

采用快速近似幂迭代子空间估计的贝叶斯波束形成^①

徐皖峰^② 韩玉兵^③ TRAN Vanha

(南京理工大学电子工程与光电技术学院 南京 210094)

摘要 针对深空探测过程中射电天文望远镜的输出性能会受到导向矢量不确定和强干扰的严重抑制的问题,进行了波束形成研究,提出了一种新的贝叶斯波束形成算法。该算法首先通过快速近似幂迭代(FAPI)来准确地估计干扰子空间,再通过子空间投影使得波束形成权重垂直于干扰子空间以实现对强干扰的有效抑制,最终在贝叶斯估计的框架下,递归地估计出波束形成权重。仿真实验的结果表明,该算法具有很好的鲁棒性和抗干扰能力。该算法在收敛后具有与最优 Max-SINR 波束形成器相似的性能。

关键词 贝叶斯估计, 子空间投影, 快速近似幂迭代(FAPI), 导向矢量不确定, 强干扰

0 引言

在阵列信号处理过程中,常常采用自适应波束形成来增强传感器阵列输出的有用信号和抑制干扰和噪声^[1]。自适应波束形成技术随着阵列信号处理的不断发展已被广泛应用于雷达、声纳、射电天文学、语音处理和无线通信等领域^[2]。然而,自适应波束形成器对信号导向矢量的误差是极其敏感的,这会严重抑制自适应波束形成器的输出性能。目前有多种克服任意导向矢量误差的方法,其中应用较多的是最小方差无失真响应鲁棒自适应波束形成^[3]、对角加载方法^[4]以及约束最小方差方法^[5]。但这些方法提高对不确定导向矢量的鲁棒性是以降低对噪声和干扰的抑制为代价的,从而导致其难以在实际中广泛应用。而文献[6]给出的最大似然(maximum likelihood, ML)估计和最大后验(maximum a posteriori, MAP)估计显示,以随机统计为基础的方法也可用来解决导向矢量的不确定问题^[7-9]。最为流行的随机方法则是贝叶斯波束形成算法,它派生于最小均方误差(minimum mean square error,

MMSE)估计^[10]。贝叶斯估计方法假定不确定的导向矢量或波束到达方向(direction of arrival, DOA)为一个带有能够描述不确定性水平前验分布的随机向量或随机变量。

本文主要研究射电天文望远镜相控阵馈源系统的数字波束形成技术。在此背景下,除了导向矢量误差问题外,深空探测过程中的环境干扰,尤其是人工电磁干扰,也会严重影响射电天文望远镜的探测性能。与微弱的天文信号相比,人工电磁干扰都可视为强干扰。对于这种情况,由于常规的自适应波束形成算法不能形成很深的零限,以迫零准则为基础的子空间投影方法就成为一个更好的选择^[11],这就需要准确地估计干扰子空间。本文对射电天文望远镜探测过程中的强干扰和导向矢量不确定的问题展开了深入研究,并提出了一种新的贝叶斯波束形成算法。该算法先用快速近似幂迭代(fast approximated power iteration, FAPI)在线估计强干扰的子空间^[12],然后通过子空间投影使得波束形成权重垂直于干扰子空间,实现强干扰的抑制,再运用贝叶斯模型消除导向矢量不确定的影响,最终递归地估计出波束形成权重。该算法能够在递归贝叶斯估计的框

^① 国家自然科学基金(11273017,61471196)资助项目。

^② 男,1992 年生,硕士生;研究方向:阵列信号处理和自适应数字波束形成算法;E-mail: xwfnjust@163.com

^③ 通讯作者,E-mail: hanyb@njust.edu.cn

(收稿日期:2015-06-26)

架^[13]下实现自适应波束形成，并且在波束形成的过程中，干扰加噪声协方差矩阵和信号功率均被假定为已知。该算法的优势在于可以充分利用之前采样的数据，而不仅仅是近期短时积分(short time integration, STI)窗中包含的少量有效信息也不同于参考文献[14,15]中给出的波束形成器，它将波束形成权重建模为复高斯随机矢量，而将波束到达方向(DOA)的不确定性建模为一个随机变量，并在假设强干扰远离期望的波束形成器主瓣后，采用最大后验(MAP)估计来确定波束形成权重。

1 信号模型

假设接收天线阵列是 G 个阵元均匀排布的一维线阵，阵元间距 $\lambda/2$ (λ 为接收信号波长)，窄带信号处理，在快拍 k 时的阵列输出为

$$\mathbf{x}[k] = \mathbf{as}[k] + \sum_{m=1}^M \mathbf{v}_m d_m[k] + \mathbf{n}[k] \quad (1)$$

其中 $s[k]$ 是期望信号， $d_m[k]$ 是第 m 个强干扰， $\mathbf{n}[k]$ 是随机噪声。相应地，矢量 \mathbf{a} 和 \mathbf{v}_m 分别是 $s[k]$ 和 $d_m[k]$ 的归一化阵空间响应。 $s[k], d_m[k], \mathbf{n}[k]$ 被假设为广义平稳零均值的复高斯随机过程，对应的方差和协方差分别为 $\sigma_s^2, \sigma_{d_m}^2 |_{m=1}^M$ 和 $\sigma_n^2 \mathbf{I}$ ，且知它们连续并且相互独立，对于不同的快拍不会相互影响。因此，该天线阵列的自相关函数矩阵可以被定义为

$$\mathbf{R}_x = E\{\mathbf{x}[k]\mathbf{x}^H[k]\} = \mathbf{R}_s + \mathbf{R}_d + \mathbf{R}_n \quad (2)$$

式中协方差矩阵分别定义为 $\mathbf{R}_s = \sigma_s^2 \mathbf{aa}^H, \mathbf{R}_n = \sigma_n^2 \mathbf{I}$ ，

$$\mathbf{R}_d = \sum_{m=1}^M \sigma_{d_m}^2 \mathbf{v}_m \mathbf{v}_m^H.$$

式(1)对应的窄带波束形成器是由 G 个复权重组成的线性处理器，输出表示为

$$\mathbf{z}[k] = \mathbf{w}^H \mathbf{x}[k] \quad (3)$$

其中 \mathbf{w} 是波束形成权重矢量。

需要强调的是，式(1)中给出的干扰被假设为连续的强干扰。这个假设在射电天文学和无线通信等领域普遍存在。借助强干扰与信号及噪声之间在特征值上的显著差别，通过一些方法可以在接收信号中区分并且滤除干扰。通常，对于一个信号加干扰加噪声接收机模型，只有当信比(interference to

signal ratio, ISR) 和干噪比(interference to noise ratio, INR) 都大于 10dB 时，干扰才可以被称为是强干扰。

2 子空间投影波束形成

为了消除干扰，波束形成器权重矢量 \mathbf{w} 被设计为满足

$$\mathbf{w}^H \mathbf{V} = \mathbf{0} \quad (4)$$

其中 $\mathbf{V} = (\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_M)$ 表示干扰子空间。运用子空间投影空域滤波算法，以短时积分(STI)为单位进行的时变子空间投影波束形成权重矢量计算可以表示如下：

$$\mathbf{w} = \mathbf{P}\mathbf{a} \quad (5)$$

其中 \mathbf{P} 是干扰子空间 \mathbf{V} 的垂直投影矩阵。显然，子空间投影波束形成权重 \mathbf{w} 可以被视为是导向矢量 \mathbf{a} 在 \mathbf{V} 的垂直子空间中的投影。

在上述推导的基础上，可以采用贝叶斯方法递归地估计波束形成器权重 \mathbf{w} 。假设已知 STI 长度为 K ，在第 j 个 STI 中接收到的信号样本为 $\mathbf{X}_j = (\mathbf{x}[jK], \dots, \mathbf{x}[(j+1)K-1])$ ，可以如下计算 \mathbf{R}_x 的样本估计：

$$\hat{\mathbf{R}}_{x,j} = \frac{1}{K} \mathbf{X}_j \mathbf{X}_j^H \quad (6)$$

因为强干扰的存在，投影算子 \mathbf{P} 可以估计为

$$\hat{\mathbf{P}}_j = \mathbf{I} - \mathbf{U}_{d,j} \mathbf{U}_{d,j}^H \quad (7)$$

其中 $\mathbf{U}_{d,j}$ 包含由 R_x 特征值分解产生的 m 个最大的特征值响应得到的归一化特征向量。在强干扰和已知干扰个数 M 的条件下，采用垂直子空间投影的方法会显著抑制干扰^[16]。实际上，强干扰的个数 M 可以由最小描述长度(minimum description length, MDL) 算法来估计^[17]。

3 基于 FAPI 的贝叶斯波束形成

本节提出了一种基于快速近似幂迭代(FAPI)进行子空间估计的贝叶斯波束形成算法。贝叶斯估计模型可以用来消除不确定导向矢量的影响，而 FAPI 算法可以准确地估计出干扰子空间。

3.1 贝叶斯波束形成

为了估计波束形成权重 $\mathbf{w} = \mathbf{P}\mathbf{a}$, 在每一个 STI 中, 首先构造一系列新的信号样本 $\mathbf{Y}_j = (\mathbf{y}[jK], \dots, \mathbf{y}[(j+1)K-1])$, 即

$$\mathbf{y}[k] = \hat{\mathbf{P}}_j^H \mathbf{x}[k] + \boldsymbol{\psi}[k] \quad (8)$$

其中 $\boldsymbol{\psi}[k]$ 是协方差为 $\varepsilon^2 \mathbf{U}_{d,j} \mathbf{U}_{d,j}^H$ 的广义平稳零均值高斯随机过程。将式(1)中的信号模型代入式(8)中, 再根据近似关系 $\hat{\mathbf{P}}_j^H = \hat{\mathbf{P}}_j$, $\hat{\mathbf{P}}_j^2 = \hat{\mathbf{P}}_j$ 以及 $\mathbf{P} = \hat{\mathbf{P}}_j$ 可以得到

$$\begin{aligned} \mathbf{y}[k] &= \hat{\mathbf{P}}_j^H \mathbf{a}\mathbf{s}[k] + \hat{\mathbf{P}}_j^H \sum_{m=1}^M \mathbf{v}_m d_m[k] + \hat{\mathbf{P}}_j^H \mathbf{n}[k] + \boldsymbol{\psi}[k] \\ &\approx \hat{\mathbf{P}}_j^H \boldsymbol{\omega}\mathbf{s}[k] + \hat{\mathbf{P}}_j^H \mathbf{n}[k] + \boldsymbol{\psi}[k] \end{aligned} \quad (9)$$

$\mathbf{y}[k]$ 在第 j 个短时积分(STI)中的协方差计算如下:

$$\mathbf{R}_{y,j} = \sigma_s^2 \hat{\mathbf{P}}_j^H \boldsymbol{\omega} \boldsymbol{\omega}^H \hat{\mathbf{P}}_j + \sigma_n^2 \hat{\mathbf{P}}_j + \varepsilon^2 \mathbf{U}_{d,j} \mathbf{U}_{d,j}^H \quad (10)$$

式中, 当 $\varepsilon^2 \neq 0$ 且 $\sigma_n^2 \neq 0$ 时, $\mathbf{R}_{y,j}$ 是可逆的。显然, 高斯随机过程 $\boldsymbol{\psi}[k]$ 可以规范 $\hat{\mathbf{P}}_j^H \mathbf{x}[k]$, 从而保证 $\mathbf{y}[k]$ 可逆。

给出样本 $\mathbf{Y}_{0:j} = \{\mathbf{Y}_0, \dots, \mathbf{Y}_j\}$, 可以采用最小均方误差(MMSE)估计来确定波束形成权重:

$$\hat{\mathbf{w}} = E\{\mathbf{w} | \mathbf{Y}_{0:j}\} = \int \mathbf{w} p(\mathbf{w} | \mathbf{Y}_{0:j}) d\mathbf{w} \quad (11)$$

根据贝叶斯原理, 后验概率密度函数(probability density function, PDF)可以表示为

$$\begin{aligned} p(\mathbf{w} | \mathbf{Y}_{0:j}) &= \frac{p(\mathbf{w} | \mathbf{Y}_{0:j-1}) p(\mathbf{Y}_j | \mathbf{w}, \mathbf{Y}_{0:j-1})}{p(\mathbf{Y}_j | \mathbf{Y}_{0:j-1})} \\ &= \frac{p(\mathbf{w} | \mathbf{Y}_{0:j-1}) p(\mathbf{Y}_j | \mathbf{w})}{p(\mathbf{Y}_j | \mathbf{Y}_{0:j-1})} \end{aligned} \quad (12)$$

其中, $p(\mathbf{Y}_j | \mathbf{Y}_{0:j-1}) = \int p(\mathbf{w} | \mathbf{Y}_{0:j-1}) p(\mathbf{Y}_j | \mathbf{w}) d\mathbf{w}$ 是归一化概率。

因为导向矢量不确定, 所以波束形成权重 $\mathbf{w} = \mathbf{P}\mathbf{a}$ 也同样是不确定的。假设已知后验 PDF $p(\mathbf{w} | \mathbf{Y}_{0:j-1})$ 是一个均值为 \mathbf{w}_{j-1} , 协方差为 \mathbf{C}_{j-1} 的复高斯随机分布, 则有

$$\begin{aligned} p(\mathbf{w} | \mathbf{Y}_{0:j-1}) &= \\ &\frac{1}{\pi^N |\mathbf{C}_{j-1}|} \exp\left\{-\left(\mathbf{w} - \mathbf{w}_{j-1}\right)^H \mathbf{C}_{j-1}^{-1} \left(\mathbf{w} - \mathbf{w}_{j-1}\right)\right\} \end{aligned} \quad (13)$$

这样假设的原因是高斯分布可以公式化表示, 在此基础上可以将 \mathbf{w}_{j-1} 和 \mathbf{C}_{j-1} 表示成递归形式。根

据上述假设, 得到似然函数

$$\begin{aligned} p(\mathbf{Y}_j | \mathbf{w}) &= \prod_{k=jK}^{(j+1)K-1} \frac{1}{\pi^N |\mathbf{R}_{y,j}|} \exp\left\{-\mathbf{y}^H[k] \mathbf{R}_{y,j}^{-1} \mathbf{y}[k]\right\} \\ &= \pi^{-NK} |\mathbf{R}_{y,j}|^{-K} \exp\left\{-\sum_{k=jK}^{(j+1)K-1} \mathbf{y}^H[k] \mathbf{R}_{y,j}^{-1} \mathbf{y}[k]\right\} \end{aligned} \quad (14)$$

式中 $|\mathbf{R}_{y,j}|$ 有如下形式:

$$\begin{aligned} |\mathbf{R}_{y,j}| &= |\mathfrak{R}_j| [1 + (\sigma_s^2)^2 \mathbf{w}^H \hat{\mathbf{P}}_j (\mathfrak{R}_j)^{-1} \hat{\mathbf{P}}_j^H \mathbf{w}] \\ &= |\mathfrak{R}_j| [1 + \sigma_s^2 \beta_j(\mathbf{w})] \end{aligned} \quad (15)$$

$$\text{其中 } \mathfrak{R}_j = \sigma_s^2 \hat{\mathbf{P}}_j + \varepsilon^2 \mathbf{U}_{d,j} \mathbf{U}_{d,j}^H, \quad \beta_j(\mathbf{w}) = \mathbf{w}^H \hat{\mathbf{P}}_j (\mathfrak{R}_j)^{-1} \hat{\mathbf{P}}_j^H \mathbf{w}.$$

运用矩阵求逆方法扩展 $\mathbf{R}_{y,j}^{-1}$ 可以得到

$$(\mathbf{R}_{y,j})^{-1} = (\mathfrak{R}_j)^{-1} - \frac{\sigma_s^2 (\mathfrak{R}_j)^{-1} \hat{\mathbf{P}}_j^H \mathbf{w} \mathbf{w}^H \hat{\mathbf{P}}_j (\mathfrak{R}_j)^{-1}}{1 + \sigma_s^2 \beta_j(\mathbf{w})} \quad (16)$$

再根据文献[15], 似然函数可以如下计算:

$$\begin{aligned} p(\mathbf{Y}_j | \mathbf{w}) &= \alpha_j \{1 + \sigma_s^2 \beta_j(\mathbf{w})\}^{-K} \\ &\times \exp\left\{K \sigma_s^2 \left[\frac{2 + \sigma_s^2 \beta_j(\mathbf{w}_r)}{1 + \sigma_s^2 \beta_j(\mathbf{w})} \beta_j(\mathbf{w}) - \left(\frac{1 + \sigma_s^2 \beta_j(\mathbf{w}_r)}{1 + \sigma_s^2 \beta_j(\mathbf{w})} \mathbf{w}^H \hat{\mathbf{P}}_j \hat{\mathbf{R}}_{y,j}^{-1} \hat{\mathbf{P}}_j^H \mathbf{w}\right)\right]\right\} \end{aligned} \quad (17)$$

式中, $\mathbf{w}_r = \mathbf{P}\mathbf{a}_r$ (\mathbf{a}_r 是理想的导向矢量), $\alpha_j = \pi^{-NK} |\mathfrak{R}_j|^{-K} \exp\left\{-\sum_{k=jK}^{(j+1)K-1} \mathbf{y}^H[k] (\mathfrak{R}_j)^{-1} \mathbf{y}[k]\right\}$ 。在仿真中, 对于 $\hat{\mathbf{R}}_{y,j}$ 的估计与对角加载相类似, 都是在其原有的基础上叠加小的扰动量, 即 $\hat{\mathbf{R}}_{y,j} = \mathbf{Y}_j \mathbf{Y}_j^H + \varepsilon^2 \mathbf{I}$, 从而保证当 STI 长度小于阵元数时, 矩阵也是可逆的; 当 STI 长度大于阵元数时则不必考虑这种处理。

为了计算式(17)中的概率密度, 可以先由 \mathbf{w}_{j-1} 估计 \mathbf{w}_r , 再由 $\beta_j(\mathbf{w}_{j-1})$ 估计 $\beta_j(\mathbf{w}_r)$, 最后代入公式计算。另一方面, 通过运用等式 $\hat{\mathbf{P}}_j = \mathbf{I} - \mathbf{U}_{d,j} \mathbf{U}_{d,j}^H$, $\hat{\mathbf{P}}_j \mathbf{U}_{d,j} = 0$, $\beta_j(\mathbf{w})$ 可以估计如下:

$$\begin{aligned} \beta_j(\mathbf{w}) &= \mathbf{w}^H \hat{\mathbf{P}}_j (\mathfrak{R}_j)^{-1} \hat{\mathbf{P}}_j^H \mathbf{w} \\ &= \mathbf{w}^H \hat{\mathbf{P}}_j [\sigma_n^2 \mathbf{I} + (\varepsilon^2 - \sigma_n^2) \mathbf{U}_{d,j} \mathbf{U}_{d,j}^H]^{-1} \hat{\mathbf{P}}_j^H \mathbf{w} \\ &= \sigma_n^{-2} \mathbf{w}^H \hat{\mathbf{P}}_j \mathbf{w} \\ &\approx \sigma_n^{-2} \mathbf{w}^H \mathbf{w} \end{aligned} \quad (18)$$

考虑到式(13)中的复高斯随机分布,可以得到如下推导:

$$\begin{aligned} E\{\beta_j(\mathbf{w}) \mid \mathbf{Y}_{0,j-1}\} &\approx E\{\sigma_n^{-2}\mathbf{w}^H\mathbf{w} \mid \mathbf{Y}_{0,j-1}\} \\ &= \sigma_n^{-2}E\{tr(\mathbf{w}\mathbf{w}^H) \mid \mathbf{Y}_{0,j-1}\} \\ &= \sigma_n^{-2}tr(\mathbf{C}_{j-1} + \mathbf{w}_{j-1}\mathbf{w}_{j-1}^H) \end{aligned} \quad (19)$$

由此,式(17)可以被简化为

$$\begin{aligned} p(\mathbf{Y}_j \mid \mathbf{w}) &= \gamma_j \exp\{K\sigma_s^2[\mu_j\beta_j(\mathbf{w}) - \nu_j\mathbf{w}^H\hat{\mathbf{P}}_j\hat{\mathbf{R}}_{y,j}^{-1}\hat{\mathbf{P}}_j^H\mathbf{w}]\} \\ &= \gamma_j \exp\{K\sigma_s^2[\mu_j\sigma_n^{-2}\boldsymbol{\omega}^H\hat{\mathbf{P}}_j\mathbf{w} - \nu_j\boldsymbol{\omega}^H\hat{\mathbf{P}}_j\hat{\mathbf{R}}_{y,j}^{-1}\hat{\mathbf{P}}_j^H\mathbf{w}]\} \\ &= \gamma_j \exp\{-K\sigma_s^2\mathbf{w}^H\hat{\mathbf{P}}_j[\nu_j\hat{\mathbf{R}}_{y,j}^{-1} - \mu_j\sigma_n^{-2}\mathbf{I}]\hat{\mathbf{P}}_j^H\mathbf{w}\} \end{aligned} \quad (20)$$

其中,

$$\begin{aligned} \mu_j &= \frac{2 + \sigma_s^2\beta_j(\mathbf{w}_{j-1})}{1 + \sigma_s^2\sigma_n^{-2}tr(\mathbf{C}_{j-1} + \mathbf{w}_{j-1}\mathbf{w}_{j-1}^H)} \\ \nu_j &= \frac{1 + \sigma_s^2\beta_j(\mathbf{w}_{j-1})}{1 + \sigma_s^2\sigma_n^{-2}tr(\mathbf{C}_{j-1} + \mathbf{w}_{j-1}\mathbf{w}_{j-1}^H)} \\ \gamma_j &= \alpha_j\{1 + \sigma_s^2\sigma_n^{-2}tr(\mathbf{C}_{j-1} + \mathbf{w}_{j-1}\mathbf{w}_{j-1}^H)\}^{-K}。 \end{aligned}$$

且知 γ_j 可以对函数进行归一化。将式(13)和式(20)代入式(12)中,得到后验概率密度 $p(\mathbf{w} \mid \mathbf{Y}_{0,j})$ 如下:

$$\begin{aligned} p(\mathbf{w} \mid \mathbf{Y}_{0,j}) &= \eta_j \exp\{-(\mathbf{w} - \mathbf{w}_{j-1})^H\mathbf{C}_{j-1}^{-1}(\mathbf{w} - \mathbf{w}_{j-1})\Delta_j\} \\ &= \eta_j \exp\{-\mathbf{w}_{j-1}^H\mathbf{C}_{j-1}^{-1}\mathbf{w}_{j-1} + Q_j\} \\ &= \xi_j \exp\{-[\mathbf{w} - \sum_j \mathbf{C}_{j-1}^{-1}\mathbf{w}_{j-1}]^H \sum_j^{-1} [\mathbf{w} \\ &\quad - \sum_j \mathbf{C}_{j-1}^{-1}\mathbf{w}_{j-1}]\} \end{aligned} \quad (21)$$

上式的推导中,

$$\begin{aligned} \eta_j &= \frac{\gamma_j}{\pi^N \mid \mathbf{C}_{j-1} \mid p(\mathbf{Y}_j \mid \mathbf{Y}_{0,j-1})} \\ \Delta_j &= \exp\{-K\sigma_s^2\mathbf{w}^H\hat{\mathbf{P}}_j(\nu_j\hat{\mathbf{R}}_{y,j}^{-1} - \sigma_n^{-2}\mu_j\mathbf{I})\hat{\mathbf{P}}_j^H\mathbf{w}\} \\ Q_j &= \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{w}^H\mathbf{C}_{j-1}^{-1}\mathbf{w}_{j-1} + \mathbf{w}_{j-1}^H\mathbf{C}_{j-1}^{-1}\mathbf{w} \\ - \mathbf{w}^H[K\sigma_s^2\mathbf{P}_j(\nu_j\hat{\mathbf{R}}_{y,j}^{-1} - \sigma_n^{-2}\mu_j)\mathbf{P}_j^H + \mathbf{C}_{j-1}^{-1}]\mathbf{w} \end{array} \right\} \\ \xi_j &= \eta_j \exp\{-\boldsymbol{\omega}_{j-1}^H[\mathbf{C}_{j-1}^{-1} - \mathbf{C}_{j-1}^{-1} \sum_j \mathbf{C}_{j-1}^{-1}]\boldsymbol{\omega}_{j-1}\} \\ \sum_j &= [K\sigma_s^2\hat{\mathbf{P}}_j(\nu_j\hat{\mathbf{R}}_{y,j}^{-1} - \sigma_n^{-2}\mu_j)\hat{\mathbf{P}}_j^H + \mathbf{C}_{j-1}^{-1}]^{-1} \\ &= (K\sigma_s^2\nu_j\hat{\mathbf{P}}_j\hat{\mathbf{R}}_{y,j}^{-1}\hat{\mathbf{P}}_j^H - \mu_jK\sigma_s^2\sigma_n^{-2}\hat{\mathbf{P}}_j + \mathbf{C}_{j-1}^{-1})^{-1} \end{aligned} \quad (22)$$

综上可知后验 PDF $p(\mathbf{w} \mid \mathbf{Y}_{0,j})$ 是一个均值为

\mathbf{w}_j , 协方差为 \mathbf{C}_j 的复高斯随机过程,并且可以表示为以下形式:

$$\begin{cases} \mathbf{w}_j = \sum_j \mathbf{C}_{j-1}^{-1}\mathbf{w}_{j-1} \\ \mathbf{C}_j = \sum_j \end{cases} \quad (23)$$

3.2 FAPI 子空间跟踪方法

正如第 2 节所述,为了得到垂直投影矩阵 \mathbf{P} , 必须先求得 $\mathbf{U}_{d,j}$, 而 $\mathbf{U}_{d,j}$ 被视为是 M 个强干扰的子空间。常用的子空间估计方法包括典型的特征值分解和奇异值分解。受限于它们的计算量,本文需要采用一些新的、计算复杂度较小的算法来实现干扰子空间的准确估计。文献[12]给出了近似幂迭代子空间跟踪的一种快速应用,即 FAPI 子空间估计算法。该算法具有结构简单,正交性强以及计算复杂度低等优点。表 1 列出了 FAPI 算法的计算步骤,在每一个 STI 的所有快拍中都会进行这些操作,从而获得由强干扰响应得到的干扰子空间。

表 1 FAPI 子空间估计算法

初始化: $\mathbf{U}(0), \mathbf{Z}(0), \boldsymbol{\beta}_F;$
$k = 1, 2, 3, \dots;$
对单次快拍进行如下操作:
输入接收信号: $x(k)$
$\Pi(k) = \mathbf{U}(k-1)^H \mathbf{x}(k)$
$\mathbf{A}(k) = \mathbf{Z}(k-1) \Pi(k)$
$\boldsymbol{\Gamma}(k) = \frac{\mathbf{A}(k)}{\boldsymbol{\beta}_F + \Pi^H(k) \mathbf{A}(k)}$
$\boldsymbol{\Phi}^2(k) = \ \mathbf{x}(k)\ ^2 - \ \Pi(k)\ ^2$
$\mathbf{T}(k) = \frac{\boldsymbol{\Phi}^2(k)}{1 + \boldsymbol{\Phi}^2(k) \ \boldsymbol{\Gamma}(k)\ ^2 + \sqrt{1 + \boldsymbol{\Phi}^2(k) \ \boldsymbol{\Gamma}(k)\ ^2}}$
$\boldsymbol{\Theta}(k) = 1 - \mathbf{T}(k) \ \boldsymbol{\Gamma}(k)\ ^2$
$\Pi'(k) = \boldsymbol{\Theta}(k) \Pi(k) + \mathbf{T}(k) \boldsymbol{\Gamma}(k)$
$\mathbf{A}'(k) = \mathbf{Z}(k-1)^H \Pi'(k)$
$\boldsymbol{\Omega}(k) = \frac{\mathbf{T}(k)}{\boldsymbol{\Theta}(k)} (\mathbf{Z}(k-1) \boldsymbol{\Gamma}(k) - (\mathbf{A}'^H(k) \boldsymbol{\Gamma}(k)) \boldsymbol{\Gamma}(k))$
$\mathbf{Z}(t) = \frac{1}{\boldsymbol{\beta}_F} (\mathbf{Z}(k-1) - \boldsymbol{\Gamma}(k) \mathbf{A}'^H(k) + \boldsymbol{\Omega}(k) \boldsymbol{\Gamma}^H(k))$
$\boldsymbol{\Xi}(k) = \boldsymbol{\Theta}(k) \mathbf{x}(k) - \mathbf{U}(k-1) \Pi'(k)$
$\mathbf{U}(k) = \mathbf{U}(k-1) + \boldsymbol{\Xi}(k) \boldsymbol{\Gamma}^H(k)$

表 1 中, $\boldsymbol{\beta}_F$ 为遗忘因子,是一个以指数方式来减小前面快拍对当前快拍影响的参数,在本文中设

置 $\beta_F = 0.998$ 。对于算法初始化,可以在单个 STI 的 FAPI 迭代中,保存由前一个快拍求得的 $\mathbf{U}(k-1)$ 和 $\mathbf{Z}(k-1)$ 来作为当前快拍 FAPI 子空间迭代的初始值 $\mathbf{U}(0)$ 和 $\mathbf{Z}(0)$ 。这个做法同样适用于不同 STI 间的迭代传递过程。而针对仿真开始时第一个 STI 中的第一个快拍,可以将 $\mathbf{Z}(0)$ 设置成维数为 $M \cdot M$ (M 为干扰个数) 的单位阵,而将 $\mathbf{U}(0)$ 设置为 $G \cdot M$ (G 为阵元数) 的零矩阵,且将其对角元素 g_{ii} (i 为正实数,且 $i \leq M$) 设置为 1,以此来模拟 FAPI 迭代的初始值。

3.3 算法总结

假设 $p(\mathbf{w} | \mathbf{Y}_{1:j-1})$ 是均值为 \mathbf{w}_{j-1} , 协方差为 \mathbf{C}_{j-1} 的复高斯随机概率密度函数(PDF),那么在第 j 个短时积分(STI)中的自适应贝叶斯波束形成可以总结如下:

- (1) 运用表 1 中的 FAPI 子空间估计算法来递归估计干扰子空间 $\mathbf{U}_{d,j}$;
- (2) 由式(6)和(7)计算 $\hat{\mathbf{R}}_{x,j}$ 和投影矩阵 $\hat{\mathbf{P}}_j$;
- (3) 通过式(8)构造 \mathbf{Y}_j 并计算 $\hat{\mathbf{R}}_{y,j}$ 和 $\hat{\mathbf{R}}_{y,j}^{-1}$;
- (4) 运用式(22)和(23)计算 $p(\mathbf{w} | \mathbf{Y}_{1:j})$ 并更新权重矢量 \mathbf{w}_j 和 \mathbf{C}_j 。

表 2 中列出了上述步骤的计算复杂度。若默认 $K > G > M$, 则由表 2 可知,本文提出的算法的计算复杂度为 $O(G^2K)$, 与线性约束最小方差(linearly constrained minimum variance, LCMV)和最大信干噪比(Max-SINR)波束形成器的计算复杂度一致(因为在仿真过程中,LCMV 波束形成器和 Max-SINR 波束形成器的计算复杂度均可视为 $O(G^2K)$)。从表 2 中还可以看出 FAPI 迭代过程的计算复杂度低于特征值分解等传统子空间估计方法的计算复杂度。

表 2 本文算法的计算复杂度

(G : 阵元数, M : 干扰数, K : STI 长度)

过程	计算复杂度
(1) 由 FAPI 估计 $\mathbf{U}_{d,j}$	$O(GKM)$
(2) 计算 $\hat{\mathbf{R}}_{x,j}$ 和 $\hat{\mathbf{P}}_j$	$O[G^2 \max(K, M)]$
(3) 计算 \mathbf{Y}_j , $\hat{\mathbf{R}}_{y,j}$ 和 $\hat{\mathbf{R}}_{y,j}^{-1}$	$O[G^2 \max(G, K)]$
(4) 更新权重矢量 \mathbf{w}_j 和 \mathbf{C}_j	$O(G^3)$

4 仿真实验

假设一个 19 阵元的线阵,阵元间距为 $\lambda/2$, 接收信号为窄带信号,噪声是功率为 $\sigma_n^2 = 1$ 的高斯白噪声。假设空间中有 3 个来自不同方向的信号,其中一个为期望信号,两个为干扰信号。在仿真中,干信比(ISR)均为 20dB,STI 的长度被设置为 128,两个干扰与期望信号的到达方向(DOA)间隔分别为 $\theta_1 = -\theta_2 = 50^\circ$ 。此外,对于波束形成权重 \mathbf{w} ,它的信干噪比(signal to interference and noise ratio, SINR)定义如下:

$$SINR(\mathbf{w}) = 10 \log_{10} \left[\frac{\sigma_s^2 \mathbf{w}^H \mathbf{a} \mathbf{a}^H \mathbf{w}}{\mathbf{w}^H (\mathbf{R}_d + \mathbf{R}_n) \mathbf{w}} \right] \quad (24)$$

针对递归算法的初始化,设置初始值为 $\mathbf{C}_0 = 0.001\mathbf{I}$, $\mathbf{w}_0 = (\mathbf{P}_r + \delta_p \mathbf{I}) \mathbf{a}_0$ 。其中, \mathbf{P}_r 是理想的干扰子空间垂直投影矩阵, \mathbf{a}_0 是均值为 \mathbf{a}_r , 协方差矩阵为 $\delta_a \mathbf{I}$ 的复高斯随机过程。参数 δ_a 和 δ_p 分别满足

$$UR = 10 \log_{10} \left(\frac{\text{tr}\{\delta_a^2 \mathbf{I}\}}{\mathbf{a}_r^H \mathbf{a}_r} \right) = 10 \log_{10} \left(\frac{\text{tr}\{\delta_p^2 \mathbf{I}\}}{\text{tr}\{\mathbf{P}_r\}} \right) \quad (25)$$

式中 $\text{tr}\{\cdot\}$ 表示求矩阵的迹; UR 表示不确定度,是一个用来表征初始波束形成权重不确定程度的变量, UR 越大表明不确定程度越严重^[6]。

仿真中提供了具备真实导向矢量 \mathbf{a}_r 和理想干扰加噪声协方差矩阵 $\mathbf{R}_d + \mathbf{R}_n$ 的最优 Max-SINR 波束形成器作为参考,它的波束形成权重为

$$\mathbf{w}_{\text{Max-SINR}} = (\mathbf{R}_d + \mathbf{R}_n)^{-1} \mathbf{a}_r \quad (26)$$

4.1 算法的收敛性和鲁棒性

首先检验本文算法的收敛性。图 1 展示了不同信噪比(SNR)条件下,对于不同的 UR,输出 SINR 随 STI 参数的变化。由图 1 可以看到,即便是导向矢量不确定程度很高(例如 $UR = 20$ dB),本文提出的波束形成器仍具备良好的收敛性能。随着时间的推移,不同 UR 和 SNR 条件下的输出都达到了与 Max-SINR 波束形成器的 SINR 输出相同的水平。图 2 给出了 $UR = 20$ dB, SNR 为 -30 dB 和 -40 dB 时本文提出的波束形成器的收敛性能检验结果。从图中可以看到,本文提出的波束形成器在甚低信噪比

的条件下仍能正常收敛,说明它可以被用来探测深

空中微弱的天文信号。

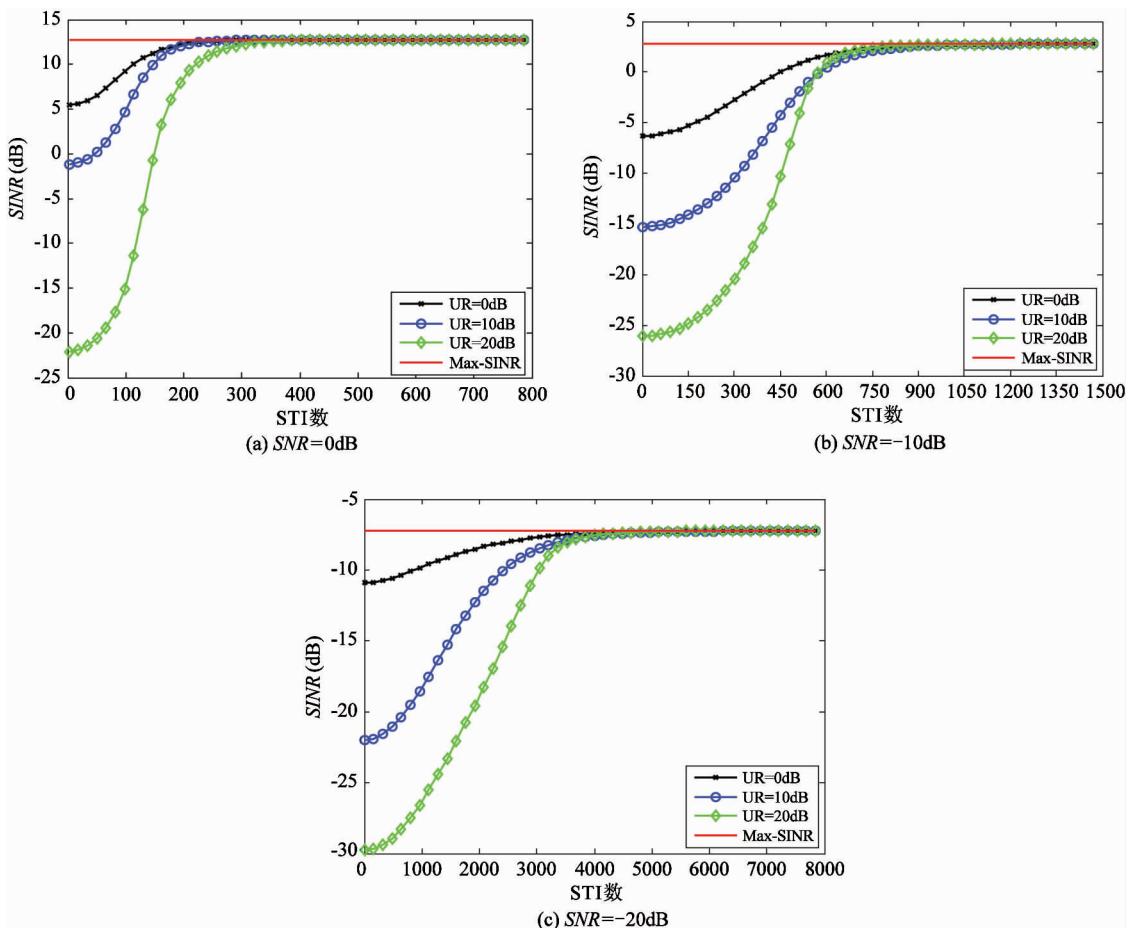


图 1 不同 SNR 条件下,对于不同的 UR,输出 SINR 随 STI 参数的变化

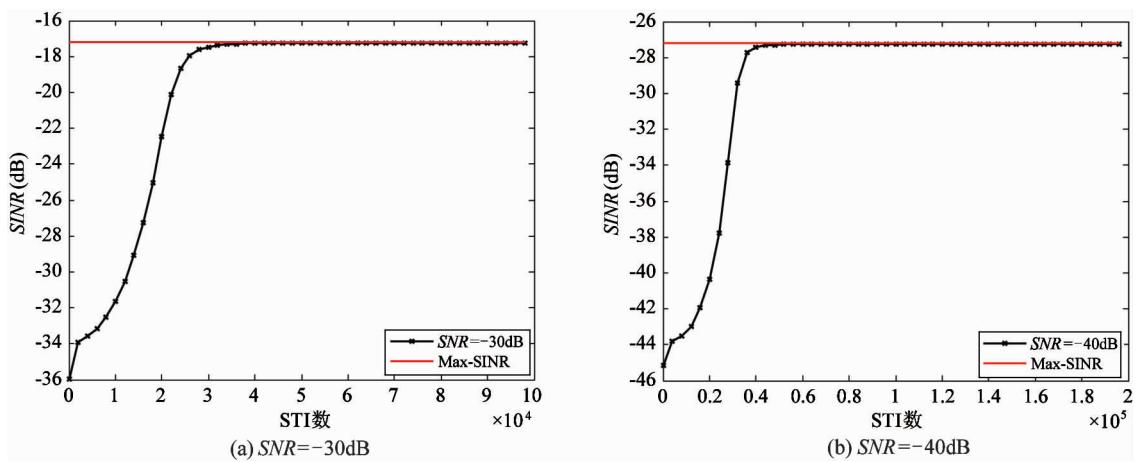


图 2 甚低信噪比情况下,UR = 20dB 时,输出 SINR 随 STI 参数的变化

接着评估当垂直投影矩阵 \mathbf{P} 难以准确估计时,本文算法的鲁棒性。多种原因限制了投影算子 \mathbf{P} 估计的准确性,如干扰相对于信号和噪声不够强、STI 长度不足以减小样本估计带来的误差、干扰快

速移动这三种情况。仿真中运用 \mathbf{P}, \mathbf{a}_r 和 $\hat{\mathbf{w}}_j$ 之间的矢量角误差 (vectorial angle error) 来衡量波束形成权重跟踪的准确程度。矢量角误差定义如下:

$$\vartheta = \arccos \left[\frac{\text{abs} \{ \hat{\boldsymbol{\omega}}_j^H \mathbf{P}_r \mathbf{a}_r \}}{\| \hat{\boldsymbol{\omega}}_j \| \| \mathbf{P}_r \mathbf{a}_r \|} \right] \quad (27)$$

其中, $\text{abs} \{ \cdot \}$ 表示对复数求绝对值。当矢量角误差 ϑ 的值近似为 0 时, 表明 $\hat{\mathbf{w}}_j$ 的指向非常接近于 $\mathbf{P}_r \mathbf{a}_r$, 且知在式(5)中的理想子空间投影波束形成权重可以由 $\hat{\mathbf{w}}_j$ 来估计。

图 3(a)展示了单次实验中, 对于静止干扰, 不同 INR ($INR = 20\text{dB}, 15\text{dB}, 10\text{dB}, 5\text{dB}, 0\text{dB}$) 条件下矢量角误差 ϑ 随 STI 参数的变化。输入 SNR 和 UR

分别选取为 0dB 和 20dB。表 3 中给出了相应的 200 次 Monte Carlo 实验结果。由图 3(a)和表 3 可以看出, 本文算法在 $INR = 0\text{dB}$ 时无法收敛。出现这种情况是因为当 $INR = 0\text{dB}$ 时, 干扰子空间对应的特征值并非远远大于由信号子空间和噪声子空间响应得到的特征值, 这会导致 $\hat{\mathbf{P}}_j$ 估计的不准确, 从而使得本文提出的波束形成器失去效用。随着 INR 的增加, 本文提出的波束形成器表现出更好的性能。

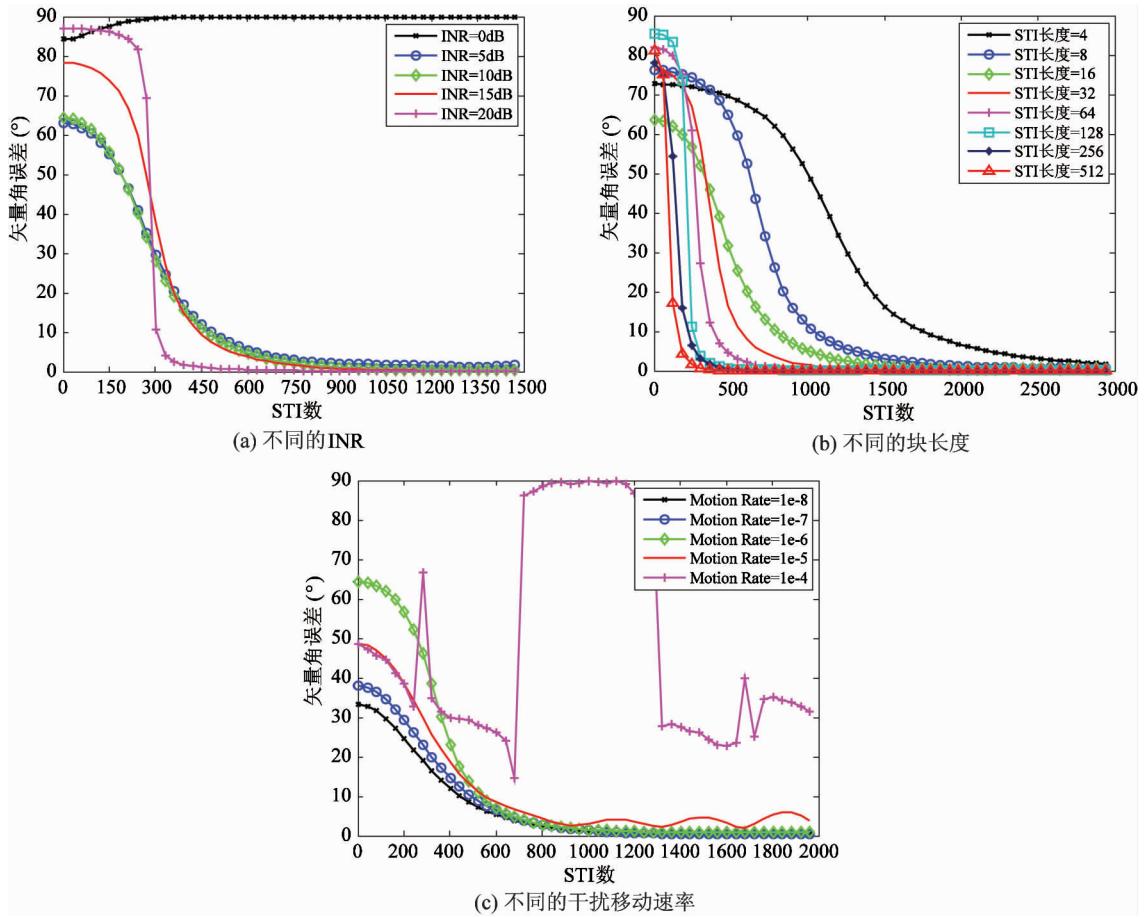


图 3 单次实验中, 对于不同情形, $\mathbf{P}_r \mathbf{a}_r$ 和 $\hat{\mathbf{w}}_j$ 之间的矢量角误差。

表 3 不同 INR 下本文算法的鲁棒性能评估

干噪比 (dB)	矢量角误差 (°)	SINR (dB)	Max-SINR (dB)
20	0.2048	12.7639	12.7725
15	0.2630	12.7548	12.7725
10	0.4513	12.7428	12.7725
5	1.5269	12.5732	12.7725
0	89.9504	-52.1620	12.7725

相似地, 图 3(b)表征了单次实验中, 对于静止干扰, 不同 STI 长度下矢量角误差 ϑ 随 STI 参数的变化。输入的 SNR 和 UR 仍设置为 0dB 和 20dB。由图 3(b)和表 4 可知, 随着 STI 长度的增加, 本文提出的波束形成器的性能变得越来越好, 收敛速度也随之加快。相反地, 随着 STI 长度的减小, 对于采样阵列自相关矩阵的估计变得越来越不准确, 从而导致 $\hat{\mathbf{P}}_j$ 估计的不准确以及所提出算法性能的下降。

尽管在这种情况下,本文提出的算法最终会收敛,但是需要用更长的时间来补偿由此带来的性能降低。由图 3(b)还可以看到,当 STI 长度小于 32 时,本文提出的波束形成器仍然拥有较好的 SINR 输出性能和非常小的矢量角误差。在表 4 中,本文提出的算法的平均输出 SINR 比最优 Max-SINR 波束形成器的 SINR 输出低 0.0113dB,而 $\hat{\mathbf{P}}_j$, $\hat{\mathbf{a}}_r$ 和 $\hat{\mathbf{w}}_j$ 之间的平均矢量角误差远小于 1° 。

除了干扰静止的情况下,仿真中同样验证了干扰移动情况下本文提出的波束形成器的鲁棒性,在图 3(c)和表 5 中展示了实验结果。首先设置 $SNR = 0\text{dB}$, $UR = 0\text{dB}$, STI 长度为 32, 然后再分别设置不同的干扰移动速率(motion rate)为 $10^{-8}, 10^{-7}, 10^{-6}, 10^{-5}$, 和 10^{-4} 度, 这些干扰移动速率都是相对于单次快拍而言的。由图 3(c)和表 4 可以知道, 当干扰移动速率很快(高于 10^{-5} 度/单次快拍)时, 对于 $\hat{\mathbf{P}}_j$ 估计的准确性会严重下降, 这是因为对于干扰子空间的估计会因为干扰移动速度过快而变得非常

不准确;当干扰的移动速率低于 10^{-5} 度/单次快拍时,本文提出的波束形成器展现出良好的 SINR 输出性能以及较小的矢量角误差。

表 4 不同 STI 长度下本文算法的鲁棒性能评估

STI 长度 (快拍)	矢量角误差 ($^\circ$)	SINR (dB)	Max-SINR (dB)
0.8286	12.7775	12.7725	
8	0.7509	12.7741	12.7725
16	0.4777	12.7809	12.7725
32	0.4052	12.7855	12.7725
64	0.3188	12.7771	12.7725
128	0.2709	12.7910	12.7725
256	0.2013	12.7893	12.7725
512	0.1601	12.7949	12.7725

4.2 与其它算法的比较

为了更好地验证本文提出的算法的性能, 在图 4 和图 5 中展示了其他多种波束形成器的性能曲

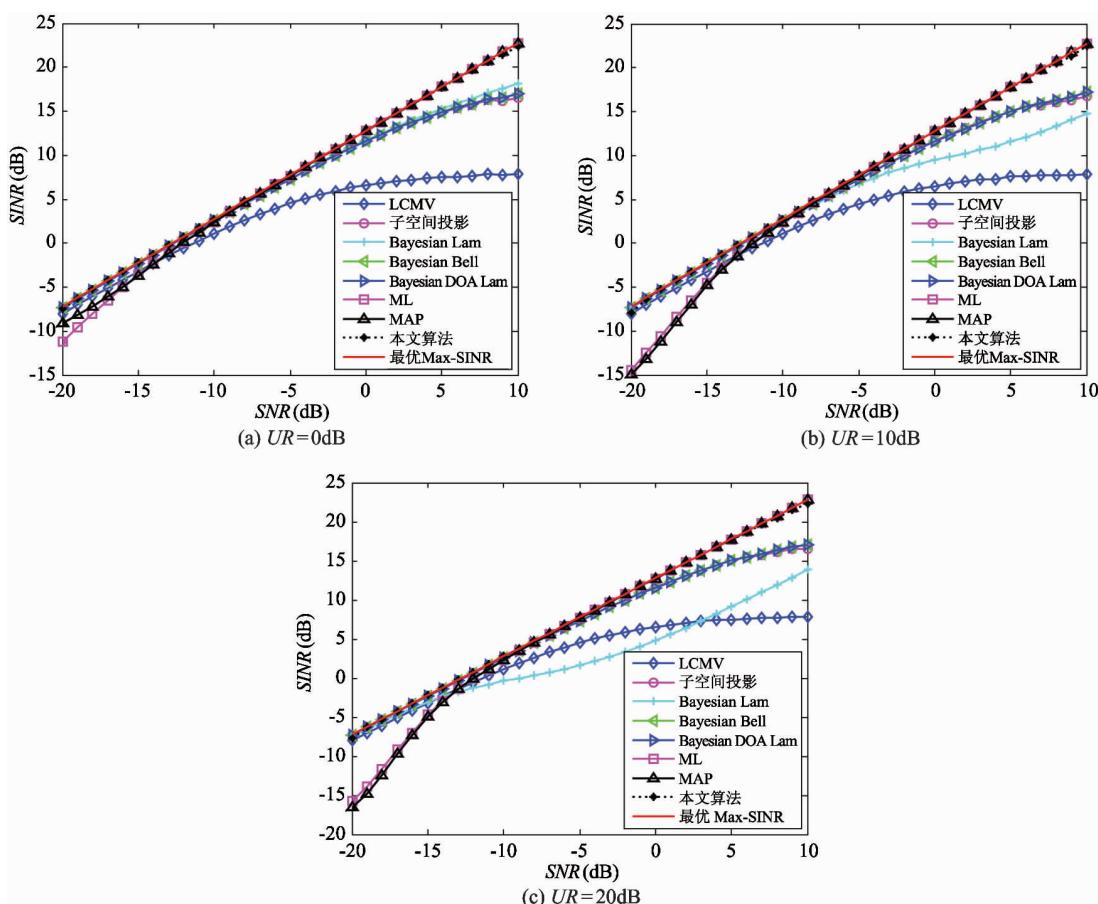


图 4 不同 UR 条件下,对于不同的波束形成器,输出 SINR 随 SNR 的变化

线,包括线性约束最小方差(LCMV)波束形成器^[18]、子空间投影波束形成器^[11]、最大似然(ML)波束形成器^[6],最大后验(MAP)波束形成器^[6],以及文献[14,15]中给出的其他三种贝叶斯波束形成器。相较于文献[14,15]中给出的递归波束形成器,文献[6,11,18]中给出的三种波束形成器均是基于非递归的STI块方法。对于LCMV波束形成器,已知波束形成权重为 $\hat{\mathbf{R}}_{x,j}^{-1}\mathbf{a}_0/(\mathbf{a}_0^H\hat{\mathbf{R}}_{x,j}^{-1}\mathbf{a}_0)$,在仿真中不需要运用对角加载。对于子空间投影波束形成器,以STI为单位的时变权重计算为 $\hat{\mathbf{P}}\mathbf{a}_0$ 。对于文献[14,15]中给出的三种贝叶斯波束形成器,在仿真中只考虑它们DOA的不确定性。它们的信号源DOA被建模为一个带有前验统计的随机变量,同时在所有仿真中被固定设置为 $[-10^\circ; 10^\circ]$ 方向上均匀分布的81个相同的点。对于ML和MAP这两种波束形成器,在文献[6]中给出了它们的详细介绍。仿真中对不同的SNR和UR进行了200次的Monte

Carlo实验。图4中给出了在不同的UR下,不同波束形成器输出SINR随SNR的变化情况。图5给出了单次实验中,在不同的UR下,不同波束形成器的波瓣图。针对图5的仿真,参量被设置为 $SNR = 0dB$, $INR = 20dB$,并且在该图中,有用信号和干扰的DOA分别由垂直的实线和虚线标明。

由图4和图5可以知道,本文所提出的贝叶斯波束形成器在大多数情况下性能优于其他方法的波束形成器,且知该波束形成器具备与最优Max-SINR波束形成器相似的性能。与LCMV和子空间投影方法相比较,本文提出的波束形成器能产生更高的SINR输出和更好的波瓣形状。这是因为本文提出的方法能够利用包含在过去STI窗中的波束形成权重信息,而LCMV和子空间投影方法只能简单地利用包含在当前STI窗中的信息。与文献[14,15]中给出的其他三种递归贝叶斯波束形成器相比,本文提出的方法在SINR输出和波瓣形状上有一定的改

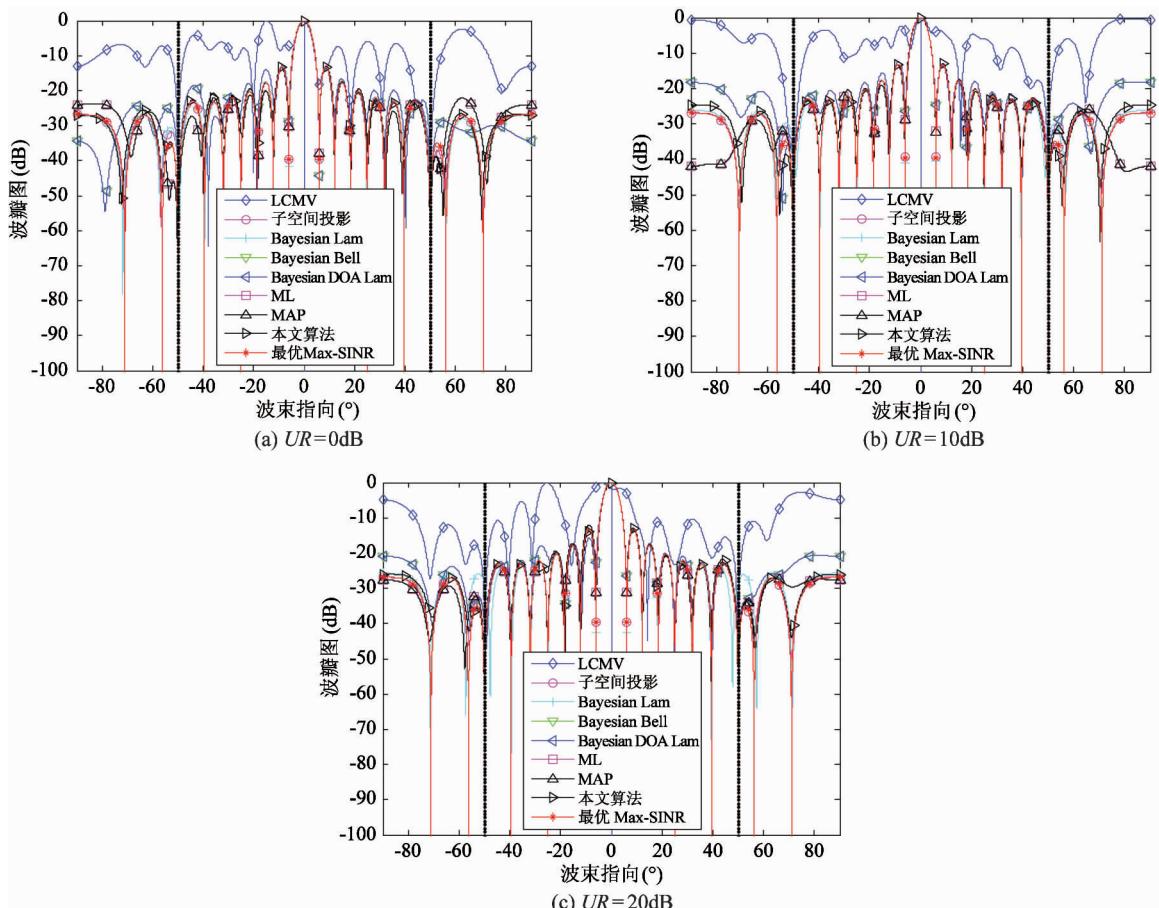


图5 单次实验中,不同波束形成器的波瓣图

善效果,特别是在高 SNR 的情况下改善效果更为明显。此外,从图 4 中还可以知道,在低 SNR 的情况下,本文所提出的波束形成器与文献[14,15]中的波束形成器之间的差异很小。原因之一是当 SNR 较小时,包含在接收数据中的波束形成权重信息很少;另一个原因是 DOA 的前验 PDF 对于文献[14,15]中的波束形成器更好。所以在这种情况下,本文所提出的方法对于 SINR 的改善不是很重要。与 ML 和 MAP 波束形成器相比,本文所提出的方法在低 SNR 的条件下展现出了更好的 SINR 输出。这是因为相较于 ML 和 MAP,本文所提出的方法能利用到所有先前观测的有效数据。然而,在高 SNR 的条件下,ML 和 MAP 在一定程度上具备更好的 SINR 输出性能。出现这种情况的原因是在仿真中利用了理想的干扰加噪声协方差矩阵 $\mathbf{R}_d + \mathbf{R}_n$ 来计算 ML 和 MAP 的波束形成权重,与此同时,这种假设在本文所提出的方法中是不必要的。

表 5 不同干扰移动速率下所提出算法的鲁棒性能评估

移动速率 (°/快拍)	矢量角误差 (°)	SINR (dB)	Max-SINR (dB)
10 ⁻⁸	0.2474	12.7834	12.7981
10 ⁻⁷	0.2743	12.7736	12.7988
10 ⁻⁶	1.2732	10.6380	12.7912
10 ⁻⁵	38.7748	-10.2396	11.0560
10 ⁻⁴	14.0238	-0.2686	12.0976

最后,简要分析一下正规化参数 ε^2 的选择。 ε^2 在本文用于构建式(8)中的 $\psi[k]$ 和式(16)中的 $\hat{\mathbf{R}}_{y,j}$ 。因为不同的 ε^2 不会影响到坐落在 V_j 垂直子空间中波束形成权重矢量 \mathbf{w} 的估计,所以 ε^2 的选择很宽泛。同理,对于 $\hat{\mathbf{R}}_{y,j}$ 的估计过程,运用 $\varepsilon^2 \mathbf{I}$ 主要是为了避免当 STI 中的快拍数小于阵元数时所带来的矩阵不可逆的情况,所以在选取 ε^2 时只要保证仿真中的程序正常运行即可。本文在仿真过程中验证了多种不同的正规化参数 ($\varepsilon^2 = 0.000001, 0.001, 1$ 和 3),它们都表现出相似的性能。最终确定将所有仿真中的正规化参数 ε^2 设置为 0.001 。

5 结 论

本文提出的递归贝叶斯波束形成算法能够有效地解决射电天文望远镜探测过程中导向矢量不确定和强干扰的问题。在贝叶斯估计的框架下,该算法能够充分利用之前采样的数据而不仅仅是近期的 STI 窗中包含的少量有效信息,从而实现递归地估计波束形成权重。仿真实验的结果表明,与 LCMV, 子空间投影, ML, MAP, 以及其他三种递归贝叶斯波束形成器相比,本文提出的波束形成器具备更好的性能参数。收敛之后,它具有与最优 Max-SINR 波束形成器相似的性能。此外,该算法仍然存在三个方面的局限性:(1)对低于 -30dB 的甚低信噪比情况,该算法未能展现出稳健的波束形成性能;(2)对于干扰移动速率比较大的情况,该算法未能表现出很好的鲁棒性;(3)信号和噪声的功率在本文中都被假设为已知,不符合实际情况的要求。对于这三个问题,有必要开展进一步的研究。

参 考 文 献

- [1] 张小飞,汪飞,徐大专. 阵列信号处理的理论和应用. 北京:国防工业出版社, 2010. 1-20
- [2] Trees H L V. Optimum Array Processing: Part I Of Detection, Estimation, and Modulation Theory. New York: Wiley, 2002. 25-147
- [3] Vorobyov S A. Principles of minimum variance robust adaptive beamforming design. *Signal Processing*, 2013, 93(12):3264-3277
- [4] Du L, Li J, Stoica P. Fully automatic computation of diagonal loading levels for robust adaptive beamforming. *Aerospace & Electronic Systems IEEE Transactions on*, 2010, 46(1):449 - 458
- [5] Godara L C, SayyahJahromi M R. Convolution constraints for broadband antenna arrays. *IEEE Transactions on Antennas & Propagation*, 2007, 55(11):3146-3154
- [6] BessonO, MonakovA A, Chalus C. Signal waveform estimation in the presence of uncertainties about the steering vector. In: IEEE Conference Record of the Thirty-Seventh Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, Pacific Grove, USA, 2003. 1873-1877

- [7] 陈明建,罗景青. 基于空间响应偏差约束的稳健宽带波束形成. 高技术通讯, 2013, 22(11):1124-1129
- [8] Bucris Y, Cohen I, Doron M A. Bayesian focusing for coherent wideband beamforming. *IEEE Transactions on Audio Speech & Language Processing*, 2012, 20(4):1282-1296
- [9] Lu Y, An J, Bu X. Adaptive Bayesian beamforming with sidelobe constraint. *IEEE Communications Letters*, 2010, 14(5):369-371
- [10] Bell K L, Ephraim Y, Trees H L V. A Bayesian approach to robust adaptive beamforming. *Signal Processing IEEE Transactions on*, 2000, 48(2):386-398
- [11] Jeffs B D, Warnick K F. Spectral bias in adaptive beamforming with narrowband interference. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2009, 57(4):1373-1382
- [12] Badeau R, David B, Richard G. Fast approximated power iteration subspace tracking. *Signal Processing, IEEE Transactions on*, 2005, 53(8):2931-2941
- [13] Han Y, Zhang D. A recursive Bayesian beamforming for steering vector uncertainties. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, 2013, 2013: 108
- [14] Bell K L, Ephraim Y, Trees H L V. A Bayesian approach to robust adaptive beamforming. *Signal Processing, IEEE Transactions on*, 2000, 48(2):386-398
- [15] Lam C J, Singer A C. Bayesian beamforming for DOA uncertainty: theory and implementation. *Signal Processing, IEEE Transactions on*, 2006, 54(11):4435-4445
- [16] Leshem A, Veen A J V D, Boonstra A J. Multichannel interference mitigation techniques in radio astronomy. *Astrophysical Journal Supplement*, 2000, 131(1):355-373
- [17] Wax M, Kailath T. Detection of signals by information theoretic criteria. *Acoustics Speech & Signal Processing, IEEE Transactions on*, 1985, 33(2):387-392
- [18] Tseng C Y, Griffiths L J. A unified approach to the design of linear constraints in minimum variance adaptive beamformers. *Antennas & Propagation, IEEE Transactions on*, 1992, 40(12):1533-1542

Bayesian beamforming using fast approximated power iteration subspace estimation

Xu Wanfeng, Han Yubing, TRAN Vanha

(School of Electronic and Optical Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094)

Abstract

To solve the problem that in the process of deep space exploration, the output performance of a radio telescope is suppressed severely by steering vector uncertainty and strong interferences, the Bayesian beamforming was studied and a new Bayesian beamforming algorithm was proposed. The algorithm estimates the interference subspace by fast approximated power iteration (FAPI), then, effectively inhibits strong interferences by using subspace projection to make the beamforming weight perpendicular to the interference subspace and finally, recursively estimates the beamforming weight under the Bayesian estimation framework. The simulations demonstrated the good effectiveness and robustness of the proposed beamforming algorithm. After convergence, its performance was similar to the optimal Max-SINR beamformer.

Key words: Bayesian estimation, subspace projection, fast approximated power iteration (FAPI), steering vector uncertainty, strong interference