

# 考虑铰间间隙和重力效应的空间机械臂建模与控制<sup>①</sup>

刘福才<sup>②</sup> 侯甜甜 贾晓菁

(燕山大学工业计算机控制工程河北省重点实验室 秦皇岛 066004)

**摘要** 分析了不同重力环境下铰间间隙对空间机械臂动力学性能带来的影响,研究了地面装调和空间应用两个阶段的含铰间间隙机构动力学模型,在此基础上设计了不依赖控制对象模型的空间机械臂自抗扰控制(ADRC)算法,以解决重力环境和铰间间隙的改变导致地面调试好的控制系统在空间应用时无法达到控制精度的问题。该算法将机构中重力和铰间间隙的变化作为系统中的干扰,通过利用扩张状态观测器(ESO)对其进行估计,经过非线性反馈控制进行补偿,提高系统控制精度。仿真结果表明,不同重力环境下该控制算法均能达到较高精度控制要求,使系统具有较强的抗干扰性能。

**关键词** 空间机械臂, 铰间间隙, 重力, 自抗扰控制(ADRC), 轨迹跟踪

## 0 引言

随着航天事业的不断发展,人们对空间操作机构的控制精度要求越来越高。在复杂的空间微重力环境中,空间机构在执行空间任务时会受到多种因素的干扰,机构的运动精度将会受到影响。这些干扰因素不仅仅来自于空间环境,如超高真空、高低温交变及微重力<sup>[1]</sup>等,有些还来自于机构本身,如摩擦、柔性和铰间间隙等。大量学者针对后者进行了一系列的研究。文献[2]分别从动力学模型和控制策略两个角度对柔性臂机器人的研究进行了总结,文献[3-5]研究了机械臂中摩擦等效模型的建立并提出了相应的补偿控制方法,以上对空间机构的研究考虑了摩擦、柔性等因素。

目前大多数关于铰间间隙的研究主要集中在提高运动学精度和机构动力学建模的问题上。为了提高含间隙机械臂的运动精度,文献[6]提出了一种基于视觉标记物的在线校准方法;文献[7]利用Kane方法建立了计及铰链间隙的机械臂动力学模

型并进行了仿真研究;文献[8]分析了含铰间间隙机构的动力学特性。分析现有文献,从控制角度出发进行的含铰间间隙机构的研究相对较少。铰间间隙的存在使得实际机构与理想机构的运动发生偏离,降低了机构的运动学精度,尤其是与摩擦、碰撞、重力等因素产生的耦合作用会严重影响机构的动力学特性。空间机构在地面进行装配和调试时处于重力环境,在空间应用过程中处于微重力环境。另外重力环境的改变会导致机构中铰间间隙的改变,使得在地面设计、制造和调试好的控制器在空间应用时却达不到理想的精度和效果。文献[9]指出含间隙可展机构的动力学行为在无重力环境下和有重力环境下有较大的差别,重力作用使间隙铰内碰撞减弱。为了保证在地面试验中可靠地预测在太空展开性能,可展机构在地面试验时应采取重力补偿措施。针对以上问题,本研究建立了不同重力环境下含铰间间隙机构的动力学模型,将不同重力环境下重力和铰间间隙的变化作为系统干扰,进而设计了自抗扰(auto disturbance rejection)控制器,从而产生了一种考虑铰间间隙和重力效应的空间机械臂自抗扰控

<sup>①</sup> 863 计划和河北省自然科学基金(F2015203362)资助项目。

<sup>②</sup> 男,1966 年生,博士,博士生导师,教授;研究方向:计算机控制及空间机器人控制,联系人,E-mail: lfc@ysu.edu.cn  
(收稿日期:2015-03-02)

迹跟踪控制方法。由于该方法不依赖控制对象模型而且有强鲁棒性特点,避免了对间隙项的复杂计算和提取。最终仿真结果表明,该方法在不同重力环境下,均能保证含铰间间隙机构的控制精度。

## 1 系统模型建立

### 1.1 间隙铰数学模型

间隙铰主要由轴颈和轴套两个运动副元素构成。其数学模型如图 1 所示。

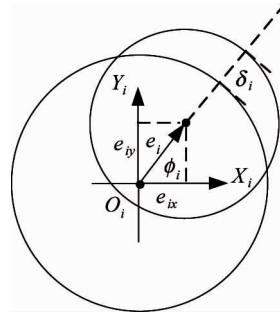


图 1 间隙铰数学模型

图中,  $X_iO_iY_i$  为关节  $i$  处,以轴套中心为原点建立的坐标系;( $e_{ix}, e_{iy}$ )为轴颈中心相对于轴套中心的位置坐标; $e_i$  为间隙矢量,即偏心距; $\phi_i$  为轴颈相对  $OY$  坐标轴的旋转角度; $\delta_i$  为穿刺深度。相应的具体表达式为

$$e_i = \sqrt{e_{ix}^2 + e_{iy}^2} \quad (1)$$

$$\phi_i = \arctan \frac{e_{iy}}{e_{ix}} \quad (2)$$

$$\delta_i = e_i - r_i \quad (3)$$

式(3)中,  $r_i$  为静态间隙。

### 1.2 接触碰撞分析

由于铰间间隙的存在,机构工作时运动副元素之间就会产生接触碰撞,因此对含铰间间隙机构进行建模时,首先需要对运动副之间的接触碰撞力进行建模和分析。

#### (1) 碰撞接触条件分析

运动副元素轴颈和轴承之间的碰撞接触分析可以通过  $\delta_i$  进行描述。当  $\delta_i < 0$  时,轴颈与轴套之间没有接触,处于自由运动阶段; $\delta_i = 0$  是接触和分离

的分界点;当  $\delta_i > 0$  时,轴颈和轴承相互接触,运动副元素之间产生相互作用力并发生弹性形变。

#### (2) 接触力分析

间隙铰的受力分析图如图 2 所示。图中,  $F_{ni}$  为法向碰撞力; $F_{ti}$  为切向摩擦力; $F_{ci} = \sqrt{F_{ni}^2 + F_{ti}^2}$  为接触力; $F_{cix}, F_{ciy}$  为接触力分别在  $x, y$  坐标轴上的分力。碰撞力  $F_{ni}$  的计算表达式如下式所示:

$$F_{ni} = K_i \delta_i^m + C_{in} \dot{\delta}_i \quad (4)$$

式中,  $K_i$  为第  $i$  个间隙铰的刚度系数; $C_{in}$  为第  $i$  个间隙铰的法向阻尼系数; $m$  为非线性弹簧接触力系数; $\delta_i$  为第  $i$  个间隙铰的法向变形量。

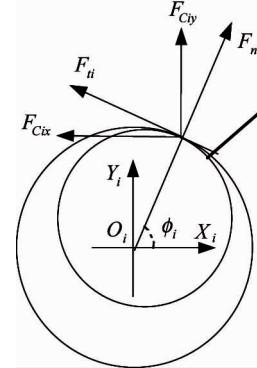


图 2 间隙铰受力图

接触力  $F_{ti}$  的表达式为

$$F_{ti} = -f_i F_{ni} \operatorname{sign}(\nu_{it}) \quad (5)$$

式中,  $f_i$  为第  $i$  个间隙铰滑动摩擦因数; $\nu_{it}$  为第  $i$  个间隙铰的切向相对速度。

碰撞接触力的表达式为

$$\begin{cases} F_{cix} = u(\delta_i)(F_{ni} \cos \phi_i + F_{ti} \sin \phi_i) \\ F_{ciy} = u(\delta_i)(F_{ni} \sin \phi_i - F_{ti} \cos \phi_i) \end{cases} \quad (6)$$

式中,

$$u(\delta_i) = \begin{cases} 0, & \delta_i < 0 \\ 1, & \delta_i \geq 0 \end{cases} \quad (7)$$

### 1.3 含铰间间隙机械臂模型

针对图 3 所示的含铰间间隙机械臂系统作如下假设:(1) 系统为刚性系统;(2) 系统由基座和两个连杆组成,在地面和空间环境中皆为基座固定的二连杆机械臂系统;(3) 空间忽略微重力,系统在地面和空间均不受其他外力及外力矩作用。

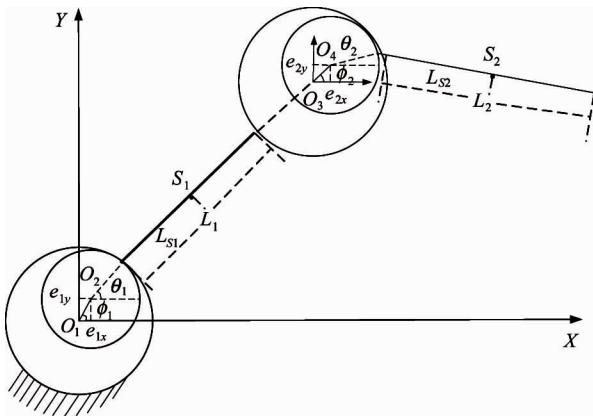


图3 含铰间隙二自由度机械臂模型

图中,连杆1和基座、连杆2和连杆1之间均以旋转铰链连接,为表达方便,对旋转铰链作了放大处理。 $S_1$ 和 $S_2$ 分别为连杆1和连杆2的质心, $O_1$ 、 $O_2$ 、 $O_3$ 、 $O_4$ 分别为轴套1、轴颈1、轴套2、轴颈2的质心。轴套1固定在基座上,在轴套1的质心位置建立固定坐标系 $OXY$ 。已知轴套1和轴颈1的半径分别为 $R_1$ 和 $R_2$ ,轴套2和轴颈2的半径分别为 $R_3$ 和 $R_4$ 。连杆1和连杆2的臂长分别为 $L_1$ 和 $L_2$ ,连杆1的质心到轴颈1质心的距离为 $L_{s1}$ ,连杆2的质心到轴颈2质心的距离为 $L_{s2}$ 。连杆1和连杆2的质量分别为 $m_1$ 和 $m_2$ 。假设作用在连杆1和连杆2上的驱动力矩分别为 $T_1$ 和 $T_2$ 。

由图3可知,含铰间隙的二连杆机械臂系统的自由度为6,分别为 $e_{1x}$ 、 $e_{1y}$ 、 $\theta_1$ 、 $e_{2x}$ 、 $e_{2y}$ 、 $\theta_2$ 。用过运动学分析求解各连杆质心的加速度 $a_{S_i}$ 及其在坐标轴上的分量: $\ddot{x}_{S_1}$ 、 $\ddot{y}_{S_1}$ 、 $\ddot{x}_{S_2}$ 、 $\ddot{y}_{S_2}$ 。

给定: $b_1 = [1 \ 0 \ 0]^T$ ;  $b_2 = [0 \ 1 \ 0]^T$ ;  
 $b_3 = [0 \ 0 \ 1]^T$ 。

连杆1质心 $S_1$ 的位置坐标方程为

$$\begin{bmatrix} x_{S_1} \\ y_{S_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_{1x} \\ e_{1y} \end{bmatrix} + L_{S_1} \begin{bmatrix} \cos\theta_1 \\ \sin\theta_1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

连杆2质心 $S_2$ 的位置坐标方程为

$$\begin{bmatrix} x_{S_2} \\ y_{S_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_{1x} \\ e_{1y} \end{bmatrix} + L_1 \begin{bmatrix} \cos\theta_1 \\ \sin\theta_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{2x} \\ e_{2y} \end{bmatrix} + L_{S_2} \begin{bmatrix} \cos\theta_2 \\ \sin\theta_2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

机械臂末端B的位置坐标方程为

$$\begin{bmatrix} x_B \\ y_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_{1x} \\ e_{1y} \end{bmatrix} + L_1 \begin{bmatrix} \cos\theta_1 \\ \sin\theta_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{2x} \\ e_{2y} \end{bmatrix} + L_2 \begin{bmatrix} \cos\theta_2 \\ \sin\theta_2 \end{bmatrix} \quad (10)$$

连杆1质心 $S_1$ 的线速度方程为

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{S_1} \\ \dot{y}_{S_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{e}_{1x} \\ \dot{e}_{1y} \end{bmatrix} + L_{S_1} \dot{\theta}_1 \begin{bmatrix} -\sin\theta_1 \\ \cos\theta_1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

连杆2质心 $S_2$ 的线速度方程为

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{S_2} \\ \dot{y}_{S_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{e}_{1x} \\ \dot{e}_{1y} \end{bmatrix} + L_1 \dot{\theta}_1 \begin{bmatrix} -\sin\theta_1 \\ \cos\theta_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{e}_{2x} \\ \dot{e}_{2y} \end{bmatrix} + L_{S_2} \dot{\theta}_2 \begin{bmatrix} -\sin\theta_2 \\ \cos\theta_2 \end{bmatrix} \quad (12)$$

机械臂末端B的线速度方程为

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_B \\ \dot{y}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{e}_{1x} \\ \dot{e}_{1y} \end{bmatrix} + L_1 \dot{\theta}_1 \begin{bmatrix} -\sin\theta_1 \\ \cos\theta_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{e}_{2x} \\ \dot{e}_{2y} \end{bmatrix} + L_2 \dot{\theta}_2 \begin{bmatrix} -\sin\theta_2 \\ \cos\theta_2 \end{bmatrix} \quad (13)$$

连杆1质心 $S_1$ 的加速度方程为

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}_{S_1} \\ \ddot{y}_{S_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddot{e}_{1x} \\ \ddot{e}_{1y} \end{bmatrix} + L_{S_1} \dot{\theta}_1^2 \begin{bmatrix} -\cos\theta_1 \\ -\sin\theta_1 \end{bmatrix} + L_{S_1} \ddot{\theta}_1 \begin{bmatrix} -\sin\theta_1 \\ \cos\theta_1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

连杆2质心 $S_2$ 的加速度方程为

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}_{S_2} \\ \ddot{y}_{S_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddot{e}_{1x} \\ \ddot{e}_{1y} \end{bmatrix} + L_1 \dot{\theta}_1^2 \begin{bmatrix} -\cos\theta_1 \\ -\sin\theta_1 \end{bmatrix} + L_1 \ddot{\theta}_1 \begin{bmatrix} -\sin\theta_1 \\ \cos\theta_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \ddot{e}_{2x} \\ \ddot{e}_{2y} \end{bmatrix} + L_{S_2} \dot{\theta}_2^2 \begin{bmatrix} -\cos\theta_2 \\ -\sin\theta_2 \end{bmatrix} + L_{S_2} \ddot{\theta}_2 \begin{bmatrix} -\sin\theta_2 \\ \cos\theta_2 \end{bmatrix} \quad (15)$$

机械臂末端B的加速度方程为

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}_B \\ \ddot{y}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddot{e}_{1x} \\ \ddot{e}_{1y} \end{bmatrix} + L_1 \dot{\theta}_1^2 \begin{bmatrix} -\cos\theta_1 \\ -\sin\theta_1 \end{bmatrix} + L_1 \ddot{\theta}_1 \begin{bmatrix} -\sin\theta_1 \\ \cos\theta_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \ddot{e}_{2x} \\ \ddot{e}_{2y} \end{bmatrix} + L_2 \dot{\theta}_2^2 \begin{bmatrix} -\cos\theta_2 \\ -\sin\theta_2 \end{bmatrix} + L_2 \ddot{\theta}_2 \begin{bmatrix} -\sin\theta_2 \\ \cos\theta_2 \end{bmatrix} \quad (16)$$

在接触点轴颈相对于轴套的切向速度和法向速度为

$$\begin{aligned} v_{2t} &= -\dot{e}_{2x} \sin\phi_2 + \dot{e}_{2y} \cos\phi_2 + (\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1)R_4 - \dot{\theta}_1 e_2 \\ v_{1t} &= -\dot{e}_{1x} \sin\phi_1 + \dot{e}_{1y} \cos\phi_1 + \dot{\theta}_1 R_2 \\ v_{in} &= \dot{e}_{ix} \cos\phi_i + \dot{e}_{iy} \sin\phi_i, \quad i = 1, 2 \end{aligned} \quad (17)$$

间隙铰在运动过程中,假设轴颈为刚体(不发生变形),轴套为柔性体(可发生变形)。对于连杆 1,根据  $\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a}_{S_1}$  得

$$\begin{cases} -F_{C1x} + F_{C2x} = m_1 \ddot{x}_{S_1} \\ -F_{C1y} + F_{C2y} - m_1 g = m_1 \ddot{y}_{S_1} \end{cases} \quad (18)$$

根据  $\boldsymbol{\tau} = {}^s J\boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\omega} \times ({}^s J\boldsymbol{\omega})$ , 得

$$\begin{aligned} T_1 + F_{C1x} R_2 \sin\theta_1 - F_{C2x} [L_1 \sin\theta_1 + e_{2y} + R_4 \sin\phi_2] \\ - F_{C1y} R_2 \cos\theta_1 + F_{C2y} [L_1 \cos\theta_1 + e_{2x} + R_4 \cos\phi_2] \\ - m_1 g L_{S_1} \cos\theta_1 = J_{O_2} \ddot{\theta}_1 \end{aligned} \quad (19)$$

对于连杆 2,根据  $\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a}_{S_2}$ , 得

$$\begin{cases} -F_{C2x} = m_2 \ddot{x}_{S_2} \\ -F_{C2y} - m_2 g = m_2 \ddot{y}_{S_2} \end{cases} \quad (20)$$

根据  $\boldsymbol{\tau} = {}^s J\boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\omega} \times ({}^s J\boldsymbol{\omega})$ , 得

$$\begin{aligned} T_2 + F_{C2x} R_4 \sin\phi_2 - F_{C2y} R_4 \cos\phi_2 - m_2 g L_{S_2} \cos\theta_2 \\ = J_{O_4} \ddot{\theta}_2 \end{aligned} \quad (21)$$

最终将式(19)和(21)整理成矩阵形式,得到含铰间隙机械臂系统动力学模型如下所示:

$$\ddot{\mathbf{x}} = \mathbf{M}^{-1} \mathbf{Q} \quad (22)$$

式中,  $\ddot{\mathbf{x}}$  为广义加速度阵;  $\mathbf{M}$  为广义质量阵;  $\mathbf{Q}$  为广义力阵。

其中:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -L_{S_1} \sin\theta_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & L_{S_1} \cos\theta_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_{O_2} & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -L_1 \sin\theta_1 & 1 & 0 & -L_{S_2} \sin\theta_2 \\ 0 & 1 & L_1 \cos\theta_1 & 0 & 1 & L_{S_2} \cos\theta_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_{O_4} \end{bmatrix}$$

$$\ddot{\mathbf{x}} = [\ddot{e}_{1x} \quad \ddot{e}_{1y} \quad \ddot{\theta}_1 \quad \ddot{e}_{2x} \quad \ddot{e}_{2y} \quad \ddot{\theta}_2]^T$$

$$\mathbf{Q} = [a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4 \quad a_5 \quad a_6]^T$$

$$a_1 = \frac{-F_{C1x} + F_{C2x}}{m_1} + L_{S_1} \dot{\theta}_1^2 \cos\theta_1$$

$$a_2 = \frac{-F_{C1y} + F_{C2y}}{m_1} - g + L_{S_1} \dot{\theta}_1^2 \sin\theta_1$$

$$a_3 = T_1 + F_{C1x} R_2 \sin\theta_1 - F_{C1y} R_2 \cos\theta_1$$

$$-m_1 g L_{S_1} \cos\theta_1$$

$$-F_{C2x} [L_1 \sin\theta_1 + e_{2y} + R_4 \sin\phi_2]$$

$$+ F_{C2y} [L_1 \cos\theta_1 + e_{2x} + R_4 \cos\phi_2]$$

$$a_4 = \frac{-F_{C2x}}{m_2} + L_1 \dot{\theta}_1^2 \cos\theta_1 + L_{S_2} \dot{\theta}_2^2 \cos\theta_2;$$

$$a_5 = \frac{-F_{C2y}}{m_2} - g + L_1 \dot{\theta}_1^2 \sin\theta_1 + L_{S_2} \dot{\theta}_2^2 \sin\theta_2;$$

$$a_6 = T_2 + F_{C2x} R_4 \sin\phi_2 - F_{C2y} R_4 \cos\phi_2$$

$$-m_2 g L_{S_2} \cos\theta_2$$

式中重力环境下  $g$  取  $9.8 \text{ m/s}^2$ , 微重力环境下  $g$  取  $0 \text{ m/s}^2$ 。

## 2 控制器设计

由于重力环境的改变会导致表示间隙的变量  $e_{1x}, e_{1y}, e_{2x}, e_{2y}$  的变化, 即重力和铰间隙的耦合作用会导致不同重力环境下机构的动力学模型存在差异, 模型的变化更会使地面调节好的控制器达不到理想的控制精度。针对这一问题, 本文采用自抗扰控制 (auto disturbance rejection control, ADRC) 方法, 利用其不依赖控制对象数学模型和强鲁棒性的特点<sup>[10]</sup>, 将重力和铰间隙均看作系统中的干扰项对其进行控制, 设计一种在不同重力环境下都可正常工作的自抗扰控制器, 提高机械臂末端轨迹的跟踪精度。系统控制框图如图 4 所示。

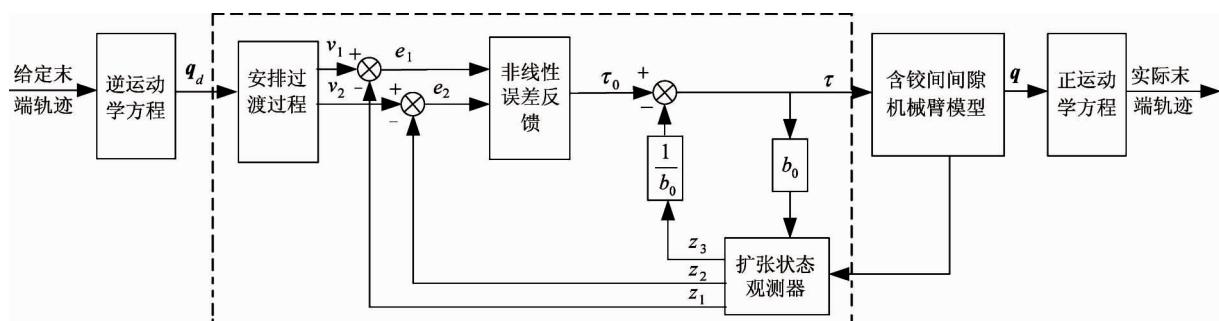


图 4 含间隙空间机械臂自抗扰控制原理图

图4中,  $\mathbf{q}_d$  是由给定的末端轨迹通过运动学逆运算得出的期望关节角度,  $\mathbf{q}$  是含铰间隙机械臂实际输出的关节角度。虚线内部是自抗扰控制器的结构。自抗扰控制器由三部分构成:安排过渡过程的跟踪微分器(TD)、观测系统状态量以及总和扰动的扩张状态观测器(ESO)及最终产生控制量的非线性状态误差反馈律(NLSEF)。其中,  $v_1, v_2$  分别为给定期望关节角度的跟踪信号和微分信号;  $z_1, z_2, z_3$  分别为 ESO 通过系统实际输出关节角  $q$  与给定关节角得到的状态量、状态量微分信号以及总和扰动的估计值;  $e$  为偏差;  $\tau_0$  为非线性组合的控制量;  $b_0$  为补偿因子;  $\tau$  为最终控制量。通过控制各关节的驱动力矩,使得机械臂的各关节的位置、速度等状态变量能够跟踪期望的值。

不同重力环境下,含铰间隙二连杆机械臂系统可写为如下形式:

$$\ddot{\mathbf{q}} = -\psi(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \omega, t) + \tilde{\mathbf{B}}(\mathbf{q})\boldsymbol{\tau} \quad (23)$$

式中,  $\psi(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \omega, t)$  是机械臂系统由重力和间隙的耦合影响以及其它外界干扰构成的总和扰动。

跟踪微分器的设计:根据自抗扰控制器原理<sup>[11]</sup>,针对如式(23)所示的系统设计二阶非线性跟踪微分器:

$$\begin{cases} \dot{v}_1 = v_2, \\ \dot{v}_2 = fhan(v_1 - v, v_2, r, h) \end{cases} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} d &= rh^2, \quad a_0 = hx_2 \\ y &= x_1 + a_0 \\ a_1 &= \sqrt{d(d + 8|y|)} \\ a_2 &= a_0 + \text{sign}(y) \frac{a_1 - d}{2} \\ s_y &= \frac{\text{sign}(y + d) - \text{sign}(y - d)}{2} \\ a &= (a_0 + y - a_2)s_y + a_2 \\ s_a &= \frac{\text{sign}(a + d) - \text{sign}(a - d)}{2} \\ fhan &= -r\left(\frac{a}{d} - \text{sign}(a)\right)s_a - r\text{sign}(a) \end{aligned} \quad (25)$$

式(24)和式(25)中,  $v$  是给定的关节角度;  $v_1, v_2$  分别为给定角度的跟踪信号和微分信号;  $r$  为跟踪微分器(TD)的设计参数,由过渡过程快慢的需要和系统的承受能力决定;  $h$  为积分步长; 函数  $fhan$  为韩京

清教授提出的快速最优控制综合函数,其具体算法如式(25)所示,其中  $x_1$  为  $v_1 - v$ ,  $x_2$  为  $v_2$ 。

扩张状态观测器的设计:将机械臂系统中重力和间隙的耦合影响以及其它外界干扰作为总和扰动,设计扩张状态观测器,对系统中的状态量、状态量微分信号以及系统的总和扰动进行估计。扩张状态观测器(ESO)具体形式为

$$\begin{cases} e = z_1 - y \\ \dot{z}_1 = z_2 - \beta_{01}e \\ \dot{z}_2 = z_3 - \beta_{02}f\alpha l(e, \alpha_1, \delta) + b\tau \\ \dot{z}_3 = -\beta_{03}f\alpha l(e, \alpha_2, \delta) \end{cases} \quad (26)$$

式中,  $z_1, z_2, z_3$  分别为通过系统实际输出关节角  $q$  与给定关节角得到的状态量、状态量微分信号以及总和扰动  $\psi(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \omega, t)$  的估计值;  $\beta_{01}, \beta_{02}, \beta_{03}$  是由系统所用采样步长来决定的误差校正参数;  $e$  为偏差,  $f\alpha l$  为非线性函数<sup>[12]</sup>,具体形式如下:

$$f\alpha l(e, \alpha, \delta) = \begin{cases} \frac{e}{\delta^{\alpha-1}}, & |e| \leq \delta \\ |e|^{\alpha}\text{sign}(e), & |e| > \delta \end{cases} \quad (27)$$

式中,  $\alpha$  为非线性因子,取  $0 < \alpha < 1$ ;  $\delta$  为线性段的区间长度,并且有  $\delta > 0$ 。

非线性反馈设计:为了保证系统对内部扰动和外部扰动的抗干扰性,状态误差反馈控制率的设计通常包括两个部分:非线性组合和扰动补偿。首先利用 TD 的输出  $v_1, v_2$ , ESO 的输出  $z_1, z_2$  分别相减产生的误差信号构造非线性组合控制量  $\tau_0$ :

$$\begin{cases} e_1 = v_1 - z_1 \\ e_2 = v_2 - z_2 \\ \tau_0 = fhan(e_1, ce_2, r_0, h_1) \end{cases} \quad (28)$$

式中,  $r_0$  为控制量增益,  $c$  为阻尼系数,  $h_1$  为精度因子,均为可调参数。

进而,通过 ESO 中的扰动量  $Z_3$  对  $\tau_0$  进行扰动补偿,形成最终的控制量  $\tau$ ,式为

$$\tau = \tau_0 - \frac{z_3}{b_0} \quad (29)$$

式中,  $b_0$  为补偿因子。

综上,自抗扰控制器设计中需要调整的参数有:TD 中的  $r, h$ ; ESO 中的  $\beta_{01}, \beta_{02}, \beta_{03}$ ; 非线性状态误差反馈律(NLSEF)中的  $r_0, c, h_1, b_0$ 。合理调节这些参

数就可以使得系统输出角度跟踪上给定角度,提高系统的轨迹跟踪精度<sup>[13]</sup>。

### 3 仿真研究

为了验证所设计自抗扰控制器的有效性,本文采用 Matlab 软件,分别对地面装调和空间应用阶段的含铰间间隙二连杆机械臂系统进行了轨迹跟踪仿真研究,观察在已经调试好的同一自抗扰控制器下各系统的轨迹跟踪情况以及关节控制力矩的变化。仿真时间为 10s。

含铰间间隙二连杆机械臂的仿真参数分别为:  
 $L_1 = L_2 = 1\text{m}$ ;  $L_{S_1} = L_{S_2} = 0.5\text{m}$ ;  $R_1 = R_3 = 0.006\text{m}$ ;  
 $R_2 = R_4 = 0.005\text{m}$ ;  $m_1 = m_2 = 1.09\text{kg}$ ;  $\text{Jo}_2 = \text{Jo}_4 = 0.25$ ; 非线性弹簧接触力系数  $h = 1.5$ ; 滑动摩擦因

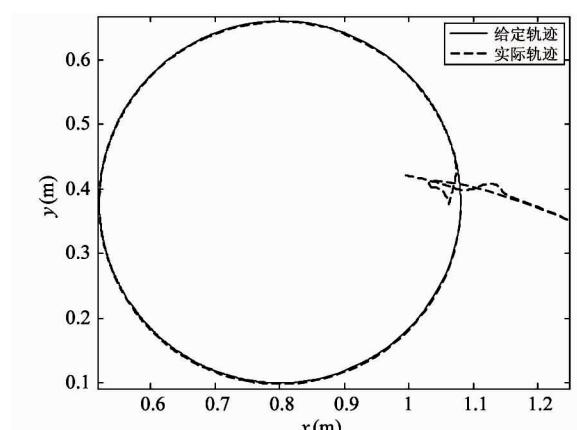
数  $f_i = 0.05$ ; 法向阻尼系数  $C_{in} = 175\text{N} \cdot \text{s/m}$ ; 刚度系数  $K_i = 1 \times 10^6\text{N} \cdot \text{m}$ 。

系统给定初始位置为  $(0.000001, 0.000001, -0.6, 0.000001, 0.000001, 1.4)$ , 期望轨迹为

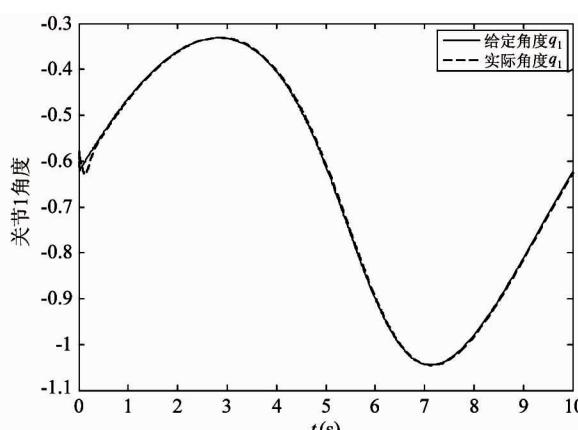
$$\begin{cases} x_d = 0.28 \cos\left(\frac{\pi t}{5}\right) + 0.8 \\ y_d = 0.28 \sin\left(\frac{\pi t}{5}\right) + 0.38 \end{cases} \quad (30)$$

#### (1) 地面装调阶段

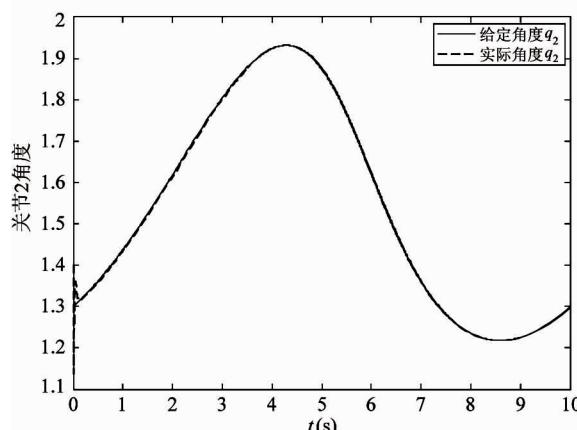
重力环境下,采用自抗扰控制算法对系统进行了仿真研究。图 5(a)~图 5(c) 分别为机械臂末端轨迹以及两个关节角度跟踪曲线,另外为了观察重力和铰间间隙对关节驱动力矩的影响,图 5(d) 为两个关节输出变化曲线。



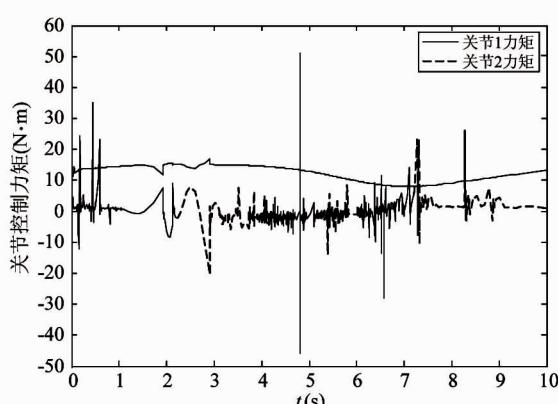
(a) 末端轨迹跟踪仿真曲线



(b) 关节1角度跟踪仿真曲线



(c) 关节2角度跟踪仿真曲线



(d) 力矩仿真曲线

图 5 重力环境下机械臂轨迹跟踪情况

由图 5 可以看出,重力环境下使用自抗扰控制器时系统可以得到较好的控制效果,机械臂末端输出轨迹和关节角度能够快速跟踪上给定值。另外由图 5(d)关节控制力矩输出曲线可以看出,由于机械臂存在铰间间隙,运动副之间的相互运动和碰撞,导致系统输出的控制力矩存在明显的抖动和突变,更

加说明了铰间间隙的存在对机械臂动力学性能的影响。

## (2) 空间应用阶段

微重力环境下,采用自抗扰控制(ADRC)算法对系统进行仿真研究,图 6 为仿真结果曲线。

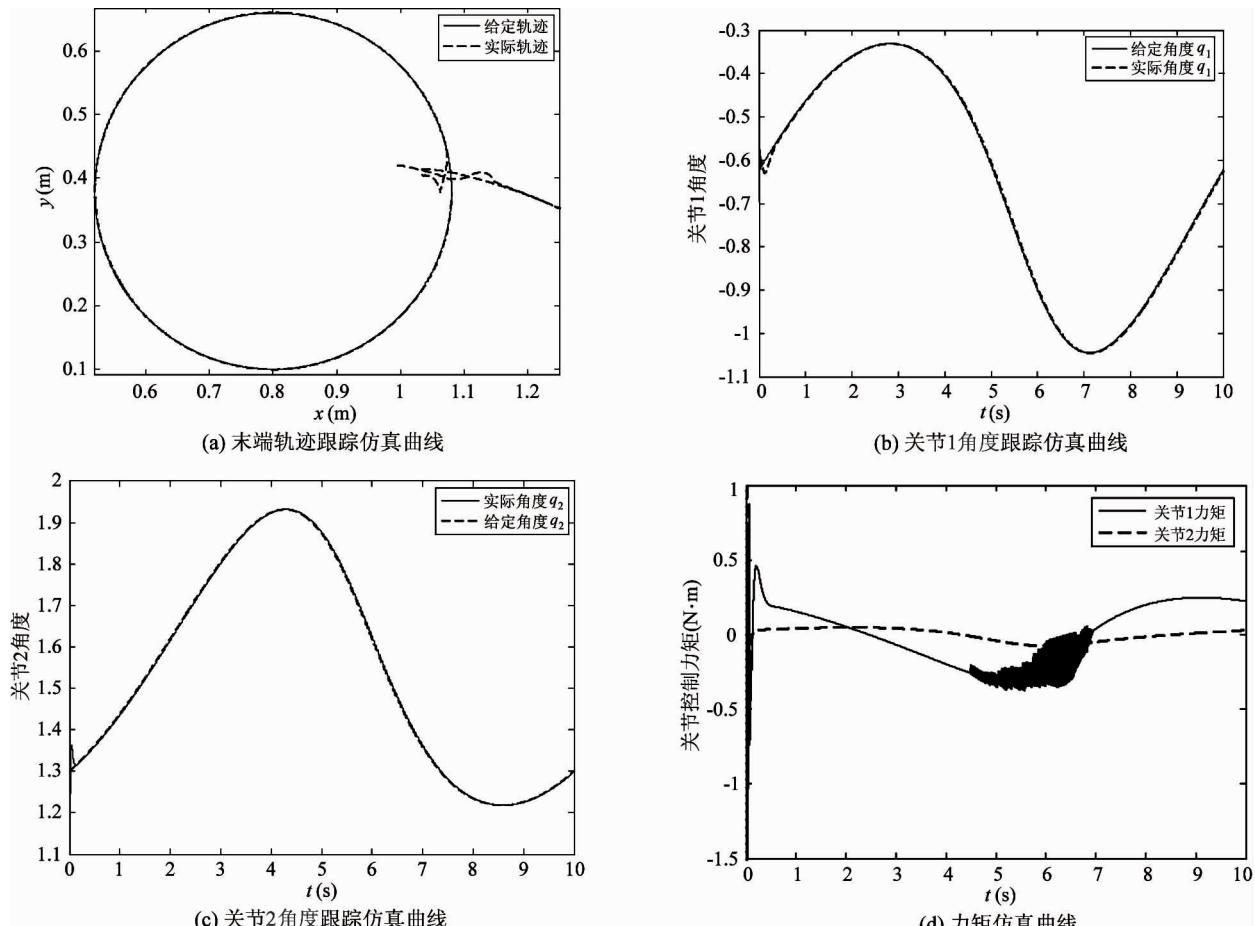


图 6 微重力环境下机械臂轨迹跟踪情况

由图 6 可以看出,微重力环境下使用同一自抗扰控制器时,系统也可以得到较好的控制效果。虽然从地面重力环境到空间微重力环境,由于重力环境变化,导致系统的动力学模型产生差异,但是自抗扰控制器中扩张状态观测器(ESO)能够将这些差异作为系统的扰动进行估计并进行补偿,使得微重力环境下机械臂末端输出轨迹和关节角度同样能够快速跟踪上给定值。另外由于重力作用的释放,关节输出力矩明显变小,但是由于间隙的存在,力矩仍有明显抖动。

## 4 结 论

针对不同重力环境下重力和铰间间隙的变化对机械臂末端轨迹跟踪精度的影响,本文首先通过分析铰间间隙数学模型,建立了不同重力环境下的含铰间间隙的二自由度机械臂动力学模型;在此基础上,以含铰间间隙二自由度机械臂系统为例,针对系统中重力和铰间间隙耦合作用带来的模型变化,设计了一种自抗扰控制(ADRC)算法,将其作为系统

中的干扰,通过自抗扰控制器对其进行观测补偿。最终仿真结果表明,在不同的重力环境下,使用同一自抗扰控制器时系统均能得到较好的控制效果,能够同时抑制间隙和重力的变化对机械臂系统产生的影响,提高了机械臂末端轨迹跟踪精度。另外,通过观察两组力矩仿真曲线,可以看出由于铰间间隙的存在,关节力矩均存在明显抖动。这一现象更加说明了铰间间隙的存在对机械臂动力学性能的影响,验证了本文设计控制器的必要性。

### 参考文献

- [ 1 ] 王文魁. 空间机构运动行为模拟概念研究. 载人航天, 2013, 05: 59 - 66
- [ 2 ] 陈宵燕, 张秋菊, 孙沂琳. 柔性臂机器人控制关键技术的研究进展. 机械设计与研究, 2015, 01: 22-26, 30
- [ 3 ] Flores P, Ambrósio J, Claro HCP, et al. A Study on Dynamics of Mechanical Systems including Joints with Clearance and Lubrication. *Mechanism and Machine Theory*, 2006, 41: 247-261
- [ 4 ] 徐智浩, 李胜, 张瑞雷等. 基于 LuGre 摩擦模型的机械臂模糊神经网络控制. 控制与决策, 2014, 06: 1097-1102
- [ 5 ] 刘福才, 刘彩凤, 秦利等. 重力作用下的摩擦对空间机械臂运动控制的影响. 高技术通讯, 2014 (1) : 65-71
- [ 6 ] 王峰, 陈凯, 陈小平. 一种含间隙机械臂的在线校准方法. 机器人, 2013, 05: 521-526
- [ 7 ] 何柏岩, 高峰, 王树新. 计及铰链间隙的机械臂动力学建模与仿真. 天津大学报, 2005, 38(9) : 795-799
- [ 8 ] 白争锋. 考虑铰间间隙的机构动力学特性研究: [博士学位论文]. 黑龙江: 哈尔滨工业大学, 2011
- [ 9 ] 阎绍泽, 陈鹿民, 季林红等. 含间隙铰的机械多体系统动力学模型. 振动工程学报, 2003, 03: 36-40
- [ 10 ] 高志强. 自抗扰控制思想探究. 控制理论与应用, 2013, 12: 1498-1510
- [ 11 ] 韩京清. 自抗扰控制技术. 北京: 国防工业出版社, 2008. 255-256
- [ 12 ] 崔永山. 自抗扰控制器设计方法应用研究: [硕士学位论文]. 黑龙江: 哈尔滨工业大学, 2006
- [ 13 ] 于希宁, 朱丽玲. 自抗扰控制器的动态参数整定及其应用. 华北电力大学学报, 2005, 06: 9-13

## Modeling and control of space manipulators considering joint clearance and gravity

Liu Fucai, Hou Tiantian, Jia Xiaojing

(Industrial Computer Control Engineering of Yanshan University, Key Laboratory of Hebei Province, Qinhuangdao 066004)

### Abstract

The effect of the joint clearance on the dynamic performance of the manipulator under different gravity environments was analyzed, and the dynamic model of the mechanism with joint clearance was studied under its ground alignment and space application. Then, an auto disturbance rejection control (ADRC) algorithm for space manipulation was designed to solve the problem that the change of gravity environments and joint clearance makes the controller well-aligned on the ground incapable of achieving the control precision. The ADRC algorithm does not depend on the model of the object to be controlled, while it treats the change of gravity and joint clearance as the interference in the system, and uses the extended state observer (ESO) to estimate it, and then uses the nonlinear feedback control for compensation to improve the control precision of the system. The simulation results show that the control algorithm can reach a high control precision under different gravity environments and make the system has the strong anti-interference ability.

**Key words:** space manipulator, joint clearance, gravity, auto disturbance rejection control (ADRC), trajectory tracking