

基于反步法的四旋翼飞行器滑动模态控制^①

牛洪芳^② 吴怀宇^③ 陈 洋

(武汉科技大学信息科学与工程学院 武汉 430081)

摘要 针对欠驱动四旋翼飞行器受控模型的复杂非线性问题,提出了一种基于反步的滑模控制器的设计方法。该方法将四旋翼飞行器动力学模型进行简化,并将系统分解为全驱动子系统和欠驱动子系统,进而以滑模变结构控制理论为基础,利用反步控制方法推导出滑模控制面,分别为上述两个子系统设计控制律,为系统设计基于反步的滑模控制器。通过李雅普诺夫稳定性理论验证了用上述方法设计的控制器系统的稳定性。通过 Matlab/Simulink 进行的仿真表明,用上述方法设计的控制器能够有效实现对四旋翼飞行器的控制。

关键词 四旋翼飞行器, 滑模控制, 反步方法, 定点悬停, 轨迹跟踪

0 引言

近年来,四旋翼飞行器(quadrotor aircraft)逐渐成为航空领域学者们的研究热点。四旋翼飞行器通过改变其 4 个螺旋桨的转速来改变各种飞行姿态,从而实现垂直升降、定点悬停、轨迹跟踪等六自由度的运动,而且对环境和场地的要求比较低,使得在军用与民用领域的应用日益广泛,包括侦查、环境监测、电力巡检、航拍等。

目前学者们已在四旋翼飞行器研究上取得了很多成就,但这种飞行器由其欠驱动、强耦合、非线性等特点^[1]导致其动力学模型非常复杂,控制器设计十分繁琐的问题仍有待研究解决。文献[2,3]采用线性化 PID 控制,虽然具有一定的鲁棒性,但在受到外界干扰时控制效果不太理想,不能适应复杂多变的环境;文献[4,5]采用反馈线性化,虽然取得了较好的控制效果,但由于对模型的精度要求较高,导致其应用范围受到限制;文献[6]分别利用反步算法

和滑模算法求得了四旋翼的控制律,并将控制律应用在飞行器上,在姿态环控制效果很好,但并没有涉及到位置环;文献[7]采用基于反步的滑模变结构控制算法,姿态环与位置环双环控制,由高阶非完整约束导出姿态角,但位置环的变化并没有实时地反馈给姿态环。本研究对四旋翼飞行器的动力学模型进行了简化,并将其分为全驱动通道和欠驱动通道,构造李雅普诺夫函数,分别为欠驱动通道和全驱动通道设计了控制律,这就使得控制器具有双闭环控制,并在 Matlab/Simulink 上进行了定点悬停和路径跟踪仿真试验,结果验证了此控制方法的有效性。

1 四旋翼飞行器动力学模型

四旋翼飞行器是一个较为复杂的系统,必须对其进行建立精确的动力学模型^[8],才能更好地进行研究。首先建立惯性坐标系 $E(OXYZ)$ 和机体坐标系 $B(o'xyz)$ (如图 1 所示),并做如下假设:

(1) 飞行器视为刚体并且对称;

^① 国家自然科学基金(61203331,61573263),湖北省科技支撑计划(2015BAA018)和武汉科技大学科技创新基金(14ZRC147)资助项目。

^② 男,1988 年生,硕士生;研究方向:四旋翼无人机导航与控制;E-mail: hfangniu@foxmail.com

^③ 通讯作者,E-mail: wuhuy@wust.edu.cn

(收稿日期:2015-07-28)

- (2) 飞行器的质心和机体坐标系的原点重合;
- (3) 飞行器的螺旋桨不可变形;
- (4) 飞行器的推力和阻力与螺旋桨速度的平方成正比。

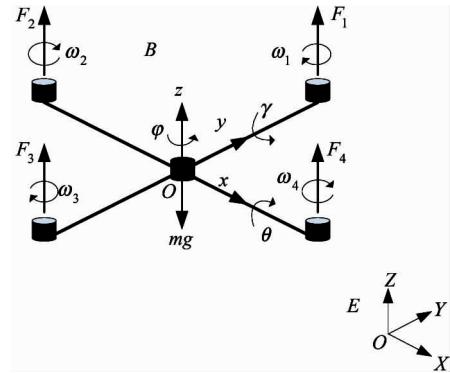


图 1 四旋翼飞行器结构模型图

在这些假设条件下, 经过一系列的推导^[9,10], 可以得到如式

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x} = (\cos\varphi \sin\gamma \cos\theta + \sin\varphi \sin\theta) \frac{U_1}{m} \\ \dot{y} = (\sin\varphi \sin\gamma \cos\theta - \cos\varphi \sin\theta) \frac{U_1}{m} \\ \dot{z} = (\cos\gamma \cos\theta) \frac{U_1}{m} - g \\ \ddot{\theta} = \frac{(J_y - J_z)}{J_x} \dot{\gamma} \dot{\varphi} + \frac{lU_2}{J_x} \\ \ddot{\gamma} = \frac{(J_z - J_x)}{J_y} \dot{\theta} \dot{\varphi} + \frac{lU_3}{J_y} \\ \ddot{\varphi} = \frac{(J_x - J_y)}{J_z} \dot{\theta} \dot{\gamma} + \frac{U_4}{J_z} \end{array} \right. \quad (1)$$

所示的动力学模型。式中: θ 为俯仰角 (pitch), γ 为滚转角 (roll), φ 为偏航角 (yaw); J_x, J_y, J_z 分别为机体绕机体坐标系三个轴的转动惯量; l 为螺旋桨中心至机体坐标系原点的距离; U_1, U_2, U_3, U_4 为由 4 个螺旋桨的角速度决定的系统控制输入量, 其表达式为

$$\left\{ \begin{array}{l} U_1 = b(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2) \\ U_2 = b(\omega_1^2 - \omega_3^2) \\ U_3 = b(\omega_2^2 - \omega_4^2) \\ U_4 = d(\omega_1^2 + \omega_3^2 - \omega_2^2 - \omega_4^2) \end{array} \right. \quad (2)$$

式中 b 为旋翼的升力系数, d 为旋翼的阻力系数。

U_1 为高度通道的控制输入量, U_2 为前后通道及俯仰角的控制输入量, U_3 为左右通道及滚转角的控制输入量, U_4 为偏航角的控制输入量。前后、左右方向的移动依靠俯仰、滚转时的侧倾角, 这两个通道是一个耦合在一起的通道, 四轴的不稳定性就在这里, 一个动力源的输入, 产生两个方向的自由度, 是一个欠驱动的子系统; 高度与偏航是两个完全独立的通道, 通道之间没有耦合, 是一个全驱动的子系统。

由于通道之间的耦合性, 导致四旋翼飞行器不能实现完整意义上的六自由度运动, 其俯仰和滚转姿态受到飞行器位置误差约束。根据四旋翼飞行器的动力学特性和特点, 将模型分为全驱动子系统和欠驱动子系统, 下面采用基于反步的滑模控制方法分别对其进行控制器设计。

2 四旋翼飞行器控制器设计

将所建立的动力学模型(式(1))表示成状态空间形式^[11]:

$$\dot{X} = f(X) + g(X, U) + \delta \quad (3)$$

其中, $U = [U_1 \ U_2 \ U_3 \ U_4]$ 为系统的输入量, $X = [\theta \ \dot{\theta} \ \gamma \ \dot{\gamma} \ \varphi \ \dot{\varphi} \ z \ \dot{z} \ x \ \dot{x} \ y \ \dot{y}]$ 为系统的状态量, 具体表示为

$$\left| \begin{array}{l} x_1 = \theta \\ x_2 = \dot{x}_1 = \dot{\theta} \\ x_3 = \gamma \\ x_4 = \dot{x}_3 = \dot{\gamma} \\ x_5 = \varphi \\ x_6 = \dot{x}_5 = \dot{\varphi} \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} x_7 = z \\ x_8 = \dot{x}_7 = \dot{z} \\ x_9 = x \\ x_{10} = \dot{x}_9 = \dot{x} \\ x_{11} = y \\ x_{12} = \dot{x}_{11} = \dot{y} \end{array} \right. \quad (4)$$

则结合式(1)和式(4), 可以得到下式:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{(J_y - J_z)}{J_x}x_4x_6 + \frac{l}{J_x}U_2 \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = \frac{(J_z - J_x)}{J_y}x_2x_6 + \frac{l}{J_y}U_3 \\ \dot{x}_5 = x_6 \\ \dot{x}_6 = \frac{(J_x - J_y)}{J_z}x_2x_4 + \frac{1}{J_z}U_4 \\ \dot{x}_7 = x_8 \\ \dot{x}_8 = \frac{U_1}{m}(\cos x_1 \cos x_3) - g \\ \dot{x}_9 = x_{10} \\ \dot{x}_{10} = \frac{U_1}{m}(\cos x_1 \sin x_3 \cos x_5 + \sin x_1 \sin x_5) \\ \dot{x}_{11} = x_{12} \\ \dot{x}_{12} = \frac{U_1}{m}(\sin x_5 \sin x_3 \cos x_1 - \cos x_5 \sin x_1) \end{cases} \quad (5)$$

本文所设计的控制器采用双闭环控制,分别为内部姿态环和外部位置环,其控制系统结构图如图2所示。给定四旋翼飞行器的期望路径 $(x_d, y_d, z_d, \varphi_d)$,然后由反步控制算法导出需要旋转的滚转角 γ_d 和俯仰角 θ_d ,结合飞行器的三个姿态角,通过滑模控制算法计算当前的控制律送入四旋翼飞行器动力学模型中,产生的12个状态变量反馈到位置环和姿态环,以此来控制四旋翼飞行器。

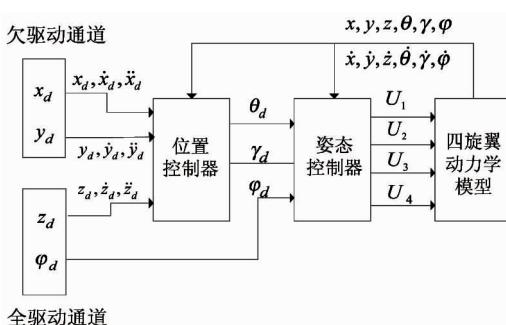


图2 四旋翼控制系统结构图

2.1 全驱动通道控制器设计

全驱动通道包括高度 z 和偏航角 φ 两个通道,其动力学方程为

$$\begin{cases} \ddot{z} = (\cos \gamma \cos \theta) \frac{U_1}{m} - g \\ \ddot{\varphi} = \frac{(J_x - J_y)}{J_z} \dot{\theta} \dot{\gamma} + \frac{U_4}{J_z} \end{cases} \quad (6)$$

由于全驱动通道之间不存在耦合,可以直接使用滑模控制算法求取控制律,首先计算高度 z 通道的控制律。

z 通道的状态变量为

$$\begin{cases} x_7 = z \\ x_8 = \dot{z} \end{cases} \quad (7)$$

定义误差变量为 $e_7 = x_7 - x_{7d}$, 设计滑模函数为 $s_z = c_7 e_7 + \dot{e}_7$, 定义 Lyapunov 函数为 $V = \frac{1}{2} s_z^2$, 则

$$\dot{s}_z = c_7 \dot{e}_7 + \ddot{e}_7 = c_7(x_8 - \dot{x}_{7d}) + (\ddot{x}_7 - \ddot{x}_{7d}) \quad (8)$$

为了保证 $s_z \dot{s}_z \leq 0$, 设计滑模控制律为

$$\begin{aligned} U_1 &= (-\varepsilon \operatorname{sgn}(s_z) - ks_z + c_7(\dot{x}_{7d} - x_8) \\ &\quad + g + \ddot{x}_{7d}) \frac{m}{\cos x_1 \cos x_3} \end{aligned} \quad (9)$$

则

$$\dot{s}_z s_z = -\varepsilon |s_z| - ks_z^2 \leq 0 \quad (10)$$

式中 ε 和 k 是滑模控制中趋近律的常数。

式(9)保证了 $V \leq 0$, 由此过程得到的系统便是稳定的。

至此,就得到了 z 通道的控制律 U_1 。而偏航角 φ 通道的控制律可以使用同样的方法来求出:

$$\begin{aligned} U_4 &= (-\varepsilon \operatorname{sgn}(s_\varphi) - ks_\varphi + c_5(\dot{x}_{5d} - x_6) \\ &\quad - \frac{J_x - J_y}{J_z} x_2 x_4 + \ddot{x}_{5d}) J_z \end{aligned} \quad (11)$$

2.2 欠驱动通道控制器设计

欠驱动通道包括 $x - \gamma$ 及 $y - \theta$ 两个通道,其动力学方程为

$$\begin{cases} \ddot{x} = (\cos \varphi \sin \gamma \cos \theta + \sin \varphi \sin \theta) \frac{U_1}{m} \\ \ddot{y} = (\sin \varphi \sin \gamma \cos \theta - \cos \varphi \sin \theta) \frac{U_1}{m} \end{cases} \quad (12)$$

$$\begin{cases} \ddot{\theta} = \frac{(J_y - J_z)}{J_x} \dot{\gamma} \dot{\varphi} + \frac{l U_2}{J_x} \\ \ddot{\gamma} = \frac{(J_z - J_x)}{J_y} \dot{\theta} \dot{\varphi} + \frac{l U_3}{J_y} \end{cases} \quad (13)$$

对于欠驱动通道控制律的设计,本文提出先通

过反步算法,由位置环信息反演得到当前姿态环的角度和角速度,在此基础之上再定义耦合通道的滑模面,可以得到比较好的控制律。下面首先设计 $x - \gamma$ 通道的控制律。

当四旋翼在 x 轴上运动时,虽然俯仰角 θ 对 x 轴上的运动有影响,但是这种影响可以忽略,对俯仰角 θ 可以作小角度假设^[9]。那么此时对应的 $x - \gamma$ 通道的动力学模型为

$$\begin{cases} \dot{x}_9 = x_{10} \\ \dot{x}_{10} = \cos x_5 \sin x_3 \frac{U_1}{m} \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = \frac{J_z - J_x}{J_y} x_2 x_6 + \frac{l U_3}{J_y} \end{cases} \quad (14)$$

定义误差变量

$$e_9 = x_9 - x_{9d} \quad (15)$$

具体设计步骤如下:

步骤 1: 定义 Lyapunov 函数为

$$V_9 = \frac{1}{2} e_9^2 \quad (16)$$

则

$$\dot{V}_9 = e_9 \dot{e}_9 = e_9 (x_{10} - \dot{x}_{9d}) \quad (17)$$

取 $x_{10} = -c_9 e_9 + \dot{x}_{9d} + e_{10}$, 其中 $c_9 > 0, e_{10}$ 为误差变量, 也为虚拟控制量

$$e_{10} = x_{10} + c_9 e_9 - \dot{x}_{9d} \quad (18)$$

则

$$\dot{V}_9 = -c_9 e_9^2 + e_9 e_{10} \quad (19)$$

如果 $e_{10} = 0$, 则 $\dot{V}_9 \leq 0$, 所以必须消除耦合项。为此, 需要进行下一步设计。

步骤 2: 定义 Lyapunov 函数

$$V_{10} = V_9 + \frac{1}{2} e_{10}^2 \quad (20)$$

则

$$\dot{V}_{10} = \dot{V}_9 + e_{10} \dot{e}_{10} = -c_9 e_9^2 + e_9 e_{10} + e_{10} \dot{e}_{10} \quad (21)$$

取 $\dot{e}_{10} = -c_{10} e_{10} - e_9 + e_3$, 其中 $c_{10} > 0, e_3$ 为误差变量, 也为虚拟控制量

$$e_3 = \dot{e}_{10} + c_{10} e_{10} + e_9 \quad (22)$$

则

$$\begin{aligned} \dot{V}_{10} &= -c_9 e_9^2 + e_9 e_{10} + e_{10} (-c_{10} e_{10} - e_9 + e_3) \\ &= -c_9 e_9^2 - c_{10} e_{10}^2 + e_{10} e_3 \end{aligned} \quad (23)$$

如果 $e_3 = 0$, 则 $\dot{V}_{10} \leq 0$, 所以必须消除耦合项。为此, 需要进行下一步设计。

步骤 3: 定义 Lyapunov 函数

$$V_3 = V_{10} + \frac{1}{2} e_3^2 \quad (24)$$

则

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &= \dot{V}_{10} + e_3 \dot{e}_3 = -c_9 e_9^2 - c_{10} e_{10}^2 + e_{10} e_3 + e_3 \dot{e}_3 \\ & \quad (25) \end{aligned}$$

取 $\dot{e}_3 = -c_3 e_3 - e_{10} + e_4$, 其中 $c_3 > 0, e_4$ 为误差变量, 也为虚拟控制量

$$e_4 = c_3 e_3 + e_{10} + \dot{e}_3 \quad (26)$$

则

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &= -c_9 e_9^2 - c_{10} e_{10}^2 + e_3 e_{10} + e_3 (-c_3 e_3 - e_{10} + e_4) \\ &= -c_9 e_9^2 - c_{10} e_{10}^2 - c_3 e_3^2 + e_4 e_3 \end{aligned} \quad (27)$$

此时, \dot{V}_3 中有个耦合项 $e_4 e_3$, 若将此项消除, 便可得出此系统是稳定的。下一步是设计此通道的滑模面。

步骤 4: 在通过上述过程得到 $x - \gamma$ 通道的角速度的基础上设计内环的姿态控制器。

由式(22)得

$$\begin{aligned} e_3 &= (1 + c_9 c_{10})(x_9 - x_{9d}) + (c_9 + c_{10})x_{10} \\ &\quad - (c_9 + c_{10})\dot{x}_{9d} + \dot{x}_{10} - \ddot{x}_{9d} \end{aligned} \quad (28)$$

利用滑模变结构定义滑模面为

$$s_x = e_4 \quad (29)$$

定义 Lyapunov 函数

$$V_4 = V_3 + \frac{1}{2} s_x^2 \quad (30)$$

结合式(26)得

$$\dot{V}_4 = -c_9 e_9^2 - c_{10} e_{10}^2 - c_3 e_3^2 + s_x \dot{e}_3 + s_x \dot{s}_x \quad (31)$$

为使 $\dot{V}_4 \leq 0$, 设计控制器为

$$\begin{aligned} U_3 &= ((-\varepsilon \operatorname{sgn}(s_x) - ks_x - (c_9 + c_3 + c_9 c_{10} c_3)(\dot{x}_9 - \dot{x}_{9d})) \\ &\quad - (2 + c_9 c_{10} + c_9 c_3 + c_3 c_{10}) \cos x_5 \sin x_3 \frac{U_1}{m} \\ &\quad + (c_9 + c_{10} + c_3) x_6 \sin x_5 \sin x_3 \frac{U_1}{m} \\ &\quad - (c_9 + c_{10} + c_3) x_4 \cos x_5 \cos x_3 \frac{U_1}{m} \\ &\quad + x_6^2 \cos x_5 \sin x_3 \frac{U_1}{m} + 2x_4 x_6 \sin x_5 \cos x_3 \frac{U_1}{m} \\ &\quad + x_4^2 \cos x_5 \sin x_3 \frac{U_1}{m} - (c_9 + c_{10}) \dot{x}_{9d} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + (1 + c_9 c_{10}) (x_9 - x_{9d}) + (c_9 + c_{10}) x_{10} + \dot{x}_{10} \\
& - \ddot{x}_{9d} + (2 + c_9 c_{10} + c_9 c_3 + c_3 c_{10}) \ddot{x}_{9d} / (\cos x_5 \cos x_3 \frac{U_1}{m}) \\
& - \frac{J_z - J_x}{J_y} x_2 x_6) \frac{J_y}{l} \quad (32)
\end{aligned}$$

其中, $\varepsilon > 0$, $k > 0$, 则

$$\dot{V}_4 = -c_9 e_9^2 - c_{10} e_{10}^2 - c_3 e_3^2 - k s_x^2 - \varepsilon |s_x| \leqslant 0 \quad (33)$$

由 $\dot{V}_4 \leqslant 0$ 知, 该系统是稳定的。

$y - \theta$ 通道控制律的设计跟上述方法相同,

$$\begin{aligned}
U_2 = & (- (c_{11} + c_1 + c_{11} c_{12} c_1) (\dot{x}_{11} - \dot{x}_{11d}) \\
& + (2 + c_{11} c_{12} + c_{11} c_1 + c_{12} c_1) \cos x_5 \sin x_1 \frac{U_1}{m} \\
& - (c_{11} + c_{12} + c_1) x_6 \sin x_5 \sin x_1 \frac{U_1}{m} - (-\varepsilon \operatorname{sgn}(s_y) \\
& + (c_{11} + c_{12} + c_1) x_2 \cos x_5 \cos x_1 \frac{U_1}{m} - k s_y \\
& - x_6^2 \cos x_5 \sin x_1 \frac{U_1}{m} - 2 x_4 x_6 \sin x_5 \cos x_1 \frac{U_1}{m} \\
& - x_2^2 \cos x_5 \sin x_1 \frac{U_1}{m} - (c_{11} + c_{12}) \dot{x}_{11d} \\
& + (1 + c_{11} c_{12}) (x_{11} - x_{11d}) + (c_{11} + c_{12}) x_{12} + \dot{x}_{12} \\
& - \ddot{x}_{11d} + (2 + c_{11} c_{12} + c_{11} c_1 + c_{12} c_1) \ddot{x}_{11d} / (\cos x_5 \cos x_1 \frac{U_1}{m}) \\
& - \frac{J_y - J_z}{J_x} x_4 x_6) \frac{J_x}{l} \quad (34)
\end{aligned}$$

至此, 四旋翼飞行器四个通道的控制律已分别求出。

3 试验与分析

在 Matlab/Simulink 环境下搭建了四旋翼飞行器的仿真系统, 其位置和姿态控制器分别如图 3 和图 4 所示, 两个控制器分别包含全驱动子系统和欠驱动子系统。

在图 3 和图 4 中的全驱动子系统部分, 高度 z_d 和偏航角 φ_d 可直接由滑模控制算法分别得到控制律 U_1 和 U_4 ; 而在欠驱动子系统部分, 平面坐标 x_d 和 y_d 先由反步法得到当前状态的角速度, 再通过滑

模法分别求得控制律 U_3 和 U_2 。

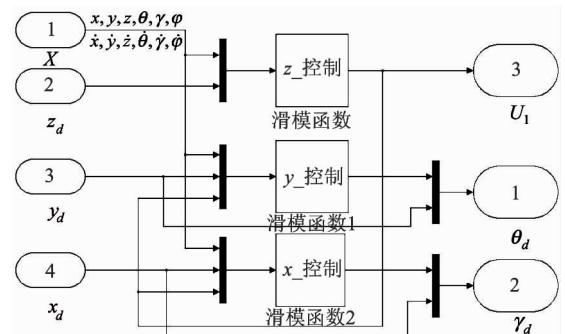


图 3 位置控制器

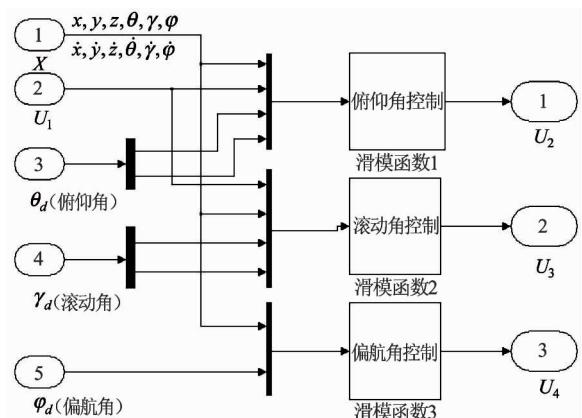


图 4 姿态控制器

将求到的四个控制律送入到动力学模型中, 模型的输出再反馈给控制器。下面对本文提出的控制方法进行验证。

图 5 为本试验所使用的四旋翼飞行器实物图, 根据前期的准备工作, 得出一组四旋翼飞行器的相关参数值, 如表 1 所示。



图 5 四旋翼实物图

表 1 四旋翼飞行器的参数

变量	数值	单位
b	2.2893×10^{-5}	$N \cdot s^2$
d	1.1897×10^{-6}	$N \cdot ms^2$
m	2.467	kg
l	0.3875	m
J_x	0.05887	$kg \cdot m^2$
J_y	0.05887	$kg \cdot m^2$
J_z	0.13151	$kg \cdot m^2$

同时,滑模控制器的相关参数选择如下:

$$c_1 = c_3 = c_7 = c_9 = c_{10} = c_{11} = c_{12} = 2$$

$$c_5 = 3, \varepsilon = 1, k = 5$$

假设四旋翼飞行器的初始状态为 $X_0 = [-\frac{\pi}{6} -\frac{\pi}{6} -\frac{\pi}{6} \frac{\pi}{6} \frac{\pi}{6} 0 \ 1 \ 0 \ -1 \ 0 \ -1]$ 。

3.1 定点悬停

设定飞行器的期望位置为 $(x, y, z) = (-1, 1, 1)$ m, 期望姿态为 $(\theta_d, \gamma_d, \varphi_d) = (0, 0, 0)$ °, 由上述设置通过仿真得到的位置曲线和姿态曲线如图 6 和图 7 所示。

图 6 和图 7 的仿真结果表明, 四旋翼飞行器在起飞后 3.5s 左右达到了稳定状态。下面以 $y - \theta$ 通道为例对飞行过程进行分析: 四旋翼飞行器在 y 轴上的初始位置为 0m, 要飞行至 1m 处需向 y 轴正方向移动, 而飞行器的初始 θ 角为 -30° 和初始 $\dot{\theta}$ 为 -1 m/s , 所以机体首先会向 y 轴负方向移动, 直到 θ

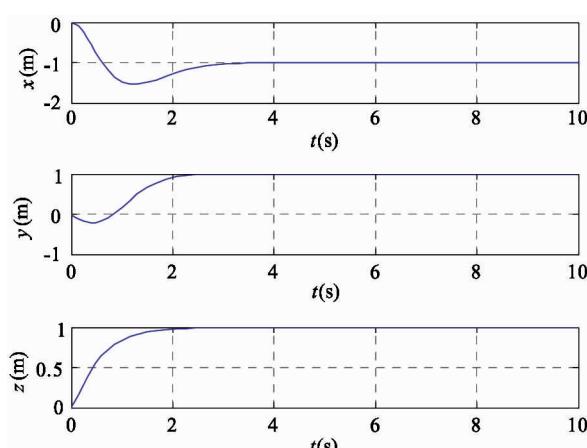


图 6 四旋翼飞行过程中的位置曲线

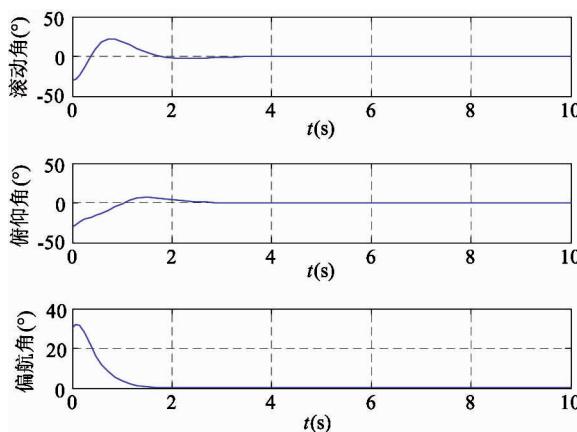


图 7 四旋翼飞行过程中的姿态曲线

角降至为零再向反方向移动; 经过短暂的调节后, 飞行器达到期望位置 1m 处, 而 θ 角也稳定在 0°。图 8 为四旋翼飞行过程中的三维轨迹图, 可以更直观地观察飞行器的轨迹路线。

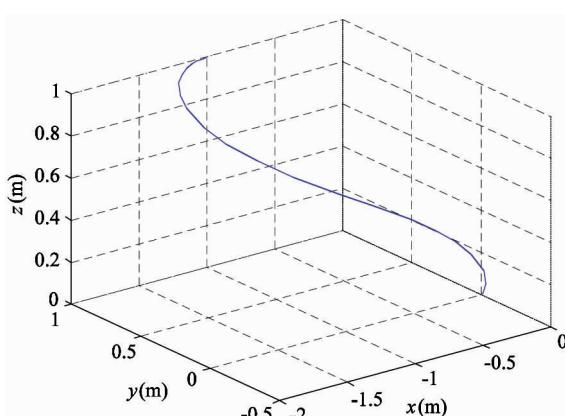


图 8 四旋翼飞行过程中的轨迹曲线

图 9 和图 10 为四旋翼飞行过程中的线速度和角速度曲线。由仿真图可以看出, 位置环的线速度在达到目标位置时稳定在零, 在姿态环中, 目的就是要达到角度差和角速度差为零, 2s 之前角速度不断在调整, 最终稳定在零的状态。

3.2 轨迹跟踪

本次仿真中, 让四旋翼飞行器跟踪人为给定的轨迹路线。设置在 x 轴上跟踪周期为 12s 的正弦曲线, 在 y 轴上跟踪周期为 8s 的正弦曲线, 而在 z 轴上就定在 $z = 2$ 的位置, 仿真得到图 11 和图 12 所示的曲线图。

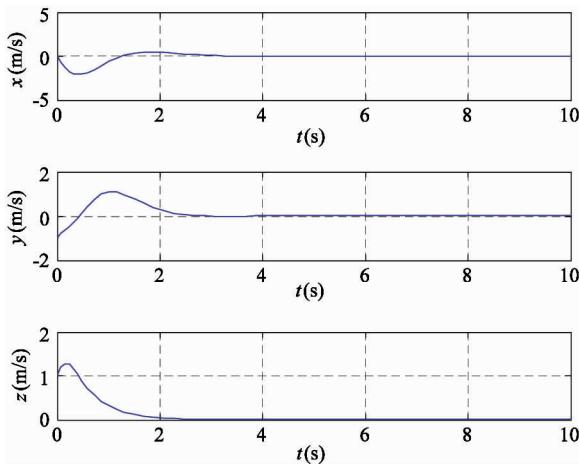


图9 四旋翼飞行过程中的线速度曲线

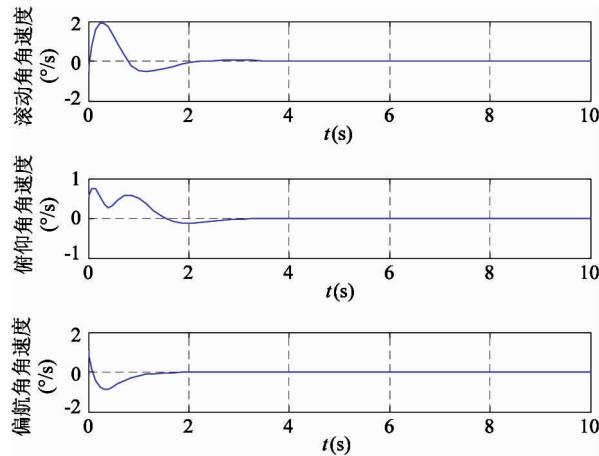


图10 四旋翼飞行过程中的角速度曲线

由图 11 可以看出,四旋翼能够很好地跟踪指定的轨迹运动。由于仿真中设定了飞行器初始状态,四旋翼在刚开始启动时,需要有一定时间(大概 4s 左右)的调整才能够精确地跟踪指定轨迹运动,指定轨迹和跟踪曲线之间有一定的误差,最大不超过 4cm,如图 12 所示。

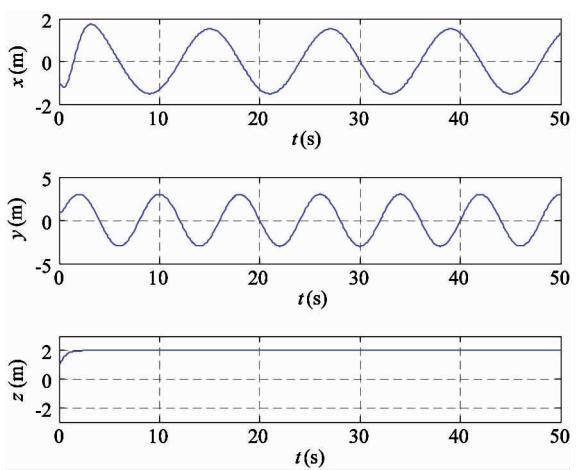


图11 四旋翼轨迹跟踪曲线图

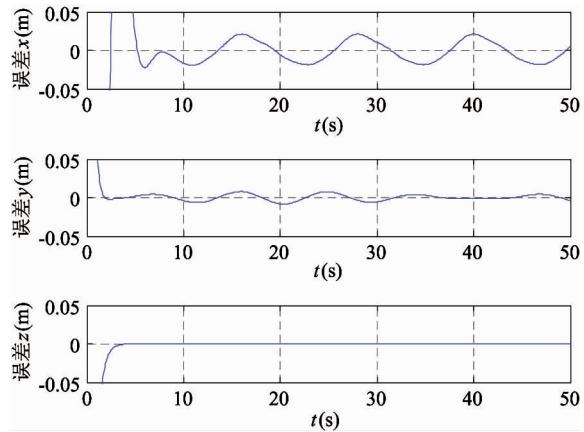


图12 四旋翼轨迹跟踪误差曲线图

3.3 控制律

在四旋翼飞行过程中,可以通过观察四个控制律来分析它的飞行状态,因为四旋翼正是由这四个控制律(U_1, U_2, U_3, U_4)来达到稳定飞行的效果。图 13 为四旋翼飞行器在定点悬停中的控制律曲线图。

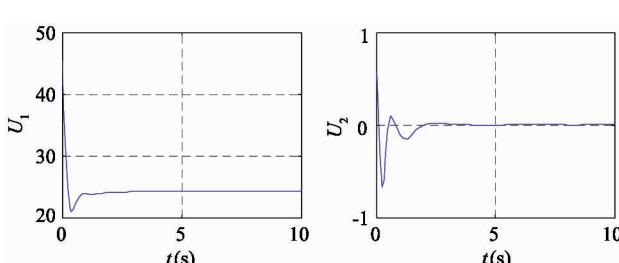


图13 控制律曲线图

仿真结果表明,四旋翼稳定在目标位置之后, U_2, U_3, U_4 稳定在零,而 U_1 则稳定在 25 左右。此时,可以通过公式计算得到 U_1 的一个大概值,由式(2)中 $U_1 = b(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2)$, 而所使用四旋翼飞行器的起飞速度是 522rad/s, 参数 $b = 2.2893 \times 10^{-5}$, 将起飞速度和参数 b 代入此公式计算得出: $U_1 = 24.9519$ 。所以,两种方法得到的控制律基本相同。

4 结 论

本文针对四旋翼飞行器的动力学特性和特点, 在小角度的情况下, 将动力学模型进行简化, 从而将系统分解为全驱动部分和欠驱动部分, 利用反演控制方法, 结合滑动模态变结构理论, 对四旋翼飞行器设计了基于反步的滑模控制器, 同时在 Matlab/Simulink 上搭建飞行器控制系统进行仿真。仿真结果表明, 在飞行器定点悬停上, 尽管有初始条件干扰的因素下, 四旋翼能够很快地到达期望位置并在滑模面内保持稳定的状态; 在飞行器轨迹跟踪中, 四旋翼可以很快调整姿态, 跟踪给定轨迹, 控制精度高。本文提出的控制器结构简单, 参数易调整, 通过仿真证明此控制方法准确可行, 这对下一阶段四旋翼飞行器的研究具有重要的意义。

参 考 文 献

- [1] Besnard L, Shtessel Y B, Landrum B. Quadrotor vehicle control via sliding mode controller driven by sliding mode disturbance observer. *Journal of the Franklin Institute*, 2012, 349:658-684
- [2] Salih, Moghavvemi, Mohamed, et al. Flight PID controller design for a UAV quadrotor. *Scientific Research & Es-*

says, 2010, 5(23):3660-3667

- [3] Kada B, Ghazzawi Y. Robust PID controller design for an UAV flight control system. *Lecture Notes in Engineering and Computer Science*, 2011, 2194(1)
- [4] Mokhtari A, Benallegue A, Daachi B. Robust feedback linearization and GH ∞ controller for a quadrotor unmanned aerial vehicle. In: Proceedings of the 2005 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Edmonton, Canada, 2005. 1198-1203
- [5] Freddi A, Lanzon A, Longhi S. A feedback linearization approach to fault tolerance in quadrotor vehicles. *World Congress*, 2011, 18(1):5413-5418
- [6] Bouabdallah S, Siegwart R. Backstepping and sliding-mode techniques applied to an indoor micro quadrotor. In: Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation, Barcelona, Spain, 2005. 2247-2252
- [7] Bouadi H, Bouchoucha M, Tadjine M. Sliding mode control based on backstepping approach for an UAV type-quadrotor. *International Journal of Applied Mathematics and Computer Sciences*, 2008, 4(1):12
- [8] Dong W, Gu G Y, Zhu X, et al. High-performance trajectory tracking control of a quadrotor with disturbance observer. *Sensors and Actuators A Physical*, 2014, 211(5):67-77
- [9] 微小型四旋翼无人直升机建模及控制方法研究:[硕士学位论文]. 湖南:国防科学技术大学, 2006
- [10] 白永强, 刘昊, 石宗英等. 四旋翼无人直升机鲁棒飞行控制. *机器人*, 2012, 34(5):519-524
- [11] Madani, Benallegue. Sliding mode observer and backstepping control for a quadrotor unmanned aerial vehicle. In: Proceedings of the American Control Conference, New York, USA, 2007. 5887-5892

Sliding mode control based on backstepping approach for a quadrotor aircraft

Niu Hongfang, Wu Huaiyu, Chen Yang

(School of Information Science and Engineering, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan 430081)

Abstract

In order to solve the complex nonlinear problem of an underactuated quadrotor's aircraft controllable model, a method for design of sliding mode controllers based on backstepping is presented. The design method simplifies the dynamics model of a quadrotor aircraft, and decomposes the system into a fully actuated subsystem and an underactuated subsystem, and then, derives the surface of sliding mode control by using the backstepping control method based on the variable structure control theory of sliding mode, designs the control law for the above two subsystems respectively, and designs the backstepping based sliding mode controller for the system. The system stability under the use of the new design was verified by using the Lyapunov stability theory. The simulation conducted based on Matab/Simulink showed that the use of the proposed design method could create effective sliding mode controllers for quadrotor aircrafts.

Key words: quadrotor aircraft, sliding mode control, backstepping approach, fixed hover, trajectory tracking