed method and the method's effectiveness were verified by numerical calculations and the NS-2 simulation.

Key words: global stability, time-varying delay, backward induction method, trajectory bounds