

基于最大似然估计降低 OFDM 系统峰均功率比的 子载波预留算法^①

韩东升^{②*} 杨 维* 刘 薇*

(* 北京交通大学 电子信息工程学院 北京 100044)

(** 华北电力大学 电气与电子工程学院 保定 071003)

摘 要 为降低正交频分复用 (OFDM) 系统的峰均功率比 (PAPR), 研究了传统的限幅 - 子载波预留 (clipping-TR) 算法收敛速度过慢的问题, 在此基础上提出了一种基于最大似然估计 (MLE) 的子载波预留 (TR) 算法, 即 MLE-TR 算法。该算法充分利用限幅操作产生的限幅噪声来生成 TR 算法所使用的峰值抵消信号, 通过 MLE 算法来获得最佳优化因子以使峰值抵消信号幅值逼近限幅噪声, 因而能在快速收敛的情况下获得较好的降低 PAPR 的性能。仿真表明, 最多采用 2 次迭代, MLE-TR 算法所获得的性能就能与 clipping-TR 算法经过 6 次迭代之后才能获得的 PAPR 降低的性能相当。且经过仿真可知, 该算法也具有较好的 BER 性能。

关键词 峰均功率比 (PAPR), 子载波预留 (TR), 限幅, 最大似然估计 (MLE)

0 引 言

正交频分复用 (orthogonal frequency division multiplexing, OFDM) 是一种多载波调制 (multi-carrier modulation, MCM) 传输技术, 具有很多其他无线通信技术所无法比拟的优势。OFDM 技术的主要缺点是 OFDM 系统具有较高的峰均功率比 (peak-to-average-power ratio, PAPR)^[1]。目前, 国内外的学者已围绕着怎样降低 OFDM 系统的 PAPR 进行了大量的研究工作, 产生了多种方法, 主流方法可以分为三大类: 信号预畸变技术, 如限幅 (clipping)^[2]、压扩 (companding)^[3] 等; 信号编码技术, 如格雷互补序列编码^[4]; 信号扰码技术, 如部分传输序列 (partial transmission sequence, PTS)^[5]、选择性映射 (selective mapping, SLM)^[6]、子载波预留 (tone reservation, TR)^[7] 等。这三大类技术各有优点和不足, 为了取长补短, 可以将不同种类的技术联合起来以充分发挥各种技术的优势, 由此出现了各种各样的联合算法, 其中, 将限幅和子载波预留技术联合起来所产生的 clipping-TR 算法是一种比较实用且又具有良好

性能的算法。clipping-TR 算法^[8]第 1 次迭代后的峰值抵消信号的幅值要远远小于原始的限幅噪声, 导致该算法需要进行多次迭代才能获得较好的效果, 使算法整体收敛速度较慢。文献[8]提出了一种基于最小二乘方法的改进 TR 算法, 该算法能够解决 clipping-TR 算法收敛速度较慢的问题。本文在 clipping-TR 算法和文献[8]算法的基础上, 提出了一种同样具有较快收敛速度的最大似然估计 (maximum likelihood estimate, MLE) 联合 TR 的 MLE-TR 算法。该算法通过最大似然估计的方法产生一个优化因子, 将限幅噪声乘以这个优化因子来生成峰值抵消信号, 在这一过程中充分利用了限幅噪声, 进而使用生成的峰值抵消信号来降低 OFDM 信号的峰均功率比。

1 MLE-TR 算法

图 1 所示为传统的子载波预留 (TR) 算法的实现框图。由图 1 可见, 用 TR 算法时, 一些子载波不用来传输数据信息, 而是用来生成峰值抵消信号, 这些子载波被称为预留子载波。而预留子载波降低峰

① 国家科技支撑计划 (2013BAK06B03) 和国家自然科学基金 (51274018, 61302106) 资助项目。

② 1980 年生, 博士, 讲师; 研究方向: 宽带无线通信; 联系人, E-mail: dshhan@gmail.com
(收稿日期: 2012-11-13)

均功率比(PAPR)算法的基本思想^[9]是在共有 N 个信号的 OFDM 系统中,预留出 M 个子载波,在这些预留子载波上安排适当的数据 $C(k)$,进行逆向快速傅立叶变换(inverse fast Fourier transform,IFFT)运算后得到对应的时域信号 $c(n)$,使其恰好可以抑制原 OFDM 信号 $x(n)$ 的峰值。过采样因子为 L 的离散时域过采样 OFDM 信号可通过 LN 点的 IFFT 运算而得,即

$$x(n) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} X(k) e^{\frac{j2\pi kn}{LN}}, n = 0, 1, \dots, LN - 1 \quad (1)$$

其中, $X(k)$ 为 N 个信号中的第 k 个复调制信号。

TR 算法的核心是如何获得预留子载波上的数据 $c(n)$ 以降低抑制原 OFDM 信号 $x(n)$ 的峰值。对此,一种有效的方法为 clipping-TR 算法。用该算法时, $x(n)$ 首先需要进行限幅操作,利用限幅产生的限幅噪声来生成峰值抵消信号。

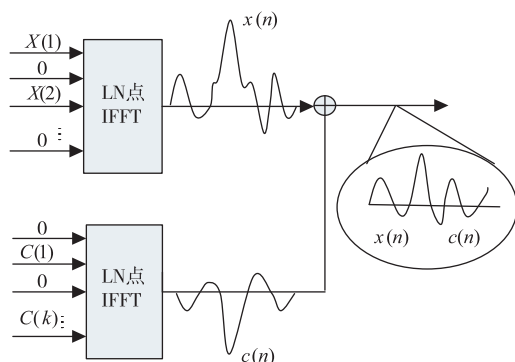


图1 传统的子载波预留算法的实现框图

令限幅阈值为 A , 则 $x(n)$ 经过限幅操作后的信号为

$$\tilde{x}(n) = \begin{cases} x(n), & |x(n)| \leq A \\ Ae^{j\theta_n}, & |x(n)| > A \end{cases} \quad (2)$$

其中, $x(n) = |x(n)|e^{j\theta_n}$ 。

$x(n)$ 中超过阈值的峰值部分可以作为时域中理想的峰值抵消信号 $f(n) = \tilde{x}(n) - x(n)$ 。由此可以得出峰值抵消信号 $c(n)$ 的获得方法。即令 $\mathbf{F} = \text{FFT}(\mathbf{f})$, 其中 $\mathbf{F} = [F(0), F(1), \dots, F(N-1)]$, $\mathbf{f} = [f(0), f(1), \dots, f(LN-1)]$, 则有

$$C(k) = \begin{cases} F(k), & k \in \mathbf{R} \\ 0, & k \in \mathbf{R}^c \end{cases} \quad (3)$$

其中, $k = 0, 1, \dots, N-1$; $\mathbf{R} = \{i_0, i_1, i_2, \dots, i_{M-1}\}$ 为降低峰值子载波在所有的 N 个子载波中所占的位

置序列; $\mathbf{N} = \{0, 1, \dots, N-1\}$ 为所有 N 个子载波的位置序列; $\mathbf{R}^c$ 为在 $\mathbf{N}$ 中 $\mathbf{R}$ 的补集。

峰值抵消信号 $c(n)$ 由 LN 点 IFFT 操作产生, 即 $\mathbf{c} = \text{IFFT}(\mathbf{C})$, 其中 $\mathbf{c} = [c(0), c(1), \dots, c(LN-1)]$, $\mathbf{C} = [C(0), C(1), \dots, C(N-1)]$ 。

在文献[8]中, 定义幅值超过限幅阈值的信号所组成的子载波集合为 $\mathbf{P} = \{n | |f(n)| > 0\}$, 其中, 集合中的子载波个数为 N' , 而 $\mathbf{P}$ 在 $\{0, 1, \dots, LN-1\}$ 上的补集为 $\mathbf{P}^c$ 。但是当 $n \in \mathbf{P}$ 时, $c(n)$ 的幅值比 $f(n)$ 的幅值要小得多, 因此可能需要很多次甚至无穷次迭代才能产生足够好的峰值抵消信号来近似等于理想的峰值抵消信号 $f(n)$ ($n \in \mathbf{P}$), 这将会极大地减慢收敛速度。为了解决该问题, 文献[8]根据快速傅立叶变换(FFT)运算的线性特性, 提出将 $c(n)$ 乘以一个优化因子 p 而得到 $\tilde{c}(n)$, 以此来逼近 $f(n)$ 的方法。该方法简单高效且容易实现, 其关键在于如何计算优化因子 p 。文献[8]中提出了一种基于最小二乘估计的子载波预留算法, 利用最小二乘估计方法的原理, 即令 $p \cdot |\mathbf{c}| - |\mathbf{f}|$ 的平方和最小来求取 p 。

同样地, 也可以利用最大似然估计(MLE)的原理, 即令 $p \cdot |\mathbf{c}| - |\mathbf{f}| \rightarrow 0$ 的概率最大来求取 p 。由此, 我们提出了一种基于最大似然估计的子载波预留算法, 称为 MLE-TR 算法, 同样也能够很好地获得优化因子 p 。

图2所示为用 MLE-TR 算法来获得峰值抵消信号的实现框图。

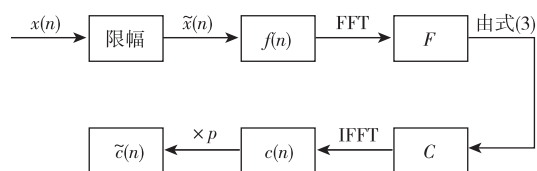


图2 用 MLE-TR 算法来获得峰值抵消信号的实现框图

以下分析和推导如何应用最大似然估计的方法来计算优化因子 p 。

令 $y(i) = p \cdot c(n) - f(n)$, 其中 $n \in \mathbf{P}$, $i = 0, 1, \dots, N' - 1$, 则 $y(i)$ 的概率函数为

$$f(y_i | p) = p |c(n)| - |f(n)| \quad (4)$$

由最大似然估计的定义可知, $y(i)$ 的似然函数为

$$L(p) = L(y_1, y_2, \dots, y_{N'})$$

$$= f(y_1, y_2, \dots, y_{N'} | p) \quad (5)$$

由 OFDM 信号间的正交性,上式可写为

$$\begin{aligned} L(p) &= L(y_1, y_2, \dots, y_{N'}; p) \\ &= f(y_1, y_2, \dots, y_{N'} | p) \\ &= \prod_{i=1}^{N'} f(y_i | p) \\ &= \prod_{n \in P} (p | c(n) | - | f(n) |) \end{aligned} \quad (6)$$

最大似然估计的原理即为在 p 的可能取值范围内,选取使 $L(p)$ 达到最大的参数 $\hat{p}$ 作为 p 的估计值,即取 $\hat{p}$, 使 $L(p) = L(y_1, y_2, \dots, y_n; \hat{p}) = \max L(y_1, y_2, \dots, y_n; p)$ 。

因此,求 p 的最大似然估计值的问题就是求似然函数 $L(p)$ 的最大值问题。又因 $\ln L(p)$ 是 $L(p)$ 的增函数,所以, $\ln L(p)$ 与 $L(p)$ 在同一值处取得最大值,该最大值可以通过解 $\frac{d \ln L(p)}{dp} = 0$ 来求得。

则有

$$\begin{aligned} \frac{d \ln L(p)}{dp} &= \frac{d \sum_{n \in P} \ln(p | c(n) | - | f(n) |)}{dp} \\ &= \sum_{n \in P} \frac{|c(n)|}{p |c(n)| - |f(n)|} \\ &= 0 \end{aligned} \quad (7)$$

解式(7)可得唯一解,为

$$\hat{p} = \frac{\sum_{n \in P} |f(n)|}{\sum_{n \in P} |c(n)|} \quad (8)$$

其中,为了令阈值 A 不至于过大,必须保证 $\mathbf{P} \neq \Phi$, 因此 $c(n) \neq 0$, 则必有 $\sum_{n \in P} |c(n)| \neq 0$ 。

又因

$$\frac{d^2 \ln L(p)}{dp^2} = - \sum_{n \in P} \frac{|c(n)|^2}{(p |c(n)| - |f(n)|)^2} < 0 \quad (9)$$

则 $\hat{p}$ 为 $\ln L(p)$ 的极大值点。又因为 $\hat{p}$ 是式(7)的唯一解,则 $\hat{p}$ 为 $\ln L(p)$ 的最大值,也即为 $L(p)$ 的最大值。那么, $\hat{p}$ 即为 p 的最大似然估计。且经过第一次迭代后,峰值抵消信号 $\hat{p} \cdot |c|$ 的幅值是原噪声信号 $|f|$ 的最佳逼近,因为使 $p \cdot |c| - |f| \rightarrow 0$ 的概率达到了最大。因此, $|x(n) + \hat{p}c(n)|$ 近似等于 $|x(n) + f(n)| (n \in \mathbf{P})$, 且第一次迭代之后可以获得较好的 PAPR 降低性能。

2 MLE-TR 算法的性能分析

2.1 MLE-TR 算法的 PAPR 性能分析

为了分析 MLE-TR 算法的性能,本文建立了一个 OFDM 系统进行仿真,其中,子载波数为 $N = 256$, 预留子载波数为 $M = 16$, 过采样因子为 $L = 4$, 采用正交相移键控(quadrature phase shift keying, QPSK)进行调制,预留子载波集合 $\mathbf{R}$ 随机产生。以互补累计分布函数(complementary cumulative distribution function, CCDF)来衡量系统降低 PAPR 的性能。

图3表征了当分别经过1~8次迭代时,MLE-TR 算法降低 PAPR 的性能。图4表征了当 MLE-TR 算法经过2次迭代,clipping-TR 算法经过6次迭代时,系统降低 PAPR 的性能。

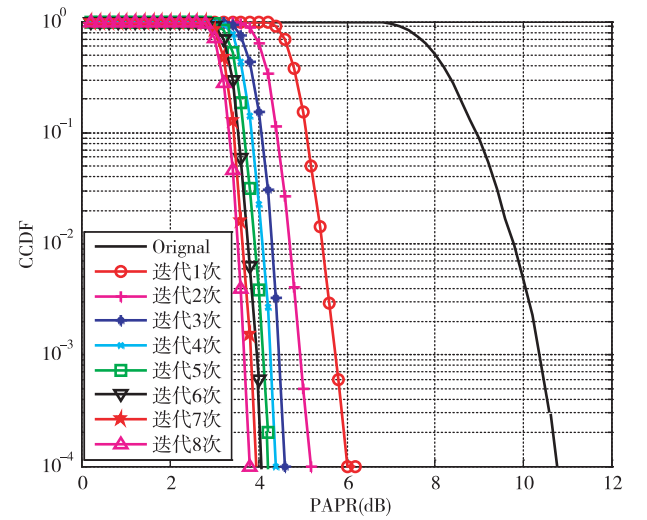


图3 经过1~8次迭代,最大似然估计-TR 算法的 PAPR 性能曲线

由图3可见,当 $CCDF = 10^{-4}$ 时,经过第1次迭代之后系统的 PAPR 已经降低到6dB 附近,经过第2次迭代之后系统的 PAPR 又降低了1dB 左右,而余下的几次迭代对系统的 PAPR 的降低作用远没有第1次与第2次迭代效果显著,故对于 MLE-TR 算法而言,进行2次迭代即可将系统的 PAPR 降低到理想的水平。而由图4可见,当 $CCDF = 10^{-4}$ 时,clipping-TR 算法经过6次迭代后,系统的性能与 MLE-TR 算法经过2次迭代后的性能相当。这证明了 MLE-TR 算法的收敛速度很快。

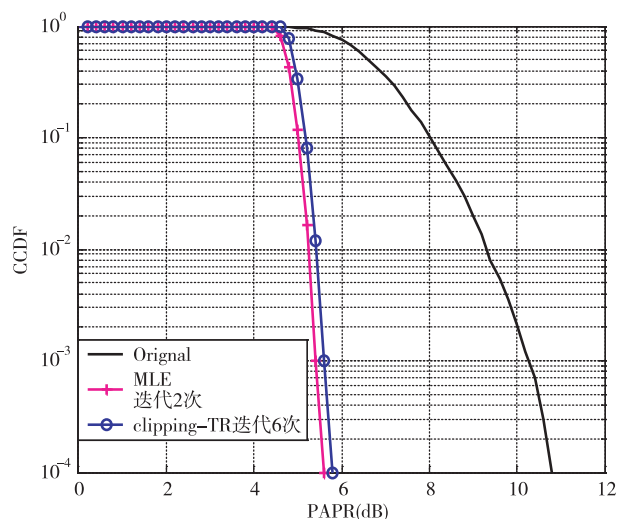


图4 MLE-TR 算法经过 2 次迭代, clipping-TR 算法经过 6 次迭代, 系统降低 PAPR 的性能曲线

2.2 MLE-TR 算法的复杂度分析

clipping-TR 算法的每次迭代过程都需要两次 LN 点的 FFT/IFFT 运算。一般来说, 每次 FFT/IFFT 运算的计算复杂度为 $O(LN\log_2 LN)$, 因此, clipping-TR 算法的计算复杂度为 $2 \times I \times O(LN\log_2 LN)$, 其中 I 为迭代次数。然而, 由图 3 可见, 提出的 MLE-TR 算法需要最多两次迭代就能获得相同的 PAPR 降低性能。每次迭代中, 在两次 FFT/IFFT 运算之间, MLE-TR 算法的额外计算复杂度就在于需要计算优化因子 p 的值。在式 (9) 中, 当设集合 P 中的元素的数量为 K 时, 实数加法的数量是 $2K - 1$, 实数乘法的数量是 $2K + 1$ 。因此, 计算 p 的复杂度为 $O(2K + 1)$ 。那么, MLE-TR 算法的整体计算复杂度为 $2 \times (2 \times O(LN\log_2 LN) + O(2K + 1))$ 。对于 $K \leq N$ 且当 $I > 2$ 时, 可得 $LN\log_2 LN \geq (2K + 1)$, MLE-TR 算法的计算复杂度比 clipping-TR 算法的计算复杂度有显著的降低, 且该计算复杂度的降低与 MLE-TR 算法的较快收敛速度是密不可分的。

2.3 计算限幅阈值

为了使 MLE-TR 算法能够适应每一个具体的系统, 在进行限幅操作时, 并不事先规定限幅阈值 A , 因为一般在进行限幅操作时, 所采用的限幅阈值只是一个固定的经验值, 这会对最终的 PAPR 降低性能造成一定的影响。因此, 我们可以针对每一个具体的系统, 通过计算获得所需的限幅阈值 A 。

从式 (2) 可知, f 中的一些元素是非 0 的, 可将这些非 0 元素的个数记为 n 。因此, 由式 (3) 所得的超定方程中相当于有 n 个未知元素的 M 个方程。

因为集合 R 中元素的个数为 M , 所以一个预留的子载波最多可以在 f 中生成一个非 0 的元素。因此, 在 f 中最多可以得到 M 个组成元素。并且已知, 当子载波数 N 足够大时, 例如在 $N \geq 64$ [10] 的情况下, $x(n)$ 的幅度分布近似为瑞利分布, 其概率分布函数为

$$g(\alpha) = \frac{2\alpha}{\sigma^2} e^{-\alpha^2/\sigma^2}, \alpha > 0 \quad (10)$$

式中, σ^2 为 $x(n)$ 的平均功率。则 f 中的非 0 元素的个数 n 近似为 Ne^{-A^2/σ^2} 。那么, 限幅阈值的计算公式为 [11]

$$A = \sigma \sqrt{-\ln\left(\frac{M}{N}\right)} \quad (11)$$

定义采用了 TR 算法的 OFDM 系统中的子载波预留比 (TRR) 为降低峰值子载波数 M 与子载波数 N 的比值, 即

$$TRR = \frac{M}{N} \quad (12)$$

则有

$$A = \sigma \sqrt{-\ln\left(\frac{M}{N}\right)} = \sigma \sqrt{-\ln(TRR)} \quad (13)$$

图 5 表征了当分别采用限定的限幅阈值和经过计算所得的限幅阈值时, OFDM 系统的 PAPR 性能。其中, 限定的限幅阈值是经验所得, 设 $A = 6\text{dB}$; 而计算所得的限幅阈值则是由式 (13) 计算得到的。

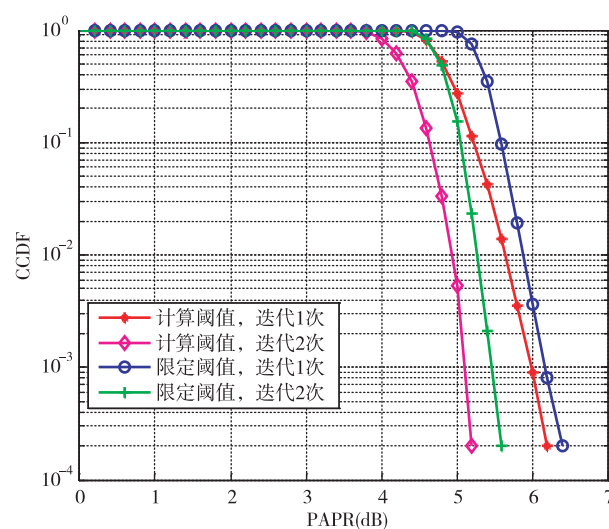


图5 分别采用限定阈值和计算阈值时, MLE-TR 算法的 PAPR 性能曲线

由图 5 可见, 当采用 MLE-TR 算法时, 分别在迭

代 1 次和迭代 2 次时,采用计算阈值的系统性能要优于采用限定阈值的系统性能。通过计算获得所需的限幅阈值 A 更能适应每一个具体的系统,并使系统获得更好的 PAPR 降低性能。

2.4 MLE-TR 算法的 BER 性能分析

为了表征 MLE-TR 算法的误码率 (BER) 性能,在采用了固态高功率放大器 (SSPA) 的加性高斯白噪声 (AWGN) 信道情况下进行仿真。一般来说,大多数无线系统都在发射端采用高功率放大器 (HPA) 来获得足够的发射功率。SSPA 是一种常见的高功率放大器。在应用 SSPA 进行仿真的过程中,令 SSPA 的参数为 2,无相位失真,输入回退设为 0dB^[12]。

图 6 所示表征了子载波数为 $N = 256$ 的 OFDM 系统采用了 clipping-TR 算法和 MLE-TR 算法时,在加性高斯白噪声信道的 BER 性能。其中,预留子载波数为 $M = 16$ 。clipping-TR 算法采用的迭代次数为 6 次,MLE-TR 算法采用的迭代次数为 2 次。

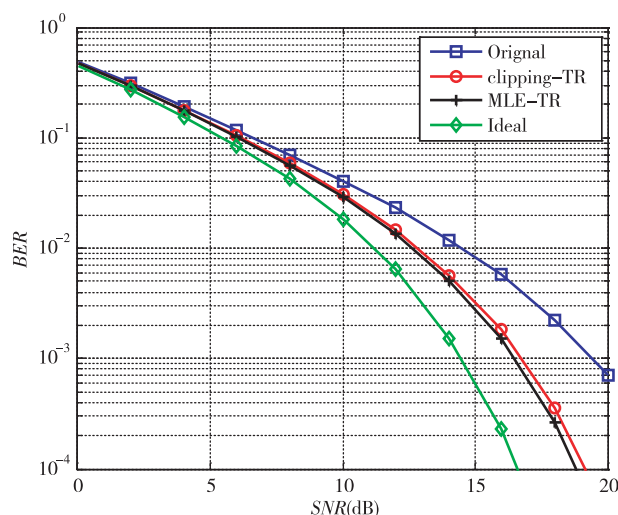


图 6 高斯白噪声信道下的 clipping-TR 和 MLE-TR 的 BER 性能曲线

需要注意的是,标注着“Ideal”的曲线是指忽略了 SSPA 的影响而直接传输原始的 OFDM 信号的系统的 BER 性能。因此,其具有最好的 BER 性能,但这样传输会产生较大的 PAPR。而且由图 6 可见,对于采用了 MLE-TR 算法的系统,其 BER 性能与采用了 clipping-TR 算法的系统相近,并且对于采用了这两种算法的系统,其 BER 性能比没有采用任何降低 PAPR 算法的系统的 BER 性能都要好一些。由此可见,MLE-TR 算法也具有较好的 BER 性能。

3 结 论

本文提出了一种基于最大似然估计算法的子载波预留算法来降低 OFDM 系统的峰均功率比。所提出的最大似然估计 - 子载波预留算法充分利用了限幅操作时产生的限幅噪声来生成子载波预留算法所使用的峰值抵消信号。这种算法的实现是通过最大似然算法来获得一个最佳的优化因子来使峰值抵消信号的幅值逼近限幅噪声。因此,最大似然估计 - 子载波预留算法能够在快速收敛的情况下获得较好的峰均功率比降低性能。仿真结果表明,最多采用 2 次迭代,最大似然估计 - 子载波预留算法所获得的性能就能与限幅 - 子载波预留算法经过 6 次迭代之后才能获得的峰均功率比降低的性能相当。同时,经过仿真可知,最大似然估计 - 子载波预留算法也具有较好的 BER 性能。

参考文献

- [1] Wang Y J, Chen W, Tellambura C. A PAPR reduction method based on artificial bee colony algorithm for OFDM signals. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2010, 9(10): 2994-2999
- [2] Wang Y C, Luo Z Q. Optimized iterative clipping and filtering for PAPR reduction of OFDM signals. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2011, 59(1): 33-37
- [3] Aburakhia S A, Badran E F, Mohamed E. Linear companding transform for the reduction of peak-to-average power ratio of OFDM signals. *IEEE Transactions on Broadcasting*, 2009, 55(1): 155-160
- [4] 丁敏华, 刘元安. 采用基于互补序列分组编码的系统性能分析与仿真. *电路与系统学报*. 2003. 8(1): 7-11
- [5] Ku S J, Wang C L, Chen C H. A reduced-complexity PTS-based PAPR reduction scheme for OFDM systems. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2010, 9(8): 2455-2460
- [6] Wang D, Xu L B. An Improved SLM algorithm for reducing PAPR in OFDM system. In: *International Conference on Control, Automation and Systems Engineering*, Singapore, 2011. 1-3
- [7] Park K, Park I C. Low-complexity tone reservation method for PAPR reduction of OFDM systems. In: *IEEE International Symposium on Circuits and Systems*, Paris, France, 2010. 2147-2150
- [8] Li H B, Jiang T. An improved tone reservation scheme with fast convergence for PAPR reduction in OFDM systems.

- tems. *IEEE Transactions on Broadcasting*, 2011, 57(4): 902-906
- [9] Phoomchusak P, Pirak C. Smart adaptive tone-reservation for PAPR reduction technique with throughput constraint for multi-user OFDMA systems. In: 2011 3rd International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops, Budapest, Hungary, 2011. 1-5
- [10] Ochiai H, Imai H. On the distribution of the peak-to-average power ratio in OFDM signals. *IEEE Transactions on Communications*, 2001, 49: 282-289
- [11] Li Z Y, Zhang W Y, Wang W D. A tone reservation method combining linear clipping and PRT-aided detection algorithm. Vehicular Technology Conference, San Francisco, USA, 2011. 1-5
- [12] Jiang T, Wu Y. An overview: peak-to-average power ratio reduction techniques for OFDM signals. *IEEE Transactions on Broadcasting*, 2008, 54(2): 257-268

A tone reservation scheme based on maximum likelihood method for PAPR reduction in OFDM systems

Han Dongsheng^{* **}, Yang Wei^{*}, Liu Wei^{*}

(^{*} School of Electronic and Information Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044)

(^{**} School of Electrical and Electronic Engineering, North China Electric Power University, Baoding 071003)

Abstract

To reduce the peak-to average power ratio (PAPR) of orthogonal frequency division multiplexing (OFDM) systems, the problem of low convergence speed of the traditional clipping-tone reservation (TR) algorithm for PAPR reduction was studied, and an improved TR method based on the maximum likelihood estimate (MLE), called the MLE-TR algorithm, was proposed. The MLE-TR algorithm makes full use of the clipping noise created in clipping operation to generate peak-canceling signals for TR algorithm, and uses the MLE algorithm to obtain an optimized factor to make the amplitude of peak-canceling signals approach that of the clipping noise, thus the better performance for PAPR reduction is achieved. Compared with the clipping-TR method, the proposed scheme can generate the optimal peak-canceling signals with fast convergence. The simulation results show that the proposed scheme only needs two iterations at most to achieve almost the same PAPR reduction as the clipping method which needs six iterations. The simulation results show that the proposed algorithm also has the good BER performance.

Key words: peak-to-average power ratio (PAPR), tone reservation (TR), clipping, maximum likelihood estimate (MLE)