

# 面向混合支撑集模型的分布式压缩感知重构算法<sup>①</sup>

司菁菁<sup>②</sup> 候肖兰 程银波

(燕山大学信息科学与工程学院 秦皇岛 066004)

**摘要** 针对混合支撑集模型,研究了分布式压缩感知(DCS)的信号联合重构,提出了一种联合向前变步长正交匹配追踪(joint LAVSOMP)算法,该算法在信号重构过程中根据相邻次迭代重建信号的能量差,自适应地对向前参数进行动态调整,在信号重建精度与算法运行时间上取得平衡。进而,在该算法的基础上,提出了一种联合向前向后的变步长正交匹配追踪(joint FBVSOMP)算法,该算法有效降低了原子误选的几率,提高了信号重建的精度。试验结果表明,joint LAVSOMP 算法的重构性能优于向前参数固定的联合向前正交匹配追踪 joint LAOMP 算法,而 joint FBVSOMP 算法具有更高的信号联合重构性能。

**关键词** 分布式压缩感知(DCS),混合支撑集模型,联合重构,向前正交匹配追踪(LAOMP),向前向后正交匹配追踪

## 0 引言

压缩感知(compressive sensing, CS)是 Donoho 等<sup>[1]</sup>在 2006 年提出的一种新的数据采样与压缩方法。它突破了传统 Nyquist 采样定理的限制,能够以较低的采样率实现信号的精确重构。Baron 等<sup>[2]</sup>在 CS 理论的基础上,提出了分布式压缩感知(distributed compressed sensing, DCS),它在利用信号内部相关性的同时,也利用了信号之间的相关性,能够实现多信号的分布式压缩与联合重构。联合稀疏模型(joint sparse model, JSM)的构建是 DCS 重构信号的关键。JSM 根据信号本身的特性描述信号内部与信号之间的相关性,使得 DCS 能够根据更少的观测值实现多信号的联合重构。Baron 等在文献[2]中提出了三种适用于不同场景的 JSM:JSM-1、JSM-2 和 JSM-3。此后,JSM 的构建及信号联合重构算法的设计成为了 DCS 领域最重要的研究方向之一<sup>[3-6]</sup>。

2011 年,Sundman 等<sup>[7]</sup>提出了混合支撑集模

型。与 JSM-1、JSM-2 和 JSM-3 相比,混合支撑集模型更具一般性,而以上三种模型均可以看作是混合支撑集模型的特例。最近几年,针对混和支撑集模型的信号联合重构算法成为 DCS 领域的一个研究热点。文献[7,8]对正交匹配追踪(orthogonal matching pursuit, OMP)算法与子空间追踪(subspace pursuit, SP)算法进行了修改,提出了联合(joint) OMP 算法与 joint SP 算法。文献[9]提出了一种正反向贪婪正交追踪算法,并且在此基础上面向混合支撑集模型,提出了一种分布式正反向贪婪正交追踪算法。文献[10]利用 Frechet 均值法求解公共支撑集,进而基于预知匹配追踪算法实现了混合支撑集模型下的 DCS 信号重构。文献[11]在 joint OMP 算法的基础上,提出了引入向前正交匹配追踪(look ahead orthogonal matching pursuit, LAOMP)算法<sup>[12]</sup>,即 joint LAOMP 算法,极大地提高了混合支撑集模型下分布式压缩感知(DCS)信号联合重构的性能。然而, joint LAOMP 算法的向前参数是一个固定值。若选取不当,则会直接影响算法的重构性能。本文

<sup>①</sup> 国家自然科学基金(61471313, 61303128), 河北省自然科学基金(F2014203183), 河北省高等学校科学技术研究项目(Q2012087)和燕山大学青年教师自主研究计划课题(13LGB015)资助项目。

<sup>②</sup> 女, 1980 年生, 博士, 副教授; 研究方向: 压缩感知, 网络编码等; 联系人, E-mail: sjj@ysu.edu.cn  
(收稿日期:2015-07-18)

针对这一问题,提出了联合向前变步长正交匹配追踪(joint look ahead variable stepsize orthogonal matching pursuit,joint LAVSOMP)算法,该算法根据相邻次迭代重建信号的能量差,利用双重阈值控制向前参数以变步长的形式逐步增长,从而基于大步长快速接近与小步长逐步逼近的思想实现最优原子的快速搜索。进而,引入原子淘汰机制,提出了联合向前向后的变步长正交匹配追踪(joint forward-backward variable stepsize orthogonal matching pursuit,joint FB-VSOMP)算法,每隔一定迭代次数,回溯淘汰对当前重建信号贡献较小的原子,使误选的原子有机会被移除。仿真结果表明,本文提出的 joint LAVSOMP 算法和 joint FBVSOMP 算法能够获得优于 joint OMP 算法和 joint LAOMP 算法的多信号联合重构性能。

## 1 混合支撑集模型

设传感器网络中有  $J$  个传感器节点。与联合稀疏模型 JSM-1 相同,混合支撑集模型将每个传感器节点  $j$  ( $j = 1, 2, \dots, J$ ) 采集到的信号划分成两部分——稀疏的公共部分与稀疏的特有部分,即

$$\mathbf{x}_j = \mathbf{z}_j^{(c)} + \mathbf{z}_j^{(p)} = \boldsymbol{\Psi} \mathbf{s}_j^{(c)} + \boldsymbol{\Psi} \mathbf{s}_j^{(p)} \quad (1)$$

其中: $\mathbf{z}_j^{(c)}$  表示公共部分, $\mathbf{z}_j^{(p)}$  表示特有部分; $\boldsymbol{\Psi}$  为稀疏表示基函数矩阵; $\mathbf{s}_j^{(c)}$  表示公共部分的稀疏系数向量, $\mathbf{s}_j^{(p)}$  表示特有部分的稀疏系数向量; $\mathbf{s}_j^{(c)}$  和  $\mathbf{s}_j^{(p)}$  具有独立的非零成分,非零值分别分布在支撑集  $I_j^{(c)}$  和  $I_j^{(p)}$  上。与 JSM-1 不同的是,在混合支撑集模型中,公共部分  $\{\mathbf{z}_j^{(c)} : j = 1, 2, \dots, J\}$  不是完全相同的,而是仅支撑集  $\{I_j^{(c)} : j = 1, 2, \dots, J\}$  相同,稀疏系数向量  $\{\mathbf{s}_j^{(c)} : j = 1, 2, \dots, J\}$  是不同的。为了便于后续描述,令共同支撑集为  $I_c$ ,即令  $I_j^{(c)} = I_c$ ,将信号  $\mathbf{x}_j$  的支撑集表示为  $I_j = I_c \cup I_j^{(p)}$ ,令稀疏度  $K_c = |I_c|$ 、 $K_j^{(p)} = |I_j^{(p)}|$ 。设传感器节点  $j$  利用观测矩阵  $\boldsymbol{\Phi}_j$  对信号  $\mathbf{x}_j$  进行观测,得到观测向量

$$\mathbf{y}_j = \boldsymbol{\Phi}_j \mathbf{x}_j = \boldsymbol{\Phi}_j \boldsymbol{\Psi} (\mathbf{s}_j^{(c)} + \mathbf{s}_j^{(p)}) \quad (2)$$

joint LAOMP 算法在 joint OMP 算法的基础上引入了向前参数  $L$ ,能够获得高于 joint OMP 算法的重构性能。然而, joint LAOMP 算法的向前参数  $L$  是一个固定值, $L$  值的设置直接影响着算法的重建性能。

若  $L$  值过小,则原子的选择范围比较窄,LAOMP 算法通过引入向前参数扩展原子选择范围的优势不明显。相反,若  $L$  值过大,则会显著增加原子二次选择的计算量,造成不必要的资源浪费。因此,为了在运算时间与重建效果之间取得平衡,需要根据实际信号的特性对 joint LAOMP 算法的向前参数  $L$  进行优化设置。

## 2 joint LAVSOMP 算法

针对 joint LAOMP 算法采用固定向前参数的不足,本文提出了 joint LAVSOMP 算法。该算法在 joint LAOMP 算法的基础上,根据相邻次迭代重构信号的能量差和双重阈值动态调整向前参数,使向前参数根据信号的实际情况进行变步长的增长。这种动态调整的向前参数解决了较小的向前参数重建效果差而较大的向前参数运行时间长的问题。

joint LAVSOMP 算法基于初始向前参数  $L_0$ ,利用 LAOMP 算法求解每个信号的支撑集,选出出现频率最高的  $K_c$  个索引构成公共支撑集  $I_c$ ;以  $I_c$  作为初始支撑集,基于变步长调整的向前参数,求解每个信号  $\mathbf{x}_j$  的特有支撑集  $I_j^{(p)}$ 。在估计出公共支撑集  $I_c$  之后, joint LAVSOMP 算法估计特有支撑集并重构信号  $\hat{\mathbf{x}}_j$  的主要流程如表 1 所示。为了简化描述并便于与 joint OMP 算法<sup>[7]</sup> 和 joint LAOMP 算法<sup>[11]</sup> 的流程进行比较,本文不失一般性地设稀疏表示基函数矩阵  $\boldsymbol{\Psi}$  为单位矩阵,即设信号本身是稀疏的。

在 joint LAVSOMP 算法估计特有支撑集的每次迭代中,首先计算观测矩阵中的每个原子与当前残差的内积,选出内积幅值最大的  $L$  个原子;然后从这  $L$  个原子中选出使拟合残差能量最小的一个原子,将其索引加入支撑集中,并根据当前支撑集更新残差;最后根据当前重构信号与前次迭代重构信号的能量差调整向前参数  $L$ 。此过程重复进行,直到信号残差小于给定的阈值为止。

在试验中发现,相邻次迭代重构信号的能量差在最初阶段下降速度很快,随后下降速度逐渐减慢,最后基本稳定在一个很小的范围内。为了提高重建效果且不明显增加重建时间, joint LAVSOMP 算法

**表 1 joint LAVSOMP 求解特有支撑集及重建信号的伪代码**

输入: 观测矩阵  $A = \Phi_j$ , 观测向量  $y = y_j$ , 公共支撑集  $I_c$ , 完整步长  $s$ , 步长控制阈值  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ , 迭代终止控制阈值  $\varepsilon_0$ ;

初始化: 重构信号  $\hat{x} = 0$ , 残差  $r_0 = y - A_{I_c}(A_{I_c}^+ y)$ , 初始支撑集  $I_0 = I_c$ , 向前参数  $L = L_0$ , 循环次数  $k = 0$ ;

迭代:

do

1.  $k = k + 1$

2.  $P = \{\text{向量 } A^T r_{k-1} \text{ 中幅值最大的 } L \text{ 个元素的索引}\}$

3. for  $i = 1$  to  $L$

$rr = y - A_{I_{k-1} \cup P(i)}(A_{I_{k-1} \cup P(i)}^+ y)$

$n(i) = \|rr\|_2$

end

4.  $l = \operatorname{argmin}_i \{n(i) : i = 1, 2, \dots, L\}$

5.  $r = y - A_{I_{k-1} \cup P(l)}(A_{I_{k-1} \cup P(l)}^+ y)$

6. if  $\|r\|_2 < \|r_{k-1}\|_2$

$I_k = I_{k-1} \cup P(l)$

$\hat{x}_k = A_{I_k}^+ y$

$r_k = y - A_{I_k} \hat{x}_k$

if  $\|\hat{x}_k - \hat{x}_{k-1}\|_2 < \varepsilon_1$

break

else if  $\varepsilon_1 \leq \|\hat{x}_k - \hat{x}_{k-1}\|_2 \leq \varepsilon_2$

$L = L + s/2$

else

$L = L + s$

end

else

$r_k = r_{k-1}$

$L = L + s$

end

while ( $\|r_k\|_2 > \varepsilon_0$ )

输出: 支撑集  $\hat{I}_j = I_k$ , 重构信号  $\hat{x}_j = A_{I_j}^+ y$ 。

在构建  $I_j^{(p)}$  的初始阶段, 利用大步长调整向前参数  $L$ , 从而快速接近最优重建信号; 当相邻次迭代重构信号的能量差降低到一定程度之后, 改用小步长调整  $L$ , 从而逐渐准确逼近重建信号; 当相邻次迭代重构信号的能量差或信号残差极小时, 认为信号重建基本完成, 结束的迭代构建过程。

根据由大量试验总结出的经验值, joint LAVSOMP 算法设置双重阈值  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  控制向前参数

的变步长调整, 其中  $\varepsilon_1 < \varepsilon_2$ 。步长调整的具体规则如下: 当相邻次迭代重构信号的能量差  $\|\hat{x}_k - \hat{x}_{k-1}\|_2 > \varepsilon_2$  时, 以  $s$  为步长调整向前参数  $L$ , 即令  $L = L + s$ ; 当  $\varepsilon_1 \leq \|\hat{x}_k - \hat{x}_{k-1}\|_2 \leq \varepsilon_2$  时, 以  $s/2$  为步长调整向前参数  $L$ , 即令  $L = L + s/2$ ; 当  $\|\hat{x}_k - \hat{x}_{k-1}\|_2 < \varepsilon_1$  时, 不调整向前参数  $L$ 。

本算法在信号重构过程中根据相邻次迭代重构信号的能量差在初始阶段快速下降, 随后下降幅度逐渐减慢, 最后趋于稳定的趋势, 控制向前参数以变步长的形式逐步增加。这种动态增长的向前参数能够弥补 joint LAOMP 算法采用固定向前参数值的不足, 实现了重建效果与运算时间的有效折中。

### 3 joint FBVSOMP 算法

joint LAOMP 算法与前面设计的 joint LAVSOMP 算法均是向前贪婪算法。在每次迭代过程中, 这两种算法基于向前参数, 选择使残差最小的原子加入支撑集。任何原子只要加入到支撑集中, 就不会被移除。若对重构信号贡献不大的原子进入了支撑集, 则可能会造成信号重构性能的降低。为了解决这一问题, 本文进一步改进 joint LAVSOMP 算法, 提出了 joint FBVSOMP 算法。该算法在 joint LAVSOMP 算法的基础上加入了原子回溯淘汰机制, 使得那些已选出的对重构信号贡献不大的原子在迭代的过程中有机会被移除掉。

joint FBVSOMP 算法是一种两阶段的贪婪算法, 迭代包括向前和向后两个阶段。其中, 向前阶段与 joint LAVSOMP 算法相同, 依据变化的向前参数扩张支撑集, 每次迭代选择一个使残差达到最小的原子加入支撑集。向后阶段每隔一定的迭代次数, 剔除当前支撑集中对重构信号贡献较小的原子, 收缩支撑集。向后阶段的主要操作: 当迭代次数  $k$  为正整数  $n$  的整数倍时, 去除当前支撑集中对重构信号贡献最小的  $m$  个原子, 即在表 1 所示的 joint LAVSOMP 算法迭代流程中的步骤 1~6 之后, 加入表 2 所示的步骤 7。其中, 正整数  $m$  和  $n$  作为算法输入, 且  $m < n$ 。

表 2 joint FBVSOMP 对 joint LAVSOMP 迭代流程的补充

```

7. if mod( $k, n$ ) == 0
     $T = \{\text{向量}|\hat{x}_k| \text{中幅值最小的 } m \text{ 个值对应的索引}\}$ 
     $I_k = I_k - T$ 
     $\hat{x}_k = A_{I_k}^+ y$ 
     $r_k = y - A_{I_k} \hat{x}_k$ 
end

```

## 4 试验结果与分析

利用 Matlab 编写仿真程序, 分别在不考虑噪声影响与考虑噪声影响的情况下测试 joint LAVSOMP 算法和 joint FBVSOMP 算法的联合重构性能, 并与 joint LAOMP 算法和 joint OMP 算法进行比较。仿真计算机的硬件配置为 AMD athlon (tm) × 255 CPU, 3.11GHz 主频, 1.75GB 内存。软件环境为 32 位 Windows7 操作系统下的 Matlab R2010a。以信号重构噪声比(signal to reconstruction noise ratio, SRNR) 和平均支撑势误差(average support cardinality error, ASCE)作为衡量算法重构性能的指标。SRNR 的定义式为

$$SRNR = \log_{10} E\{\|x\|_2^2 / \|x - \hat{x}\|_2^2\} \quad (3)$$

其中,  $E\{\cdot\}$  表示取平均值,  $x$  为原始信号,  $\hat{x}$  为重构信号。SRNR 值越大说明信号重构的准确度越高。ASCE 的定义式为

$$ASCE = E\{d(I, \hat{I})\} = 1 - E\{|I \cap \hat{I}| / |I|\} \quad (4)$$

其中,  $I$  为原始信号的支撑集,  $\hat{I}$  为估计的支撑集。ASCE 值越小说明支撑集的重构准确度越高。

以符合混合支撑集模型的随机信号作为试验对象。设信号个数  $J = 10$ , 信号长度  $N = 500$ 。观测值的数量  $M$  根据采样率设置。随机构建  $J$  个观测矩阵  $\{\Phi_j: j = 1, 2, \dots, J\}$ , 元素符合高斯分布  $N(0, 1/N)$ , 且每一行均进行归一化处理。令信号公共部分稀疏度  $K^{(c)} = 10$ , 特有部分稀疏度  $K_j^{(p)} = 10$ 。

首先讨论本文算法的参数设置。试验中发现, 若  $\varepsilon_0$  或  $\varepsilon_1$  取值过小, 则会显著增加算法运行时间, 若取值过大, 则会引起运算精度的降低。 $\varepsilon_2$  的取值直接影响向前参数  $L$  调整的步长选择, 进而影响算法的运行时间与运算精度。根据由大量试验获得的

经验值, 本文设置  $\varepsilon_1 = 2 \times 10^{-16}$ ,  $\varepsilon_2 = 0.4$ ,  $\varepsilon_0 = 3 \times 10^{-20}$ 。表 3、表 4 以完整步长  $s = 4$  为例显示了当  $\varepsilon_1 \leq \| \hat{x}_k - \hat{x}_{k-1} \|_2 \leq \varepsilon_2$  且需要对  $L$  进行小步长调整时, 此小步长的设置对算法 SRNR 值和运行时间的影响。根据对不同  $s$  值的试验, 综合考虑 SRNR 值和运行时间, 对 joint LAVSOMP 算法和 joint FBVSOMP 算法, 本文设置  $\varepsilon_1 \leq \| \hat{x}_k - \hat{x}_{k-1} \|_2 \leq \varepsilon_2$  时的向前参数的调整步长为  $s/2$ 。表 5、表 6 以采样率 0.12 为例显示了完整步长  $s$  的取值对算法 SRNR 值与运行时间的影响。可见, 随着  $s$  取值的增加, 算法的运行时间明显增加, 但 SRNR 值增加缓慢。因此, 本试验中设置 joint LAVSOMP 算法和 joint FBVSOMP 算法的向前参数的初始值  $L_0 = 2$ , 完整步长  $s = 2$ 。此外, 根据试验经验, 将 joint FBVSOMP 算法的  $m$  值和  $n$  值分别取为 1 和 4。

表 3 采样率 0.12,  $s = 4$ 、小步长取不同值时的 SRNR 值

小步长	1	2	3
joint LAVSOMP	30.68	30.72	30.69
joint FBVSOMP	30.71	30.75	30.74

表 4 采样率 0.12,  $s = 4$ 、小步长取不同值时的运行时间 (s)

小步长	1	2	3
joint LAVSOMP	5.09	5.63	6.70
joint FBVSOMP	5.87	6.47	8.92

表 5 采样率 0.12、完整步长  $s$  取不同值时的 SRNR 值

$s$	2	4	6	8
joint LAVSOMP	30.64	30.65	30.73	30.76
joint FBVSOMP	30.69	30.71	30.74	30.77

表 6 采样率 0.12、完整步长  $s$  取不同值时的运行时间 (s)

$s$	2	4	6	8
joint LAVSOMP	3.78	5.50	7.27	7.83
joint FBVSOMP	4.18	6.62	8.77	9.62

下面, 在不考虑噪声影响的情况下, 比较 joint FBVSOMP、joint LAVSOMP、joint LAOMP 和 joint OMP 四种算法的重建性能。在每个指定的采样率下, 每个算法重复运行 100 次, 计算平均 SRNR 值和

平均 ASCE 值。试验中发现,当采样率低于 0.1 时,四种算法的 SRNR 值均较低;在采样率 [0.1, 0.2] 范围内,四种算法的 SRNR 值不断提高,并逐渐趋于稳定;在采样率高于 0.2 之后,四种算法的 SRNR 值基本稳定,且它们的相对大小关系与 [0.1, 0.2] 范围内相同。另一方面,当采样率低于 0.1 时,四种算法 ASCE 值的相对大小关系与 [0.1, 0.15] 范围内相同;在采样率 [0.1, 0.2] 范围内,四种算法的 ASCE 值逐渐降低,直到收敛于 0;在采样率高于 0.2 之后,四种算法的 ASCE 值均为 0。因此,本文利用图 1、图 2 分别显示了在采样率 [0.1, 0.2] 范围内,四种算法的 SRNR 值和 ASCE 值的变化情况。

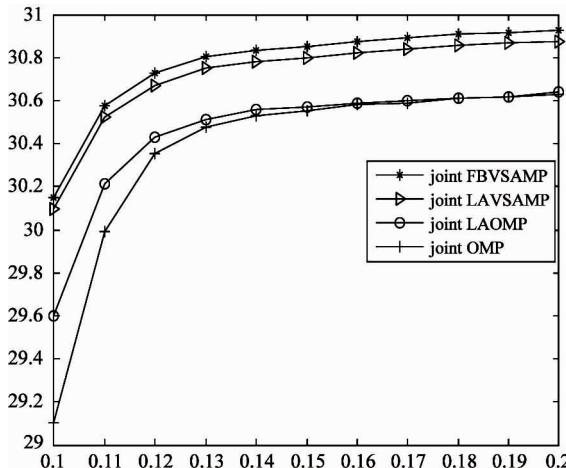


图 1 无噪声时四种算法的 SRNR 值比较

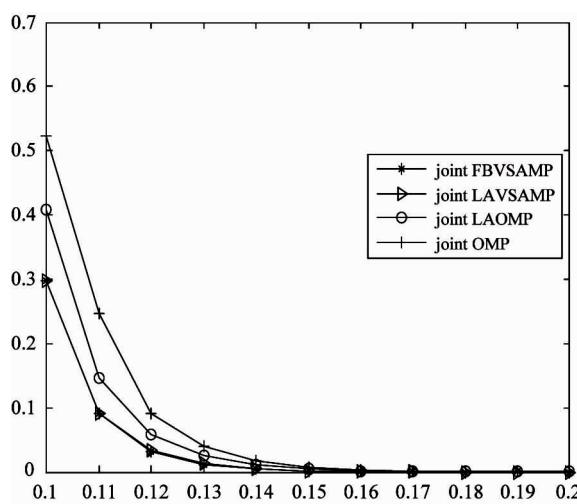


图 2 无噪声时四种算法的 ASCE 值比较

由图 1、图 2 可见,在不考虑噪声影响的情况下,与 joint LAOMP 算法和 joint OMP 算法相比,joint

LAVSOMP 算法的 SRNR 值较高、ASCE 值较低,即 joint LAVSOMP 算法的重构性能优于 joint LAOMP 算法和 joint OMP 算法。另一方面,joint FBVSOMP 算法的 ASCE 值与 joint LAVSOMP 算法相当,而其 SRNR 值高于 joint LAVSOMP 算法,即 joint FBVSOMP 算法的重构性能优于 joint LAVSOMP 算法。

接下来,在考虑噪声影响的情况下,比较 joint FBVSOMP、joint LAVSOMP、joint LAOMP 和 joint OMP 四种算法的重建性能。分别在信噪比 (signal to noise ratio, SNR) 为 15dB、20dB 和 25dB 的情况下进行试验。试验发现,当信噪比取不同值时,四种算法 SRNR 值和 ASCE 值的相对大小关系相同。因此,本文以  $SNR = 20dB$  为例,利用图 3、图 4 分别给

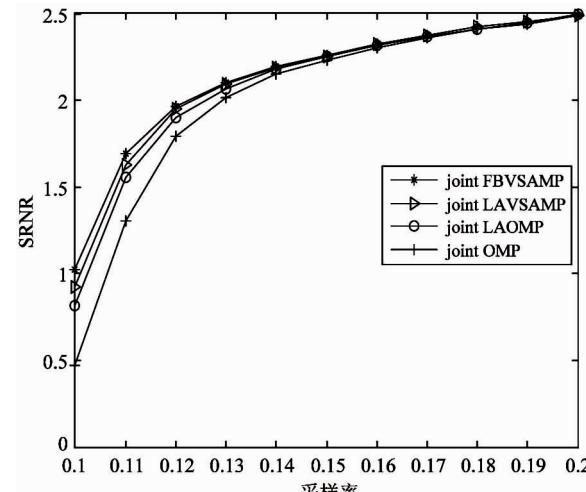


图 3  $SNR = 20dB$  时四种算法的 SRNR 值比较

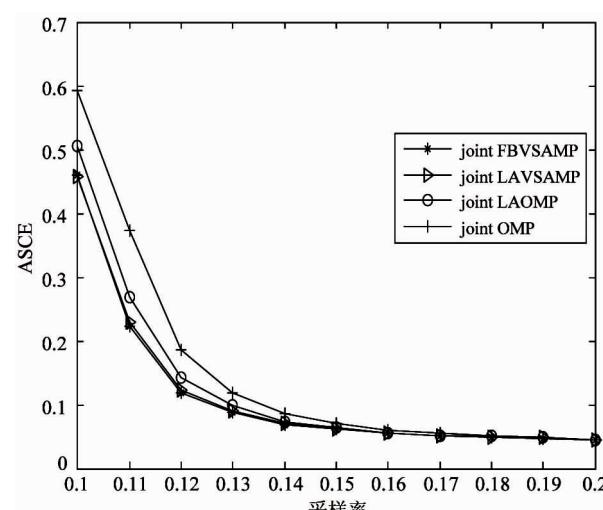


图 4  $SNR = 20dB$  时四种算法的 ASCE 值比较

出了四种重建算法在采样率[0.1, 0.2]范围内的 SRNR 值和 ASCE 值的变化情况。由图 3、图 4 可见, 在考虑噪声影响的情况下, joint LAVSOMP 算法的重构性能依然优于 joint LAOMP 算法和 joint OMP 算法, 且 joint FBVSOMP 算法的重构性能优于 joint LAVSOMP 算法。

最后, 比较 joint FBVSOMP、joint LAVSOMP 和 joint LAOMP 三种重建算法的效率。这里, 分别用  $L_0$  和  $L_{\max}$  表示 joint LAVSOMP 算法向前参数的初始值和迭代结束时向前参数的最终值。在相同试验条件与参数设置下, 比较向前参数分别取为  $L_0$  和  $L_{\max}$  的 joint LAOMP 算法的运行时间与本文设计的 joint LAVSOMP 算法、joint FBVSOMP 算法的运行时间。以采样率为 0.12 时的试验为例。首先, 根据指定的向前参数初始值  $L_0$  运行 joint LAVSOMP 算法和 joint FBVSOMP 算法, 并记录 joint LAVSOMP 算法执行结束时向前参数的最终值  $L_{\max}$ 。然后, 分别在固定的向前参数取为  $L_0$  和  $L_{\max}$  的情况下, 运行 joint LAOMP 算法。每个算法重复运行 100 次, 计算其运行时间的平均值。

表 7 给出了在采样率为 0.12、无噪声影响的情况下, 当  $L_0$  取不同值时, joint LAVSOMP 算法、joint FBVSOMP 算法和向前参数分别取为  $L_0$  和  $L_{\max}$  的 joint LAOMP 算法的运行时间。表 8 给出了对应的 SRNR 值。表 9 给出了当采样率为 0.12、信噪比为 20dB 时, joint LAVSOMP 算法、joint FBVSOMP 算法和向前参数分别取为  $L_0$  和  $L_{\max}$  的 joint LAOMP 算法在不同  $L_0$  取值下的运行时间。表 10 给出了对应的 SRNR 值。

表 7 采样率 0.12、无噪声时运行时间的比较(s)

$L_0$	2	3	4	5
joint LAOMP ( $L = L_0$ )	1.072	1.312	1.517	1.713
joint LAVSOMP	3.781	4.091	3.958	4.263
joint FBVSOMP	4.189	4.205	3.968	4.395
joint LAOMP ( $L = L_{\max}$ )	5.169	4.696	5.070	5.644

表 8 采样率 0.12、无噪声时 SRNR 值的比较

	2	3	4	5
joint LAOMP ( $L = L_0$ )	30.392	30.457	30.440	30.436
joint LAVSOMP	30.643	30.637	30.650	30.652
joint FBVSOMP	30.697	30.706	30.741	30.709
joint LAOMP ( $L = L_{\max}$ )	30.647	30.658	30.642	30.658

表 9 采样率 0.12、SNR = 20dB 时运行时间的比较(s)

	2	3	4	5
joint LAOMP ( $L = L_0$ )	1.041	1.227	1.563	1.740
joint LAVSOMP	2.759	2.937	2.996	2.713
joint FBVSOMP	2.876	2.978	3.432	2.902
joint LAOMP ( $L = L_{\max}$ )	5.199	4.880	5.880	5.770

表 10 采样率 0.12、SNR = 20dB 时 SRNR 值的比较

	2	3	4	5
joint LAOMP ( $L = L_0$ )	1.892	1.910	1.914	1.940
joint LAVSOMP	1.965	1.951	1.918	1.942
joint FBVSOMP	1.978	1.957	1.957	1.961
joint LAOMP ( $L = L_{\max}$ )	1.973	1.956	1.920	1.948

表 7~10 表明, 在相同试验条件下, joint LAVSOMP 算法的运行时间高于向前参数为  $L_0$  的 joint LAOMP 算法, 但低于向前参数为  $L_{\max}$  的 joint LAOMP 算法; 重建性能低于向前参数为  $L_{\max}$  的 joint LAOMP 算法, 却高于向前参数为  $L_0$  的 joint LAOMP 算法。这主要是因为 joint LAVSOMP 算法根据邻次迭代重构信号的能量差动态控制向前参数从初始值  $L_0$  逐渐增加到  $L_{\max}$ 。可见, 向前参数动态调整的思想使得 joint LAVSOMP 算法克服了采用固定向前参数的 joint LAOMP 算法的不足, 实现了重建效果与运算时间之间的有效折中。

由表 7~10 还可以看出, 原子淘汰机制的引入, 使得 joint FBVSOMP 算法的重建性能不但高于 joint LAVSOMP 算法, 而且高于向前参数为  $L_{\max}$  的 joint

LAOMP 算法。在运行时间方面, joint LAVSOMP 算法略高于 joint LAVSOMP 算法, 且仍低于向前参数为  $L_{\max}$  的 joint LAOMP 算法。实际上, joint FBVSOMP 算法每隔一定的迭代次数执行一次原子淘汰操作, 此操作的执行次数远小于迭代次数, 而且其运算相对简单。因此, 与 joint LAVSOMP 算法相比, joint FBVSOMP 算法的运行时间未显著增加。可见, 原子回溯淘汰操作的引入, 在提高 joint FBVSOMP 算法重建性能的同时, 并未明显降低其运算效率。

## 5 结 论

本文针对混合支撑集模型, 研究了分布式压缩感知(DCS)联合重构算法。在 joint LAOMP 算法的基础上, 引入向前参数的变步长调整策略, 提出了 joint LAVSOMP 算法, 克服了 joint LAOMP 算法性能受固定的向前参数限制的缺陷。进而, 在 joint LAVSOMP 算法的基础上引入了原子淘汰机制, 提出了 joint FBVSOMP 算法, 每隔一定的迭代次数, 回溯淘汰对重建信号贡献小的原子, 使误选的原子有机会被移除, 减小因原子误选造成的重构误差。试验结果表明, joint LAVSOMP 算法的重构性能优于 joint LAOMP 算法和 joint OMP 算法, 而引入原子回溯淘汰机制的 joint FBVSOMP 算法具有比 joint LAVSOMP 算法更高的重构性能。

## 参 考 文 献

- [ 1 ] Donoho D L. Compressed sensing. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(4): 1289-1306
- [ 2 ] Baron D, Duarte M F, Sarvotham S, et al. An information-theoretic approach to distributed compressed sensing. In: Proceedings of the 43rd Allerton Conference on Communication, Control, and Computing, Monticello, IL, 2005. 814-825
- [ 3 ] Zhang W, Ma C, Wang W, et al. Side information based

orthogonal matching pursuit in distributed compressed sensing. In: Proceedings of IEEE International Conference on Network Infrastructure and Digital Content, Beijing, China, 2010. 80-84

- [ 4 ] Xu W, Lin J, Niu K, et al. A joint recovery algorithm for distributed compressed sensing. *European Transactions on Telecommunications*, 2012, 23(6): 550-559
- [ 5 ] Wimalajeewa T, Varshney P K. OMP based joint sparsity pattern recovery under communication constraints. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2014, 62(19): 5059-5072
- [ 6 ] Blanchard J D, Cermak M, Hanle D, et al. Greedy algorithms for joint sparse recovery. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2014, 62(7): 1694-1704
- [ 7 ] Sundman D, Chatterjee S, Skoglund M. Greedy pursuits for compressed sensing of jointly sparse signals. In: Proceedings of the 19th European Signal Processing Conference, Barcelona, Spain, 2011. 368-372
- [ 8 ] Sundman D, Chatterjee S, Skoglund M. A greedy pursuits algorithms for distributed compressed sensing. In: Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, Kyoto, Japan, 2012. 2729-2732
- [ 9 ] Sundman D, Chatterjee S, Skoglund M. Distributed greedy pursuit algorithms. *Signal Processing*, 2014, 105(12): 298-315
- [ 10 ] Wei C, Rodrigues M, Wassell I J. Distributed compressive sensing reconstruction via common support discovery. In: Proceedings of IEEE International Conference on Communications, Kyoto, Japan, 2011. 1-5
- [ 11 ] 刘芳. 分布式压缩感知的重构算法研究: [硕士学位论文]. 秦皇岛: 燕山大学信息科学与工程学院, 2013. 13-24
- [ 12 ] Chatterjee S, Sundman D, Skoglund M. Look ahead orthogonal matching pursuit. In: Proceedings of IEEE Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, Prague, Czech Republic, 2011. 4027-4024

# Signal reconstruction based on distributed compressed sensing under mixed support-set model

Si Jingjing, Hou Xiaolan, Cheng Yinbo

(School of Information Science and Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066004)

## Abstract

Focusing on the mixed support-set model, a study on joint reconstruction of signals based on distributed compressed sensing (DCS) was conducted, and a joint look ahead variable stepsize orthogonal matching pursuit (LAVSOMP) algorithm was brought forward. The joint LAVSOMP algorithm dynamically performs the adaptive adjustment of forward parameters according to the energy difference between reconstructed signals of adjacent iterations to strike a balance between the signal reconstruction accuracy and its running time. Furthermore, a joint forward-backward variable stepsize orthogonal matching pursuit (FBVSOMP) algorithm was put forward. The joint FBVSOMP algorithm effectively reduces the chance of choosing non-optimal atoms and improves the signal reconstruction accuracy. The experimental results show that the joint LAVSOMP algorithm outperforms the joint look ahead orthogonal matching pursuit algorithm fixing forward parameters in terms of reconstruction performance, and the joint FBVSOMP algorithm can achieve the higher joint reconstruction performance than the joint LAVSOMP.

**Key words:** distributed compressed sensing (DCS), mixed support-set model, joint reconstruction, look ahead orthogonal matching pursuit (LAOMP), forward-backward orthogonal matching pursuit