

新型变倾斜参数 S 型函数的积分滑模水下机器人控制方法研究^①

薛 丰^② 朱大奇^③ 邓志刚

(上海海事大学水下机器人与智能系统实验室 上海 201306)

摘 要 研究了水下机器人轨迹的滑模跟踪控制。针对滑模抖动对系统稳定性的影响,设计了一种基于变倾斜参数 sigmoid 函数的积分滑模切换函数。基于这个函数设计的控制器在避免抖振现象的同时,保持了高控制精度,且能抑制传统积分滑模控制器常见的超调现象。该控制方法有效性已通过理论证明和仿真实验得到了验证。

关键词 水下机器人, 轨迹跟踪, 滑模控制, 积分滑模面, S 型函数

0 引 言

随着水下机器人在海洋领域的应用,对机器人系统的自主性、控制的精确性和运动的平稳性都提出了更高的要求。然而水下环境十分复杂多变,常见水下机器人系统有强耦合、非线性、模型不确定特性,其控制系统设计更为困难,水下机器人最基本的水下作业方式以及轨迹跟踪控制问题则已成为水下机器人研究的热点。

目前,已有多种算法被成功应用于水下机器人轨迹跟踪控制领域中^[1],如 PID 控制^[2]、滑模控制^[3]、自适应算法^[4]、反步控制^[5]、H ∞ 控制^[6]、神经网络控制^[7]等。在众多的控制方法中,滑模控制作为一种非线性控制方法,有着对模型参数不敏感且抗干扰的优点,能有效地对水下机器人这类不确定系统进行控制^[8]。

然而,抖振问题一直是阻碍滑模控制得到更广泛应用的重要原因。抖振的存在轻则使得系统稳定性下降,重则可能使电机等执行机构在频繁的切换中出现故障,带来更严重的后果。为了克服抖振问题,有研究者提出了一种“边界层”的控制方法^[9],如赵显红等人设计了一种可变厚度边界层的滑模控

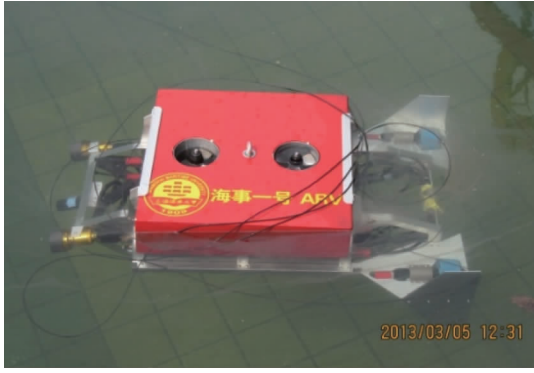
制器来抑制抖振现象^[10],但由于边界层的引入会带来系统的稳态误差,从而使系统控制的稳定性下降。对此有学者在切换函数设计中增加了积分项来解决这一缺点,并付诸实际应用,如管成等人将积分滑模控制应用在电液伺服系统中,消除了传统滑模变结构控制需要被跟踪信号导数已知的假设^[11];郑峰婴等人针对无人机自动着舰系统设计了积分滑模控制器,克服了传统滑模控制的侧偏值问题^[12]。虽然相关控制策略一定程度上改善了滑模抖振,但在传统积分滑模中,由于积分项的引入,会导致在初始误差较大的情况下,出现积分饱和现象,使系统出现大幅超调,甚至不稳定。为了克服上述缺陷,本文设计了一种基于变倾斜参数 sigmoid 函数的积分滑模方法,并将其应用到水下机器人的水平面轨迹跟踪控制之中,从系统仿真和水池实验结果看,该机器人控制方法效果明显。

1 水下机器人系统建模

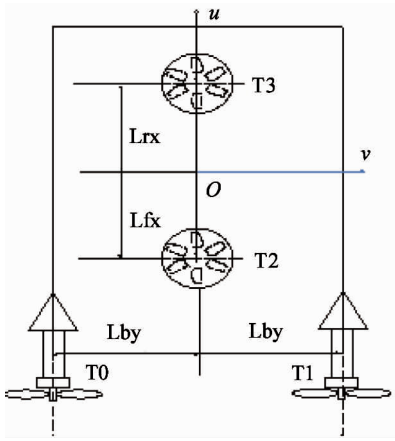
1.1 推进器布置

本文以实验室现有无人水下机器人 ARV 作为研究对象,如图 1(a)所示。水下机器人共有 4 台推进器,布置方式如图 1(b)所示。

① 国家自然科学基金(51575336),上海市科委创新行动计划(14JC1402800)资助项目。
② 男,1993 年生,硕士生;研究方向:水下机器人控制;E-mail: kksxf@163.com
③ 通讯作者,E-mail: zdq367@aliyun.com
(收稿日期:2016-08-26)



(a) ARV 外观



(b) 推进器布置

图 1 水下机器人 ARV

图 1 中, T0, T1 为对称安装在 ARV 尾部的推进器, 用来实现 ARV 的进退 (surge) 和回转 (yaw) 运动。T2, T3 为对称于 ARV 重心安装在前后的推进器, 用来实现 ARV 的潜浮 (submerge or float) 运动。于是可知, 此水下机器人系统为一典型的欠驱动系统, 仅考虑水平面运动时, 只有推进器 T1, T2 起到控制作用, 实现进退或转艏运动。

1.2 水下机器人运动学模型

根据文献[13]中的描述, 并针对水平面的轨迹跟踪控制问题做相应的简化, 可以得到欠驱动水下机器人水平面运动模型为

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = \mathbf{J}(\boldsymbol{\eta})\dot{\mathbf{q}} \quad (1)$$

式中: $\boldsymbol{\eta} = [x, y, \psi]^T$; x, y, ψ 分别表示水下机器人在惯性坐标系中 x 方向、 y 方向的位置以及机器人前进方向与 x 方向间的夹角; $\dot{\mathbf{q}} = [u, v, r]^T$, u, v, r 分别表示水下机器人在载体坐标系下纵向运动速度、横移运动速度和转艏角速度; $\mathbf{J}(\boldsymbol{\eta})$ 为雅各比

矩阵, 可由下式描述:

$$\mathbf{J}(\boldsymbol{\eta}) = \begin{bmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

1.3 虚拟跟踪坐标系

为了描述水下机器人实际运动轨迹和参考运动轨迹间的误差, 在惯性坐标系 $\{O\}$ 、载体坐标系 $\{B\}$ 的基础上, 引入虚拟跟踪坐标系 $\{F\}$, 如图 2 所示。

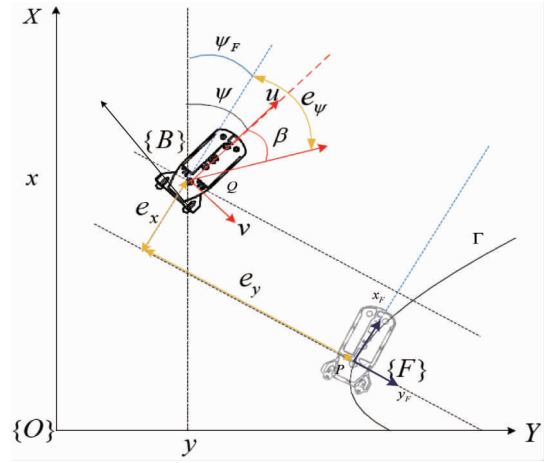


图 2 水下机器人虚拟跟踪坐标系

图 2 中, Q 为水下机器人实际运动轨迹中的一点, 其水平面位姿状态矢量在惯性坐标系下可由 $\boldsymbol{\eta}_Q = [x, y, \psi]^T$ 表示, 运动状态矢量在载体坐标系下可由 $\dot{\mathbf{q}}_Q = [u, v, r]^T$ 表示, $\beta = \arctan\left(\frac{v}{u}\right)$ 表示水下机器人运动合速度与船首间的夹角; P 为参考轨迹 Γ 上的一参考点, 其切矢量 x_F 和法矢量 y_F 构成坐标系 $\{F\}$ 的坐标轴, ψ_F 为 P 点处的参考前进方向与 x 方向间的夹角, e_x, e_y 分别表示 Q 和 P 之间在 x_F 方向和 y_F 方向上的相对位置误差, e_ψ 表示水下机器人实际运动方向与参考运动方向间的夹角; 于是在虚拟跟踪坐标系下, Q 点的位姿状态矢量可以表示为 $\boldsymbol{\eta}_e = [e_x, e_y, e_\psi]^T$ 。

由于欠驱动水下机器人没有能够提供横向速度的推进器, 难以抑制横向干扰, 在此假设水下机器人横移速度 v 始终为零, 则 $\beta = \arctan\left(\frac{v}{u}\right) = 0$, 水下机器人实际运动方向与 u 方向一致, e_ψ 可简化为 ψ_F

与 ψ 之差。

若将惯性坐标系下,水下机器人实际位姿状态 $\boldsymbol{\eta}_Q = [x, y, \psi]^T$ 与参考位姿状态 $\boldsymbol{\eta}_P = [x_r, y_r, \psi_r]^T$ 间的误差矢量表示为 $\boldsymbol{E} = [x_r - x, y_r - y, \psi_r - \psi]^T$, 则根据文献[14], 虚拟跟踪坐标系与惯性坐标系间的转换方程可以写为

$$\boldsymbol{\eta}_e = \begin{bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r - x \\ y_r - y \\ \psi_r - \psi \end{bmatrix} \quad (3)$$

可以证明,当 $\boldsymbol{\eta}_e$ 收敛于 $[0, 0, 0]^T$ 时,误差矢量 $\boldsymbol{E}$ 也收敛于 $[0, 0, 0]^T$, 即

$$\lim_{[e_x, e_y, e_\psi]^T \rightarrow [0, 0, 0]^T} \begin{bmatrix} x_r - x \\ y_r - y \\ \psi_r - \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

式(3)的微分方程可写为

$$\dot{\boldsymbol{\eta}}_e = \begin{bmatrix} \dot{e}_x \\ \dot{e}_y \\ \dot{e}_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_y r - u + u_r \cos e_\psi \\ -e_x r + u_r \sin e_\psi \\ r_r - r \end{bmatrix} \quad (5)$$

于是在虚拟跟踪坐标系下,水下机器人的水平面轨迹跟踪问题可以作如下表述:设计有界的控制输入 $\dot{\boldsymbol{q}} = [u, r]^T$, 使 $\boldsymbol{\eta}_e = [e_x, e_y, e_\psi]^T$ 在式(5)作用下渐进收敛于零向量。满足此条件时,根据式(4)可知惯性坐标系下的误差矢量 $\boldsymbol{E} = [x_r - x, y_r - y, \psi_r - \psi]^T$ 也将渐进收敛于零向量。

2 改进型积分滑模控制

2.1 切换函数设计

针对式(5)所描述的系统,传统的滑模切换函数为^[15]

$$\boldsymbol{S} = \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_x \\ e_\psi + \arctan(u_r e_y) \end{bmatrix} \quad (6)$$

式(6)设计的切换函数在滑模控制律作用下,只要使 $S_1 \rightarrow 0$ 且 $S_2 \rightarrow 0$ 即可实现 $e_x \rightarrow 0, e_y \rightarrow 0$ 且 $e_\psi \rightarrow 0$ 。使用边界层方法克服抖振问题后,为了消除稳态误差,可使用积分切换函数

$$\boldsymbol{S} = \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} e_x + \int_0^t e_x d\tau \\ e_\psi + \arctan(u_r e_y) + \int_0^t (e_\psi + \arctan(u_r e_y)) d\tau \end{bmatrix} \quad (7)$$

由于式(7)中线性积分项的存在,当初始误差较大时,会导致积分饱和效应,影响系统性能,为了克服这一缺陷,可使用具有饱和特性的非线性函数来代替线性被积函数,这样即使出现大误差的情况,也能限制积分项作用,系统不至于出现过大的超调。同时,希望非线性函数在误差较小时能有一定的放大作用,在不引起抖振的条件下使控制精度得到提高。

根据以上两点改进方向,又注意到 sigmoid 函数具有的非线性特性,本文提出一种基于变倾斜参数 sigmoid 函数的积分切换函数:

$$\boldsymbol{S} = \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_x + \int_0^t \frac{1 - e^{-\alpha_1 e_x}}{1 + e^{-\alpha_1 e_x}} d\tau \\ e_\psi + \arctan(u_r e_y) + \int_0^t \frac{1 - e^{-\alpha_2 (e_\psi + \arctan(u_r e_y))}}{1 + e^{-\alpha_2 (e_\psi + \arctan(u_r e_y))}} d\tau \end{bmatrix} \quad (8)$$

式中, k_1, k_2 均为正的常数。 α_1, α_2 为自调节倾斜参数,式为

$$\begin{cases} \alpha_1 = c_1 e^{-c_2 e_x} \\ \alpha_2 = c_3 e^{-c_4 |e_\psi + \arctan(u_r e_y)|} \end{cases} \quad (9)$$

式中 c_1, c_2, c_3, c_4 均为正常数。从表达式中可以看出, α_1, α_2 随着跟踪误差的减小而增大,当初始误差较大时, α_1, α_2 较小, sigmoid 函数趋于平缓,避免系统出现大超调的情况;而当误差较小时, α_1, α_2 较大, sigmoid 函数较陡,起到增加控制灵敏度的作用。

2.2 滑模控制律设计

对式(8)求导可得

$$\dot{\boldsymbol{S}} = \begin{bmatrix} \dot{S}_1 \\ \dot{S}_2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \dot{e}_x + k_1 \frac{1 - e^{-\alpha_1 e_x}}{1 + e^{-\alpha_1 e_x}} \\ \dot{e}_\psi + \frac{\dot{u}_r e_y}{1 + (u_r e_y)^2} + \frac{u_r \dot{e}_y}{1 + (u_r e_y)^2} \\ + k_2 \frac{1 - e^{-\alpha_2(e_\psi + \arctan(u_r e_y))}}{1 + e^{-\alpha_2(e_\psi + \arctan(u_r e_y))}} \end{bmatrix} \quad (10)$$

将式(5)代入式(10)可得

$$\dot{\mathbf{S}} = \begin{bmatrix} \dot{S}_1 \\ \dot{S}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_y r - u + u_r \cos e_\psi + k_1 \frac{1 - e^{-\alpha_1 e_x}}{1 + e^{-\alpha_1 e_x}} \\ r_r - r + \frac{\dot{u}_r e_y}{1 + (u_r e_y)^2} + \frac{u_r (-e_x r + u_r \sin e_\psi)}{1 + (u_r e_y)^2} \\ + k_2 \frac{1 - e^{-\alpha_2(e_\psi + \arctan(u_r e_y))}}{1 + e^{-\alpha_2(e_\psi + \arctan(u_r e_y))}} \end{bmatrix} \quad (11)$$

令式(11)等于零,整理后可得等效控制:

$$\mathbf{U}_{eq} = \begin{bmatrix} u \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_y r + u_r \cos e_\psi + k_1 \frac{1 - e^{-\alpha_1 e_x}}{1 + e^{-\alpha_1 e_x}} \\ \left(r_r + \frac{\dot{u}_r e_y}{1 + (u_r e_y)^2} + \frac{u_r^2 \sin e_\psi}{1 + (u_r e_y)^2} + k_2 \frac{1 - e^{-\alpha_2(e_\psi + \arctan(u_r e_y))}}{1 + e^{-\alpha_2(e_\psi + \arctan(u_r e_y))}} \right) \\ \times \left(1 + \frac{u_r e_x}{1 + (u_r e_y)^2} \right) \end{bmatrix} \quad (12)$$

引入边界层后,切换控制可写为

$$\mathbf{U}_{sw} = \begin{bmatrix} \beta_1 \text{sat}\left(\frac{S_1}{\Delta_1}\right) \\ \beta_2 \text{sat}\left(\frac{S_2}{\Delta_2}\right) \end{bmatrix} \quad (13)$$

式中, β_1 、 β_2 均大于零,为切换增益; Δ_1 、 Δ_2 为边界层厚度,取值越大,抗抖振能力越强,但会损失控制精度,取值越小,控制精度越高,但抖振也会较明显。

综合式(12)、式(13)可得总的滑模控制律:

$$\mathbf{U} = \mathbf{U}_{eq} + \mathbf{U}_{sw} =$$

$$\begin{bmatrix} u e_y r + u_r \cos e_\psi + k_1 \frac{1 - e^{-\alpha_1 e_x}}{1 + e^{-\alpha_1 e_x}} + \beta_1 \text{sat}\left(\frac{S_1}{\Delta_1}\right) \\ \left(r_r + \frac{\dot{u}_r e_y}{1 + (u_r e_y)^2} + \frac{u_r^2 \sin e_\psi}{1 + (u_r e_y)^2} + k_2 \frac{1 - e^{-\alpha_2(e_\psi + \arctan(u_r e_y))}}{1 + e^{-\alpha_2(e_\psi + \arctan(u_r e_y))}} \right) \\ \times \left(1 + \frac{u_r e_x}{1 + (u_r e_y)^2} \right) \\ + \beta_2 \text{sat}\left(\frac{S_2}{\Delta_2}\right) \end{bmatrix} \quad (14)$$

参考文献[16]的思路,可以证明如上设计的系统最终可以收敛于平衡点,即水下机器人实际运动路径可完全跟踪上虚拟轨迹,且误差为零。证明分为两部分,首先证明边界层的可达性,再证明边界层内系统平衡点的稳定性。

定理 1:若设计切换函数为式(8),则在滑模控制律式(14)的作用下,可以使式(5)描述的系统在有限时间内到达边界层。

证明:以切换函数 S_1 为例

$$\begin{aligned} S_1 \dot{S}_1 &= S_1 \left(e_y r - u + u_r \cos e_\psi + d(t) + k_1 \frac{1 - e^{-\alpha_1 e_x}}{1 + e^{-\alpha_1 e_x}} \right) \\ &= S_1 \left(d(t) - \beta_1 \text{sat}\left(\frac{S_1}{\Delta_1}\right) \right) \end{aligned} \quad (15)$$

式中, $d(t)$ 为外界干扰,且 $|d(t)| \leq d_{\max}$, 切换增益 $\beta_1 = d_{\max} + \lambda$ 且 $\lambda > 0$ 。当系统在边界层外时, $\text{sat}\left(\frac{S_1}{\Delta_1}\right) = \text{sgn}\left(\frac{S_1}{\Delta_1}\right)$, 则有

$$\begin{aligned} S_1 \dot{S}_1 &= S_1 \left(d(t) - \beta_1 \text{sgn}\left(\frac{S_1}{\Delta_1}\right) \right) \\ &\leq |S_1| |d(t)| - |S_1| \beta_1 < -\lambda |S_1| \end{aligned} \quad (16)$$

(i) 当 $S_1 > 0$ 时,设 $t = t_0$ 时,系统到达边界层, $S_1(t_0) = \Delta_1$, 则根据式(16)有

$$\begin{aligned} S_1 \dot{S}_1 &< -\lambda S_1 \\ \dot{S}_1 &< -\lambda \\ S_1(t) - S_1(0) &< -\lambda t \end{aligned} \quad (17)$$

$$t_0 < \frac{S_1(0) - \Delta_1}{\lambda}$$

(ii) 当 $S_1 < 0$ 时,设 $t = t_0$ 时,系统到达边界层, $S_1(t_0) = -\Delta_1$, 则根据式(16)有

$$\begin{aligned} S_1 \dot{S}_1 &< \lambda S_1 \\ \dot{S}_1 &> \lambda \\ S_1(t) - S_1(0) &> \lambda t \\ t_0 &< \frac{-S_1(0) - \Delta_1}{\lambda} \end{aligned} \tag{18}$$

(iii) 当 $S_1 = 0$ 时, 则 $t = 0$ 时, 系统已达边界层内, $t_0 = 0$ 。

综合以上 3 种情况, 由于 Δ_1 、 λ 均为有界常数, 可得系统在切换函数初值 $S_1(0)$ 有界的条件下, 可在有限时间内到达边界层, 且到达时间 $t_0 < \frac{|S_1(0)| - \Delta_1}{\lambda}$ 。

定理 2: 当系统在有限时间内到达边界层后, 若切换函数为式(8), 干扰 $d(t)$ 有界, $\dot{d}(t)$ 也有界且满足 $\lim_{t \rightarrow \infty} d(t) = \varepsilon$, ε 为一常数, 设计的滑模控制律式(14)可以使式(5)描述的系统最终运动到平衡点, 即最终可完全消除误差, $\lim_{t \rightarrow \infty} \boldsymbol{\eta}_e = [0, 0, 0]^T$ 。

证明: 以切换函数 S_1 为例, 当系统到达边界层后, 有

$$\begin{aligned} \dot{S}_1 &= e_y r - u + u_r \cos e_\psi + d(t) + k_1 \frac{1 - e^{-\alpha_1 e_x}}{1 + e^{-\alpha_1 e_x}} \\ &= d(t) - \beta_1 \operatorname{sat}\left(\frac{S_1}{\Delta_1}\right) = d(t) - \beta_1 \frac{S_1}{\Delta_1} \end{aligned} \tag{19}$$

对式(19)两边同时取拉普拉斯变换, 为避免歧义, 记拉普拉斯变换算子为 ρ , 则有

$$\begin{aligned} \rho S_1(\rho) &= d(\rho) - \frac{\beta_1}{\Delta_1} S_1(\rho) \\ \left(\rho + \frac{\beta_1}{\Delta_1}\right) S_1(\rho) &= d(\rho) \\ S_1(\rho) &= \frac{d(\rho)}{\rho + \frac{\beta_1}{\Delta_1}} \end{aligned} \tag{20}$$

式中, $S_1(\rho)$ 、 $d(\rho)$ 分别为 S_1 、 $d(t)$ 的拉普拉斯变换, 根据拉普拉斯变换的终值定理有

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} S_1(t) &= \lim_{\rho \rightarrow 0} \rho S_1(\rho) = \lim_{\rho \rightarrow 0} \rho \frac{d(\rho)}{\rho + \frac{\beta_1}{\Delta_1}} \\ &= \lim_{\rho \rightarrow 0} (\rho d(\rho)) \cdot \lim_{\rho \rightarrow 0} \frac{1}{\rho + \frac{\beta_1}{\Delta_1}} \end{aligned}$$

$$= \lim_{t \rightarrow \infty} d(t) \cdot \lim_{\rho \rightarrow 0} \frac{1}{\rho + \frac{\beta_1}{\Delta_1}} = \varepsilon \frac{\Delta_1}{\beta_1} \tag{21}$$

由于系统已达边界层内, $|S_1| \leq \Delta_1$, 又因为 $|d(t)| \leq d_{\max}$, 因此根据式(19)可确定 $\dot{S}_1$ 为有界函数, 又 $\dot{d}(t)$ 也有界, 故 $\ddot{S}_1 = \dot{d}(t) - \beta_1 \frac{\dot{S}_1}{\Delta_1}$ 有界, $\dot{S}_1$ 是一致连续函数。因此由 Barbalat 引理可知 $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{S}_1(t) = 0$, 将式(10)代入可得

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \left(\dot{e}_x + k_1 \frac{1 - e^{-\alpha_1 e_x}}{1 + e^{-\alpha_1 e_x}} \right) = 0 \tag{22}$$

考虑 Lyapunov 函数

$$V = \frac{1}{2} \dot{e}_x^2 + k_1 (\ln(2 + e^{e_x} + e^{-e_x})) \tag{23}$$

式中, 显然 $\frac{1}{2} \dot{e}_x^2 \geq 0$, 又 $k_1 > 0$ 故 $k_1 (\ln(2 + e^{e_x} + e^{-e_x})) > 0$, 因此 $V > 0$, 且满足 $|e_x| \rightarrow \infty$ 时 $|V| \rightarrow \infty$, 是径向无界的, 则有

$$\dot{V} = \ddot{e}_x \dot{e}_x + k_1 \frac{1 - e^{-\alpha_1 e_x}}{1 + e^{-\alpha_1 e_x}} \dot{e}_x \tag{24}$$

当 $t \rightarrow \infty$ 时, 根据式(22), 有 $\dot{e}_x = -k_1 \frac{1 - e^{-\alpha_1 e_x}}{1 + e^{-\alpha_1 e_x}}$,

因此有

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -\frac{d}{de_x} \left(\frac{1 - e^{-\alpha_1 e_x}}{1 + e^{-\alpha_1 e_x}} \right) k_1 \dot{e}_x^2 - k_1^2 \left(\frac{1 - e^{-\alpha_1 e_x}}{1 + e^{-\alpha_1 e_x}} \right)^2 \\ &\leq 0 \end{aligned} \tag{25}$$

由于 $\frac{1 - e^{-\alpha_1 e_x}}{1 + e^{-\alpha_1 e_x}}$ 为单调增函数, 故 $\frac{d}{de_x} \left(\frac{1 - e^{-\alpha_1 e_x}}{1 + e^{-\alpha_1 e_x}} \right) > 0$, $-\frac{d}{de_x} \left(\frac{1 - e^{-\alpha_1 e_x}}{1 + e^{-\alpha_1 e_x}} \right) k_1 \dot{e}_x^2 \leq 0$, 又 $-k_1^2 \left(\frac{1 - e^{-\alpha_1 e_x}}{1 + e^{-\alpha_1 e_x}} \right)^2 \leq 0$, 因此 $\dot{V} \leq 0$ 。根据 LaSalle 不变集原理, 由于 $\{(e_x, \dot{e}_x) | \dot{V} = 0\} = \{(e_x, \dot{e}_x) | e_x = 0, \dot{e}_x = 0\}$, 因此 $(e_x = 0, \dot{e}_x = 0)$ 为全局渐进稳定平衡点, $\lim_{t \rightarrow \infty} e_x = \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{e}_x = 0$ 。

3 仿真实验

考虑受控对象的模型为

$$\dot{\boldsymbol{\eta}}_e = \begin{bmatrix} \dot{e}_x \\ \dot{e}_y \\ \dot{e}_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_y r_i - u_i + u_r \cos e_\psi \\ -e_x r_i + u_r \sin e_\psi \\ r_r - r_i \end{bmatrix} + \boldsymbol{D} \tag{26}$$

其中干扰信号 $\mathbf{D} = [d_{ex}, d_{ey}, d_{e\psi}]^T = [1, 0, 0.5]^T$ 。

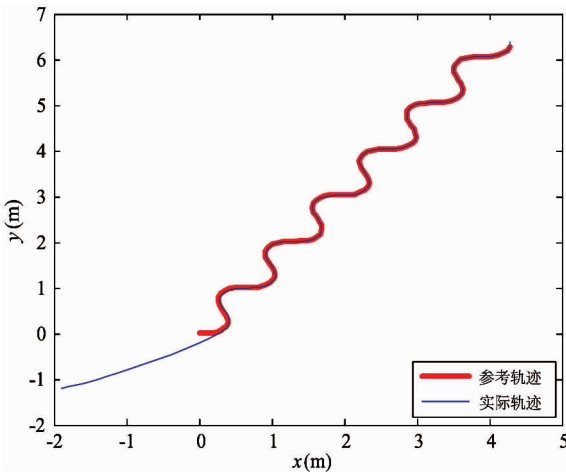
在所设计的滑模切换函数(8),(9)两式中,取 $k_1 = k_2 = 2, c_1 = c_3 = 2, c_2 = c_4 = 4$ 可得到仿真中所使用的切换函数为

$$S = \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_x + \int_0^t \frac{1 - e^{-\alpha_1 e_x}}{1 + e^{-\alpha_1 e_x}} d\tau \\ e_\psi + \arctan(u_r e_y) + \int_0^t \frac{1 - e^{-\alpha_2 (e_\psi + \arctan(u_r e_y))}}{1 + e^{-\alpha_2 (e_\psi + \arctan(u_r e_y))}} d\tau \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$\text{其中} \begin{cases} \alpha_1 = 2e^{-4e_x} \\ \alpha_2 = 2e^{-4|e_\psi + \arctan(u_r e_y)|} \end{cases}$$

取边界层厚度 $\Delta_1 = \Delta_2 = 0.2$, 切换增益 $\beta_1 = \beta_2 = 4$, 并将式(27)代入式(14), 所施加的控制量 $\mathbf{U} = [u_i, r_i]^T$ 可表示为

$$\mathbf{U} = \mathbf{U}_{eq} + \mathbf{U}_{sw} = \begin{bmatrix} u_i \\ r_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{ey} r + u_r \cos e_\psi + 2 \cdot \frac{1 - e^{-\alpha_1 e_x}}{1 + e^{-\alpha_1 e_x}} + 4 \text{sat}\left(\frac{S_1}{0.2}\right) \\ \left(r_r + \frac{\dot{u}_r e_y}{1 + (u_r e_y)^2} + \frac{u_r^2 \sin e_\psi}{1 + (u_r e_y)^2} + 2 \cdot \frac{1 - e^{-\alpha_2 (e_\psi + \arctan(u_r e_y))}}{1 + e^{-\alpha_2 (e_\psi + \arctan(u_r e_y))}} \right) \\ \left(1 + \frac{u_r e_x}{1 + (u_r e_y)^2} \right) \\ + 4 \text{sat}\left(\frac{S_2}{0.2}\right) \end{bmatrix} \quad (28)$$



(a) 跟踪曲线图

仿真采用的参考轨迹 Γ_1 为一线速度恒定 $u_r = 0.5 \text{ m/s}$, 转向角速度以正弦规律 $r_r = 2 \sin(2t) \text{ rad/s}$ 变化的曲线, 参考位姿矢量变化率为

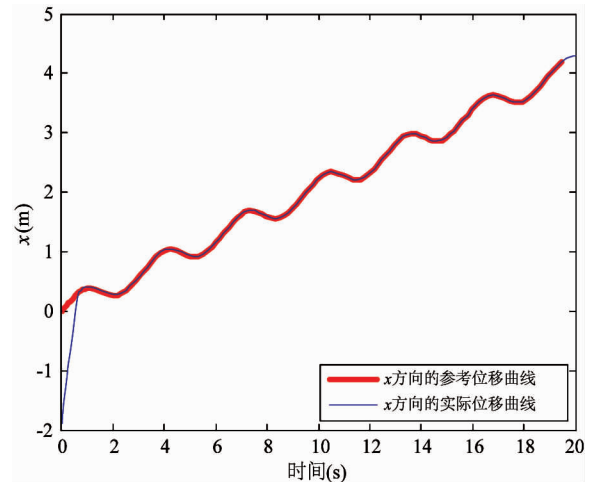
$$\dot{\boldsymbol{\eta}}_P = \begin{bmatrix} \dot{x}_r \\ \dot{y}_r \\ \dot{\psi}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_r \cos(\psi_r) \\ u_r \sin(\psi_r) \\ r_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 \cos(\psi_r) \\ 0.5 \sin(\psi_r) \\ 2 \sin(2t) \end{bmatrix} \quad (29)$$

初始参考位姿矢量为 $\boldsymbol{\eta}_{P0} = [x_{r0}, y_{r0}, \psi_{r0}]^T = [0, 0, 0]^T$, 虚拟跟踪坐标系下机器人的初始位姿矢量为 $\boldsymbol{\eta}_{e0} = [e_{x0}, e_{y0}, e_{\psi0}]^T = [2, 1, -0.1]^T$, 则水下机器人在惯性坐标系下的初始误差可由式(3)计算得到, 为 $\mathbf{E}_0 = [x_{r0} - x_0, y_{r0} - y_0, \psi_{r0} - \psi_0]^T = [1.8902, 1.1947, -0.1]^T$, 仿真时间为 $0 \leq t \leq 20 \text{ s}$ 。

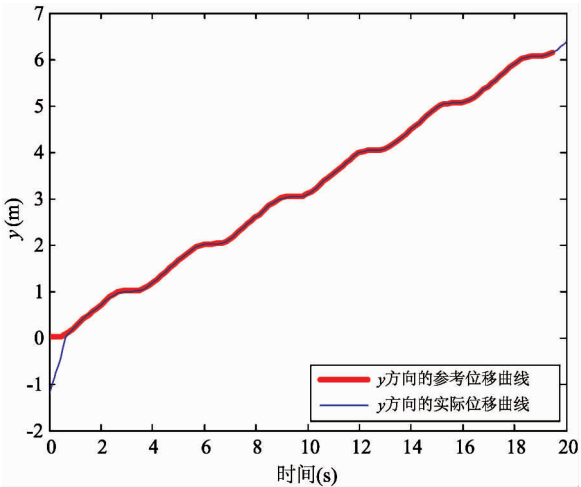
由系统模型式(26), 在控制信号式(28)作用下, 给定初始条件, 可计算得到水下机器人在虚拟跟踪坐标系下每一时刻的位姿状态矢量 $\boldsymbol{\eta}_e = [e_x, e_y, e_\psi]^T$ 再由式(3)可转换得到水下机器人在惯性坐标系下每一时刻的实际位姿状态 $\boldsymbol{\eta}_Q = [x, y, \psi]^T$, 使用 MATLAB 仿真后所得跟踪曲线图如图 3 所示。

从图 3 中可以看出, 采用本文所设计的滑模控制器, 在有限时间内, 机器人在 x 方向、 y 方向以及角度方面都能在有限时间内跟踪上预定轨迹。

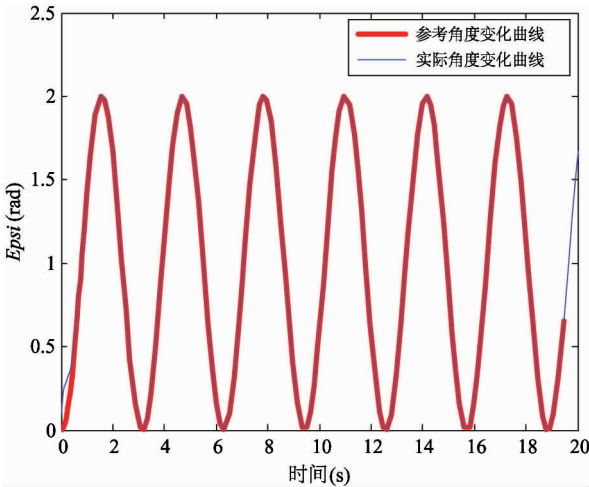
设仿真时间 $0 \leq t \leq 10 \text{ s}$ 时, 参考轨迹仍为 Γ_1 , 而 $10 < t \leq 20 \text{ s}$ 时改为线速度恒定 $u_r = 0.5 \text{ m/s}$, 转向角速度也恒定为 $r_r = 1 \text{ rad/s}$ 的圆形曲线 Γ_2 , 得到仿真结果如图 4 所示。



(b) x 方向位移变化曲线



(c) y 方向位移变化曲线



(d) 角度变化曲线

图 3 跟踪结果仿真曲线

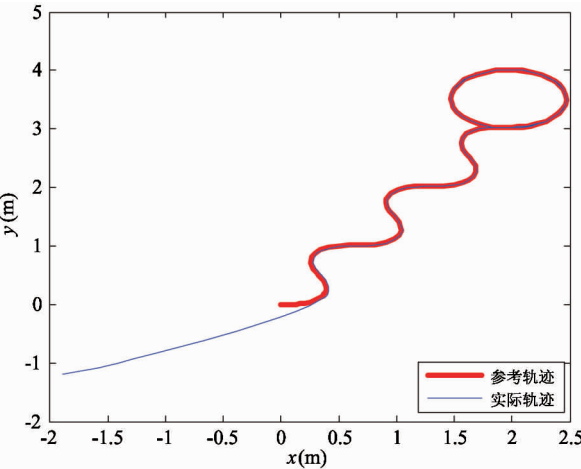


图 4 跟踪曲线图(参考轨迹变化)

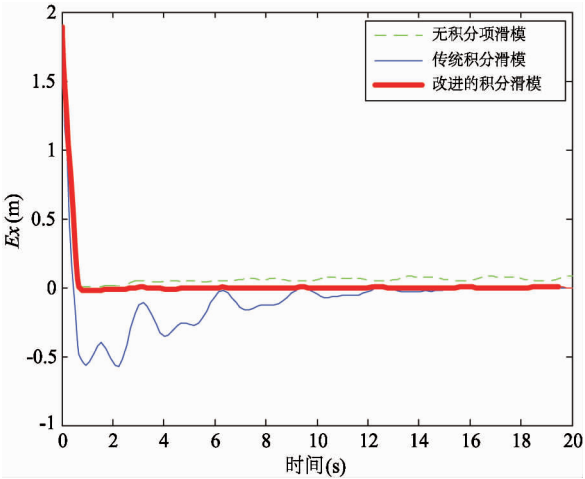


图 5 x 方向误差变化曲线

从图 4 中可以看出,当参考路径出现变化时,所设计的控制器也能迅速及时调整输出,保持跟踪不脱离轨迹,控制精度较高。

为体现此方法的改进效果,对轨迹 I_1 的跟踪问题,还采用了带边界层的无积分项滑模方法,传统积分滑模方法进行了仿真实验。根据轨迹跟踪结果分别绘制误差曲线如图 5,图 6,图 7 所示。

选取 5 个时间点,将各时刻每种方法的误差以表格形式给出,并保留 4 位小数可得到表 1,表 2 和表 3。

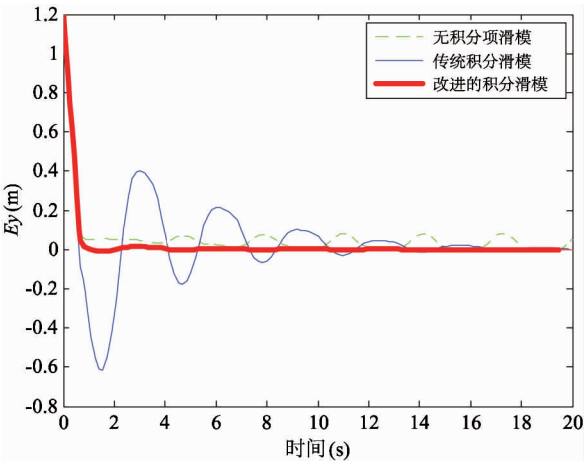


图 6 y 方向误差曲线

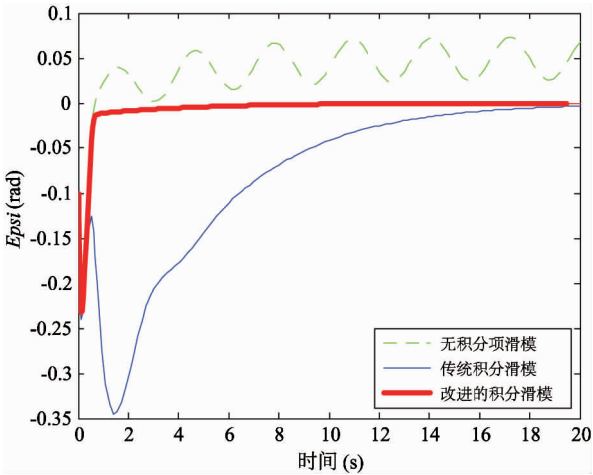


图 7 角度误差曲线

表 1 x 方向跟踪误差比较

方法	时间(s)				
	0	5	10	15	20
误差(m)					
无积分项滑模	1.8902	0.0461	0.0579	0.0597	0.0843
传统积分滑模	1.8902	-0.2648	-0.0495	-0.0204	-0.0068
改进积分滑模	1.8902	-0.0080	-0.0011	0.0001	-0.0002

表 2 y 方向跟踪误差比较

方法	时间(s)				
	0	5	10	15	20
误差(m)					
无积分项滑模	1.1947	0.0573	0.0040	0.0125	0.0526
传统积分滑模	1.1947	-0.1194	0.0669	0.0132	-0.0007
改进积分滑模	1.1947	-0.0018	0.0021	0.0008	0.0000

表 3 角度跟踪误差比较

方法	时间(s)				
	0	5	10	15	20
误差(m)					
无积分项滑模	-0.1000	0.0511	0.0394	0.0422	0.0678
传统积分滑模	-0.1000	-0.1441	-0.0413	-0.0121	-0.0034
改进积分滑模	-0.1000	-0.0041	-0.0012	-0.0003	-0.0000

在水下机器人一般的工程应用场合下,对控制精度的要求为: x 方向上的误差 $\Delta_x \leq 0.02\text{m}$; y 方向上的误差 $\Delta_y \leq 0.02\text{m}$; 角度误差 $\Delta_\psi \leq 0.005\text{rad}$ 。综合图 5,图 6,图 7 以及表 1,表 2,表 3 可知,无论是 x 方向, y 方向或是角度的误差,由于运用了边界层的方法,无积分项的滑模控制方法无法最终消除静态误差,无法满足系统控制精度要求;而传统的积分滑模方法尽管能消除静态误差,但当初始误差较大时,超调较为严重,实现完全跟踪所需时间也较长,因此需要较长时间才能满足系统精度要求;而利用变倾斜参数 sigmoid 函数改进的积分滑模方法,不仅能有效消除静态误差,而且在初始误差较大时也能有效抑制超调,迅速完成对预定轨迹的跟踪,可在短时间达到系统精度要求。

为了能更好比较以上三种轨迹跟踪方法的跟踪性能,做出如下定义:令 t_{ax} 表示到达时间,当 $t = t_{ax}$ 时,机器人 x 方向的误差首次到达系统控制精度要求,即 $|x_r - x| \leq \Delta_x$; t_{sx} 表示调整时间,当 $t \geq t_{sx}$ 时, $|x_r - x| \leq \Delta_x$ 恒成立; M_x 表示水下机器人 x 方向位移的最大偏差的绝对值(除初始偏差外)。同样的,对 t_{ay} 、 t_{sy} 、 M_y , $t_{a\psi}$ 、 $t_{s\psi}$ 、 M_ψ 也做类似定义。于是,可以得到 3 种方法的跟踪性能对比表(表 4,表 5,表 6)。

表 4 x 方向位移跟踪性能对比

方法	性能指标		
	t_{ax} (s)	t_{sx} (s)	M_x (m)
无积分项滑模	0.7191	∞	0.0845
传统积分滑模	0.4647	15.0984	0.5712
改进的积分滑模	0.7422	1.3307	0.0227

表 5 y 方向位移跟踪性能对比

方法	性能指标		
	t_{ay} (s)	t_{sy} (s)	M_y (m)
无积分项滑模	6.3654	∞	0.0805
传统积分滑模	0.6152	15.7682	0.6133
改进的积分滑模	0.8090	0.8090	0.0140

表 6 角度跟踪性能对比

方法	性能指标		
	t_{up} (s)	t_{sp} (s)	M_{ψ} (rad)
无积分项滑模	2.8968	∞	0.2231
传统积分滑模	18.6044	18.6044	0.3448
改进的积分滑模	4.3132	4.3132	0.2324

综合表 4、表 5、表 6 来看,采用无积分项滑模方法时,其到达时间较短,调整过程中的最大偏差也较小,但这种方法无法克服稳态误差;采用传统积分滑模方法时,尽管能消除稳态误差,但调整时间长,且初始误差大时会出现较大偏差,误差小时到达时间太长,控制又不够灵敏;而采用改进的积分滑模方法时,不仅能消除稳态误差,同时又能保证在大误差出现时调整过程中不会出现大的偏差,小误差情况下又能保证控制灵敏度,到达时间短。因此,改进的积分滑膜控制方法有效克服了其它二者的缺点。

使用 3 种不同方法的控制信号曲线图如图 8 和图 9 所示。

综合图 8 和图 9 可以看出,边界层方法的引入很好地解决了滑模控制的抖振问题,控制信号曲线变换均没有出现严重的抖振现象。但由于误差始终存在,使用无积分项滑模方法时,控制信号会存在一定波动;而使用传统积分滑模方法时,若初始误差较大,初始控制信号也相应较大,且控制信号会由于超

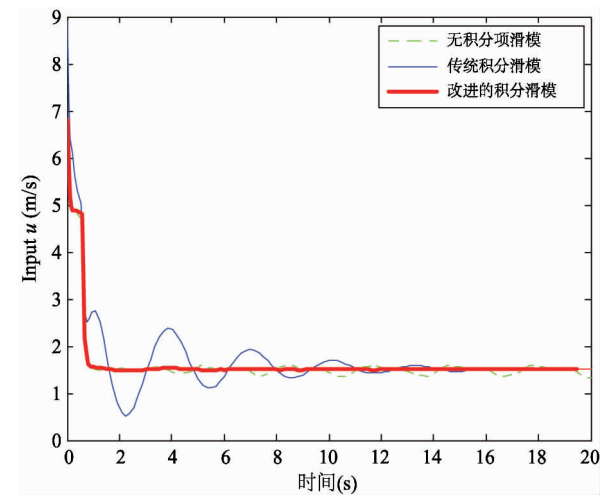


图 8 纵向速度控制信号

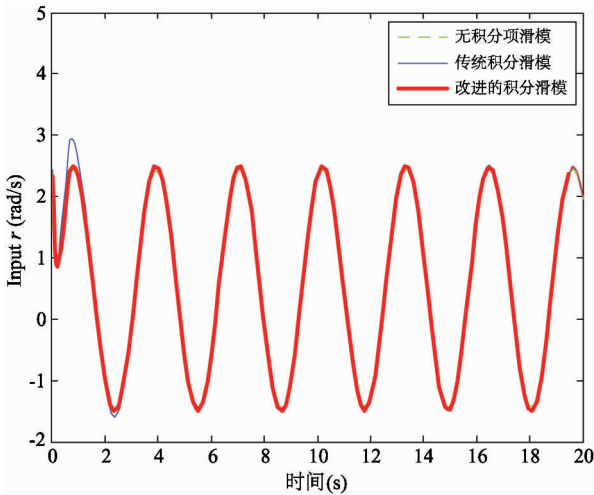


图 9 转艏速度控制信号

调而出现上下波动,增加执行机构的负担。使用改进的积分滑模方法时,曲线较为平稳,因此能减小执行机构的负担。

4 结 论

本文研究了一类欠驱动水下机器人的水平面路径跟踪问题,在其运动学模型基础上设计了滑模控制器实现对预定轨迹的跟踪。针对在引入边界层减小抖振后带来的静态误差问题,设计了基于变倾斜参数 sigmoid 函数的滑模切换函数,根据误差大小调节 sigmoid 函数的倾斜参数,当误差较小时曲线较陡,增加系统控制精度,在误差较大时曲线较平缓,减少了系统超调。采用此策略设计的滑模切换函数可以在消除静态误差的同时,既保证了控制精度又减小了大初始误差情况下的超调现象。

参考文献

[1] Yuh J. Design and control of autonomous underwater robots: A survey. *Autonomous Robots*, 2000, 8(1):7-24

[2] 赵蕊,余琨,郑文成等. 无人水下航行器分布式运动控制系统设计与仿真验证. *中国舰船研究*, 2014,9(6): 92-99

[3] Ruiz-Duarte J E, Loukianov A G. Higher order sliding mode control for autonomous underwater vehicles in the diving plane. *IFAC Papersonline*, 2015, 48(16):49-54

- [4] Fossen T I, Sagatun S I. Adaptive control of nonlinear systems: A case study of underwater robotic systems. *Journal of Robotic Systems*, 1991, 8(3):393-412
- [5] Li J, Zhang Q, Cheng X, et al. Path following backstepping control of underactuated unmanned underwater vehicle. In: Proceedings of the IEEE International Conference on Mechatronics and Automation, Beijing, China, 2015. 2267-2272
- [6] Zhang X, Han Y, Bai T, et al. H_{∞} controller design using LMIs for high-speed underwater vehicles in presence of uncertainties and disturbances. *Ocean Engineering*, 2015, 104:359-369
- [7] Bagheri A, Amanifard N, Karimi T, et al. Adaptive neural network control of an underwater remotely operated vehicle (ROV). In: Proceedings of the WSEAS International Conference on Computers, Athens, Greece, 2006. 623-628
- [8] Akakaya H, Yildiz H A, Saglam G, et al. Sliding mode control of autonomous underwater vehicle. In: Proceedings of the International Conference on Electrical and Electronics Engineering, London, UK, 2009. 332-336
- [9] Slotine J J E. Sliding controller design for non-linear systems. *International Journal of Control*, 1984, 40(2):421-434
- [10] 赵显红,朱邦太,王立华等. 一种基于状态边界层的滑模控制器设计. 河南科技大学学报:自然科学版, 2004,25(2):33-36
- [11] 管成,朱善安. 电液伺服系统的积分滑模自适应控制. 电工技术学报,2005,20(4):52-57
- [12] 郑峰婴,龚华军,甄子洋. 基于积分滑模控制的无人机自动着舰系统. 系统工程与电子技术,2015,37(7):1621-1628
- [13] Bagheri A, Moghaddam J J. Simulation and tracking control based on neural-network strategy and sliding-mode control for underwater remotely operated vehicle. *Neurocomputing*, 2009, 72(7-9):1934-1950
- [14] Kanayama Y, Kimura Y, Miyazaki F, et al. A stable tracking control method for an autonomous mobile robot. In: Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, Cincinnati, USA, 1990. 384-389
- [15] 刘金琨. 滑模变结构控制 MATLAB 仿真. 北京:清华大学出版社, 2005. 262-268
- [16] 李鹏. 传统和高阶滑模控制研究及其应用:[博士学位论文]. 长沙:国防科学技术大学研究生院, 2011. 54-55

Research on the integral sliding mode controll of underwater vehicles based on variable parameter sigmoid function

Xue Feng, Zhu Daqi, Deng Zhigang

(Laboratory of Underwater Vehicles and Intelligent Systems, Shanghai Maritime University, Shanghai 201306)

Abstract

The sliding mode control of underwater vehicles' trajectory tracking was studied. To solve the influence of the mode chattering on the stability of underwater vehicles, an integral sliding mode switching function based on variable parameter sigmoid function was established, and the function was applied to the control design. The designed controller can eliminate the chattering problem, which reduces the possible overshoot of traditional integral sliding mode controllers and maintains a high control precision. The theoretical proof and simulation experiment proved the effectiveness of the new control method.

Key words: underwater vehicles, trajectory tracking, sliding mode control, integral sliding surface, sigmoid function