

# 基于压缩感知的 IR-UWB 系统的抗量化噪声对策研究<sup>①</sup>

李云鹤<sup>②</sup> 吴绍华<sup>③</sup> 张巧玲 张钦宇

(\* 肇庆学院 肇庆 526061)

(\*\* 哈尔滨工业大学深圳研究生院 深圳 518055)

**摘要** 为减小压缩感知框架下脉冲超宽带 (IR-UWB) 信号低速采样接收过程中量化噪声的影响, 基于对压缩测量值均等携带信息及高斯分布特性的考虑, 设计出了三种有效的改进量化机制: 过载均匀量化、非均匀量化和过载非均匀量化。充分考察了过载机制中过载因子的影响因素, 拟合得到逼近最优过载的优化方案。仿真结果表明这三种改进机制都比均匀量化有较大的性能提升, 尤以过载非均匀量化性能改善最为显著, 而过载均匀量化机制以很低的实现复杂度获得了比复杂度颇高的非均匀量化机制更高的性能, 为压缩感知框架下的 IR-UWB 系统提供了一种实用的量化方式。

**关键词** 压缩感知 (CS), 脉冲超宽带 (IR-UWB), 量化机制, 量化噪声, 过载区间因子 (OIF)

## 0 引言

脉冲超宽带 (impulse radio ultra-wideband, IR-UWB) 技术能实现高速率通信与精确测距定位, 且集诸多优点于一身, 是一项低成本、低功耗的无线通信技术。但由于带宽极宽, 接收机中的高速高精度模数转换器 (analog-to-digital converter, ADC) 存在设计瓶颈, 成为当前制约 IR-UWB 技术实用化的重要原因之一。信息和应用数学领域新近的研究热点——压缩感知 (compressed sensing, CS)<sup>[1,2]</sup> 能以远低于 Nyquist 速率的采样来精确地恢复原始稀疏信号, 这正好为这一问题的解决提供了契机。在压缩感知 (CS) 框架下, 通过对 IR-UWB 发射信号和传播信道的稀疏性的挖掘, 可以实现对 IR-UWB 接收信号的低速率压缩采样<sup>[3,4]</sup>。然而压缩测量值从模拟前端传送到数字后端时, 量化过程是不可避免的。现有研究大都将测量值中的混合噪声的统计特性简单考虑为高斯分布<sup>[5]</sup>, 这对量化噪声的考虑过于理

想化, 很难实现数字后端信号的精确重构。目前考虑量化噪声实际影响的信号重构研究也在陆续展开<sup>[6-10]</sup>。文献[9]引入量化一致性约束, 提出了 BP-DQp (basis pursuit de-quantizer of moment p) 模型, 较好地处理了量化噪声和高斯噪声混合的情况。文献[10]提出了一种在 Dantzig 选择器 (Dantzig selector, DS) 算法和子空间追踪 (subspace pursuit, SP) 算法中自适应选择的方法, 较常规重构算法有全局的性能提升且抗量化噪声性能很强。现有研究皆从数字后端入手, 但要从根本上提升 IR-UWB 系统中的抗量化噪声性能, 应从模拟前端提高量化信噪比 (SNR), 减小压缩采样序列中的量化噪声的影响。

本文以提升 CS 框架下 IR-UWB 系统的抗量化噪声性能为目的, 基于对压缩测量值均等携带信息及高斯分布特性的考虑, 提出了三种改进的量化机制。这三种量化机制相对传统的均匀量化都取得了较明显的性能提升, 其中过载均匀量化实现复杂度最低, 符合大多数实际应用的需要; 过载非均匀量化

① 国家自然科学基金(61001092)资助项目。

② 男, 1983 年生, 博士, 副教授; 研究方向: 网络编码, 压缩感知, 无线传感器网络等; E-mail: yicrane@gmail.com

③ 通讯作者, E-mail: hitwush@hit.edu.cn

(收稿日期: 2014-08-13)

机制是三种改进机制中的性能最优者,为少数对重构精度要求极高的应用提供了一种可行的解决方案。

## 1 基于压缩感知的IR-UWB系统

### 1.1 压缩感知理论

若存在某个空间  $\Psi_{N \times N}$ ,使得信号  $x \in \mathbb{R}^{N \times 1}$  在这个空间的投影是  $K$  项稀疏的,则信号可表示为

$$x = \sum_{i=1}^N \psi_i h_i = \Psi h \quad (1)$$

其中  $x$  与  $h$  是  $N \times 1$  维向量,且稀疏系数  $h$  中非零值的个数仅为  $K$  ( $K \ll N$ ), $\Psi$  是  $N \times N$  的稀疏表达矩阵。在 CS 理论中,可通过  $M$  个信号在观测矩阵  $\Phi \in \mathbb{R}^{M \times N}$  ( $M < N$ ) 上的投影值  $y$  重构出信号  $x$ ,重构模型为

$$\hat{h} = \operatorname{argmin} \|h\|_0 \quad s.t. \quad y = \Phi \Psi h \quad (2)$$

其中  $T = \Phi \Psi$  是  $M \times N$  的感知矩阵, $y$  为  $M \times 1$  维的测量值。

然而直接求解式是复杂度很高的组合优化问题。Candes 等人证明,若感知矩阵  $\Phi \Psi$  满足约束等距性特性 (restricted isometry property, RIP),则式中的  $l_0$  范数问题求解可等价转换为  $l_1$  范数问题求解,即

$$\hat{h} = \operatorname{argmin} \|h\|_1 \quad s.t. \quad y = \Phi \Psi h \quad (3)$$

不过,感知矩阵的 RIP 特性的要求使得测量矩阵  $\Phi$  的选择存在一定的约束。通常随机生成的测量矩阵  $\Phi$  与任意表达矩阵  $\Psi$  之间不相关,可使得感知矩阵  $\Phi \Psi$  高概率满足 RIP 特性,所以现有研究中常用的测量矩阵多为随机测量阵,如高斯随机阵,二值随机阵等。

### 1.2 IR-UWB 信号模型及其压缩采样

在 IR-UWB 系统中,发射端的发射信号  $s(t)$  可表示为

$$s(t) = d(t) \otimes p(t) \quad t \in [0, T_s] \quad (4)$$

$T_s$  表示符号发送间隔, $p(t)$  是单脉冲信号,激励信号  $d(t) = \sum_{j=1}^J d_j \delta(t - \tau_j)$ ,  $(d_j, \tau_j)$  分别表示第  $j$  个脉冲的幅值和位置。UWB 信道冲击响应模型可表示为  $h(t) = \sum_{i=1}^L \alpha_i \delta(t - \varepsilon_i)$ ,  $\alpha_i$  和  $\varepsilon_i$  分别表示信道

多径的增益和时延, $L$  为多径数目。由于  $d(t)$  和  $h(t)$  都是  $\delta$  函数的线性组合,可见 IR-UWB 发射信号和多径信道都是天然稀疏的,非常适合在 CS 框架下处理。

为简单起见且不失一般性,以 IR-UWB 测距或通信过程的导频阶段为例进行讨论,此时在符号周期  $T_s$  内只使用单个脉冲激励信号,即  $d(t) = \delta(t)$ ,则接收到的信号可以表示为

$$\begin{aligned} x(t) &= s(t) \otimes h(t) + n_g(t) \\ &= p(t) \otimes h(t) + n_g(t) \end{aligned} \quad (5)$$

其中  $n_g(t)$  表示零均值、双边功率谱密度为  $N_0/2$  和方差为  $\sigma_{n_g}^2$  加性高斯白噪声的 (additive white Gaussian noise, AWGN)。为便于表述,先将模拟信号离散化,设虚拟采样频率为  $f_{\text{system}}^{[3]}$  (大于或等于 Nyquist 采样频率),式(5)对应的虚拟采样形式为

$$x = \Psi h + n_g \quad (6)$$

其中  $x, h, n_g$  分别表示  $x(t), h(t), n_g(t)$  的虚拟采样序列,稀疏表达矩阵  $\Psi$  是卷积作用“ $p(t) \otimes$ ”的等价循环矩阵, $h$  中仅序号为  $\{\lfloor \tau_l \cdot f_{\text{system}} \rfloor\}$  的元素非零。

考虑到压缩采样架构中的 ADC 量化精度有限,接收信号中的量化噪声同热噪声一样是不可避免的。故实际系统中的压缩测量模型为

$$y = \Phi(\Psi h + n_g) + n_q \quad (7)$$

其中  $n_q$  代表量化噪声。

### 1.3 量化噪声的影响及已有工作

由式可知,量化噪声  $n_q$  对压缩测量值的幅度有直接的影响,特别是在低量化精度情况时,大的量化误差对数字后端的精确重构带来了极大的挑战。目前,针对实际含噪声的 CS 重构研究也纷纷展开,如最常见的基追踪去噪 (basis pursuit denoising, BPDN) 重构。本文作者也在之前的研究中设计了一种根据噪声环境自适应选择算法重构的方法联合 DSSP<sup>[10]</sup>,获得了较好的抗量化噪声性能。

#### 1.3.1 BPDN

式(3)的重构模型忽略了实际系统中的噪声,若直接应用很难实现信号的精确重构。现有研究一般将信号重构问题确立为  $l_2$  约束的  $l_1$  最小化的二阶锥规划问题,即经典的 BPDN 模型:

$$\hat{\mathbf{h}} = \operatorname{argmin} \|\mathbf{h}\|_1 \quad s.t. \quad \|\mathbf{y} - \Phi \Psi \mathbf{h}\|_2 \leq \varepsilon \quad (8)$$

其中  $\varepsilon$  是与噪声相关的系数。此模型将混合噪声(量化噪声 + 热噪声)当作高斯噪声处理,取得了一定的抗噪声效果,在重构精度不高的场合有较广的应用。

然而,现有的压缩采样架构中量化器常采用均匀量化方式,则可知量化误差  $\mathbf{n}_q$  服从均匀分布。因此将混合噪声的统计特性简单考虑为服从高斯分布是不准确的,BPDN 中对量化噪声的特性挖掘不充分,无法达到信号重构的最优性能。

### 1.3.2 联合 DS-SP

若采用均匀量化器,可知量化噪声满足均匀分布且  $\|\mathbf{n}_q\|_\infty \leq \frac{\Delta}{2}$ ,  $l_\infty$  范数对量化噪声的特性的表示更准确。可建立模型如下:

$$\hat{\mathbf{h}} = \operatorname{argmin} \|\mathbf{h}\|_1 \quad s.t. \quad \|\mathbf{T}^*(\mathbf{y} - \mathbf{T}\hat{\mathbf{h}})\|_\infty \leq \varepsilon_{ng} + \varepsilon_{nq} \quad (9)$$

其中  $\varepsilon_{ng}$  和  $\varepsilon_{nq}$  分别是热噪声门限系数和量化噪声门限系数,常用凸优化的 DS<sup>[11]</sup>法求解。相对于 BPDN,其抗量化噪声性能有较大的提升。不过在之前的研究中发现在热噪声和量化噪声均较小时,贪婪算法 SP 能达到较 DS 法更优的重构效果。文献[10]定义了一个可直接判断出测量值所处噪声环境的量噪比(QNR)系数,根据 QNR 自适应选择 DS 和 SP 算法进行重构,相对经典重构算法有较大的抗量化噪声性能提升。

然而 BPDN、联合 DS-SP 以及类似的工作,都是从数字后端入手,通过建立更加精确的重构模型和设计更为匹配的重构算法来对抗量化噪声。要从根源上降低量化噪声的影响,更有效的方式应从模拟前端的量化环节入手<sup>[12,13]</sup>,通过量化机制的改进提升信号重构性能。

## 2 量化机制改进的量化噪声对策

### 2.1 压缩测量值的特点分析

压缩采样和传统采样的本质差别在于:传统采样是对信号逐点式的局部采样,而压缩采样是对信  
— 336 —

号投影的全局采样,各测量值携带了均等的有关原始信号的信息。丢弃少量测量值,使用剩余的测量值仍能重构信号。基于此特点,易想到可不必严格控制过载率为零,而是允许一定程度的过载,后续数字后端的处理只使用未过载的测量值。同时,如1.1节所描述,现有的测量矩阵多为随机矩阵,得到的测量值服从零均值高斯分布,其幅值分布不均匀,且小幅度测量值较多。显然,非均匀量化能更好地完成压缩测量值的量化。

基于上述分析,提出三个很自然的量化机制改进思路:

(1) 在现有的均匀量化机制中,引入过载策略,并设计相对应的重构算法;

(2) 将现有的均匀量化机制改进为非均匀量化机制,并设计与之匹配的重构算法;

(3) 结合“过载”和“非均匀量化”这两个想法,提出过载非均匀量化,并使得后端重构算法与之匹配。下面针对这三个思路分别详细阐述。

### 2.2 过载均匀量化策略

常规均匀量化中,为了避免过载噪声,一般量化前会将信号尺度缩小以保证幅度不超出量化器的饱和电平。这样可以控制过载率近乎为零,但同时也使得量化 SNR 相对较低,并不能取得很好的抗量化噪声效果。本文中,考虑到压缩测量值的特性,允许量化器存在过载(即信号幅值可以超出量化饱和电平),但过载的测量值不再作为重构信号的测量值。

ADC 中量化 SNR 的定义为  $\frac{S}{N_q} = \frac{E[y^2]}{E[(y - y_q)^2]}$ , 可见尽管过载后可用的测量值数目有所减少,但保留测量值的量化 SNR 是相对提升的,数字后端的最终处理性能有望得以提升。

假设测量值  $\mathbf{y} \in \mathbf{R}^{M \times 1}$  中未过载的测量值序列为  $\bar{\mathbf{y}} \in \mathbf{R}^{M_{nov} \times 1}$  ( $M_{nov} < M$ ), 其对应的子测量矩阵为  $\tilde{\Phi} \in \mathbf{R}^{M_{nov} \times N}$ , 同时考虑到被弃用的过载测量值实际也包含信号的有用信息,可引入一致性约束条件:对  $\mathbf{h}$  的重构结果进行验证,确证被弃用值所对应的测量通道上确实是过载的。假设  $\Phi$  表示弃用测量值所对应的子测量矩阵,则需满足  $\lfloor \Phi \mathbf{x} \rfloor > U$ , 其中  $\lfloor \cdot \rfloor$  表示下确界,  $U$  是量化器的饱和电平。故在过

载均匀量化机制下,可建立压缩测量信号的重构模型为

$$\hat{\mathbf{h}} = \operatorname{argmin} \| \mathbf{h} \|_1 \quad \text{s. t.} \quad \| \tilde{\mathbf{y}} - \tilde{\Phi} \Psi \mathbf{h} \|_\infty \leq \varepsilon_\infty \\ \lfloor \Phi \Psi \mathbf{h} \rfloor > U \quad (10)$$

在该模型中,噪声系数  $\varepsilon_\infty$  的准确选取对信号重构的精确度有直接的影响,故对模型中的噪声系数进行定量分析。考虑到  $l_2$  范数是能量范数,故首先分析  $\varepsilon_2$  的值满足的特点。 $l_2$  范数约束中,由于

$$\tilde{\Phi} \mathbf{n}_g \sim \left( 0, \left( \frac{N}{M_{\text{nov}}} \sigma_{\text{ng}} \right)^2 \mathbf{I} \right), \sigma_{\text{ng}} \text{ 为高斯噪声标准差}$$

$$\text{故可知 } \| \tilde{\Phi} \mathbf{n}_g \|_2 = \sqrt{M_{\text{nov}}} \sqrt{\frac{N}{M_{\text{nov}}}} \sigma_{\text{ng}} = \sqrt{N} \sigma_{\text{ng}}。 \text{ 对}$$

于量化噪声,若信号是常规的均匀量化,故量化噪声方差为  $\frac{\Delta^2}{12}$ ( $\Delta$  为量化间隔),则  $\| \mathbf{n}_q \|_2 = \sqrt{\frac{M_{\text{nov}}}{12}} \Delta$ 。

由于热噪声和量化噪声并不相互独立,故  $\varepsilon_2 \leq \sqrt{N} \sigma_{\text{ng}} + \sqrt{\frac{M_{\text{nov}}}{12}} \Delta$ 。然后根据向量范数等价性,可得

$\varepsilon_2$  与噪声系数  $\varepsilon_\infty$  的关系式:

$$\begin{aligned} \| \tilde{\mathbf{y}} - \tilde{\Phi} \Psi \mathbf{h} \|_\infty &\leq \| \tilde{\mathbf{y}} - \tilde{\Phi} \Psi \mathbf{h} \|_2 \\ &\leq \sqrt{M_{\text{nov}}} \| \tilde{\mathbf{y}} - \tilde{\Phi} \Psi \mathbf{h} \|_\infty. \end{aligned} \quad (11)$$

可知  $\frac{\varepsilon_2}{\sqrt{M_{\text{nov}}}} \leq \varepsilon_\infty \leq \varepsilon_2$ , 由这个关系初步设定  $\varepsilon_\infty$  为

$$\sqrt{\frac{N}{M_{\text{nov}}}} \sigma_{\text{ng}} + \sqrt{\frac{1}{12}} \Delta$$

故压缩感知框架下的过载量化重构模型可确立为

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{h}} &= \operatorname{argmin} \| \mathbf{h} \|_1 \quad \text{s. t.} \quad \| \tilde{\mathbf{y}} - \tilde{\Phi} \Psi \mathbf{h} \|_\infty \\ &\leq \sqrt{\frac{N}{M_{\text{nov}}}} \sigma_{\text{ng}} + \sqrt{\frac{1}{12}} \Delta \lfloor \Phi \Psi \mathbf{h} \rfloor > U \end{aligned} \quad (12)$$

该模型中主体为一个带  $l_\infty$  约束的  $l_1$  最小化问题,与带修正  $l_\infty$  约束的  $l_1$  最小化问题类似,故可以采用与 Dantzig 选择器(DS)方法类似的原对偶内点(primal dual interior point, PDIP)法求解<sup>[14]</sup>,也可以直接用 SP 贪婪算法求解。若在量化过程中,控制较好的过载率,在数字重构后端应能比常规均匀量化有较大的性能提升。

### 2.3 非均匀量化策略

在信号的量化过程中,对于输入呈均匀分布的信号,均匀量化器能最好地表现其分布特性。而在 CS 框架下,压缩测量值基本满足零均值的高斯分

布,故采用非均匀量化能更好地表现信号的分布特性,减少量化误差。

在非均匀标量量化中,最小二乘量化的出发点就是使得量化噪声功率  $N_q = E[n_q^2] = \int_{-\infty}^{+\infty} (y_q - y)^2 dF(y)$  最小,依此提出的 Lloyd-Max 算法是一种最优的非均匀量化算法<sup>[15]</sup>。故在非均匀量化机制下,采用 Lloyd-Max 量化考察压缩测量的 IR-UWB 信号的重构性能。

考虑到 Lloyd-Max 量化的目标是使量化前后差值的  $l_2$  范数最小,故应调整信号重构模型为  $l_1 - l_2$  约束模型:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{h}} &= \operatorname{argmin} \| \mathbf{h} \|_1 \quad \text{s. t.} \quad \| \tilde{\mathbf{y}} - \tilde{\Phi} \Psi \mathbf{h} \|_2 \\ &\leq \sqrt{N} \sigma_{\text{ng}} + \sqrt{M} \sigma_{\text{nq}} \end{aligned} \quad (13)$$

其中,  $\sigma_{\text{ng}}$  为高斯噪声标准差,  $\sigma_{\text{nq}}$  为 Lloyd-Max 量化噪声的标准差。此模型可采用凸优化的对数障碍(log-barrier, LB)法求解,同时,前文采用的贪婪算法 SP 亦可作为一种求解方式。

### 2.4 过载非均匀量化策略

前面两个思路中,过载机制通过将过载的输入信号从量化后的可用测量值中剔除,提升了量化过程的量化 SNR;而非均匀策略则针对不同概率密度的幅值区间采用不同的量化步长,直接减少了占大多数的小值测量值的量化噪声。这两个策略都起到了提升量化 SNR 的目的,但其作用点并不相同,若结合起来应能获得更好的性能提升,故提出过载非均匀量化策略。

这里,非均匀量化方式仍采用 Lloyd-Max 量化方法,故重构模型中应采用  $l_2$  范数约束,故过载非均匀量化的重构模型确立为

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{h}} &= \operatorname{argmin} \| \mathbf{h} \|_1 \quad \text{s. t.} \quad \| \tilde{\mathbf{y}} - \tilde{\Phi} \Psi \mathbf{h} \|_2 \\ &\leq \sqrt{N} \sigma_{\text{ng}} + \sqrt{M_{\text{nov}}} \sigma_{\text{nq}} \lfloor \Phi \Psi \mathbf{h} \rfloor > U \end{aligned} \quad (14)$$

由于实际压缩测量过程中,量化噪声与热噪声并不相互独立,故仿真过程中,混合噪声系数的设置应有酌情的降低。与 2.3 节中的非均匀量化类似,此重构模型的约束条件主要仍为  $l_2$  范数约束,故后端可采用同样的重构算法,考虑到贪婪算法 SP 能以较低的运算复杂度达到与凸优化算法 LB 相当的重构性能,本文仿真中选用的具体算法为 SP。

### 3 过载策略中的最优过载因子选择

对“过载均匀量化策略”和“过载非均匀量化策略”而言,过载率是后端重构性能好坏的关键因素。而过载率  $\frac{(M - M_{\text{nov}})}{M}$  ( $M$  表示输入测量值总数,  $M_{\text{nov}}$  表示未过载的测量值数目) 在信号量化之前是不能确定的,故定义一个与过载率一一对应的量——过载区间因子(后文简称过载因子):

$$\delta_{\text{ol}} = \frac{2U}{y_{\max} - y_{\min}} \quad (15)$$

其中,  $U$  是量化器饱和电平,  $y_{\max}$  和  $y_{\min}$  分别代表输入信号的最大值和最小值。可见,  $\delta_{\text{ol}}$  与过载率有相反的趋势且满足  $\delta_{\text{ol}} \in (0, 1]$ 。这里,以“过载均匀量化策略”为例讨论优化过载因子的设置方案,“过载非均匀量化策略”的设置思路相同,不再赘述。

#### 3.1 最优过载的存在性及影响因素分析

过载因子越小,测量值的量化 SNR 越高,但同时也使得用于信号重构的未过载测量值数小,所以理论上会存在一个最优过载因子,此时压缩感知量化重构能取得最优性能。固定热噪声电平  $E_b/N_0 = 30\text{dB}$ ,在测量比  $M/N = 0.3$  和  $M/N = 0.35$ ,量化精度 4 比特时,压缩感知过载量化重构在不同过载区间因子情况下的图形如图 1 所示。图 1 为一个类抛物线,顶点对应的过载因子即为最优过载因子(图中带方框的点)。

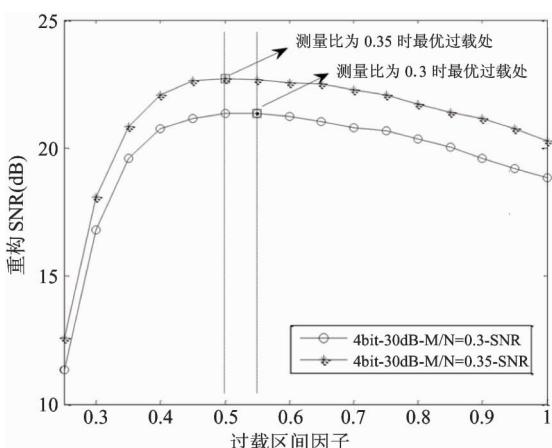


图 1 最优过载区间因子存在

根据 CS 理论,无论是否存在过载,重构时需保证保留的测量值数目满足  $M_{\text{nov}} >= cK \log(1 + N/K)$ ,从直观感觉可知,测量比  $M/N$  越大时,允许的过载率越大。同时,过载机制能改善重构性能的原因是能提高保留测量值的量化 SNR,故噪声大小对最优过载率影响很大。综上分析,最优过载的影响因素包括测量值维数  $M$  (或者  $M/N$ ) 和噪声大小。仿真发现,在保证量化噪声固定和  $M/N$  固定的情况下,不同的热噪声电平对最优过载因子(或最优过载率)的影响很小,如图 2 所示。从图 2(a)看出,量化精度为 1 比特时,在不同热噪声电平下,尽管重构 SNR 不同,但其获得最优重构 SNR 的过载因子都在  $\delta_{\text{ol}} = 0.5$  处;同理,图 2(b)显示,不同的热噪声电平下都在  $\delta_{\text{ol}} = 0.6$  获得了最优重构 SNR。图 2(c)和图 2(d)也同样显示不同热噪声电平时却在同一个过载因子获得最优重构 SNR,故最优过载的影响因素可以不考虑热噪声。且可看出,随着量化噪声变小,  $\delta_{\text{ol}}$  有变大趋势即最优过载率呈变小趋势。

#### 3.2 优化过载因子的设置模型

通过前面的分析和仿真可知,最优过载率随  $M/N$  的增大而增大,随量化噪声的增大亦呈增大趋势,故最优  $\delta_{\text{ol}}$  与这两个影响因素都呈相反的变化趋势。若能得到最优过载规律,则可拟合逼近此规律的优化过载方案,使得过载量化能够在较低复杂度下实现,且保证较大的性能提升。根据前面得出的最优过载率的影响因素,在不同  $M/N$  和量化精度下,仿真得到原对偶内点(PDIP)法的最优过载因子规律如图 3 所示,并确定优化过载因子选取拟合图如图 4 所示。

图 3 的结果表明,最优过载因子基本满足  $\delta_{\text{ol-8}} > \delta_{\text{ol-4}} \geq \delta_{\text{ol-2}} \geq \delta_{\text{ol-1}}$  ( $\delta_{\text{ol-n}}$  表示量化精度为  $n$  bit 时的最优过载区间因子);随着横轴  $M/N$  增大,除了 8bit 量化时  $\delta_{\text{ol}}$  基本稳定在固定值上,其它量化精度下,  $\delta_{\text{ol}}$  都随  $M/N$  增大而缓慢变小,仿真结果与之前的分析结果一致。

通过对最优过载规律的分析和拟合,可以得到不同  $M/N$  下,PDIP 法和 SP 算法优化过载因子的选取方案,如表 1 所示。

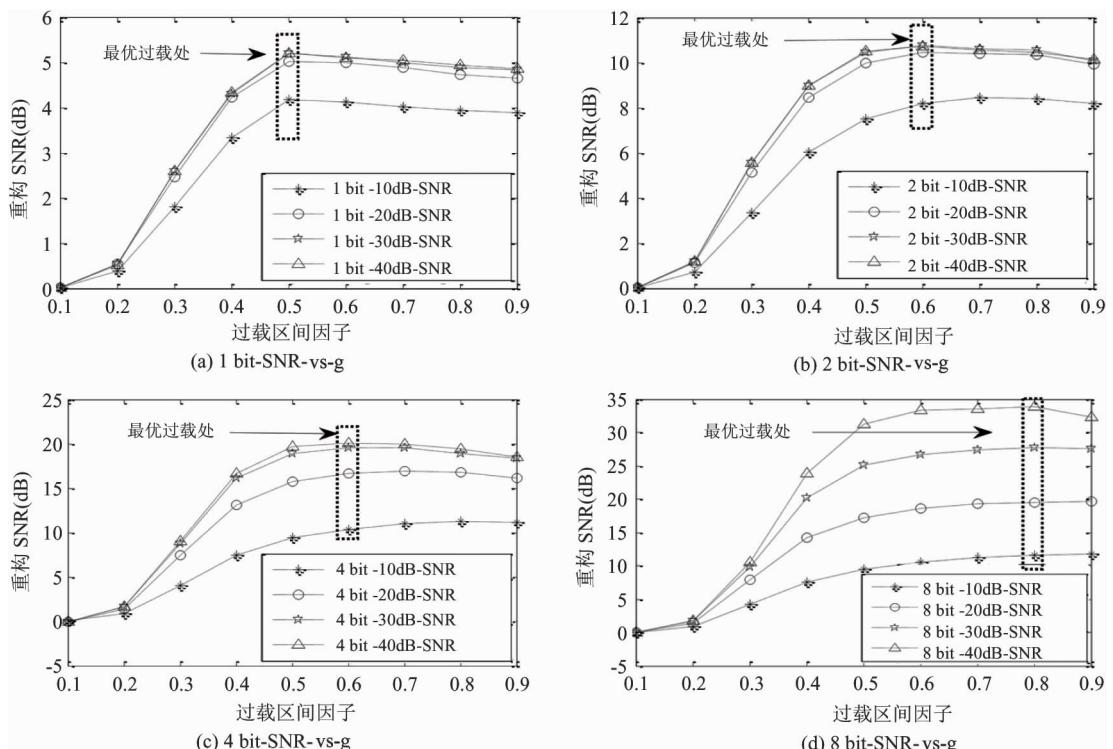
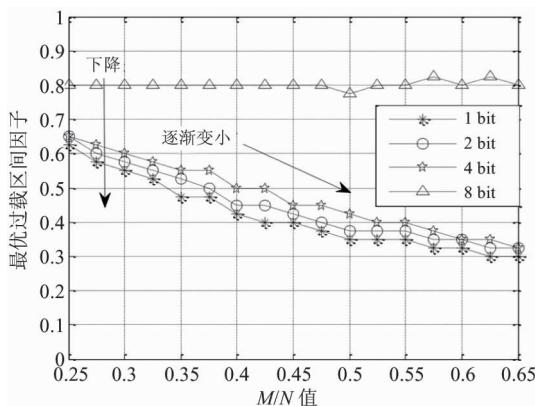
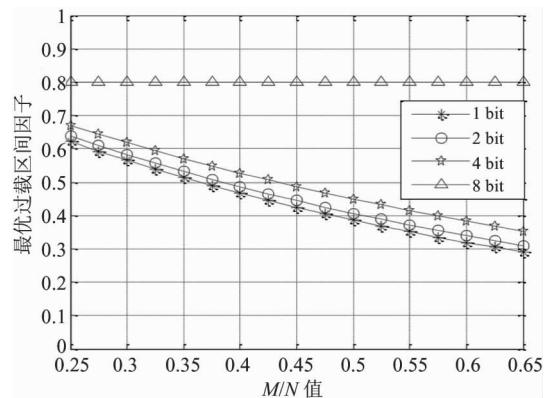
图2  $M/N=0.275$ 时不同热噪声电平下的最优过载区间因子图3 最优过载区间因子随  $M/N$  的变化规律图4 拟合的优化过载区间因子随  $M/N$  的变化规律

表1 不同量化精度下PDIP法和SP算法的过载区间因子选取模型

量化精度(比特)	PDIP法过载区间因子选取	SP过载区间因子选取
$n = 1$	$e^{-(2-\frac{1}{10})\frac{M}{N}}$	0.55
$n = 2, 4$	$e^{-(2-\frac{n}{10})\frac{M}{N}}$	$e^{-(2-\frac{n}{10})\frac{M}{N}}$
$n = 8$	0.8	0.8

表1中  $n$  为量化精度, 为整数值,  $M/N$  为测量数目与信号长度的比值。在实际过载量化重构过程中, 可使用上述优化过载方案进行过载量化。

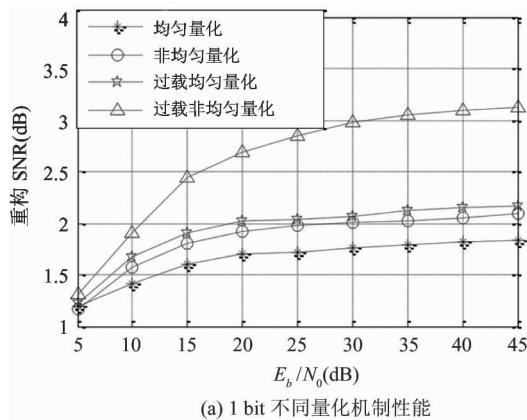
#### 4 仿真与讨论

为验证所提出的量化机制的有效性, 本节采用仿真工具 Matlab2010a 对量化机制性能进行了系统

仿真,定量考察其对 CS 框架下 IR-UWB 信号重构的影响。仿真中的具体参数设置见表 2。

表 2 量化重构中仿真参数设置

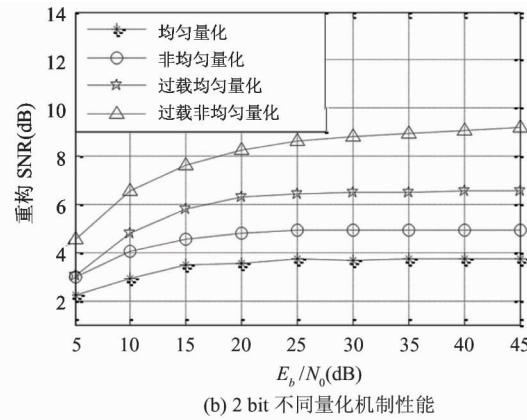
系统位置	对应参数
发射端相关	脉冲宽度 $T_p = 0.5\text{ns}$ , 符号发送间隔 $T_s = 100\text{ns}$
	使用 100 条 IEEE802.15.4a 的 C1 信道, 每条信道使用 10 次
接收端相关	热噪声电平从 5dB 到 45dB 变化步长为 5dB, 量化精度为 1,2,4,8 比特
	信号长度 $N = 2000$ , 稀疏度 $K = 100$ , 测量矩阵 $\Phi$ 为 Bernoulli 矩阵



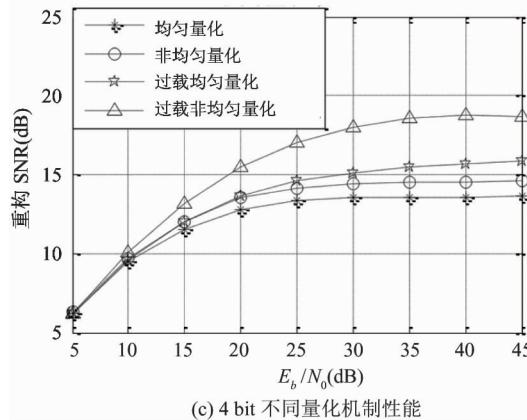
(a) 1 bit 不同量化机制性能

#### 4.1 改进量化机制与传统均匀量化机制对比

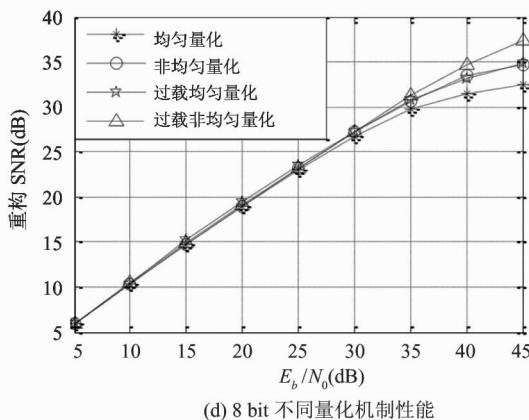
为体现改进机制的优越性且不失公平, 数字后端采用了两种均匀量化机制下的传统重构算法。仿真得到各机制量化信号在基追踪去噪(BPDN)算法和联合 DS-SP 算法重构时的性能对比分别如图 5 和图 6 所示。从图 5、图 6 可见, 不同噪声条件下, 三种改进量化机制相对均匀量化都有性能提升, 且在量化噪声越大(1、2 比特)时, 性能提升越明显, 而在量化精度很高(8 比特)情况下, 量化噪声小, 可改进的余地已经很小, 故改进的量化机制性能提升也较小。同时, 从图 5 和图 6 的结果可看出, 改进机制对不同的数字后端重构算法都有很好的适应性, 也充分说明了过载机制在 CS 框架下的有效性。



(b) 2 bit 不同量化机制性能



(c) 4 bit 不同量化机制性能



(d) 8 bit 不同量化机制性能

图 5 BPDN 重构时各量化机制的性能

#### 4.2 三种改进机制的综合对比

从前面的研究可知, 贪婪算法 SP 能求解这三种改进机制对应的重构模型, 且对于过载策略, 优化过载因子是测量比  $M/N$  和量化精度的函数。为了

更全面对比三种机制之间的相对性能和实现复杂度, 接下来固定热噪声电平  $E_b/N_0 = 30\text{dB}$ , 在不同测量比  $M/N$  和量化精度下对比三种量化机制的性能, 其数字后端重构算法均采用 SP 算法。

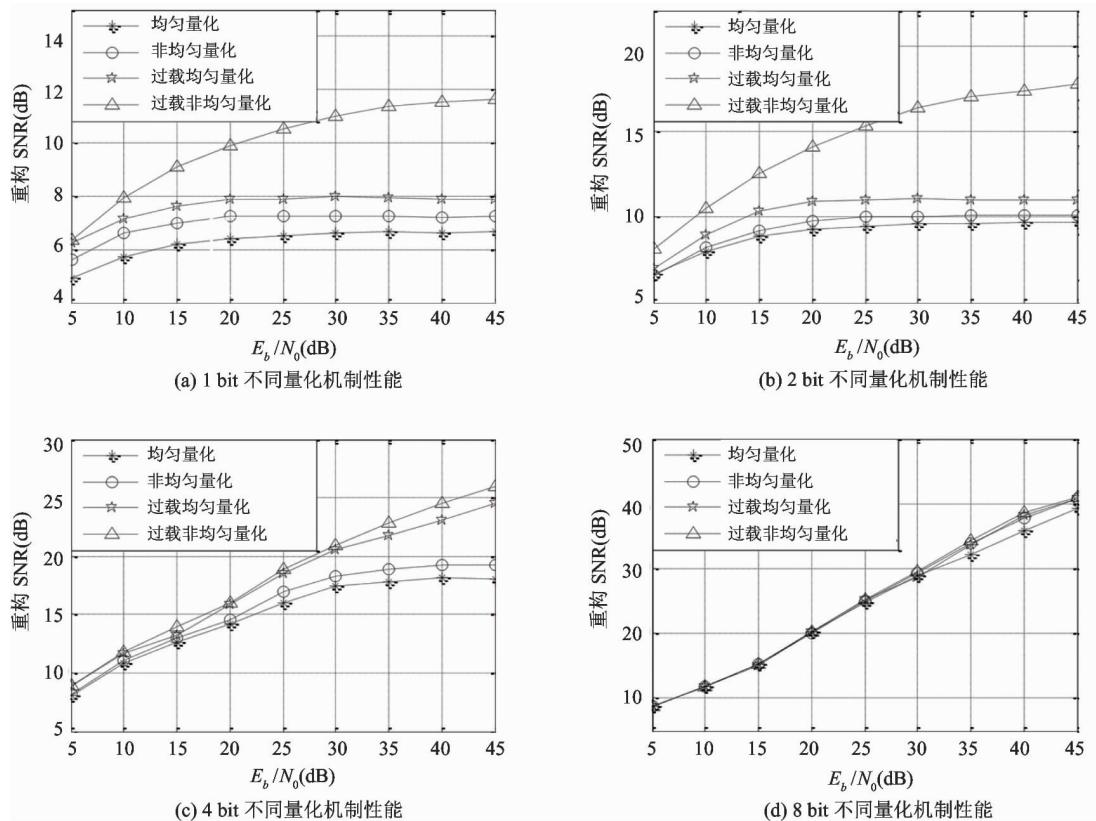


图6 Joint DS-SP 算法重构时各量化机制的性能

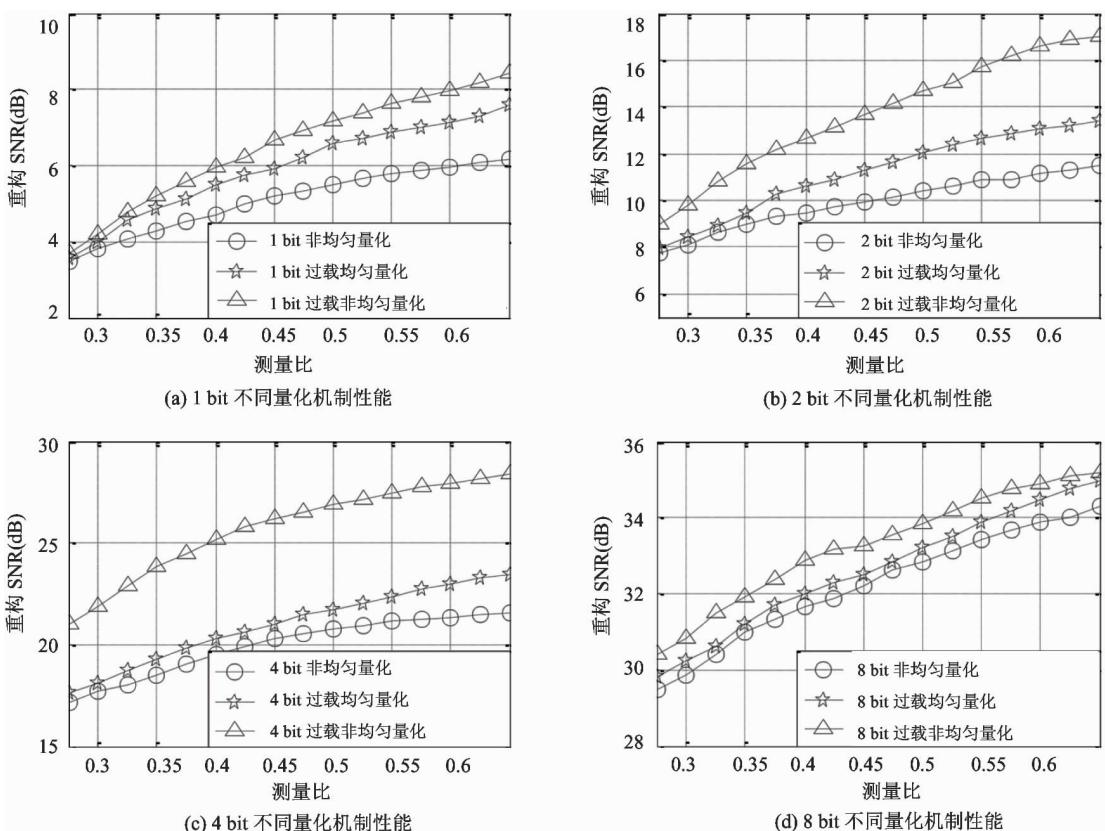


图7 三种改进量化机制在不同测量比和量化精度下的性能对比

从压缩感知的基本理论可知,测量值的数目需满足  $M \geq cK \log(1 + N/K)$ 。这里信号长度为确定值  $N = 2000$ , 在取  $c = 1$  时, 需要满足  $M > 550$ , 即  $M/N > 0.275$ 。同时考虑到压缩测量的有效性, 仿真中设定测量比的区间为  $M/N \in [0.275, 0.65]$ , 变化步长为 0.025, 量化精度为 1、2、4、8 比特, 仿真中的过载因子都依据第 5 节中的方法选取, 在 1000 次蒙特卡洛仿真的性能如图 7 所示。图中结果表明, 三种改进量化机制在各自优化的模型和过载因子下, 过载非均匀量化能取得最优的重构性能, 且相对其他两种机制有较大的性能优势; 过载均匀量化性能次之, 非均匀量化性能最差, 同时过载均匀量化较非均匀量化在 1, 2, 4 比特下都有较大的性能优势。若考虑量化机制的实现复杂度, 可得到三种机制的复杂度和性能的简要对比如表 3 所示。

表 3 改进量化机制的复杂度与性能综合对比

量化机制	实现复杂度	相对均匀量化的性能
过载均匀量化	较低(均匀量化器 + 过载处理)	提升较多
非均匀量化	一般 (非均匀量化器)	略有提升
过载非均匀量化	较高(非均匀量化器 + 过载处理)	提升很大

综上可知, 过载均匀量化仍停留在均匀量化层面上, 其复杂度比非均匀量化更低, 但是能取得更好的性能, 可作为实际应用中的优先选择方案。在改进的量化机制中, 过载非均匀量化能达到最好的性能, 但系统复杂度也是最高的, 适合在对性能要求高的场合中应用。

## 5 结 论

本文以 IR-UWB 信号的压缩采样为背景, 为降低重构原信号的压缩测量值所受量化噪声的影响, 从模拟前端入手设计量化机制以优化量化 SNR, 提高数字后端的重构性能。通过结合 CS 框架中不完全测量值仍能精确重构信号的特点, 提出过载均匀

量化机制; 结合 CS 测量值呈随机不均匀分布的特性, 提出采用 Lloyd-max 最优非均匀量化策略; 并考虑到这两个策略提升量化 SNR 的作用点并不相同, 融合这两个策略, 提出过载非均匀量化机制。为优化过载策略的性能, 文中考察了过载因子的影响因素, 并依此拟合出逼近最优过载因子的优化过载方案, 为过载策略的低复杂度和高性能提供了保证。在不同重构算法下的仿真结果表明: 这三种改进机制相对均匀量化机制具有较大的性能提升。综合考虑实现复杂度和三种改进量化机制在不同噪声环境和测量比下的性能发现, 过载均匀量化机制仅需在简单均匀量化机制上引入过载处理, 即可获得较大的性能提升, 甚至超出了非均匀量化的性能, 为 CS 框架下 IR-UWB 系统的压缩采样提供了一种很实用的量化方式; 而过载非均匀量化机制相对过载均匀量化仍有较大的性能改善, 不过其复杂度也较高, 适合用于对重构精度要求较高的场合。后续工作将考虑在 CS 框架下的信号重构过程中引入向量量化机制, 以进一步减小低精度量化的误差影响。

## 参 考 文 献

- [ 1 ] Donoho D. Compressed sensing. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(4) : 1289-1306
- [ 2 ] Tropp J, Laska J, Duarte M, et al. Beyond Nyquist: Efficient sampling of sparse bandlimited signals. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2010, 56(1) : 520-544
- [ 3 ] Zhang P, Hu Z, Qiu R C, et al. In: A compressive sensing based ultra-wideband communication system. In: Proceedings of the IEEE International Conference on Communications (ICC), Dresden, Germany, 2009. 1-5
- [ 4 ] Laska J, Kirolos S, Duarte M, et al. Theory and implementation of an analog-to-information converter using random demodulation. In: Proceedings of the IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS), New Orleans, USA, 2007. 1959-1962
- [ 5 ] Ben-Haim Z, Eldar Y C, Elad M. Coherence-based performance guarantees for estimating a sparse vector under random noise. *IEEE Transaction Signal Processing*, 2010, 58(10) : 5030-5043
- [ 6 ] Zymnis A, Boyd S, Candes E. Compressed sensing with

- quantized measurements. *IEEE Signal Processing Letters*, 2010, 17(2): 149-152
- [ 7 ] Max J. Quantizing for minimum distortion. *IRE Transactions on Information Theory*, 1960, IT-6: 7-12
- [ 8 ] Laska J N, Boufounos P T, Davenport M A, et al. Democracy in action: Quantization, saturation and compressive sensing. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 2011, 31(3): 429-443
- [ 9 ] Jacques L, Hammond D K, Fadili M J. Dequantizing compressed sensing: When oversampling and non-Gaussian constraints combine. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2011, 57 (1): 559-571
- [ 10 ] 张巧玲, 吴绍华, 张钦宇等. 基于量化压缩感知的IR-UWB接收信号重构研究. 电子与信息学报, 2012, 34 (11): 2761-2766
- [ 11 ] Candes E, Tao T. The dantzig selector: statistical estimation when p is much larger than n (with discussion). *Annals of Statistics*, 2007, 35 (6): 2313-2351
- [ 12 ] Cai T, Xu G, Zhang J. On recovery of sparse signals via l1 minimization. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2009, 55 (7): 3388-3397
- [ 13 ] Laska J, Boufounos P, Baraniuk R. Finite-range scalar quantization for compressive sensing. Proc. In: Proceedings of the Sampling Theory and Applications ( SampTA ), Marseille, France, 2009. 5
- [ 14 ] Candes E, Romberg J. L1-magic: Recovery of sparse signals via convex programming. <http://www.acm.caltech.edu/l1magic>, 2005
- [ 15 ] Ulugbek K, Vivek K, Goyal. Optimal quantization for compressive sensing under message passing reconstruction. In: Proceedings of the IEEE International Symposium on Information Theory, St. Petersburg, Russia, 2011. 390-394

## Countermeasure to quantization noise in CS based IR-UWB systems

Li Yunhe<sup>\*</sup>, Wu Shaohua<sup>\*\*</sup>, Zhang Qiaoling<sup>\*\*</sup>, Zhang Qinyu<sup>\*\*</sup>

(<sup>\*</sup>Zhaoqing University, Zhaoqing 526061)

(<sup>\*\*</sup>Harbin Institute of Technology Shenzhen Graduate School, Shenzhen 518055)

### Abstract

To reduce the influence of the quantization noise in the low rate sampling process of impulse radio ultra-wideband (IR-UWB) signals under the Compressed Sensing (CS) framework, three effective improved quantization mechanisms named overload uniform quantization, non-uniform quantization and overload non-uniform quantization were proposed based upon the consideration of the equal carry information feature and the Gaussian distribution characteristic of the compressed measurements. The influences of overload factors in overload mechanisms were thoroughly investigated, and an optimization scheme for approaching the optimal overload was obtained by the fitting. The simulation results verify that the three proposed mechanisms all have obvious performance improvement compared to the uniform quantization mechanism. Especially, the overload non-uniform quantization strategy promotes performance most significantly but accompanies a high complexity. Meanwhile, the simplest overload uniform quantization outperforms the relatively complex non-uniform quantization, which provides a very practical quantization strategy for IR-UWB systems under the CS framework.

**Key words:** compressed sensing (CS), impulse radio ultra-wideband (IR-UWB), quantization mechanism, quantization noise, overload interval factor (OIF)