

# 非理想信道状态下两跳中继系统收发信机鲁棒联合优化设计<sup>①</sup>

褚红发<sup>②</sup> 李楠 喻丹 牛凯 吴伟陵

(北京邮电大学泛网无线通信教育部重点实验室 北京 100876)

**摘要** 针对非理想信道状态信息下两跳中继多输入多输出(MIMO)系统,按照空间相关性进行了非理想 MIMO 信道建模,在此基础上提出了一种新的多节点联合优化设计该系统收发信机的算法。该算法基于估计信号的最小均方误差(MMSE)准则,把源节点预编码、中继节点预编码以及目的节点均衡算法结合起来进行三节点联合优化,提高了通信系统的可靠性。收敛性和复杂度的仿真分析表明,该三节点联合优化算法与传统的中继和目的节点两节点迭代联合优化算法相比较,误码率有 1dB 以上的增益,复杂度大致相当;如果该算法退化为两节点的话,虽然在性能上与文献给出的方法大致相当,但是复杂度可以降低 30% 左右。该算法复杂度的降低将会以占用存储资源为代价,因为在计算过程中很多矩阵会被重用,中间变量需要存储下来,但从综合衡量性能与复杂度的角度看,该方法具有一定程度的优势。

**关键词** 多输入多输出(MIMO), 中继, 信道状态信息(CSI), 预编码, 联合优化, 迭代算法

## 0 引言

在移动通信系统中,在基站和终端之间采用中继进行转发可以提高小区边缘用户的服务质量(QoS),而且可以提高小区覆盖范围。两跳中继网络是一种基本的中继网络,是协作通信的基础。放大重传(amplify and forward, AF)协议是一种最简单的中继协议,利用该协议,在中继节点并不需要对接收的信号进行译码,仅仅对之进行模拟放大后进行转发。为了提高中继系统的性能,文献[2,3]基于互信息最大化准则给出了最优的中继转发矩阵设计方法,文献[4-7]中基于目的节点接收信号最小均方误差(minimum mean square error, MMSE)给出了收发信机的联合优化算法。但是这些算法都假定源节点或目的节点可以得到理想的信道状态信息。然而在实际的通信过程中由于信道估计误差、反馈时延以及量化误差的影响,得到理想的信道状态信息是不现实的,因此,在收发信机联合设计上,非理想信道变得更有意义,也越来越引起人们的重视,文

献[8]给出了点到点多输入多输出(multiple input multiple output, MIMO)系统非理想信道下的收发信机的鲁棒设计,文献[9]给出了中继系统下的预编码和均衡算法的联合鲁棒设计,但是性能有待提高。本文给出了一种非理想信道状态下性能改进的多节点联合设计算法,在该算法下,文献[9]可以看成该算法的一个特例。

在本文中向量或者矩阵用黑体给出;\*, ⊗, (·)<sup>T</sup>, (·)\*, (·)<sup>H</sup>, (·)<sup>-1</sup>, tr(·), ||·||<sub>F</sub><sup>2</sup>, E(·) 分别代表向量(或矩阵)相乘, 矩阵的 Kronecker 乘积, 复共轭, 矩阵转置, 共轭转置, 矩阵求逆, 矩阵的迹函数, Frobenius 范数;零矩阵记为  $\mathbf{0}_{N \times M}$ , 单位矩阵记为  $\mathbf{I}_N$ ,  $CN(\mathbf{u}, \sigma^2 \mathbf{I}_N)$  表示均值为  $\mathbf{u}$  方差为  $\sigma^2 \mathbf{I}_N$  的复高斯随机过程。

## 1 系统模型以及问题提出

### 1.1 两跳中继系统模型

图 1 给出了两跳中继系统的统一框架。

① 973 计划(2009CB320401), 国家自然科学基金(61171100)和新一代宽带无线移动通信网科技重大专项(2010ZX03003-001, 2012ZX03004-002)资助项目。

② 男,1973 年生,博士;研究方向:数字移动通信与通信网;联系人,E-mail:bj2008\_me@126.com (收稿日期:2012-02-28)

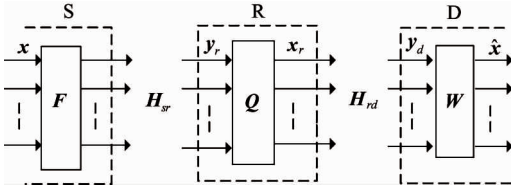


图1 两跳中继系统模型

这里整个通信过程可以分为两个阶段,第一阶段源节点 S 与中继节点 R 之间进行通信,第二阶段中继节点 R 与目的节点 D 之间进行通信。在第一阶段,首先在源节点 S 对信号  $x$  进行预编码处理(预编码矩阵为  $F$ ),然后发送到中继节点 R;在第二阶段,中继节点对信号  $x_r$  进行转发,转发矩阵为  $Q$ ,然后发往目的节点 D,在这一阶段源节点不发送信号。在目的节点对接收信号  $y_d$  通过均衡处理(均衡矩阵为  $W$ ),最终可以得到估计信号  $\hat{x}$ 。

## 1.2 问题描述

假设  $H_{sr}$  和  $H_{rd}$  分别是第一阶段和第二阶段的信道矩阵,根据图 1,两跳中继系统模型可以表示为

$$y_r = H_{sr}Fx + n_r \quad (1)$$

$$x_r = Qy_r \quad (2)$$

$$y_d = H_{rd}x_r + n_d \quad (3)$$

这里  $n_r$  和  $n_d$  是中继和目的节点上的高斯白噪声。

把式(1)、(2)带入式(3),可以得到目的节点的接收信号

$$y_d = H_{rd}QH_{sr}Fx + H_{rd}Qn_r + n_d \quad (4)$$

在目的节点,信号  $y_d$  经过均衡矩阵  $W$  处理后,可以得到源节点的估计信号  $\hat{x}$  为

$$\hat{x} = Wy_d = W(H_{rd}QH_{sr}Fx + H_{rd}Qn_r + n_d) \quad (5)$$

估计信号  $\hat{x}$  的最小均方误差表示为

$$\varepsilon(F, Q, W) = \operatorname{argmin}_{F, Q, W} \{E \|\hat{x} - x\|^2\} \quad (6)$$

接下来,我们将给出非理想信道状态下的预编码矩阵  $F$ ,转发矩阵  $Q$  和均衡矩阵  $W$  的设计算法。

## 2 源节点、中继节点和目的节点的鲁棒联合优化算法

在非理想信道状态下,信道建模对系统设计至关重要,我们首先给出非理想 MIMO 信道的建模方法。

### 2.1 非理想 MIMO 信道模型

假设  $H_{sr}$  和  $H_{rd}$  是理想信道,  $\hat{H}_{sr}$  和  $\hat{H}_{rd}$  是实际的信道估计结果,  $\Delta H_{sr}$  和  $\Delta H_{rd}$  是信道估计误差,可

以建模为

$$\begin{cases} H_{sr} = \hat{H}_{sr} + \Delta H_{sr} \\ H_{rd} = \hat{H}_{rd} + \Delta H_{rd} \end{cases} \quad (7)$$

在本文中,  $\Delta H_{sr}$  和  $\Delta H_{rd}$  假定为独立同分布随机变量,满足复高斯分布

$$\begin{cases} \Delta H_{sr} \sim CN_{N_r, N_s}(\mathbf{0}_{N_r \times N_s}, \sigma_{e, sr}^2 \Sigma_{sr} \otimes \Psi_{sr}^T) \\ \Delta H_{rd} \sim CN_{N_d, N_r}(\mathbf{0}_{N_d \times N_r}, \sigma_{e, rd}^2 \Sigma_{rd} \otimes \Psi_{rd}^T) \end{cases} \quad (8)$$

这里  $\Psi_{sr}$  和  $\Sigma_{sr}$  分别表示误差矩阵  $\Delta H_{sr}$  的行和列协方差矩阵,  $\Psi_{rd}$  和  $\Sigma_{rd}$  分别是误差矩阵  $\Delta H_{rd}$  的行和列协方差矩阵,  $\sigma_{e, sr}^2$  和  $\sigma_{e, rd}^2$  分别为  $\Delta H_{sr}$  和  $\Delta H_{rd}$  的方差,是由于实际的信道估计不准确所带来的与理想信道之间的估计偏差。

### 2.2 源节点、中继节点和目的节点的联合优化算法

假设  $x$ ,  $n_r$  和  $n_d$  为独立随机变量,  $n_r$  和  $n_d$  分别服从复高斯分布,  $\sigma_r^2$  和  $\sigma_d^2$  分别表示中继节点和目的节点上白噪声的功率,满足  $n_r \sim CN_{N_r}(0, \sigma_r^2 I_{N_r})$ ,  $n_d \sim CN_{N_d}(0, \sigma_d^2 I_{N_d})$ ,  $R_x = E(xx^H) = I_{N_s}$ ,  $R_{n_r} = E(n_r n_r^H) = \sigma_r^2 I_{N_r}$ ,  $R_{n_d} = E(n_d n_d^H) = \sigma_d^2 I_{N_d}$ ,  $R_x R_r, R_d$  分别为  $x, n_r$  和  $n_d$  的自相关矩阵。

在目的节点 D,把估计信号  $\hat{x}$  的均方误差作为目标函数,结合源节点与中继节点的功率限制,可以得到下面的优化问题:

$$\begin{cases} \varepsilon(F, Q, W) = \operatorname{argmin}_{F, Q, W} \{E \|\hat{x} - x\|^2\} \\ \text{s. t.} \quad \|Fx\|^2 \leq E_s \\ \quad \|QH_{sr}Fx + Qn_r\|^2 \leq E_r \end{cases} \quad (9)$$

这里  $E_s$  和  $E_r$  分别表示源节点与中继节点的总发射功率。把式(5)代入式(6),目标函数可以进一步表示为

$$\begin{aligned} \varepsilon(F, Q, W) &= \operatorname{argmin}_{F, Q, W} \{E \|\hat{x} - x\|^2\} = \operatorname{argmin}_{F, Q, W} \\ &\left\{ \begin{aligned} &- WH_{rd}QH_{sr}F - F^H H_{sr}^H Q^H H_{rd}^H W^H \\ &- E_{\Delta H_{sr}, \Delta H_{rd}}(W \Delta H_{rd} Q \Delta H_{sr} F) \\ &- E_{\Delta H_{sr}, \Delta H_{rd}}(F^H \Delta H_{sr}^H Q^H \Delta H_{rd}^H W^H) \\ &+ W \left\{ \begin{aligned} &I_{N_s} + \sigma_d^2 I_{N_d} + \sigma_r^2 H_{rd} Q Q^H H_{rd}^H \\ &+ H_{rd} Q H_{sr} F F^H H_{sr}^H Q^H H_{rd}^H \\ &+ E_{\Delta H_{rd}}(\sigma_r^2 \Delta H_{rd} Q Q^H \Delta H_{rd}^H) \\ &+ E_{\Delta H_{rd}}(\Delta H_{rd} Q H_{sr} F F^H H_{sr}^H Q^H \Delta H_{rd}^H) \\ &+ E_{\Delta H_{sr}}(H_{rd} Q \Delta H_{sr} F F^H \Delta H_{sr}^H Q^H H_{rd}^H) \\ &+ E_{\Delta H_{sr}, \Delta H_{rd}}(\Delta H_{rd} Q \Delta H_{sr} F F^H \Delta H_{sr}^H Q^H \Delta H_{rd}^H) \end{aligned} \right\} W^H \end{aligned} \right. \end{aligned} \quad (10)$$

因为  $\Delta H_{sr}$  和  $\Delta H_{rd}$  为独立同分布随机变量,因此可

以得到

$$E_{\Delta H_{sr}, \Delta H_{rd}}(\mathbf{W} \Delta \mathbf{H}_{rd} \mathbf{Q} \Delta \mathbf{H}_{sr} \mathbf{F}) = 0 \quad (11)$$

$$E_{\Delta H_{sr}, \Delta H_{rd}}(\mathbf{F}^H \Delta \mathbf{H}_{sr}^H \mathbf{Q}^H \Delta \mathbf{H}_{rd}^H \mathbf{W}^H) = 0 \quad (12)$$

根据文献[10], 如果  $\mathbf{X} \sim CN_{N_r, N_d}(\bar{\mathbf{X}}, \Sigma \otimes \Psi^T)$ , 这里  $\bar{\mathbf{X}}$  是矩阵  $\mathbf{X}$  的均值, 那么

$$E(\mathbf{X} \mathbf{M} \mathbf{X}^H) = \bar{\mathbf{X}} \mathbf{M} \bar{\mathbf{X}}^H + \text{tr}(\mathbf{M}^H \Psi) \Sigma \quad (13)$$

根据式(13), 可以得到下面的方程:

$$E_{\Delta H_{rd}}(\sigma_r^2 \Delta \mathbf{H}_{rd} \mathbf{Q} \mathbf{Q}^H \Delta \mathbf{H}_{rd}^H) = \sigma_r^2 \text{tr}(\mathbf{Q} \mathbf{Q}^H \Psi_{rd}) \Sigma_{rd} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} E_{\Delta H_{rd}}(\Delta \mathbf{H}_{rd} \mathbf{Q} \mathbf{H}_{sr} \mathbf{F} \mathbf{F}^H \mathbf{H}_{sr}^H \mathbf{Q}^H \Delta \mathbf{H}_{rd}^H) \\ = \text{tr}(\mathbf{Q} \mathbf{H}_{sr} \mathbf{F} \mathbf{F}^H \mathbf{H}_{sr}^H \mathbf{Q}^H \Psi_{rd}) \Sigma_{rd} \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} E_{\Delta H_{sr}}(\mathbf{H}_{rd} \mathbf{Q} \Delta \mathbf{H}_{sr} \mathbf{F} \mathbf{F}^H \Delta \mathbf{H}_{sr}^H \mathbf{Q}^H \mathbf{H}_{rd}^H) \\ = \mathbf{H}_{rd} \mathbf{Q} (\text{tr}(\mathbf{F} \mathbf{F}^H \Psi_{sr})) \Sigma_{sr} \mathbf{Q}^H \mathbf{H}_{rd}^H \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} E_{\Delta H_{sr}, \Delta H_{rd}}(\Delta \mathbf{H}_{rd} \mathbf{Q} \Delta \mathbf{H}_{sr} \mathbf{F} \mathbf{F}^H \Delta \mathbf{H}_{sr}^H \mathbf{Q}^H \Delta \mathbf{H}_{rd}^H) \\ = E_{\Delta H_{rd}}(\Delta \mathbf{H}_{rd} \mathbf{Q} (E_{\Delta H_{sr}}(\Delta \mathbf{H}_{sr} \mathbf{F} \mathbf{F}^H \Delta \mathbf{H}_{sr}^H)) \mathbf{Q}^H \Delta \mathbf{H}_{rd}^H) \\ = \text{tr}(\mathbf{F} \mathbf{F}^H \Psi_{sr}) \text{tr}(\mathbf{Q} \Sigma_{sr} \mathbf{Q}^H \Psi_{rd}) \Sigma_{rd} \end{aligned} \quad (17)$$

把式(11-17)分别代入式(9), (10), 式(10)重新写为

$$\begin{aligned} \varepsilon(\mathbf{F}, \mathbf{Q}, \mathbf{W}) = \underset{\mathbf{F}, \mathbf{Q}, \mathbf{W}}{\text{argmin}} \{ E \|\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}\|^2 \} = \underset{\mathbf{F}, \mathbf{G}, \mathbf{W}}{\text{argmin}} \\ \left\{ \begin{aligned} & -\mathbf{W} \mathbf{H}_{rd} \mathbf{Q} \mathbf{H}_{sr} \mathbf{F} - \mathbf{F}^H \mathbf{H}_{sr}^H \mathbf{Q}^H \mathbf{H}_{rd}^H \mathbf{W}^H + \mathbf{I}_{N_s} \\ & \left( \begin{aligned} & \sigma_d^2 \mathbf{I}_{N_d} + \sigma_r^2 \mathbf{H}_{rd} \mathbf{Q} \mathbf{Q}^H \mathbf{H}_{rd}^H \\ & + \mathbf{H}_{rd} \mathbf{Q} \mathbf{H}_{sr} \mathbf{F} \mathbf{F}^H \mathbf{H}_{sr}^H \mathbf{Q}^H \mathbf{H}_{rd}^H \\ & + \sigma_r^2 \text{tr}(\mathbf{H}_{rd} \mathbf{Q} \mathbf{Q}^H \mathbf{H}_{rd}^H) \sigma_r^2 \text{tr}(\mathbf{Q} \mathbf{Q}^H \Psi_{rd}) \Sigma_{rd} \\ & + \text{tr}(\mathbf{Q} \mathbf{H}_{sr} \mathbf{F} \mathbf{F}^H \mathbf{H}_{sr}^H \Psi_{sr}) \Sigma_{sr} \\ & + \mathbf{H}_{rd} \mathbf{Q} (\text{tr}(\mathbf{F} \mathbf{F}^H \Psi_{sr})) \Sigma_{sr} \mathbf{Q}^H \mathbf{H}_{rd}^H \\ & + \text{tr}(\mathbf{F} \mathbf{F}^H \Psi_{sr}) \text{tr}(\mathbf{Q} \Sigma_{sr} \mathbf{Q}^H \Psi_{rd}) \Sigma_{rd} \end{aligned} \right) \mathbf{W}^H \end{aligned} \right\} \quad (18) \end{aligned}$$

源节点与中继节点的功率约束条件可以表示为

$$\begin{cases} \text{s. t.} & \text{tr}(\mathbf{F} \mathbf{F}^H) \leq E_s \\ & \text{tr}(\mathbf{Q} \mathbf{H}_{sr} \mathbf{F} \mathbf{F}^H \mathbf{H}_{sr}^H \mathbf{Q}^H) + \sigma_r^2 \text{tr}(\mathbf{Q} \mathbf{Q}^H) \\ & \quad + \text{tr}(\mathbf{F} \mathbf{F}^H \Psi_{sr}) \text{tr}(\mathbf{Q} \Sigma_{sr} \mathbf{Q}^H) \leq E_r \end{cases} \quad (19)$$

根据 Lagrange 乘子法, 有

$$\begin{aligned} L(\mathbf{F}, \mathbf{Q}, \mathbf{W}) = \varepsilon(\mathbf{F}, \mathbf{Q}, \mathbf{W}) + \lambda_1 (\text{tr}(\mathbf{F} \mathbf{F}^H) - E_s) \\ + \lambda_2 (\text{tr}(\mathbf{Q} \mathbf{H}_{sr} \mathbf{F} \mathbf{F}^H \mathbf{H}_{sr}^H \mathbf{Q}^H) + \sigma_r^2 \text{tr}(\mathbf{Q} \mathbf{Q}^H) \\ + \text{tr}(\mathbf{F} \mathbf{F}^H \Psi_{sr}) \text{tr}(\mathbf{Q} \Sigma_{sr} \mathbf{Q}^H) - E_r) \end{aligned} \quad (20)$$

这里  $\lambda_1$  和  $\lambda_2$  为 Lagrange 乘子, 根据一阶 Karush-Kuhn-Tucher (KKT) 条件<sup>[11]</sup>, 可以得到

$$\begin{cases} \frac{\partial(L(\mathbf{F}, \mathbf{Q}, \mathbf{W}))}{\partial \mathbf{F}^*} = 0 \\ \frac{\partial(L(\mathbf{F}, \mathbf{Q}, \mathbf{W}))}{\partial \mathbf{Q}^*} = 0 \\ \frac{\partial(L(\mathbf{F}, \mathbf{Q}, \mathbf{W}))}{\partial \mathbf{W}^*} = 0 \\ \lambda_1 \geq 0 \\ \lambda_2 \geq 0 \\ \lambda_1 (\text{tr}(\mathbf{F} \mathbf{F}^H) - E_s) = 0 \\ \lambda_2 \left( \begin{aligned} & \text{tr}(\mathbf{Q} \mathbf{H}_{sr} \mathbf{F} \mathbf{F}^H \mathbf{H}_{sr}^H \mathbf{Q}^H) + \sigma_r^2 \text{tr}(\mathbf{Q} \mathbf{Q}^H) \\ & + \text{tr}(\mathbf{F} \mathbf{F}^H \Psi_{sr}) \text{tr}(\mathbf{Q} \Sigma_{sr} \mathbf{Q}^H) - E_r \end{aligned} \right) = 0 \end{cases} \quad (21)$$

式(20)分别对矩阵  $\mathbf{F}$ 、 $\mathbf{Q}$  和  $\mathbf{W}$  求偏导数, 并经过适当整理可以得到:

$$\begin{aligned} \mathbf{F} = \left( \begin{aligned} & \mathbf{H}_{sr}^H \mathbf{Q}^H \mathbf{H}_{rd}^H \mathbf{W}^H \mathbf{W} \mathbf{H}_{rd} \mathbf{Q} \mathbf{H}_{sr} \\ & + \text{tr}(\mathbf{W} \Sigma_{rd} \mathbf{W}^H) \mathbf{H}_{sr}^H \mathbf{Q}^H \Psi_{rd} \mathbf{Q} \mathbf{H}_{sr} \\ & + \text{tr}(\mathbf{W} \mathbf{H}_{rd} \mathbf{Q} \Sigma_{sr} \mathbf{Q}^H \mathbf{H}_{rd}^H \mathbf{W}^H) \Psi_{sr} \\ & + \text{tr}(\mathbf{Q} \Sigma_{sr} \mathbf{Q}^H \Psi_{sr}) \text{tr}(\mathbf{W} \Sigma_{rd} \mathbf{W}^H) \Psi_{sr} \\ & + \lambda_2 (\mathbf{H}_{sr}^H \mathbf{Q}^H \mathbf{Q} \mathbf{H}_{sr} + \text{tr}(\mathbf{Q} \Sigma_{sr} \mathbf{Q}^H) \Psi_{sr}) + \lambda_1 \mathbf{I}_{N_d} \end{aligned} \right)^{-1} \\ \mathbf{H}_{sr}^H \mathbf{Q}^H \mathbf{H}_{rd}^H \mathbf{W}^H \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{Q} = (\mathbf{H}_{rd}^H \mathbf{W}^H \mathbf{W} \mathbf{H}_{rd} + \lambda_2 \mathbf{I}_{N_s} \\ + \text{tr}(\mathbf{W} \Sigma_{rd} \mathbf{W}^H) \Psi_{rd})^{-1} \mathbf{H}_{rd}^H \mathbf{W}^H \mathbf{F} \mathbf{H}_{sr}^H \\ \cdot (\mathbf{H}_{sr} \mathbf{F} \mathbf{F}^H \mathbf{H}_{sr}^H + \sigma_r^2 \mathbf{I}_{N_s} + \text{tr}(\mathbf{F} \mathbf{F}^H \Psi_{sr}) \Sigma_{sr})^{-1} \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{W} = \left( \begin{aligned} & \sigma_d^2 \mathbf{I}_{N_d} + \mathbf{H}_{rd} \mathbf{Q} \mathbf{H}_{sr} \mathbf{F} \mathbf{F}^H \mathbf{H}_{sr}^H \mathbf{Q}^H \mathbf{H}_{rd}^H \\ & + \sigma_r^2 \mathbf{H}_{rd} \mathbf{Q} \mathbf{Q}^H \mathbf{H}_{rd}^H + \sigma_r^2 \text{tr}(\mathbf{Q} \mathbf{Q}^H \Psi_{rd}) \Sigma_{rd} \\ & + \text{tr}(\mathbf{Q} \mathbf{H}_{sr} \mathbf{F} \mathbf{F}^H \mathbf{H}_{sr}^H \mathbf{Q}^H \Psi_{rd}) \Sigma_{rd} \\ & + \mathbf{H}_{rd} \mathbf{Q} (\text{tr}(\mathbf{F} \mathbf{F}^H \Psi_{sr})) \Sigma_{sr} \mathbf{Q}^H \mathbf{H}_{rd}^H \\ & + \text{tr}(\mathbf{F} \mathbf{F}^H \Psi_{sr}) \text{tr}(\mathbf{Q} \Sigma_{sr} \mathbf{Q}^H \Psi_{rd}) \Sigma_{rd} \end{aligned} \right)^{-1} \\ \mathbf{F}^H \mathbf{H}_{sr}^H \mathbf{Q}^H \mathbf{H}_{rd}^H \end{aligned} \quad (24)$$

结合式(23,24), 经过整理, 可以得到

$$\lambda_2 = \frac{\sigma_d^2}{E_r} \text{tr}(\mathbf{W}^H \mathbf{W}) \quad (25)$$

式(22,24)经过推导, 可以得到

$$\lambda_1 = \frac{1}{E_s} \text{tr} \left( \begin{aligned} & \lambda_2 (E_r - \sigma_r^2 \text{tr}(\mathbf{Q} \mathbf{Q}^H)) - \sigma_d^2 \text{tr}(\mathbf{W} \mathbf{W}^H) \\ & - \sigma_r^2 \text{tr}(\mathbf{W} \mathbf{H}_{rd} \mathbf{Q} \mathbf{Q}^H \mathbf{H}_{rd}^H \mathbf{W}^H) \\ & - \sigma_r^2 \text{tr}(\mathbf{W} \Sigma_{rd} \mathbf{W}^H) \Psi_{rd} \mathbf{Q} \mathbf{Q}^H \end{aligned} \right) \quad (26)$$

事实上, 对于中继节点转发矩阵, 式(23)里的后半部分  $\mathbf{F}^H \mathbf{H}_{sr}^H (\mathbf{H}_{sr} \mathbf{F} \mathbf{F}^H \mathbf{H}_{sr}^H + \sigma_r^2 \mathbf{I}_{N_s} +$

$\text{tr}(\mathbf{F}\mathbf{F}^H\boldsymbol{\psi}_{sr})\Sigma_{sr})^{-1}$  是如果把  $\mathbf{H}_{sr}\mathbf{F}$  看成两跳中继系统第一跳组成的等效信道,实现的是对第一跳等效信道的均衡功能,而前半部分  $(\mathbf{H}_{rd}^H\mathbf{W}^H\mathbf{W}\mathbf{H}_{rd} + \lambda_2\mathbf{I}_{N_s} + \text{tr}(\mathbf{W}\Sigma_{rd}\mathbf{W}^H)\boldsymbol{\psi}_{rd})^{-1}\mathbf{H}_{rd}^H\mathbf{W}^H$ , 这里把  $\mathbf{W}\mathbf{H}_{rd}$  看成第二跳的等效信道,实现的是第二跳等效信道的预编码功能,因而矩阵  $\mathbf{Q}$  同时具有第一跳的均衡和第二跳的预编码功能。

### 2.3 收敛性分析

假定经过  $i$  次迭代后,得到预编码和均衡矩阵  $\{\mathbf{F}^{(i)}, \mathbf{Q}^{(i)}, \mathbf{W}^{(i)}\}$ , 则在第  $i+1$  次迭代满足

(i) 当  $\mathbf{Q}^{(i)}$  固定时,满足

$$\frac{\partial L(\mathbf{F}^{(i+1)}, \mathbf{Q}^{(i)}, \mathbf{W}^{(i)})}{\partial \mathbf{F}^{(i+1)*}} = 0 \quad (27)$$

这就意味着,在第  $i+1$  次迭代循环中,  $\mathbf{F}^{(i+1)}$  为极值点,即  $\varepsilon(\mathbf{F}^{(i+1)}, \mathbf{Q}^{(i)}, \mathbf{W}^{(i)}) \leq \varepsilon(\mathbf{F}^{(i)}, \mathbf{Q}^{(i)}, \mathbf{W}^{(i)})$ , 因此  $\varepsilon(\mathbf{F}^{(i)}, \mathbf{Q}^{(i)}, \mathbf{W}^{(i)})$  为单调递减序列,同时如式(6)所示,  $\varepsilon(\mathbf{F}^{(i)}, \mathbf{Q}^{(i)}, \mathbf{W}^{(i)}) \geq 0$ , 因此  $\varepsilon(\mathbf{F}^{(i)}, \mathbf{Q}^{(i)}, \mathbf{W}^{(i)}) \geq 0$  收敛,从而  $\{\mathbf{F}^{(i)}\}$  收敛。

(ii) 当  $\mathbf{F}^{(i)}$  固定时,满足

$$\frac{\partial L(\mathbf{F}^{(i)}, \mathbf{Q}^{(i+1)}, \mathbf{W}^{(i)})}{\partial \mathbf{Q}^{(i+1)*}} = 0 \quad (28)$$

这里意味着在第  $i+1$  次迭代循环中  $\mathbf{Q}^{(i+1)}$  为极值点,  $\varepsilon(\mathbf{F}^{(i)}, \mathbf{Q}^{(i+1)}, \mathbf{W}^{(i)}) \leq \varepsilon(\mathbf{F}^{(i)}, \mathbf{Q}^{(i)}, \mathbf{W}^{(i)})$ , 同理可以得到  $\varepsilon(\mathbf{F}^{(i)}, \mathbf{Q}^{(i)}, \mathbf{W}^{(i)})$  为单调递减序列,因此  $\{\mathbf{Q}^{(i)}\}$  是收敛序列. 所以可以得到预

编码矩阵  $\mathbf{F}$  和  $\mathbf{Q}$ 。

上述完整算法可以分成以下几个步骤:

步骤 1: 初始化:  $\mathbf{F}^{(0)} = \mathbf{I}_{N_s}$ ,  $\mathbf{Q}^{(0)} = \mathbf{I}_{N_s}$ 。

步骤 2: 从式(24)得到  $\mathbf{W}$ 。

步骤 3: 根据式(25)、(26)得到  $\lambda_1, \lambda_2$ 。

步骤 4: 把  $\lambda_1, \lambda_2$  代入式(22)、(23)得到  $\mathbf{F}$  和  $\mathbf{Q}$ 。

步骤 5: 重复步骤 2 到步骤 4,得到  $\mathbf{F}^{(i)}$  和  $\mathbf{Q}^{(i)}$  ( $i$  为迭代次数)。

步骤 6: 设定收敛门限  $\varepsilon$ , 判定是否满足  $\|\mathbf{F}^{(i)} - \mathbf{F}^{(i-1)}\|_F < \varepsilon$ ,  $\|\mathbf{Q}^{(i)} - \mathbf{Q}^{(i-1)}\|_F < \varepsilon$ , 若满足则迭代结束,否则重复步骤 2 到步骤 6。

### 2.4 一个特例 $\mathbf{F} = \mathbf{I}_{N_s}$

当  $\mathbf{F} = \mathbf{I}_{N_s}$  时,上述算法仍然成立。此时意味着在源节点省去预编码操作,这里联合优化只涉及中继和目的节点,式(22)可以在迭代过程省略,在其余的公式也可以得到大大简化。因此,与围绕源节点、中继节点和目的节点的三节点联合优化算法相比,这里简化算法的复杂度可以大大降低。

### 2.5 算法复杂度分析

假设源节点、中继节点、目的节点的天线数分别为  $N_s = l$ ,  $N_r = m$ ,  $N_d = n$ , 就乘法复杂度而言,本文给出的算法的乘法复杂度与文献[9]迭代算法的复杂度见表 1。

表 1 乘法复杂度比较

本文方法	$N_{\text{iter}} \left( \begin{aligned} &5m^2n + 4mn^2 + 2l^2m + 6lm^2 + 2lmn + l^2n + 2ln^2 + 2l^3 + 4m^3 + 2n^3 \\ &+ lm + ln + l^2 + 4m^2 + 2n^2 + 2mn + (l-1)l(l+1) + \frac{(n-1)n(n+1)}{3} \end{aligned} \right)$
本文方法的特例	$N_{\text{iter}} \left( \begin{aligned} &5m^2n + 3mn^2 + 5m^3 + n^3 + lmn + 4lm^2 + l^2n + 2ln^2 \\ &+ 2m^2 + 2n^2 + lm + ln + mn + \frac{(l-1)l(l+1)}{3} + \frac{2(m-1)m(m+1)}{3} \end{aligned} \right)$
文献[9]迭代方法	$N_{\text{iter}} \left( \begin{aligned} &2mn^2 + 4m^2n + lmn + 3m^3 + n^3 + m^2 + n^2 + 2lm^2 + \frac{2(m-1)m(m+1)}{3} \\ &+ \frac{(n-1)n(n+1)}{3} + N_{\text{iter\_biseq}} \left( 2m^3 + m^2 + \frac{(m-1)m(m+1)}{3} \right) \end{aligned} \right)$

下面给出一个具体例子,假设天线数分别为  $l = m = n = 2, 4, 6, 8$ , 迭代(iteration, iter)次数为  $N_{\text{iter}} = 10$ , 二分(bisection, biseq)法的迭代次数  $N_{\text{iter\_biseq}}$  取不同的数值,结果比较列在表 2 中。

文献[9]中迭代算法有两个迭代过程,一是计算  $\gamma_{i+1}$  使用二分法迭代处理,一是预编码和均衡矩阵  $\mathbf{F}$ ,  $\mathbf{Q}$  和  $\mathbf{W}$  的迭代求解。文献[9]中二分法的迭

代次数  $N_{\text{iter\_biseq}}$  取不同的数值,与本文提出的算法复杂度的比例是不同的,本文三节点联合优化算法在  $N_{\text{iter\_biseq}}$  为 8 的情况下与文献[9]的迭代算法大体相当,  $N_{\text{iter\_biseq}}$  为 10 的情况下,本文的复杂度可以降低 10% 以上。本文提出的算法如果由三节点退化为两节点,  $N_{\text{iter\_biseq}}$  为 5 时复杂度大概为文献[9]的 90%,  $N_{\text{iter\_biseq}}$  取值为 8 时复杂度降低 30%。事实

上,为了保持二分法的收敛的充分性,  $N_{iter\_bisecc}$  通常取值为 8 以上。

另外在用本文算法时,很多矩阵乘积如  $\mathbf{WH}_{rd}$ ,  $\mathbf{QH}_{sr}$ ,  $\mathbf{H}_{sr}\mathbf{F}$ ,  $\mathbf{W}\Sigma_{rd}\mathbf{W}^H$ ,  $\mathbf{Q}\Sigma_{sr}\mathbf{Q}^H$ ,  $\mathbf{WH}_{rd}\mathbf{QH}_{sr}$ ,  $\mathbf{H}_{rd}\mathbf{QH}_{sr}\mathbf{F}$

等在公式中多次出现,在计算时可以作为中间结果存储起来进行重用,虽然可能会占用一下存储资源,但是重复利用这些中间结果,可以大大降低矩阵乘法运算的复杂度。

表 2 算法复杂度比较

$l = m = n,$ $N_{iter} = 10$	本文方法/文献[9]迭代方法 $N_{iter\_bisecc}$				本文特例/文献[9]迭代方法 $N_{iter\_bisecc}$			
	10	8	6	5	10	8	6	5
2	87.6%	100%	118%	129.8%	62%	71.4%	84%	92.1%
4	86.7%	99.5%	116%	127.5%	61.6%	70.7%	82.8%	90.6%
6	86.6%	99.2%	116%	127%	61.5%	70.5%	82.5%	90%
8	86.5%	99.1%	115.9%	126%	61.5%	70.5%	82.4%	90%

### 3 仿真结果与分析

为了说明本文所给算法的优越性,对算法进行了蒙特卡洛仿真。假设源节点中继节点和目的节点的天线数为  $N_s = N_r = N_d = 4$ , 在中继和目的节点信道估计误差分别为  $\Delta\mathbf{H}_{sr}$  和  $\Delta\mathbf{H}_{rd}$ , 它们之间满足独立同分布

$$\Delta\mathbf{H}_{sr} \sim CN_{N_r, N_s}(\mathbf{0}_{N_r \times N_s}, \sigma_{e, sr}^2 \Sigma_{sr} \otimes \Psi_{sr}^T) \quad (29)$$

$$\Delta\mathbf{H}_{rd} \sim CN_{N_d, N_r}(\mathbf{0}_{N_d \times N_r}, \sigma_{e, rd}^2 \Sigma_{rd} \otimes \Psi_{rd}^T) \quad (30)$$

因而实际得到的信道估计  $\hat{\mathbf{H}}_{sr}$ 、 $\hat{\mathbf{H}}_{rd}$  分别为

$$\hat{\mathbf{H}}_{sr} \sim CN_{N_r, N_s}(\mathbf{0}_{N_r \times N_s}, (1 - \sigma_{e, sr}^2) \Sigma_{sr} \otimes \Psi_{sr}^T) \quad (31)$$

$$\hat{\mathbf{H}}_{rd} \sim CN_{N_d, N_r}(\mathbf{0}_{N_d \times N_r}, (1 - \sigma_{e, rd}^2) \Sigma_{rd} \otimes \Psi_{rd}^T) \quad (32)$$

假定  $\alpha$  和  $\beta$  为相关系数,  $\Psi_{sr} = \Psi_{rd} \Sigma_{sr} = \Sigma_{rd}$  定义如下:

$$\Psi_{sr} = \Psi_{rd} = \begin{pmatrix} 1 & \alpha & \alpha^2 & \alpha^3 \\ \alpha & 1 & \alpha & \alpha^2 \\ \alpha^2 & \alpha & 1 & \alpha \\ \alpha^3 & \alpha^2 & \alpha & 1 \end{pmatrix} \quad (33)$$

$$\Sigma_{sr} = \Sigma_{rd} = \begin{pmatrix} 1 & \beta & \beta^2 & \beta^3 \\ \beta & 1 & \beta & \beta^2 \\ \beta^2 & \beta & 1 & \beta \\ \beta^3 & \beta^2 & \beta & 1 \end{pmatrix} \quad (34)$$

在仿真中,假设源节点与中继节点发送信号的功率为  $E_s = E_r = 1$ , 中继与目的节点的噪声方差分别为  $\sigma_e^2$  和  $\sigma_d^2$ , 信道估计误差  $\Delta\mathbf{H}_{sr}$  和  $\Delta\mathbf{H}_{rd}$  的方差为  $\sigma_{e, sr}^2 = \sigma_{e, rd}^2 = \sigma_e^2$ , 仿真中  $\sigma_e^2$  分别取值为 0、0.01、0.005, 相关系数设定为  $\alpha = \beta = 0.45$ , 迭代次数  $N_{iter} = N_{iter\_bisecc} = 10$ , 迭代门限设定为  $\varepsilon = 0.0001$ ,

采用 QPSK 调制,仿真次数为  $10^4$ 。

图 2 和图 3 给出了不同算法的误码率 (BER) 和均方误差 (MSE) 性能比较,图中“Robust (SRD)”

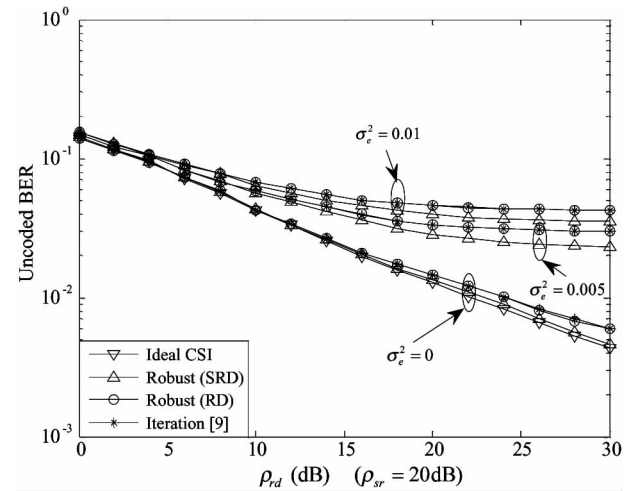


图 2 不同信道错误概率下的非编码 BER 性能比较

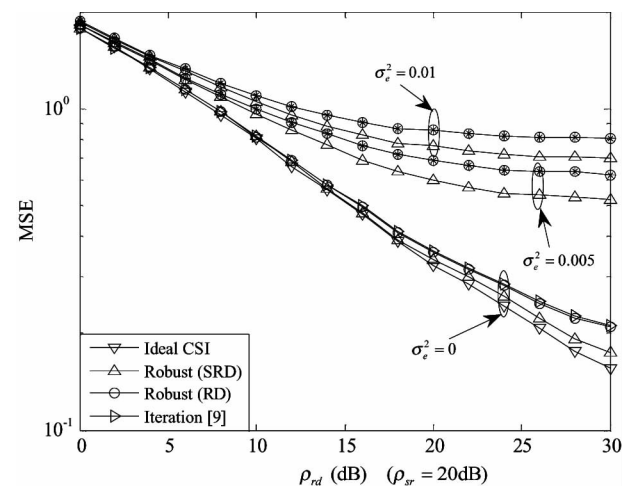


图 3 不同信道错误概率下的 MSE 性能比较

表示本文 2.2 给出的算法,即把源节点预编码  $\mathbf{F}$ , 中继节点预编码  $\mathbf{Q}$  和目的节点均衡  $\mathbf{W}$  结合起来进行联合优化;“Robust (RD)”表示本文 2.3 给出的特例算法,即中继节点预编码  $\mathbf{Q}$  和目的节点均衡  $\mathbf{W}$ ;“Iteration [9]”表示文献 [9] 给出的迭代算法;“Ideal CSI”表示理想信道状态信息。 $\rho_{sr}$  和  $\rho_{rd}$  分别代表第一阶段和第二阶段信号与噪声的功率比,即  $\rho_{sr} = -10 \lg(\sigma_r^2)$ ,  $\rho_{rd} = -10 \lg(\sigma_d^2)$ , 在仿真中  $\rho_{sr}$  设定为 20dB。

从仿真结果可以看出,在信道估计没有误差的情况下 ( $\sigma_e^2 = 0$ ), 所有算法的性能基本类似,但是当信道估计误差逐渐变大时,性能下降格外明显。当没有信道估计误差时,在 BER 为 1% 时,  $\rho_{rd}$  大约为 22dB, 对于信道估计误差为 0.005, BER 几乎不能达到 3%, 而对于信道估计误差为 0.02 的情形, BER 很难降到 5%。对于“Robust (RD)”和“Iteration [9]”而言,两者几乎具有相同的性能,都建立在中继节点和目的节点的两节点联合优化的基础上,但对于“Robust (SRD)”而言,在性能上要好于上述两种算法,从这里我们可以看出在非理想信道状态下,三节点(源节点中继节点和目的节点)联合优化相对两节点而言带来的联合处理增益。

## 4 结论

本文给出了两跳中继通信网络在非理想信道状态下的一种新的预编码与均衡联合优化算法,该算法把源节点预编码矩阵  $\mathbf{F}$ , 中继节点均衡和预编码矩阵  $\mathbf{Q}$  和目的节点均衡矩阵  $\mathbf{W}$  结合在一起,进行三节点联合优化处理。同时分析了算法的收敛性,通过仿真结果和算法复杂度分析,我们可以看出本文给出的三节点联合优化算法与文献 [9] 中两节点联合迭代优化算法相比,在保证算法充分收敛的情况下,有 1dB 以上的性能增益,同时在复杂度上,三节点联合处理的复杂度与文献 [9] 两节点算法大致相当。本文给出的方法如果退化为中继和目的节点两节点的话,性能与文献 [9] 大体相当,但是复杂度仅为文献 [9] 两节点联合迭代优化算法的 70% 左右,有效地降低了实现的复杂度。当然本算法在迭代过程中需要存储计算过程中多次用到的中间矩阵,会牺牲一部分存储资源,因而,复杂性的降低建

立在牺牲存储资源的基础上。但是,综合复杂度和性能而言,本文给出的非理想信道状态下的三节点联合优化算法以及退化为两节点的优化算法,都具有一定程度的优势。

## 参考文献

- [ 1 ] Laneman J N, Tse D N, Wornell G W. Cooperative diversity in wireless networks: efficient protocols and outage behavior. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2004, 50(12): 3062-3080
- [ 2 ] Tang X J, Hua Y B. Optimal design of non-regenerative MIMO wireless relays. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2007, 6(April): 1398-1407
- [ 3 ] Munoz-Medina O, Vidal J, Agustin A. Linear transceiver design in non-regenerative relays with channel state information. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2007, 55(June): 2593-2604
- [ 4 ] Guan W, Luo H W. Joint MMSE transceiver design in non-regenerative MIMO relay systems. *IEEE Communication Letters*, 2008, 12(7): 517-519
- [ 5 ] Zhang J F, Wu Y L, Zhou S D, et al. Joint linear transmitter and receiver design for the downlink of multiuser MIMO systems. *IEEE Communication Letters*, 2005, 9(11): 991-993
- [ 6 ] Serbelli S, Yener A. Transceiver optimization for multiuser MIMO systems. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2004, 52(1): 214-226
- [ 7 ] Zhang B, Wang X, Niu K, et al. Joint linear transceiver design for non-regenerative MIMO relay systems. *Electronics Letters*, 2009, 45(24): 24-25
- [ 8 ] Ding M H, Blostein S D. MIMO minimum total MSE transceiver design with imperfect CSI at both ends. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2009, 57(3): 1141-1150
- [ 9 ] Chen W X, Ma S D, Yik-Chung W. Robust joint design of linear relay precoder and destination equalizer for dual-hop amplify-and-forward MIMO relay systems. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, 58(4): 2273-2283
- [ 10 ] Gupta A K, Nagar D K. Matrix Variate Distributions. London, U. K.: Chapman&Hall/CRC, 2000. 60
- [ 11 ] Boyd S, Vandenberghe L. Convex Optimization. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2004. 243-244

## Robust joint optimization of the transceiver of dual hop relay systems under imperfect channel state

Chu Hongfa, Li Nan, Yu Dan, Niu Kai, Wu Weiling

(Key Laboratory of Universal Wireless Communication, Beijing University of Posts and Telecommunications (BUPT), Ministry of Education, Beijing 100876)

### Abstract

A novel transceiver joint optimization algorithm was proposed for dual hop multiple input multiple output (MIMO) relay communication systems with imperfect channel state information (CSI). Firstly, an imperfect MIMO channel model was built according to spatial correlation property, and then, based on the minimum mean square error (MMSE) criterion, this algorithm was optimized by jointly combining source node precoding, relay node precoding and destination node equalization together, which ensured the reliability of communication systems. The convergence and complexity were analyzed by simulation and the results were given. Compared with the traditional two nodes iterative optimization algorithm at relay and destination nodes, if the proposed algorithm is sufficiently convergent, its BER performance will be improved 1dB or more, while the complexity is almost the same, and when the algorithm is changed from three nodes to two nodes joint optimization, though the performance is almost unchanged, while the complexity will be reduced about 30%. Meanwhile, with this proposed algorithm, there are many repeated intermediate variables such as matrix multiplying results need to be stored in memory before hand, the complexity reduction is at the cost of the memory utilization. But when the performance and the complexity are considered, the proposed solution is better than the two nodes joint iterative optimization solutions existing at present.

**Key words:** multiple input multiple output (MIMO), relay, channel state information (CSI), precoding, joint optimization, iteration algorithm