doi:10.3772/j.issn.1002-0470.2014.08.005

希尔伯特-黄变换若干问题研究与展望[①]

戴豪民[②] 许爱强[③] 李文峰

(海军航空工程学院飞行器检测与应用研究所 烟台 264001)

摘 要 分析了目前比较流行的非线性、非平稳信号的时频分析方法——希尔伯特(Hilbert)-黄(Huang)变换(HHT)在实际应用中存在包络线拟合、端点效应、模态混叠等问题的主要原因,详细综述了目前在克服这些问题上的研究进展,探讨了解决这些问题的新方法,给出了这些问题主要是由HHT算法自身的缺陷造成的结论,提出了建立HHT理论框架和有生命力的HHT算法的研究方向,以期为进一步研究HHT提供参考依据。

关键词 经验模式分解(EMD),包络拟合,端点效应,模态混叠,停止准则

0 引言

希尔伯特-黄变换(Hilbert-Huang transform, HHT)是目前比较流行的非线性、非平稳信号的时频分析方法[1],其核心包括两个过程:经验模式分解(empirical mode decomposition, EMD)和希尔伯特(Hilbert)变换。该方法从本质上讲是对一个信号进行平稳化处理,其结果是将信号中不同尺度的波动或趋势逐级分解,产生一系列具有不同特征尺度的数据序列,每一个序列称为一个固有模态函数(intrinsic mode function, IMF)。IMF能使Hilbert变换求出的瞬时频率具有真实的物理意义。这种采用HHT的分析方法已被广泛应用于水声信号处理、机械故障特征提取、地震信号检测等各个领域。但是,HHT在应用过程中存在诸如包络拟合、端点效应、模态混叠、筛选停止准则以及严格的数学框架等问题,这些问题已限制了它在工程中的应用和在科学分析中的发展。本文主要分析了上述各种问题的产生原因以及对这些问题研究的进展,为研究该信号时频分析方法的今后发展提供参考依据。

1 包络拟合

原始经验模式分解(EMD)采用三次样条插值方法进行上、下包络拟和,来求取信号的均值曲线。但是这种方法存在较严重的过冲现象,而且两次插值会加大均值曲线偏差。文献[2]指出,三次样条曲线是二阶光滑的(二阶连续可导),过冲的主要原因是曲线的"柔性"不够,会在临近间隔大且缺少约束的插值点之间出现剧烈振荡,于是提出分段幂函数插值法,通过牺牲曲线的光滑性使包络线更具"柔性"。其幂指数可以取任意大于1的整数或小数,但随着幂指数的增大,计算时间也显著增加。通过实验说明,当幂指数$\beta = 2.5$时,包络线同时具备较好的光滑性和柔性,但此时包络线仍然只有一阶光滑性(一阶连续可导)。文献[3]指出,过冲的原因是由于三次样条插值方法在待拟合的两个邻近插值点之间不具备单调性,于是提出分段三次厄米特插值法,它能够使待拟合的两个邻近插值点之间具备单调性,较好地克服了包络插值过程中出现的过冲现象,但包络线只有一阶光滑性,它只能保证各段曲线在连接点处的连续性,而不能保证插值曲线在这些点上的光滑性。文献[4]提出了B样条插值法,该方法是为了便于对EMD分解进行理论分析而引入的一种替代方法,插值特性并没有显著提高。另外,文献[5]采用二次规划约束方法直接拟合包络的均值曲线,文献[6]采用局部积分均值的方法拟合包络的均值曲线,这两种直接拟合方法在一定程度上都会克服过冲现象,进一步减小拟合误差。

① 总装备部武器装备预研基金资助项目。

② 男,1982年生,博士生;研究方向:信号处理与故障诊断;E-mail: daihaomin521@163.com

③ 通讯作者,E-mail: 1397245858@qq.com

(收稿日期:2014-01-24)

目前,改进包络线拟合的方法主要包括两种:(1)改进插值方法,诸如采用分段三次厄米特插值、B 样条插值、分段幂函数插值等;(2)增加更多可利用节点,例如信号极值中点、切点、拐点等,直接拟合均值曲线。EMD 算法的第一步就是包络线的生成,包络线不准确就会导致 EMD 分解结果有较大误差,原始 EMD 采用数据极值点拟合包络线,其实这与几何学上包络线的定义有较大偏差。在几何学中,某个曲线族的包络线,是指一条与这族曲线中任意一条都相切的曲线。所以本文认为从几何学角度生成包络线将会是 EMD 以后的发展方向,也会使 EMD 算法更加“数学化”。

2 端点效应

HHT 的端点效应现象在 EMD 和 Hilbert 变换中都存在,这两种端点效应现象引起的失真的叠加,造成了 HHT 的端点部分无法正确反映信号所包含的信息。

2.1 EMD 中的端点效应

EMD 是用极值点拟合信号包络线进行分解的。在信号内部,极值点总是能获得的,但信号在端点处往往是非极值点,以致三次样条曲线在端点附近插值求包络过程中容易出现误差,并且每次分解都需多次筛选,每次筛选又是用信号的极值点拟合信号的均值曲线,导致误差不断累积并向内传播污染整个数据序列,从而影响分解结果,这就是 EMD 的端点效应[7]。对于高频的固有模态函数(IMF)分量,其极值点之间的距离较小,端点效应仅局限在信号两端附近很小的范围内,可以通过抛弃两端的数据来保证所得到的包络的失真度达到最小;但对于低频的 IMF 分量,其时间尺度大,极值间隔距离大,同时极值点相对较少,端点效应现象更为突出,误差的积累与传播导致分解出的低频 IMF 完全扭曲,丧失物理意义。针对 EMD 的端点效应问题,目前提出的抑制端点效应的方法大致分为三类:波形延拓法、数据预测延拓法和极值延拓法。

波形延拓法从原始信号内部找出符合信号发展趋势的波形对信号进行延拓。比较典型的方法是波形匹配延拓[8]和镜像闭合延拓[9]。波形匹配延拓是采用信号内部和边缘处变化趋势最为相似的子波来对端点处数据进行延拓,这样在信号内在规律性较强的情况下,它可以最大限度地保持信号的发展趋势,同时它也是一种自适应的方法,即使当信号边缘发生异常变化,在信号内部找不到与之相匹配的子波时,该方法会利用靠近端点的两个极值的平均值来近似端点处的极值。波形匹配延拓由于具有自适应性,应用比较广泛。然而,该方法要求延拓波形与原始信号相似,这就限制了延拓波形潜在的发展趋势,当真实延拓波形与原始信号相差较大时,用此方法求得的延拓波形误差较大。镜像闭合延拓就是将两面“镜子”分别放在数据序列的左右两侧具有对称性的极值点上,通过镜内信号映射可以得到一个周期性信号,其长度是镜内信号的两倍,如果取其中一个周期的信号,将其首尾相接,就可得到一个环形的闭合曲线,这样,经过延拓后的信号具有周期性且不含有端点,绕开了 EMD 的端点效应问题。但该方法对信号的对称性要求较高,不适合处理短数据信号。

数据预测延拓法是利用一些智能学习算法对信号数据进行预测和延拓,借以抑制端点效应。比较典型的方法是神经网络[10]和支持向量回归机[11],但这些算法预测精度仍有待提高,而且时间开销过大,考虑到实际应用时系统的实时性要求,这些方法并不可取。

极值延拓法是将信号端点附近的极值点按照一定的规则向信号的两端延拓一定的个数,此方法不必对信号数据本身进行延拓。因为信号的上下包络完全由极值点来确定,所以这种方法操作方便,计算量小。比较典型的方法包括镜像对称延拓[12]和线性外推法[13]。镜像对称延拓与镜像闭合延拓类似,该方法是通过对邻近边缘的极值添加镜像来增加极值点,显然对信号的对称性要求较高。线性外推法是基于原始数据本身的判断,它以距端点最近的两个极大值点连线和两个极小值点的连线为依据,推导出端点处的极值点。该方法操作简单,但如果端点处的信号振荡比较剧烈,则误差就会较大。

这 3 类方法对抑制端点效应都有一定的效果,甚至对特定信号的处理效果较好。但由于实际信号的复杂多变性,这 3 类方法也都表现出一定的局限性,或体现在抑制的效果上,或体现在运算的效率上。鉴于单一方法的局限性,将多种方法结合起来使用也是一种思路,这也许是未来处理端点效应的一种有效方法。

2.2 Hilbert 变换中的端点效应

理论上通过 Hilbert 变换解调 IMF 能得到具有真实物理意义的瞬时频率,而实际上采用 Hilbert 变换解调信号需要满足 Bedrosian 定理和 Nuttall 定理

的条件[14],否则不仅可能会出现负频率情况,而且时频图的两端也会出现严重的突变和振荡,造成比较严重的端点效应。另外,在实际应用中,IMF 通过 Hilbert 变换计算瞬时频率采用快速傅里叶变换(fast Fourier transform, FFT)实现的。信号经过 FFT 后,通过将负频率部分强制赋 0,然后进行逆傅里叶变换,就得到了 Hilbert 变换的表达式。从这个意义上说,信号 FFT 后存在能量扩散,正频率部分存在从负频率扩散而来的能量,因此即使把负频率部分强制赋 0,也不能完全保证消除所有的负频率能量。从滤波器的角度来说,Hilbert 变换实际上是通过一个冲击响应为 1/t 的滤波器,由于认为滤波器的前端全是 0,所以滤波存在误差,并且在数字方法实现时,由于数据的非完整周期采样,进行 FFT 便会出现频谱泄露现象,时频图的两端也会出现严重的突变和振荡。综合上述两方面原因,采用 Hilbert 变换解调 IMF 会产生端点效应。

目前,克服的端点效应问题最实用的方法就是采用其他方法绕过 Hilbert 变换来求解瞬时频率。典型方法主要包括能量算子法、直接正交法、反余弦函数法。

能量算子法是 Teager 于 1993 年提出的一种提取调制信号的幅值和频率信息的方法[15]。它通过定义一种非线性算子得到调制信号的幅值和频率。该算法是数学表达式的一种近似变换,原理简单,计算量小,因此近年来在求取信号的瞬时特征方面得到广泛应用,取得了很好的效果。但 Teager 能量算子法是基于信号具有线性相位且瞬时幅值近似为常数的情况,因此对于大部分窄带信号有很好的效果,如果瞬时幅值是时间的瞬变函数,或者波形有波内调制或谐波失真,能量算子法将会有很大的误差。

直接正交法是 2005 年 Huang 等人在经验调频-调幅(AM-FM)分解的基础上提出了计算瞬时频率的方法[16]。IMF 经过经验 AM-FM 分解会成为一个调幅调频信号,其中调幅部分代表该信号的包络,调频部分是幅值为 1 的载波信号,并且其极大值为 1,极小值为 -1,即 $F(t) = \cos\varphi(t)$,$F(t)$ 为 IMF 的调频部分,$\varphi(t)$ 为 IMF 的相位,那么就可以直接得到它的正交项:

$$\sin\varphi(t) = \sqrt{1 - F^2(t)} \tag{1}$$

利用反正切求其相位函数:

$$\varphi(t) = \arctan \sqrt{1 - F^2(t)}/F(t) \tag{2}$$

则信号的瞬时频率表示为

$$f(t) = [\arctan \sqrt{1 - F^2(t)}/F(t)]'/2\pi \tag{3}$$

直接正交法有很多优点:它没有使用 Hilbert 变换,绕开了 Bedrosian 定理和 Nuttall 定理的限制,而且瞬时频率的计算只是基于信号自身的反正切求导运算得到的,所以计算量较小,局部性较好,精确度较高。

反余弦函数法是 2005 年 Smith 在局域均值分解的基础上提出的一种计算瞬时频率的方法[17]。局域均值分解也是一种自适应信号分解方法,它可以将信号分解为有限个乘积函数之和的形式,每个乘积函数与经验 AM-FM 分解得到的调幅调频信号的形式相同,即调幅部分代表该信号的包络,调频部分是幅值为 1 的载波信号。那么利用反余弦就可以求出乘积函数的相位函数,即

$$\varphi(t) = \arccos F(t) \tag{4}$$

再对其求导得到瞬时频率:

$$f(t) = 1/2\pi \times [\arccos F(t)]' \tag{5}$$

反余弦法与直接正交法具有异曲同工之妙,两者在数学上是完全相等的,只是采用的三角函数有所不同,计算步骤和计算结果也是相同的。但是这两种方法具有一个共同的缺点:极值点处的瞬时频率会产生突变。Huang 等在文献[16]中也提及过上述问题,他采用中值滤波等方法消除突变的影响。其实,突变产生的原因可以从下面表达式看出。将式(3)或式(5)展开可得

$$f(t) = 1/2\pi \times |F'(t)| / \sqrt{1 - F^2(t)} \tag{6}$$

当 $F(t) = \pm 1$ 时,式(6)的分母等于 0,计算误差会被放大,所以在 $F(t) = \pm 1$ 时,式(6)并不能得到准确的计算结果,这就是这两种方法计算瞬时频率结果出现明显突变的原因。

此外,文献[18]提出的 α-counting 瞬时频率法和文献[19]提出的直接插值法在计算瞬时频率方面都有自己的独特性和优越性,也能很好地克服 Hilbert 变换带来的端点效应问题。

3 模态混叠

模式混叠最早是由 Huang 在 1999 年提出的,是指 EMD 不能依据时间特征尺度有效地分离出不同的模态分量,使得原本不同的模态出现在一个模态中的现象,而且模态混叠现象一旦出现,将影响后续分解的分量,最终导致 EMD 的分解结果失去物理意义[20]。Huang 认为引起模式混叠现象的原因主要

在于间歇现象,而引起间歇现象的往往是异常事件(如间断信号、脉冲干扰和噪声等)。异常事件之所以能够引起模态混叠,本文分析主要是由如下原因造成的:

EMD 过程中首先需要确定信号的局部极值点,然后用三次样条线将所有的局部极大值和极小值点分别连接起来形成上下包络线,再由上下包络线得到均值曲线。在求取包络线的过程中,当信号中存在异常事件时,势必影响极值点的选取,使极值点分布不均匀,从而导致求取的包络为异常事件的局部包络和真实信号包络的组合。经该包络计算出的均值,再筛选出的 IMF 分量就包含了信号的固有模式和异常事件,从而产生了模式混叠现象。

此外,构成原始信号的单分量信号如果频率比较接近时,EMD 也不能有效地将单分量信号分解出来。文献[21]给出了由两个单分量信号构成的多分量信号可以用 EMD 完全分解的充分条件:(1)其中一个单分量信号的瞬时频率不小于另一个单分量信号瞬时频率的 2 倍,即 $f_1 \geqslant 2f_2$;(2)两个单分量信号瞬时幅度与频率之积满足 $a_1f_1 \geqslant a_2f_2$,其中 a 和 f 分别表示两个单分量信号的瞬时幅度和频率。

根据上述分析可知,模态混叠会导致错误的 IMF 分量,从而使 IMF 丧失具体的物理意义。目前解决模式混叠问题常用的方法包括:掩膜信号法和集合经验模式分解法(ensemble empirical mode decomposition,EEMD)。掩膜信号法的基本思想就是引入掩膜信号以避免分解出的 IMF 包含过宽的频带[22]。但这种方法仍然存在一定的缺陷:它要依赖于对原始信号高频成分准确的估计,并且掩膜信号的参数也是经验性的选择,缺乏理论的严密性。

EEMD 是 Wu 和 Huang 于 2009 年提出的解决模态混叠的新方法[23],其原理主要是利用 Flandrin 对于白噪声统计特性的研究[24],即 EMD 对白噪声的分解相当于一个自适应的二进滤波器组。在 EMD 分解过程中,多次添加不同幅值的白噪声会均匀地分布在整个时频空间,当信号加在遍布整个时频空间分布一致的白噪声背景上时,不同时间尺度的信号会自动分布到合适的参考尺度上,并且由于零均值噪声的特性,经过多次平均后,噪声将相互抵消,集成均值的结果就可作为最终结果。但是 EEMD 在分解过程中也会受到两个重要参数(所加白噪声的幅值和 EEMD 的筛选次数)的影响。尽管文献[23]设定所加白噪声的幅值是原始数据标准差的 0.1 倍,每次分解的筛选次数为 10,但这样的选择也是一种经验性的选择。如果所加白噪声的幅值和原始数据相比太小,那么所加的白噪声可能改变不了原始信号的极值,因此 EMD 算法也不会有太大改观,解决不了模态混叠问题;如果所加白噪声的幅值与原始数据比太大,在分解过程中就会产生过多的虚假分量。尽管分解次数增加会使虚假分量的幅值变小,但这也会增加计算时间,并且过多的虚假分量更容易引起误差。

此外,针对 EEMD 计算时间随着迭代次数增加的问题,文献[25]提出正弦辅助经验模式分解(sinusoidal-assisted empirical mode decomposition,SAEMD),与传统 EEMD 相比,计算速度可以提高 11 ~ 13 倍,有效地改善了 EEMD 的计算复杂度问题。文献[26]从几何学上对经典 EMD 方法的包络进行重新定义,利用泰勒展开式逼近包络与信号的切点,并且将掩膜信号法进行推广,这对于消除模态混叠现象都有积极的作用。

4 筛选停止准则

目前,EMD 的筛选停止准则还没有一个统一的标准,不同的停止准则也会导致不同的分解结果。根据文献[27]可知,现有的停止准则可以分为 4 类:

(1)Cauchy 类型准则。这个准则又可以分为 Cauchy-1 类和 Cauchy-2 类。Cauchy-1 类是指信号经过连续两次筛选的标准偏差 SD_{k_1} 小于预先设定的值,则筛选停止,SD_{k_1} 可以表示为

$$SD_{k\_1} = \sum_{t=0}^{T} \frac{|h_k(t) - h_{k-1}(t)|^2}{h_{k-1}^2(t)} \tag{7}$$

其中 $h_{k-1}(t)$、$h_k(t)$ 分别表示第 k 次筛选前后的信号。

Cauchy-2 类是指信号经过 k 次筛选后 SD_{k_2} 小于预先设定的值,则筛选停止,SD_{k_2} 可以表示为

$$SD_{k\_2} = \sum_{t=0}^{T} \frac{|m_k(t)|^2}{|h_k(t)|^2} \tag{8}$$

其中 $m_k(t)$ 表示第 k 次筛选后信号的均值。

(2)*S-number* 类型准则。当筛选满足以下条件即停止:(i)信号的零点和极值点个数相等或至多差 1 个;(ii)经过 S 次筛选后条件(i)仍成立。其中 S 的取值范围一般是 3 到 8。

(3)均值曲线类型准则。这个准则就是 Flandrin 等提出的三阈值停止条件[28]。

(4)固定筛选次数类型准则。当筛选满足预先

设定的次数就停止筛选。通常情况下预先设定的次数为10。

正如文献[29]所说，如何优化停止准则仍然是一个公开问题。如果筛选次数过低，IMF 的对称性将变差，通过 Hilbert 变换求取瞬时频率的误差将增大。从经验上讲，为了获得更佳的对称性往往需要更多次的筛选。但过多的筛选会消除 IMF 内在的幅度变化，导致最终的结果缺乏物理意义，同时文献[30]也从理论上证明了无限次筛选会使 IMF 的上下包络衰减为一对对称的直线。基于以上原因，固定筛选次数类型准则就是上述情况的一种折中方案，但这个准则也是一种经验性的选择，对实际信号的效果并不理想。另外，文献[31]指出，对信号进行无限次筛选在实际应用中是无法实现的，并且随着筛选的增加，IMF 的对称性将会呈现一种间歇方式的变化，即均值曲线的持续调制状态与突变状态将会轮流出现，同时 IMF 的对称性在调制阶段会更好，在突变阶段会变差。依据上述事实，在所有这些准则中，Cauchy-2 类和均值曲线类准则能更好地体现模态对称性，但它们并不能反映出 IMF 对称性的间歇行为方式。而 S-number 类型和 Cauchy-1 类准则不能反映出模态的对称特性，但它们却暗含模态对称性的间歇特性，即在一些相对稳定的时间间隔内，IMF 对称性几乎保持不变。上述这些停止准则都存在相应的问题，所以 EMD 筛选停止准则问题仍然需要进一步研究。

5 数学理论进展

理论基础问题是 EMD 算法的关键和难点。由其算法可知 EMD 是一种数据驱动型方法，不需事先知道基的具体形式，EMD 算法的设计保证最终得到的分量自动地满足基即 IMF 的条件。这些基是信号经过分解算法生成的，由于分解算法不包含原信号的任何信息，所以这些 IMF 完全由原信号所决定。其实这种数据驱动型方法在实际应用中却是一把“双刃剑”。一方面，在处理非线性非平稳信号时，我们很难精确描述其具体形式，所以基的形式必须是一般的，而且基由信号决定。另一方面，正是 IMF 这种描述性定义，缺乏严格的数学表达式，文献[32]证明：存在 EMD 所产生的基本信号 IMF，其解析相位导数在时间的开区间上为负。所以建立 EMD 的数学理论的第一个任务是：给出 IMF 精确的数学表达式，构造适合对非线性、非平稳信号进行时频分析的基函数库。目前，许多学者在这方面都努力做了的尝试。文献[32]提出了弱 IMF 的概念，即只满足局部极值点与过零点数目至多相差1个的函数，称之为弱 IMF。同时指出弱 IMF 是自伴常微分方程的解。这样，一方面可以通过自伴常微分方程的解的有关理论来研究 IMF，分析由 IMF 的极坐标形式得到的瞬时频率和瞬时带宽等信息；另一方面，由于自伴常微分方程，更一般的，Sturm-Liouville 方程，经常出现在振动问题或力学模型中，所以通过 IMF 与此类微分方程的关系，采用 EMD 算法来求方程的数值解，可以对振动信号进行时频分析。文献[33]从解析信号的角度上认为 IMF 应具有非负解析瞬时频率，IMF 应是满足以下数学表达式的一类信号：

$$M:=\{[H(a(\cdot)\cos\theta(\cdot))](t) = a(t)\sin\theta(t),\ a\geqslant 0,\ \theta'\geqslant 0\} \tag{9}$$

其中，$H(\cdot)$ 表示希尔伯特变换，$a\in L^2(R)$，$\theta\in C^1(R)$，$t\in R$。同时提出满足式(9)的信号称为单分量信号。该文献构造了大量满足式(9)的单分量信号，其本质是三角函数的广义化。因为单分量信号构成的基函数库不满足正交性，文献[33]也从理论上证明了信号可以自适应地分解成单分量信号之和。由于单分量信号具有显性数学表达式，这对于 EMD 建立数学理论迈出了重要一步。

建立 EMD 的数学理论的第二个任务是：利用构造的基函数库，设计出一种快速自适应分解算法，可以将给定的信号表示成基函数的线性组合。近年来，受到压缩感知理论的启发，相关学者在这方面也做出了有益的尝试。文献[34]提出稀疏时频表示方法对信号进行自适应分解。作者首先构造形如下式所示的高度冗余字典：

$$D=\{a(t)\cos\theta(t):\theta'(t)\geqslant 0,\ a(t)\in V(\theta)\} \tag{10}$$

其中 $a\in L^2(R)$，$\theta\in C^1(R)$，$t\in R$，$V(\theta)$ 是比 $\cos\theta(t)$ 光滑的函数构成的线性空间。这样，就可以在字典 D 中寻找信号最稀疏的分解形式，这个分解就可以转化成下述非线性最优化问题：

$$\begin{cases} \mathit{Minimize} \quad M \\ \mathit{Subject\ to}: f(t)=\sum_{k=1}^{M} a_k(t)\cos\theta_k(t) \\ a_k(t)\cos\theta_k(t)\in D,\quad k=1,2,\cdots,M \end{cases} \tag{11}$$

针对光滑性问题，该文献提出了三阶全变差来度量函数的光滑性，这样可以巧妙地将上述 l_0 范数最小化问题转化为 l_1 范数最小化。最后利用分裂布

雷格曼迭代方法实现基追踪,得到信号的最稀疏表示。文献[35]的思想与文献[34]类似,针对上述最优化问题,采用 FFT 实现基于非线性匹配追踪的信号稀疏分解问题。文献[36]在单分量信号的基础上提出了自适应傅里叶分解方法,也能够将给定的信号自适应地分解成基函数的线性组合。

6　结　论

希尔伯特-黄变换(HHT)从提出到现在将近 20 年,这种分析方法已被广泛应用于水声信号处理、机械故障特征提取、信号检测等各个领域。但是,在 HHT 应用过程中,存在诸如包络线生成方式、端点效应、模态混叠、筛选停止准则等问题,这些问题主要还是由算法自身缺陷造成的。HHT 面临最大的挑战还是其理论框架的建立,一个有生命力的算法必须有强大的理论基础,如果 HHT 在理论上没有实质性的突破,继续这样“经验”下去,必将消失在历史长河之中。

参考文献

[1] Huang N E, Shen Z, Long S R, et al. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 1998, 454(1971): 903-995

[2] Qin S R, Zhong Y M. A new envelope algorithm of Hilbert - Huang Transform. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2006, 20(8): 1941-1952

[3] Wang Y. Improvements of approximation of the local mean in the process of empirical mode decomposition. University of Alberta, 2006

[4] Chen Q, Huang N, Riemenschneider S, et al. A B-spline approach for empirical mode decompositions. *Advances in Computational Mathematics*, 2006, 24(1-4): 171-195

[5] Meignen S, Perrier V. A new formulation for empirical mode decomposition based on constrained optimization. *Signal Processing Letters*, 2007, 14(12): 932-935

[6] Hong H, Wang X L, Tao Z Y. Local integral mean-based sifting for empirical mode decomposition. *IEEE Signal Processing Letters*, 2009, 16(10): 841-844

[7] Huang N E, Wu M L C, Long S R, et al. A confidence limit for the empirical mode decomposition and Hilbert spectral analysis. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 2003, 459(2037): 2317-2345

[8] Shao C X, Wang J, Fan J F, et al. A self-adaptive method dealing with the end issue of EMD. *Acta Electronica Sinica*, 2007, 35(10): 1944-1948

[9] Zhao J P. Improvement of the mirror extending in empirical mode decomposition method and the technology for eliminating frequency mixing. *High technology letters*, 2002, 8(3):40-47

[10] Deng Y J, Wang W, Qian C C, et al. Boundary processing technique in EMD method and Hilbert transform. *Chinese Science Bulletin*, 2001, 46(11): 954-960

[11] Cheng J S, Yu D J, Yang Y. Application of support vector regression machines to the processing of end effects of Hilbert-Huang transform. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2007, 21(3): 1197-1211

[12] Rilling G, Flandrin P, Gonçalvés P. On empirical mode decomposition and its algorithms. *IEEE-EURASIP Workshop on Nonlinear Signal and Image Processing*, 2003, 3: 8-11

[13] Wu Z H, Huang N E, Chen X Y. The multi-dimensional ensemble empirical mode decomposition method. *Advances in Adaptive Data Analysis*, 2009, 1(3): 339-372

[14] Huang N E, Wu Z H, Long S R, et al. On instantaneous frequency. *Advances in Adaptive Data Analysis*, 2009, 1(2): 177-229

[15] Kaiser J F. Some useful properties of Teager's energy operators. International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing. IEEE, 1993. 149-152

[16] Huang N E. Computing instantaneous frequency by normalizing Hilbert transform: U. S. Patent 6, 901, 353. 2005-5-31

[17] Smith J S. The local mean decomposition and its application to EEG perception data. *Journal of the Royal Society Interface*, 2005, 2(5): 443-454

[18] Zhang L M, Liu N, Yu P Y. A novel instantaneous frequency algorithm and its application in stock index movement prediction. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2012, 6(4): 311-318

[19] Wang J L, Li Z J. Extreme-point symmetric mode decomposition method for data analysis. *Advances in Adaptive Data Analysis*, 2013, 5(3)

[20] Huang N E, Shen Z, Long S R. A new view of nonlinear water waves—the Hilbert spectrum. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 1999, 31(1): 417-457

[21] Rilling G, Flandrin P. One or two frequencies? The empirical mode decomposition answers. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(1): 85-95

[22] Deering R, Kaiser J F. The use of a masking signal to

improve empirical mode decomposition. In: Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing. IEEE, 2005. 485-488

[23] Wu Z H, Huang N E. Ensemble empirical mode decomposition: a noise-assisted data analysis method. *Advances in Adaptive Data Analysis*, 2009, 1(1): 1-41

[24] Flandrin P, Rilling G, Goncalves P. Empirical mode decomposition as a filter bank. *IEEE Signal Processing Letters*, 2004, 11(2): 112-114

[25] Shen W C, Chen Y H, Wu A Y. Low-complexity sinusoidal-assisted EMD (SAEMD) algorithms for solving mode-mixing problems in HHT. *Digital Signal Processing*, 2014,24(1):170-186

[26] Hu X, Peng S, Hwang W L. EMD revisited: A new understanding of the envelope and resolving the mode-mixing problem in AM-FM signals. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2012, 60(3): 1075-1086

[27] Wang G, Chen X Y, Qiao F L, et al. On intrinsic mode function. *Advances in Adaptive Data Analysis*, 2010, 2 (3): 277-293

[28] Flandrin P, Gonçalves P, Rilling G. EMD equivalent filter banks, from interpretation to applications. Hilbert-Huang Transform and Its Applications, 2005. 57-74

[29] Huang N E, Wu Z H. A review on Hilbert-Huang transform: method and its applications to geophysical studies. *Reviews of Geophysics*, 2008, 46(2): 1-23

[30] Wu Z H, Huang N E. On the filtering properties of the empirical mode decomposition. *Advances in Adaptive Data Analysis*, 2010, 2(4): 397-414

[31] Wang J L, Li Z J. What about the asymptotic behavior of the intrinsic mode functions as the sifting times tend to infinity?. *Advances in Adaptive Data Analysis*, 2012, 4 (1and2):1-17

[32] Sharpley R C, Vatchev V. Analysis of the intrinsic mode functions. *Constructive Approximation*, 2006, 24 (1): 17-47

[33] Qian T, Zhang L, Li H. Mono-components vs IMFs in signal decomposition. *International Journal of Wavelets, Multiresolution and Information Processing*, 2008, 6 (03): 353-374

[34] Hou T Y, Shi Z Q. Adaptive data analysis via sparse time-frequency representation. *Advances in Adaptive Data Analysis*, 2011, 3(1and2): 1-28

[35] Hou T Y, Shi Z Q. Data-driven time-frequency analysis. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 2013, 35 (2):284-308

[36] Qian T, Zhang L M, Li Z X. Algorithm of adaptive Fourier decomposition. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(12): 5899-5906

Problems and prospects of Hilbert-Huang transform

Dai Haomin, Xu Aiqiang, Li Wenfeng

(Institute of Aircraft Detection and Application, College of Naval Aeronautical and Engineering, Yantai 264001)

Abstract

To provide reference for further study of the Hilbert-Huang transform (HHT), a currently accepted time-frequency analysis method of nonlinear and non-stationary signals, the main causes of the HHT's problems such as envelope fitting, end effect, mode mixing, etc. arising in its practical application are analyzed, the developments of the research on overcoming the above problems are reviewed in detail, some new techniques for solving the problems are investigated, a result from analysis that the above problems are mainly caused by the HHT algorithm is given, and a direction of costructing a rigorous mathematical framework and a vital algorithm for the HHL is pointed out.

Key words: empirical mode decomposition (EMD), envelope fitting, end effect, mode mixing, stoppage criteria