

基于改进的粒子滤波的静电目标跟踪算法^①付 巍^{②*} 郑 宾^{**}

(* 中北大学计算机与控制工程学院 太原 030051)

(** 中北大学信息与通信工程学院 太原 030051)

摘 要 考虑到静电探测技术具有被动式、反低空、反隐身的优势,提出了使用静电探测器探测和跟踪低空飞行目标的方法,建立了旋转式三维静电探测器探测低空飞行目标的数学模型,并根据该数学模型的非线性特性和基本粒子滤波(PF)算法存在的不足,提出了一种新的基于中心差分的改进粒子滤波算法。该算法利用中心差分扩展卡尔曼滤波算法产生基本粒子滤波的建议分布函数,实现对目标运动状态的更新。理论分析和仿真结果均表明,与基本粒子滤波算法和无迹粒子滤波(UPF)算法相比,改进的粒子滤波算法能够更有效地利用旋转式三维静电探测器获得的数据实现对目标的跟踪,其定位精度较高,计算量更小。

关键词 信息处理技术,静电探测,粒子滤波算法,目标跟踪

0 引 言

静电探测技术是通过测量被探测物体自身的静电场,获取物体运动状态信息的被动探测技术。物体在运动过程中会因各种原因带上静电,据测量,空中飞行的喷气式飞机带电量达 $10^{-7} \sim 10^{-3} \text{C}$,直升机、巡航导弹带电量达 $10^{-6} \sim 10^{-4} \text{C}$ 。这些电荷难以去除,形成的静电场可在上千米以外被静电探测器探测到^[1],这使得静电探测器具有对空中目标探测和跟踪的能力。目前已经设计出能够应用于探测空中目标的静电探测器,这些静电探测器有短路轴向式探测器^[2]、电极扫描式探测器^[3]、球形探测器^[4]和旋转式三维静电探测器^[5]等。它们所建立的探测方程包含探测器与目标之间的相对距离和速度等真实信息,但数据中包含着非高斯分布的噪声,并且这些探测方程都是非线性的,因此,需要利用处理非线性非高斯问题的目标跟踪算法,根据静电探测器当前采样时刻的测量信息和前一个采样时刻的目标运动状态的预测值,计算出目标当前采样时刻的运动状态,以实现对目标的有效跟踪。

基本粒子滤波(particle filtering, PF)算法是近

年来常用的一种次优贝叶斯估计算法,主要解决非线性非高斯问题^[6]。基本粒子滤波的效果在很大程度上取决于重要性密度函数的选取,重要性密度函数选择不好,常会导致滤波发散或极差的滤波效果,因而重要性密度函数对于粒子滤波器的设计至关重要。无迹粒子滤波(unscented particle filtering, UPF)算法是一种改进的粒子滤波算法,它利用无迹卡尔曼滤波算法得到一个建议分布函数,然后利用这个建议分布函数来代替基本 PF 算法的重要性密度函数。由于无迹卡尔曼滤波算法产生的重要性密度函数与真实状态概率密度函数的支集重叠部分更大,因此,估计精度更高^[7]。但 UPF 算法计算复杂,每一次状态更新的时间较长,不利于对目标的实时跟踪。为了减小状态更新时间,同时又能保持跟踪的精度,本文提出了中心差分扩展卡尔曼滤波算法,并利用该算法得出基本粒子滤波的建议分布函数,通过这个建议分布函数来代替基本粒子滤波算法的重要性密度函数,实现对目标运动状态的更新。

1 静电探测系统数学模型

静电探测器采用旋转式三维静电探测器。旋转

① 山西省青年自然科学基金(2009021022-2)资助项目。

② 男,1979年,博士,讲师,研究领域:目标探测与信号处理;联系人,E-mail:engineer_fu@163.com
(收稿日期:2013-04-11)

式三维静电探测器有 X 、 Y 、 Z 三个方向的感应电极。目标静电场的三维电场强度分量 E_x 、 E_y 、 E_z 在感应电极上产生感应电量 Q_x 、 Q_y 、 Q_z ，感应电量 Q_x 、 Q_y 、 Q_z 随时间的变化率就是电流，因此，测量出三个方向上的感应电极的电流变化，就能够确定目标静电场的三维电场强度分量的变化，通过目标静电场的三维电场强度分量可以计算得到目标与静电探测器之间的方位角和俯仰角。

利用旋转式三维静电探测器探测飞行目标的方式如图 1 所示。当目标与探测器的距离较远，即距离大于目标尺寸的 5 ~ 6 倍时，可以认为目标为点目标^[8]。图 1 中被探测目标的初始坐标为 (X_0, Y_0, Z_0) ，以沿 x 轴、 y 轴和 z 轴的速度 v_x 、 v_y 、 v_z 从 P 点向探测器飞来，探测器的架设高度为 h 。

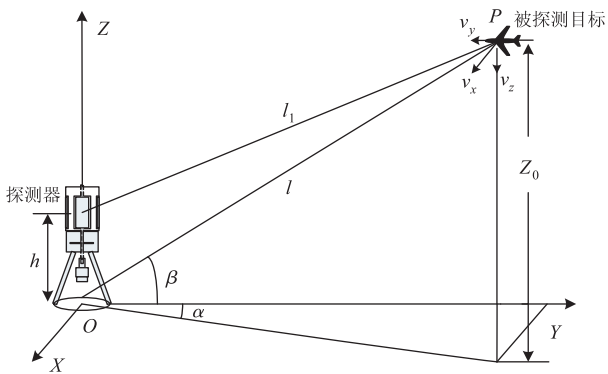


图 1 旋转式三维静电探测器探测低空目标示意图

在旋转式三维静电探测器三个方向的感应电极上产生的电场强度的三维分量分别为

$$E_z(t) = -K \frac{Z_0 - h - v_z t}{l^3} \mathbf{a}_z \quad (1)$$

$$E_x(t) = -K \frac{X_0 - v_x t}{l^3} \mathbf{a}_x \quad (2)$$

$$E_y(t) = -K \frac{Y_0 - v_y t}{l^3} \mathbf{a}_y \quad (3)$$

式中， $\mathbf{a}_x$ 、 $\mathbf{a}_y$ 和 $\mathbf{a}_z$ 分别为沿 x 、 y 和 z 轴的单位方向向量； Z_0 、 X_0 、 Y_0 分别表示目标在初始位置处的坐标值。 l_1 为目标距探测器电极的距离， K 为电场强度系数。

旋转式三维静电探测器与目标之间的方位角为

$$\alpha(t) = \arctan \frac{E_y(t)}{E_x(t)} = \arctan \frac{Y_0 - v_y t}{X_0 - v_x t} \quad (4)$$

因为目标飞行高度 Z_0 比探测器架设高度 h 大很多，所以 $l_1 \approx l$ 。旋转式三维静电探测器与目标之间的俯仰角为

$$\begin{aligned} \beta(t) &= \arctan \frac{E_z(t)}{\sqrt{E_x^2(t) + E_y^2(t)}} \\ &= \arctan \frac{Z_0 - h - v_z t}{\sqrt{(X_0 - v_x t)^2 + (Y_0 - v_y t)^2}} \end{aligned} \quad (5)$$

旋转式三维静电探测器在每一个采样时刻可以同时得到当前时刻低空目标与静电探测器之间的方位角和俯仰角等角度信息。利用探测器测得的被噪声污染的角度信息，结合目标跟踪算法就能够估算出目标当前的运动参数，如位置、速率等信息，实现对目标的跟踪。

2 改进的粒子滤波算法

2.1 中心差分扩展卡尔曼滤波算法

设有非线性函数 $y = f(\bar{x} + r)$ 和 $y = f(\bar{x} - r)$ ，则其在 $\bar{x}$ 处的泰勒级数展开为^[9]

$$\begin{aligned} f(\bar{x} + r) &= f(\bar{x}) + f'(\bar{x})(r) + \frac{f''(\bar{x})}{2!}(r)^2 \\ &\quad + \frac{f'''(\bar{x})}{3!}(r)^3 + \dots \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} f(\bar{x} - r) &= f(\bar{x}) - f'(\bar{x})(r) + \frac{f''(\bar{x})}{2!}(r)^2 \\ &\quad - \frac{f'''(\bar{x})}{3!}(r)^3 + \dots \end{aligned} \quad (7)$$

由式(6)与(7)得

$$\begin{aligned} \frac{f(\bar{x} + r) - f(\bar{x} - r)}{2r} &= f'(\bar{x}) + \frac{f'''(\bar{x})}{3!}(r)^2 + \dots \\ &= f'(\bar{x}) + o(r^2) \end{aligned} \quad (8)$$

式中： r 表示差分的步长； $o(r^2)$ 表示二阶截断误差。

式(8)的左边为一阶中心差分的公式，右边为非线性函数在 $\bar{x}$ 处的一阶导数与二阶截断误差的和。利用一阶中心差分的公式代替扩展卡尔曼滤波算法中计算非线性函数的一阶偏导数就形成了中心差分扩展卡尔曼滤波算法，这种算法比卡尔曼滤波算法要更精确。

2.2 基于中心差分的改进粒子滤波算法

假设动态系统状态空间模型如下式所示：

$$\mathbf{X}(k+1) = \mathbf{F}(k)\mathbf{X}(k) + \mathbf{W}(k) \quad (9)$$

$$\mathbf{Z}(k) = \mathbf{h}(\mathbf{X}(k)) + \mathbf{V}(k) \quad (10)$$

其中： $\mathbf{X}(k) = [x(k), \dot{x}(k), \ddot{x}(k), y(k), \dot{y}(k), \ddot{y}(k)]$ 表示目标运动的状态向量。 $(x(k), y(k))$ 、 $(\dot{x}(k), \dot{y}(k))$ 和 $(\ddot{x}(k), \ddot{y}(k))$ 分别为目标的位置、

速度和加速度分量。 $F(k)$ 为状态转移矩阵, $h(\cdot)$ 为测量矩阵。 $W(k)$ 为输入噪声。 $V(k)$ 为测量噪声。

改进的粒子滤波算法的单步运算流程如下:

(1) 初始化

在初始时刻(即 $k = 1$), 从先验概率密度函数 $p(\hat{X}(1))$ 中提取 N 个粒子点 $X_i(1)$, 设置每个粒子点的初始权重为 $w_i(1) = 1/N$, 其中, $i = 1, \dots, N$ 。

(2) 重要性采样、权重计算

在第 k 个采样时刻($k \geq 1$), 对于每一个采样点 $\hat{X}_i(k)$, 应用中心差分扩展卡尔曼滤波算法得到 N 个粒子点 $\hat{X}_i(k+1)$, 即采用中心差分扩展卡尔曼滤波算法进行建议分布的构造, 其步骤如下:

预测状态向量:

$$X_j^n(k+1|k) = F(k)X_j^n(k) \quad (11)$$

预测协方差矩阵:

$$P_j^n(k+1|k) = F(k)P_j^n(k)F^T(k) + Q(k) \quad (12)$$

式中, $Q(k)$ 为状态方程噪声的协方差矩阵。

残差协方差矩阵: 令

$$P_j^n(k+1|k) = G(k+1)G^T(k+1) \quad (13)$$

则

$$S_j^n(k+1) = H(k+1)G(k+1) \cdot [H(k+1)G(k+1)]^T + R(k+1) \quad (14)$$

式中, $H(k)$ 为观测方程状态转移矩阵, $R(k)$ 为观测方程噪声的协方差矩阵。

令

$$B_j^n(k+1) = H(k+1)G(k+1) \quad (15)$$

应用中心差分理论:

$$B_j^n(k+1) = (h(X_j^n(k+1|k) + uG(k+1)) - h(X_j^n(k+1|k) - uG(k+1))) / (2u) \quad (16)$$

式中, u 表示中心差分的步长, 则

$$S_j^n(k+1) = B_j^n(k+1)(B_j^n(k+1))^T + R(k+1) \quad (17)$$

滤波增益矩阵:

$$K_j^n(k+1) = G(k+1)(B_j^n(k+1))^T \cdot (S_j^n(k+1))^{-1} \quad (18)$$

滤波输出:

$$Z_j^n(k+1|k) = h(X_j^n(k+1|k)) \quad (19)$$

$$X_j^n(k+1) = X_j^n(k+1|k) + K_j^n(k+1) \cdot [Z(k+1) - Z_j^n(k+1|k)] \quad (20)$$

误差协方差矩阵:

$$P_j^n(k+1) = P_j^n(k+1|k) - K_j^n(k+1) \cdot B_j^n(k+1)(G_j^n(k+1))^T \quad (21)$$

计算每个粒子点的似然函数:

$$L_i(k+1) = p(Z(k+1) | \hat{X}_i(k+1)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} |S_i(k+1)|} \exp[-\frac{1}{2}(Z(k+1) - \hat{Z}_i(k+1|k))(S_i(k+1))^{-1}(Z(k+1) - \hat{Z}_i(k+1|k))^T] \quad (22)$$

通过公式 $w_i(k+1) = w_i(k)L_i(k+1)$ 计算权重。

规则化权重:

$$\tilde{w}_i(k+1) = w_i(k+1) / \sum_{i=1}^N w_i(k+1) \quad (23)$$

(3) 重采样

设置门限样本点数为 N_{th} (通常情况下 N_{th} 与粒子数 N 相等), 有效样本点数由式

$$N_{eff} = \frac{1}{\sum_{i=1}^N \tilde{w}_i^2(k+1)} \quad (24)$$

确定。

当 $N_{eff} < N_{th}$ 时, 淘汰权值较低的采样点, 并在保持样本点总数为 N 的前提下用残余采样法^[10]从权值较高的采样点中衍生出多个子采样点。

粒子滤波算法最终得到的结果是一组样本点及其相应权重, 利用这些数据即可计算出系统状态的估计值:

$$\hat{X}(k+1) = \sum_{i=1}^N \tilde{w}_i(k+1) \hat{X}_i(k+1) \quad (25)$$

$$P(k+1) = \sum_{i=1}^N [\tilde{w}_i(k+1)(P_i(k+1) + (\hat{X}_i(k+1) - \hat{X}(k+1))(\hat{X}_i(k+1) - \hat{X}(k+1))^T)] \quad (26)$$

在基本粒子滤波算法的计算过程中, 利用中心差分扩展卡尔曼滤波算法得出基本粒子滤波的建议分布函数, 通过这个建议分布函数来代替基本粒子滤波算法的重要性密度函数 $p(\hat{X}(k+1) | \hat{X}_i(k))$, 实现对目标状态的更新, 该算法可大幅减小状态更新时间, 且跟踪精度较高。

3 仿真实例

选择单目标匀速直线运动的一个经典场景, 将

改进的粒子滤波(Improved PF)算法与基本粒子滤波(PF)算法、无迹粒子滤波(UPF)算法进行仿真比较,观察这三种目标跟踪算法在精度和实时性方面的性能。

低空目标做匀速直线运动,其初始状态为 $\mathbf{X}_0^* = [550\text{m}, -1\text{m/s}, 650\text{m}, -1.5\text{m/s}]^T$, 为克服被动探测的不可测性,探测器做“之”字型分段匀速运动,其初始状态为 $\mathbf{X}_0^s = [0\text{m}, 1.8\text{m/s}, 0\text{m}, -1\text{m/s}]^T$, 在第150个采样时刻,探测器速率变为 $v_x^s = -0.8\text{m/s}$, $v_y^s = 2\text{m/s}$,探测器采样周期为 $T = 1\text{s}$,测量偏差为 0.08rad ,总采样次数为350,跟踪场景图及测量方位角变化曲线如图2和图3所示。

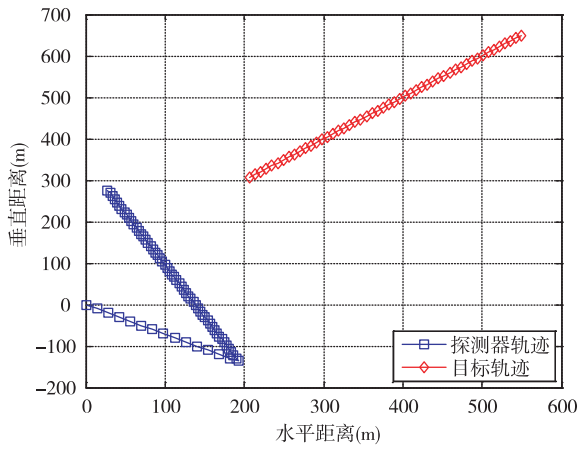


图2 匀速直线运动目标跟踪场景示意图

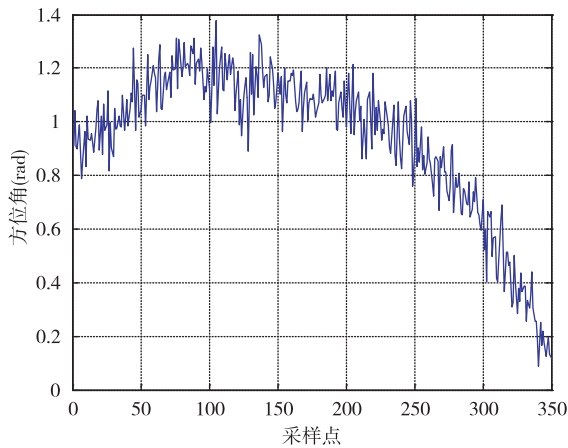


图3 测量得到的方位角变化曲线

算法参数设置如下:过程噪声标准差设置为 0.05m/s^2 ,在无迹卡尔曼滤波(UPF)算法中,取 $\zeta = 10^{-3}$, $\kappa = -1$, $\eta = 2$;在中心差分扩展卡尔曼滤波算法中,取中心差分步长 $u = \sqrt{3}$ 。分别用三种目标跟

踪算法对其进行跟踪,蒙特卡罗仿真次数为 $Mon = 100$,将它们的相对距离误差和相对速度误差曲线进行比较,如图4-图7所示。

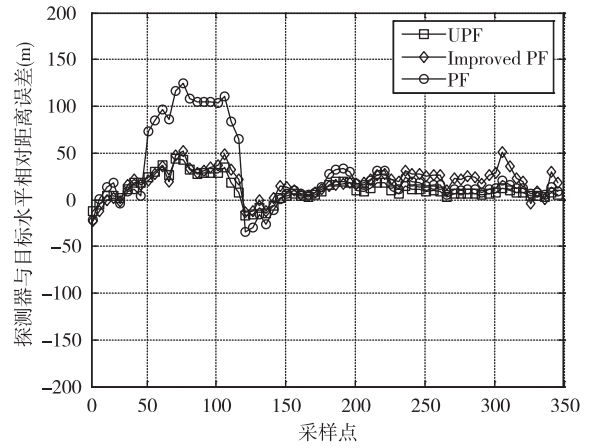


图4 目标与探测器水平相对距离误差

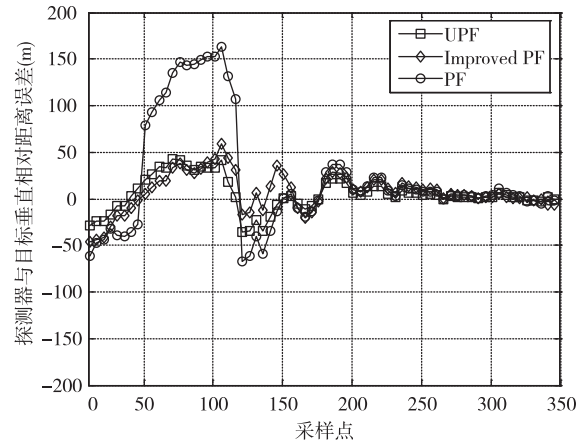


图5 目标与探测器垂直相对距离误差

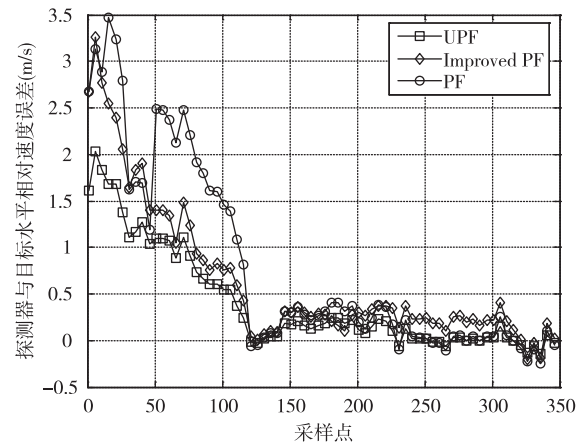


图6 目标与探测器水平相对速度误差

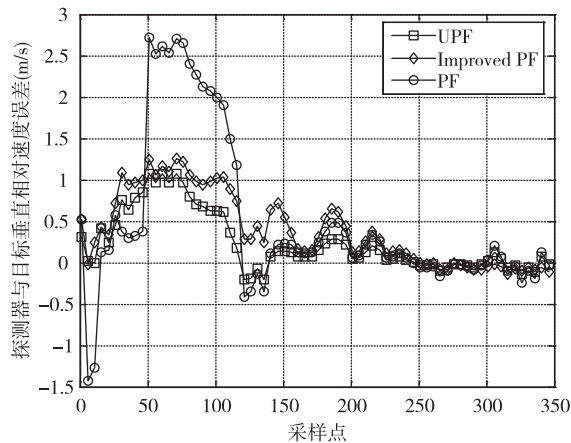


图 7 目标与探测器垂直相对速度误差

表 1 给出了无迹粒子滤波算法、改进的粒子滤波算法和基本粒子滤波算法经过 100 次蒙特卡罗仿真后得到的相对距离, 相对速度的均方根误差 (RMSE) 和运算时间。其中, r 表示目标与探测器之间的相对距离, t 表示运行 100 次蒙特卡罗仿真的时间, t' 表示在一次完整的仿真中, 每完成一次状态向量更新所使用的时间。

表 1 UPF、Improved PF 和 PF 的均方根误差及运算时间比较

	RMSE		
	UPF	Improved PF	PF
r (m)	37.2765	46.0516	87.5876
r_x (m)	29.1249	32.5172	53.6752
v_x (m/s)	0.93238	1.0392	1.1726
r_y (m)	30.5367	34.4682	70.2851
v_y (m/s)	0.65227	0.84618	1.211
t (s)	20.7	10.3	12.6
t' (ms)	11.21	3.78	4.57

从三种目标跟踪算法得到的相对距离误差和相对速度误差曲线图和表 1 中的数据可以看出, 无迹粒子滤波算法的目标跟踪精度最高, 其次是改进的粒子滤波算法, 而基本粒子滤波算法的精度最低, 并且, 改进的粒子滤波算法的精度与无迹粒子滤波算法的精度相近。从计算时间上, 无迹粒子滤波算法在完成每一次目标状态向量更新的时间是最长的, 其次是基本粒子滤波算法, 而改进的粒子滤波算法所需的时间最短。这是因为每一个采样时刻, 无迹卡尔曼滤波算法在状态向量的周围产生 $2n_x + 1$ (n_x

为状态向量的维数) 个确定的 Sigma 点, 每个 Sigma 点相当于单独运行一个扩展卡尔曼滤波算法, 然后所有 Sigma 点的结果加权求和得到系统的状态向量的估计, 因此, 无迹卡尔曼滤波算法的运算时间长, 大约为扩展卡尔曼滤波算法的 $2n_x + 1$ 倍。中心差分扩展卡尔曼滤波算法只在计算残差协方差矩阵时用中心差分公式完成非线性观测方程传递函数偏导数的计算, 而其它部分与扩展卡尔曼滤波算法相同, 因此, 中心差分扩展卡尔曼滤波算法的运算时间很短。

4 结 论

研究了基于旋转式三维静电探测器的目标跟踪问题, 建立了探测低空飞行目标的数学模型。针对测量方程为非线性的特点, 为了提高滤波算法的滤波精度, 减少计算时间, 提出一种基于中心差分的改进粒子滤波算法, 即将中心差分的计算方法应用于扩展卡尔曼滤波算法的非线性函数的导数计算, 形成中心差分扩展卡尔曼滤波算法。利用中心差分扩展卡尔曼滤波算法得出基本粒子滤波的建议分布函数, 通过这个建议分布函数来代替基本粒子滤波算法的重要性密度函数, 实现对目标状态的更新。将改进的粒子滤波算法应用于静电目标跟踪, 从跟踪精度和计算时间等方面比较, 改进的粒子滤波算法在跟踪精度上接近于无迹粒子滤波算法, 比基本粒子滤波算法的精度有明显提高; 在计算时间上, 改进的粒子滤波算法计算时间最短, 远小于无迹粒子滤波算法的计算时间。理论分析与仿真结果表明, 改进的粒子滤波算法比无迹粒子滤波算法和基本粒子滤波算法更适用于静电目标跟踪。

参考文献

- [1] 代方震, 崔占忠, 李明. 电极扫描式静电探测系统对空中目标定位方法研究. 兵工学报, 2003, 24: 479-483
- [2] 毕军建. 对空弹药引信用静电矢量探测技术研究[博士学位论文]. 北京: 北京理工大学, 2003.
- [3] 代方震. 基于电极扫描原理的被动式静电探测技术研究[博士学位论文]. 北京: 北京理工大学, 2004.
- [4] 陈曦. 被动式地面静电探测技术研究[博士学位论文]. 北京: 北京理工大学, 2005.
- [5] 付巍. 低空目标静电探测与跟踪算法[博士学位论文]. 北京: 北京理工大学, 2009.
- [6] Sanjeev M, Simon M. A tutorial on particle filter for online non-linear/non-Gaussian Bayesian tracking. *IEEE Trans.*

- on *Signal Processing*, 2002, 50(2):174-188
- [7] Hu Z T, Pan Q. An improved Particle filtering algorithm based on observation inversion optimal sampling. *Journal of Central South University of Technology*, 2009, 16(5): 815-820
- [8] 刘尚合,武占成. 静电放电及危害防护. 北京:北京邮电大学出版社,2004. 35-36
- [9] 陆金浦,关治. 偏微分方程数值解法. 北京:清华大学出版社,2004. 16-17
- [10] Liu J, Chen R. Sequential Monte Carlo Methods for Dynamic Systems. *Journal of the American Statistical Association*, 1998, 13(4):1032-1044

An electrostatic target tracking algorithm based on improved particle filtering

Fu Wei^{*}, Zheng Bin^{**}

(^{*} School of Computer and Control Engineering, North University of China, Taiyuan 030051)

(^{**} School of Information and Communication Engineering, North University of China, Taiyuan 030051)

Abstract

With the consideration of electrostatic detection's advantages of passivity, anti-low-altitude and anti-stealth, a technique for probing and tracking a low-altitude target by using an electrostatic detector was studied, and a mathematical model for detecting low-altitude targets based on a rotating three-dimensional electrostatic detector was established. Then, an improved particle filtering (PF) algorithm based on the centre differential was proposed according to the characteristics of the mathematical model and the analysis of the shortcomings of the PF algorithm. The improved PF algorithm uses the centre differential expanded Kalman filtering algorithm to generate a PF-based proposal distribution function and update the target state. The theory analysis and simulation results show that the improved PF algorithm can use the data to track moving targets effectively with the higher positioning precision and smaller updated time compared with the PF algorithm and the unscented particle filtering algorithm.

Key words: information processing technology, electrostatic detection, particle filtering algorithm, target tracking