

# 大规模 MIMO 系统的全导频 RZF 预编码方法<sup>①</sup>

谢斌<sup>②</sup> 刘述睿 谢舒闻

(江西理工大学信息工程学院 赣州 341000)

**摘要** 研究了大规模多输入多输出 (MIMO) 系统的预编码。针对小区间干扰和导频污染会对预编码的有效性产生较大影响的问题, 提出了一种改进的全导频正则化迫零 (RZF) 预编码方法。该方法通过将有限的正交导频信号分配给小区用户来对预编码矩阵中的信道向量进行优化, 得到优化后的全导频正则化预编码矩阵, 并依此推导出新的包含导频污染函数和用户干扰函数的和速率表达式。另外, 综合考虑基站天线数、用户数以及导频重用因子, 优化其配置关系, 从而用较少的用户信息和更高的导频重用因子来抑制更多的小区间干扰, 有效地提升系统性能。实验结果表明, 这种改进的 RZF 预编码算法能够较好地提高系统容量, 在完全已知信道状态信息 (CSI) 和未完全已知 CSI 两种情况下的频谱效率及和速率均优于传统的 RZF 方法。

**关键词** 大规模多输入多输出 (MIMO), 小区间干扰, 导频污染, 频谱效率, 信道状态信息 (CSI)

## 0 引言

随着无线通信技术的快速发展, 用户对传输速率和通信质量的要求也随之提高。为了提升 4G 通信系统的性能, 贝尔实验室在 2010 年提出了一种大规模多输入多输出 (multiple input multiple output, MIMO) 技术, 它已成为了下一代 5G 移动蜂窝通信系统的关键技术<sup>[1]</sup>。与传统 MIMO 相比, 大规模 MIMO 系统在基站端配置了成百上千的天线单元, 使小区内的天线数与用户数的比例大大提升。另外, 大规模 MIMO 技术有效地提升了移动通信系统的数组收益和空间分辨率, 使得数量众多的用户在通信系统存在强用户干扰时仍能保持较高的鲁棒性, 因此大规模天线技术成为了解决未来移动通信的频谱效率和容量等问题的有效方法<sup>[2]</sup>。目前大规模 MIMO 技术的研究主要专注于如何设计高效的

预编码算法和获取相对完整的信道状态信息 (channel state information, CSI)。不完整的 CSI 将对系统频谱效率及和速率产生严重影响<sup>[3]</sup>。随着小区平均用户数的增加, 系统中的用户间干扰和小区间干扰也随之增大, 导致用户向基站端发送的导频信号产生一定干扰, 从而影响了系统性能。因此, 小区内不正交的导频训练序列和小区间干扰成为限制大规模 MIMO 系统性能的主要因素<sup>[4]</sup>。

为有效减小导频污染, 提升大规模 MIMO 系统的容量, 一些研究者在发射端通过设计准确的预编码矩阵来解决这一问题<sup>[5]</sup>。它的基本思想是通过矩阵运算, 将调制后的数据符号与信道状态信息 (CSI) 进行结合, 转换成适应于当前信道的数据流。文献[6]提出了一种基于单小区大规模 MIMO 的简单有效的迫零 (zero forcing, ZF) 预编码算法, 通过求信道矩阵的伪逆使目标用户和非目标用户的信道正交, 从而减轻了用户间的干扰, 提高了系统的容

<sup>①</sup> 国家自然科学基金(61363076)和江西省自然科学基金(20142BAB207020)资助项目。

<sup>②</sup> 男, 1977 年生, 硕士, 副教授; 研究方向: 大规模 MIMO 技术, 信号处理; 联系人, E-mail: xiebin-66@163.com  
(收稿日期: 2016-10-28)

量。该算法虽然可以在一定程度上消除小区内用户间的干扰,但由于没有考虑噪声对系统性能的影响,因此其实际应用能力较低。文献[7]采用基于最小均方误差(minimum mean square error, MMSE)准则的预编码算法来减轻小区之间的导频污染,并利用最优化法则推导出了预编码的闭式表达式,但该方案需要推导出表达式的最优解,导致计算度比较复杂,并且当小区中导频污染较严重时,MMSE 预编码算法与 ZF 预编码算法的系统性能基本一致。文献[8]在文献[7]的基础上提出了一种正则化迫零(regularization zero forcing, RZF)预编码算法,在信道矩阵求伪逆之前增加负载系数  $\alpha I_M$ ( $\alpha$  为正则化参数),以此来优化预编码矩阵。相对于 MMSE 预编码算法,文献[8]的算法推导出了最优的正则化参数,使系统性能比 ZF 算法和 MMSE 算法都有一定的提升,但该算法仅适用于天线数量较小的情况。随着天线规模的进一步增大,该算法的优越性将会被逐渐抵消。

为了减轻小区间干扰对系统性能的影响,部分研究者还在系统资源分配算法方面展开了相关研究<sup>[9]</sup>。文献[10]描述了大规模 MIMO 资源分配算法的重要性,其主要观点是通过合理分配有限的正交导频信号来减小干扰。文献[11]、文献[12]利用路径损耗的差异和空间相关性减轻干扰,从而达到提升系统性能的效果。在大规模 MIMO 系统预编码方案的设计过程中,随着天线数目的增加,系统所需的训练序列长度也随之增大<sup>[13]</sup>,同时用户的移动将会导致信道相关时间变得非常短,因此精确获取完整的 CSI 往往比较困难<sup>[14]</sup>。文献[15]推导出了最大比(maximum ratio, MR)、迫零(ZF)、最小均方误差(MMSE)三种预编码算法在 CSI 完全已知和未完全已知条件下的和速率表达式,并分析了 CSI 对系统性能的影响。

针对上述问题,本文提出了一种改进的全导频 RZF 预编码算法,该算法利用有限的正交导频对预编码矩阵的信道向量进行优化,并且依据改进的预编码矩阵推导出新的包含导频污染函数和用户干扰函数的和速率表达式。同时考虑到系统资源分配的重要性,通过分析导频重用因子、相干块长度和天线

数量等因素,对系统的参数配置关系进行了优化,从而减小了导频污染和小区间干扰,提升了系统性能。仿真实验表明,本文提出的改进正是化迫零(RZF)预编码算法在完全已知 CSI 和未完全已知 CSI 两种情况下的频谱效率及和速率都优于传统 RZF 预编码算法。

## 1 大规模 MIMO 多小区系统模型

大规模 MIMO 多小区蜂窝移动通信网络模型如图 1 所示。假设天线数  $M$  远远大于用户数  $K$ , 系统采用时分双工(time division duplex, TDD)的工作模式,即上下行链路有相同的传播系数<sup>[16]</sup>。基站利用接收到的导频信号估计上行链路的信道信息,而下行链路根据信道互易性获取信道估计。

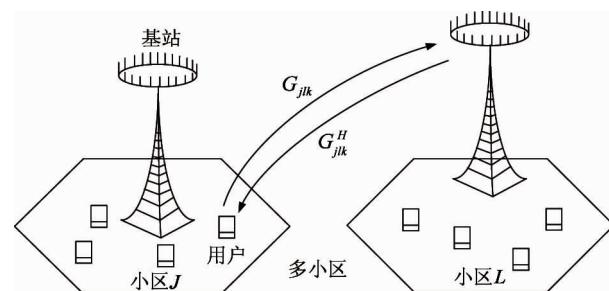


图 1 大规模 MIMO 多小区蜂窝通信系统

对于第  $L$  个目标小区,第  $J$  个小区的不同移动终端分别发送长度为  $\varepsilon$  的训练序列给小区  $L$  的基站,则第  $L$  小区的基站接收到的导频信号为

$$Y_t = \sum_{j=1}^L \sqrt{p\varepsilon} \mathbf{Q}_{jl} \boldsymbol{\psi}_{jlK} + n_l \quad (1)$$

式中,  $n_l \sim CN(0, 1)$  表示加性高斯噪声,  $P$  为导频信号的平均功率,  $\boldsymbol{\psi}_{jlK} = [\psi_{j1}, \psi_{j2}, \dots, \psi_{jk}]^\top$  为导频序列集。 $\mathbf{Q}_{jl} = \mathbf{G}_{jlk} \mathbf{D}_{jlk}^{1/2}$  表示第  $J$  个小区的用户到第  $L$  个小区基站的传输信道,  $\mathbf{G}_{jlk}$  为一个  $M \times K$  矩阵, 表示传输信道的小尺度衰落系数, 并且具有独立分布的特性。 $\mathbf{D}_{jlk}$  为一个对角矩阵, 矩阵中的对角元素表示为  $\boldsymbol{\beta}_{jl} = [\beta_{j1}, \beta_{j2}, \dots, \beta_{jk}]$ ,  $\beta_{jl}$  为大尺度衰落因子, 它取决于基站端与用户端之间的阴影衰落系数和距离。

大规模 MIMO 系统基于 MMSE 准则的信道估

计理论<sup>[17]</sup>,得到传输信道的功率控制表达式  $\hat{G}_{jl}$ :

$$\begin{aligned}\hat{G}_{jl} &= \sqrt{p\varepsilon} V_{jl} (\boldsymbol{\psi}_{jl}^T)^{-1} Y_t \\ &= \sum_{j=1}^L \sqrt{p\varepsilon} \mathbf{D}_{jl}^{1/2} \boldsymbol{\psi}_{jl} \left( \frac{\sigma^2}{\rho} \mathbf{I}_M + \boldsymbol{\psi}_i \tilde{\mathbf{D}}_{jl} \boldsymbol{\psi}_i \right)^{-1} Y_t\end{aligned}\quad (2)$$

由式(2)知,第  $L$  个小区基站端对该小区用户的信道估计为  $\hat{\mathbf{G}}_{jl} = [\hat{G}_{1l}, \hat{G}_{2l}, \dots, \hat{G}_{Ll}]$ , 当小区间存在导频复用时,  $\hat{\mathbf{G}}_{jl}$  将受到来自其它小区中相同导频的影响<sup>[18]</sup>。

图 2 描述了系统对用户数据流进行线性预编码的操作流程。首先,基站端根据上行链路中各用户

发送的导频信号来估计 CSI,并结合导频最优化分配策略来使对应的码字进行分组。其次,基站端利用第  $K$  个用户的数据流和 CSI 共同作用,生成适用于信道传输的预编码矩阵。最后,基站端利用上、下行信道的互易性,将预编码矩阵反馈至用户端,此时,第  $K$  个用户的接收信号可表示为

$$y_k = \mathbf{G}_{jk} \mathbf{C}_k S_k + \sum_{i \neq k} \mathbf{G}_{jk} \mathbf{C}_i S_i + n_{lk} \quad (3)$$

式中,  $\mathbf{C}_i = [\mathbf{C}_1, \mathbf{C}_2, \dots, \mathbf{C}_k]$ ,  $\mathbf{C}_k$  为第  $K$  个用户的预编码矩阵,  $\mathbf{S} = [S_1, S_2, \dots, S_k]$ ,  $S_k$  为第  $K$  个用户信息的数据流。

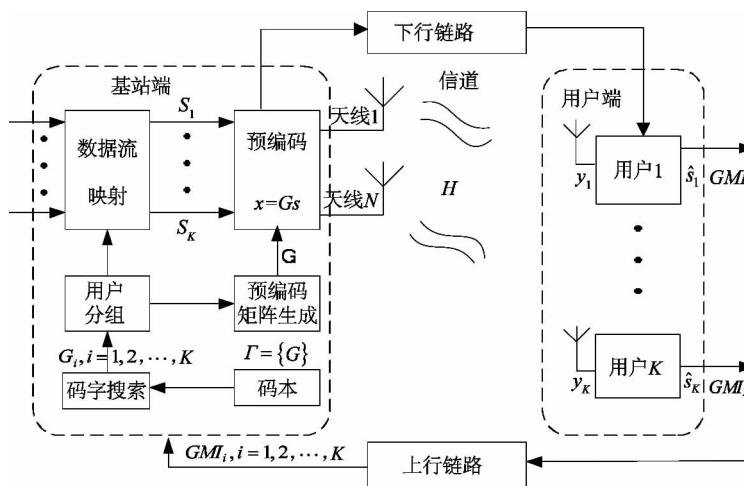


图 2 大规模 MIMO 系统传输框图

## 2 预编码算法分析

### 2.1 系统容量分析

大规模 MIMO 预编码算法的核心是发射端根据获取的 CSI 信息对发射信号进行预处理,以此减轻小区间的干扰和导频污染,达到提高系统的有效性的目的。预编码技术主要可以分为非线性预编码和线性预编码。非线性预编码的比较典型的算法有脏纸编码及 Tomlinson-Harashima 预编码 (TH precoding, THP), 在天线数和用户数的比值较小的情况下,非线性预编码算法性能较为突出。线性预编码算法中比较典型的算法有最大比 (MR) 合并、迫零 (ZF) 预编码和正则化迫零 (RZF) 预编码等,由于该类算法兼具了复杂度低和有效性高的特点,因此在大规模 MIMO 系统中应用较为广泛。

基站端根据获得的用户数据并结合线性接收向量定义了一个具有遍历性的预编码矩阵  $\mathbf{C}_{lk}$ ,为了计算系统和速率,通常需要考虑瑞利衰落和上下行链路的影响,其过程主要分为三个步骤:

(1) 计算上行链路(up link, UL)中的系统容量。对于第  $L$  个小区,遍历性的上行链路和速率为<sup>[19]</sup>

$$R_{lk}^{ul} = K \lambda^{ul} \mathbb{E} \{ \log_2 (1 + \gamma_{lk}^{ul}) \} \quad (4)$$

式中  $\gamma_{lk}^{ul}$  为有效的上行链路信号与干扰加噪声比 (signal interference noise ratio, SINR),  $\gamma_{lk}^{ul}$  表示为  $\gamma_{lk}^{ul} =$

$$\frac{\omega_{lk} |\mathbf{C}_{lk}^H \mathbf{G}_{lk}|^2}{\sum_{l \in L} \sum_{m=1}^K \omega_{lm} |\mathbf{C}_{lk}^H \mathbf{G}_{lkm}|^2 - \omega_{lk} |\mathbf{C}_{lk}^H \mathbf{G}_{jk}|^2 + \sigma^2 \|\mathbf{C}_{lk}\|^2} \quad (5)$$

式中  $\|\cdot\|$  表示范数,  $\gamma_{lk}^{ul}$  作为大规模 MIMO 系统中

的反馈信息,用于自适应调制的控制参数。

(2) 计算下行链路(down link, DL)中的系统和速率。根据时分双工(TDD)系统上行链路和下行链路具有互易性的结论<sup>[20]</sup>,得出 $\gamma_{lk}^{ul} = \gamma_{lk}^{dl}$ ,得到遍历性的下行链路和速率为

$$R_{lk}^{dl} = K\lambda^{dl}E\{\log_2(1 + \gamma_{lk}^{dl})\} \quad (6)$$

(3) 计算系统容量的总和。通常上、下行链路总的传输能量相同,但是每一个用户的能量分配不同,因此对于上、下行链路的二次元问题,系统通过设置能量控制系数 $\omega_{lk}$ 来调节上下链路的能量分配。考虑到 $\lambda^{ul} + \lambda^{dl} = 1$ ,因此上、下行链路得到的系统总可达和速率表示为

$$R_{lk} = R_{lk}^{ul} + R_{lk}^{dl} = KE\{\log_2(1 + \gamma_{lk})\} \quad (7)$$

## 2.2 MR 预编码算法原理

MR 预编码算法是一种简单有效的线性预编码算法,该算法仅仅对信道传输矩阵做简单的变换,因此其复杂度较低。MR 的预编码矩阵可定义为

$$\mathbf{C}_{lk}^{MR} = \mathbf{G}_{lk} = \hat{\mathbf{H}}_{lk}\mathbf{m}_i \quad (8)$$

式中, $\hat{\mathbf{H}}_{lk} = Y_i(\boldsymbol{\psi}_l^T)^{-1}[\mathbf{Z}_1, \dots, \mathbf{Z}_B]$ 为信道向量, $\mathbf{Z}$ 表示导频向量, $\mathbf{m}_i$ 为单位矩阵 $\mathbf{I}_M$ 中的第*i*列。当基站端集成的天线数增大至一定规模,预编码矩阵 $\mathbf{G}_{lk}$ 中的信道向量趋于准正交,小区中的用户间干扰将被自动抑制,从而使接收信号达到最大值<sup>[21]</sup>,则系统的可达和速率表示为

$$\begin{aligned} R_{lk}^{MR} &= KE\{\log_2(1 + \gamma_{lk}^{MR})\} \\ &= KE\left\{\log_2\left(1 + \frac{|\mathbf{C}_{lk}^{MR}\mathbf{G}_{lk}|^2}{\sum_{l \in L}^K \sum_{k \in K} |\mathbf{C}_{lk}^{MR}\mathbf{G}_{lk}|^2 - |\mathbf{C}_{lk}^{MR}\mathbf{G}_{lk}|^2 + \sigma^2 \|\mathbf{C}_{lk}^{MR}\|^2}\right)\right\} \end{aligned} \quad (9)$$

式中, $E\{\cdot\}$ 表示取期望运算, $\gamma_{lk}^{MR}$ 表示 MR 预编码算法下的信号与干扰加噪声比。

## 2.3 RZF 预编码算法原理

RZF 预编码方法结合了 ZF 和 MR 预编码方法的优点<sup>[22]</sup>,主要通过增加正则化项和使用正交信道传输的方法,使其在噪声干扰与用户间干扰之间达到平衡。通常,RZF 预编码矩阵定义为

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{lk}^{RZF} &= \mathbf{G}_{lk}(\mathbf{G}_{lk}^H\mathbf{G}_{lk} + \alpha\mathbf{I}_M)^{-1} \\ &= \hat{\mathbf{H}}_{lk}\mathbf{F}_l(\mathbf{F}_l^H\hat{\mathbf{H}}_{lk}^H\hat{\mathbf{H}}_{lk}\mathbf{F}_l + \alpha\mathbf{I}_M)^{-1}\mathbf{m}_i \end{aligned} \quad (10)$$

式中, $\mathbf{F}_l = [\mathbf{m}_{i1}, \dots, \mathbf{m}_{iK}]$ , $\mathbf{m}_{ik}$ 为第*K*个单位矩阵 $\mathbf{I}_M$ 中的第*i*列。在 RZF 预编码算法中,同一小区内

的用户将分配不相同的导频,而对于其它小区内的用户则完全复用导频,以此来减小导频污染的影响。RZF 预编码算法的可达和速率为

$$\begin{aligned} R_{lk}^{RZF} &= KE\{\log_2(1 + \gamma_{lk}^{RZF})\} \\ &= KE\left\{\log_2\left(1 + \frac{|\mathbf{C}_{lk}^{RZF}\mathbf{G}_{lk}|^2}{\sum_{l \in L}^K \sum_{k \in K} |\mathbf{C}_{lk}^{RZF}\mathbf{G}_{lk}|^2 - |\mathbf{C}_{lk}^{RZF}\mathbf{G}_{lk}|^2 + \sigma^2 \|\mathbf{C}_{lk}^{RZF}\|^2}\right)\right\} \end{aligned} \quad (11)$$

由于需要对信道传输矩阵求伪逆运算,因此正则化迫零(RZF)预编码算法通常较 MR 预编码算法更加复杂。另外,RZF 预编码算法仅能部分减轻导频污染和用户间干扰的影响,而对于小区间的干扰,则往往需要通过联合接收的方案来抑制。

## 3 改进的全导频 RZF 预编码算法

### 3.1 理想 CSI 时改进的 RZF 预编码算法

对于文中所提改进的全导频 RZF 预编码算法,为了方便起见,后文简称为 LZF 预编码算法。对多小区协作预编码算法,由于不同小区间共享频谱资源,因此不同用户发送的导频序列产生相关干扰而形成的导频污染和用户间干扰成为了限制系统容量的主要因素。对于这个问题,依据文献[9]和[17]中的导频分配策略,本文提出了一种 LZF 预编码算法,该算法不仅考虑了导频污染的问题,同时还考虑了用户间干扰及小区间干扰所产生的影响。LZF 预编码矩阵定义为

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{lk}^{LZF} &= \bar{\mathbf{G}}_{lk}(\bar{\mathbf{G}}_{lk}^H\bar{\mathbf{G}}_{lk} + \alpha\mathbf{I}_M)^{-1} \\ &= \hat{\mathbf{H}}_{lk}\mathbf{F}_l(\mathbf{F}_l^H\hat{\mathbf{H}}_{lk}^H\hat{\mathbf{H}}_{lk}\mathbf{F}_l + \alpha\mathbf{I}_M)^{-1}\mathbf{m}_i \\ &= \hat{\mathbf{H}}_{lk}(\hat{\mathbf{H}}_{lk}^H\hat{\mathbf{H}}_{lk} + \alpha\mathbf{I}_M)^{-1}\mathbf{m}_i \end{aligned} \quad (12)$$

式中, $\bar{\mathbf{G}}_{lk}$ 为改进的全导频正则化预编码矩阵。考虑一般情况,对于天线规模较大时,小区内的*K*个传输信道接近正交。因此本文考虑,当不同小区的同导频用户间干扰较严重时,将有限的正交导频分配给导频污染严重小区内的*K*个用户,而当不同小区的同导频用户间干扰较小时则在不同的小区中采用相同的导频。通过这种方式可以对预编码矩阵中的信道向量 $\hat{\mathbf{H}}_{lk}\mathbf{F}_l$ 进行有效的优化。另外,由于考虑的是理想 CSI 的情况,所以基站端完全已知用户的信道估计信息。

由于基站从上行导频信号中估计  $\hat{\mathbf{H}}_{lk}$ , 文中所提 LZF 算法具有可伸缩的特性, 因此非常适用于多小区协作的移动通信网络。另外, 在已优化的预编码矩阵基础上, 可以得到包含导频污染函数和用户干扰函数的和速率表达式:

$$\begin{aligned} R_{lk}^{LZF} &= KE \left\{ \log_2 \left( 1 + \gamma_{lk}^{LZF} \right) \right\} \\ &= KE \left\{ \log_2 \left( 1 + \frac{1}{L^{LZF}} \right) \right\} \end{aligned} \quad (13)$$

式中,  $L^{LZF}$  为考虑了导频污染函数和用户干扰函数的干扰项, 其表达式为

$$L^{LZF} = A_{jlk}^{LZF} + V_{jlk}^{LZF} \quad (14)$$

式中  $A_{jlk}^{LZF}$  为导频污染函数, 用于描述导频污染对系统性能的影响, 其表示式为

$$A_{jlk}^{LZF} = \sum_{l \in L_j} \left( \beta_{jlk}^{(2)} + \frac{\beta_{jlk}^{(2)} - (\beta_{jlk}^{(1)})^2}{M - \mu K + \alpha} \right) \quad (15)$$

$V_{jlk}^{LZF}$  为用户干扰函数, 用于描述小区用户间的干扰, 其表达式为:

$$V_{jlk}^{LZF} = \frac{\left( \sum_{l \in L} \beta_{jl}^{(1)} Z_{jl}^{LZF} + \frac{\sigma^2}{\rho} \right) \left( \sum_{j \in L} \beta_{jl}^{(1)} + \frac{\sigma^2}{\mu k \rho} \right)}{M - \mu K + \alpha} \quad (16)$$

式(15)、(16)中,  $\mu$  为导频重用因子, 表示使用相同导频信号的小区间隔数。其中  $Z_{jlk}^{LZF}$  和扩展参数  $\beta_{jlk}^{(\theta)}$  分别表示为

$$Z_{jlk}^{LZF} = K - \frac{K \beta_{jlk}^{(1)}}{\sum_{l \in L} \beta_{jlk}^{(1)} + \frac{\sigma^2}{\mu k \rho}} \quad (17)$$

$$\beta_{jlk}^{\theta} = E \left\{ \left( \frac{f_j(y_{lk})}{f_l(y_{lk})} \right)^{\theta} \right\} \quad \theta = 1, 2. \quad (18)$$

式(17)、(18)中, 扩展参数  $\beta_{jlk}^{(\theta)}$  为第  $J$  个小区与第  $L$  个小区中的用户接收信号比值的期望。当天线数趋于无限大的情况时, 文中所提 LZF 预编码算法的干扰项  $L^{LZF}$  将趋于  $\sum_{l \in L(\mu)/[j]} \beta_{jlk}^{(2)}$ 。考虑干扰项趋近于极限值的情况, 系统的频谱效率表达式可定义为:

$$\begin{aligned} SE &= \left( K - \frac{K\mu}{N} \right) \log_2 \left( 1 + \frac{1}{L^{LZF}} \right) \\ &= \left( K - \frac{K\mu}{N} \right) \log_2 \left( 1 + \frac{1}{\sum_{l \in L(\mu)/[j]} \beta_{jlk}^{(2)}} \right) \end{aligned} \quad (19)$$

式中, 由于干扰项的极限值受限于导频污染和用户间干扰的影响, 导致系统的频谱效率无法达到最优

值。因此, 为使  $1/L^{LZF}$  最大化, 文中综合分析基站天线数、用户数、以及导频重用因子  $\mu$  等因素, 一方面, 在不同小区群组中分配不同的导频, 同时在不同小区群组中增大参数  $\beta_{jlk}^{(2)}$  的值。另一方面, 设置基站天线数与小区用户数的比值  $M/K$  大于 10, 使信道进一步接近正交。另外, 考虑到式(19)中的  $K$  是独立分布的, 并且系统频谱效率的系数  $K - K\mu/N$  是非凸的, 所以当用户数  $K$  的最优值接近  $N/(2\mu)$  时, 使式(19)中的系数  $K - K\mu/N$  最大化。文中通过上述优化基站天线数与小区用户数的比值  $M/K$  与导频复用因子等配置关系, 使系统得到最优化的频谱效率, 定义为

$$SE = \frac{N}{4\mu} \log_2 \left( 1 + \frac{1}{\sum_{l \in L(\mu)/[j]} \beta_{jlk}^{(2)}} \right) \quad (20)$$

式中,  $N$  为相干块的长度。文中通过使干扰项最小化, 从而用较少的用户信息和较高的重用因子来抑制更多的小区间干扰, 进一步的提升用户的平均频谱效率, 使系统在一定条件下获得最大的性能增益。

### 3.2 非理想 CSI 时改进的 RZF 预编码算法

在大规模 MIMO 系统中, 用户端利用信道互易性和反馈得到 CSI, 但在信道估计过程中往往会有存在估计误差和反馈误差。由此, 信道即时状态信息被定义为

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{G}}_{jlk} &= \boldsymbol{\Phi}^{1/2} \left( \sqrt{1 - a^2} \mathbf{Z}_{jlk} + a \mathbf{M}_{jlk} \right) \\ &= \sqrt{1 - a^2} \mathbf{G}_{jlk} + a n_{jlk} \end{aligned} \quad (21)$$

式中,  $\mathbf{G}_{jlk}$  表示理想状态下的信道状态信息 CSI,  $\boldsymbol{\Phi} \in \mathbb{C}^{N \times N}$  为信道协方差矩阵,  $\mathbf{Z}_{jlk} \sim \mathcal{CN}(0_M, \mathbf{I}_M)$ ,  $\mathbf{M}_{jlk} \sim \mathcal{CN}(0_M, \mathbf{I}_M)$ ,  $n_{jlk} = \boldsymbol{\Phi}^{1/2} \mathbf{M}_{jlk} \sim \mathcal{CN}(0_M, \boldsymbol{\Phi})$  表示独立的信道估计误差。参数  $a$  的取值范围为 0 到 1。当  $a$  等于 0 时, 表示符合理想情况下的 CSI; 当  $a$  等于 1 时, 表示仅仅符合统计学上的信道状态信息。参数  $a$  的取值主要取决于单位时间内系统用于信道估计的能量。为简单统一, 假设基站对小区内的所有用户有着相同的信道估计质量。

当  $a$  的取值在  $(0, 1)$  范围内时, 文中所提 LZF 预编码算法的频谱效率为

$$\bar{SE}_{lk}^{LZF} = \left( K - \frac{K\mu}{N} \right) E \left\{ \log_2 \left( 1 + \tilde{\gamma}_{lk}^{LZF} \right) \right\}$$

$$= \frac{N}{4\mu} \log_2 \left( 1 + \frac{\|\mathbf{C}_{lk}^{LZF} \tilde{\mathbf{G}}_{lk}\|^2}{\sum_{l \in L}^K \|\mathbf{C}_{lk}^{LZF} \tilde{\mathbf{G}}_{lk}\|^2 - \|\mathbf{C}_{lk}^{LZF} \tilde{\mathbf{G}}_{lk}\|^2 + \sigma^2 \|\mathbf{C}_{lk}^{LZF}\|^2} \right) \quad (22)$$

式中, 系统在非理想 CSI 情况下的频谱效率低于理想状态下的频谱效率, 则系统频谱效率及和速率有如下关系式:

$$SE_{lk}^{LZF} \geq S\bar{E}_{lk}^{LZF} = \frac{N}{4\mu} E \{ \log_2 (1 + \tilde{\gamma}_{lk}^{LZF}) \} \quad (23)$$

$$R_{lk}^{LZF} \geq \tilde{R}_{lk}^{LZF} = KE \{ \log_2 (1 + \tilde{\gamma}_{lk}^{LZF}) \} \quad (24)$$

式(23)、式(24)中,  $S\bar{E}_{lk}^{LZF}$ 、 $\tilde{R}_{lk}^{LZF}$ 、 $\tilde{\gamma}_{lk}^{LZF}$  分别表示文中 LZF 预编码算法在系统未完全已知 CSI 情况下的频谱效率、和速率及信号与干扰加噪声比。

## 4 实验仿真及结果分析

为了检验文中所提 LZF 预编码算法在大规模 MIMO 系统中的性能, 本文采用蒙特卡罗数值仿真方法分析, 对比了文中所提算法与 ZF、RZF、MR 等预编码算法的性能差异, 以此来证明本文算法对减弱导频污染和减轻小区间干扰的有效性。

图 3 所示为 CSI 完全已知条件下文中所提 LZF 算法与 MR、ZF 和 RZF 算法的和速率比较结果。仿真环境: 小区用户数为 10, 发射端到接收端之间由传播环境造成的损耗为 3.7dB。由于信道具有互易性, 因此相干块为相干时间与相干频率带宽的乘积, 设置其长度为 400kHz · ms, 接收信噪比为 5dB。基站端天线数的变化范围为 10 到 1000。由图 3 可知, 文中所提 LZF 算法与 MR、ZF 和 RZF 算法的和速率上界都随着天线数的增大而增大, 这主要是因为用户间干扰和小尺度衰落随天线数增大而减小造成的。在天线规模较小时, 文中算法的和速率略优于 RZF 算法, 而当天线规模增大时, 文中算法的和速率显著优于其它算法。另外, 在天线数等于 1000 时, 文中算法的和速率比 ZF 算法和 RZF 算法提升了约 1dB, 比 MR 算法升了约 2.4dB。图 3 所示仿真结果表明, 文中算法在大规模 MIMO 系统中利用有限正交导频优化预编码矩阵来提升系统容量的效果较明显。

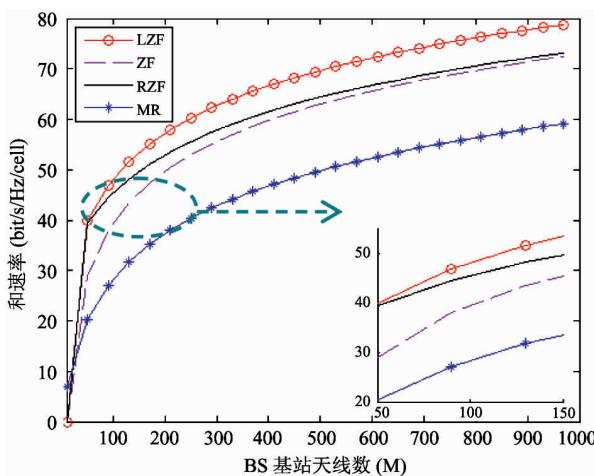


图 3 和速率随天线变化的曲线

图 4 所示为 CSI 完全已知条件下本文所提 LZF 预编码算法与传统 MR、ZF 和 RZF 算法的频谱效率随小区用户数变化的比较结果。仿真环境是: 基站端天线数为 600, 接收信噪比为 5dB, 小区内用户数的取值范围为 0 到 50。由图 4 可知, 在用户数较少时, 本文算法的频谱效率比 ZF 算法和 RZF 算法略有提升, 随着用户数的进一步增加, 用户间干扰和小区间干扰增强, 本文算法的频谱效率比 RZF 算法提升的幅度变大, 这主要是由于文中 LZF 算法在强干扰时采用了优化的导频分配策略, 因此比 ZF 算法和 RZF 算法能更积极有效的抑制用户间干扰及小区间干扰。图 4 所示仿真结果表明, 本文的 LZF 算法在信道干扰较强的情况下具有一定的优势, 该算法比 MR、ZF 和 RZF 算法更适用于多小区多用户的大型 MIMO 系统。

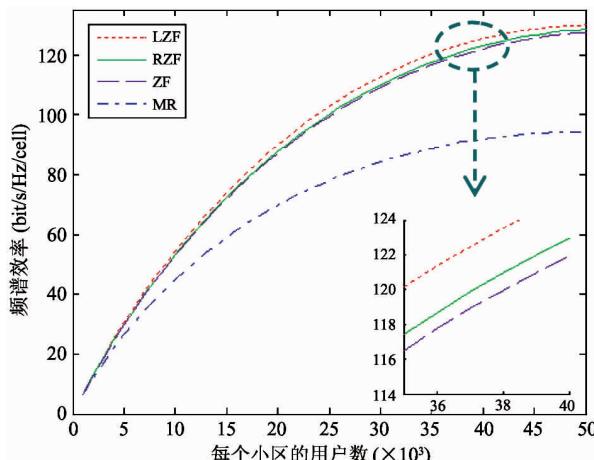


图 4 频谱效率随用户数变化的曲线

图5所示为CSI完全已知和未完全已知两种情况下本文所提LZF算法与MR、RZF算法的和速率随天线变化的比较结果。仿真环境是:信道参数值 $a=0.5$ ,接收信噪比为5dB,小区内的平均用户数为10,天线数的变化范围为10到1000。由图5可知,在信道参数等于0.5时,虽然本文算法与MR、RZF算法的和速率均比理想状态时有一定幅度的下降,但是在未完全已知CSI时LZF算法的和速率仍优于同等条件下MR、RZF算法的和速率,其和速率比RZF算法的和速率提升了约0.8dB,比MR算法提升了约1.8dB。图5所示仿真结果表明,本文所提LZF算法在CSI完全已知和未完全已知两种情况下的性能均优于传统预编码算法。

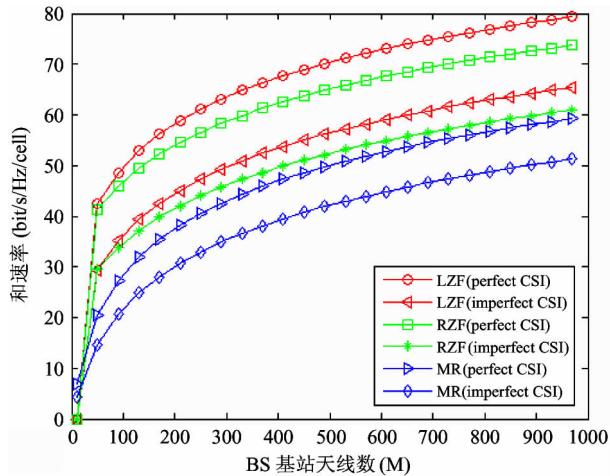


图5 系统在完全已知CSI和部分已知CSI两种情况下和速率随天线变化对比图

图6所示为CSI完全已知和未完全已知两种情况下本文所提LZF算法与MR、RZF算法的频谱效率随信噪比变化的比较结果。仿真环境是:基站端的天线数为500,信道参数值 $a=0.5$ ,小区内的平均用户数为10,接收信噪比的变化范围为[-5,15]。由图6可知,系统在低信噪比及CSI完全已知的情况下,本文算法的频谱效率高于MR算法的频谱效率,并与RZF算法的频谱效率大致相等,但随着信噪比增大,本文算法的频谱效率开始逐渐优于RZF算法。另外,在CSI未完全已知的情况下,本文所提LZF算法的频谱效率仍优于MR、RZF算法,并且文中算法的频谱效率较RZF算法提升更加显著。

图6所示仿真结果表明,文中所提LZF算法较RZF算法更优,且该算法较RZF算法对CSI质量的要求更低。

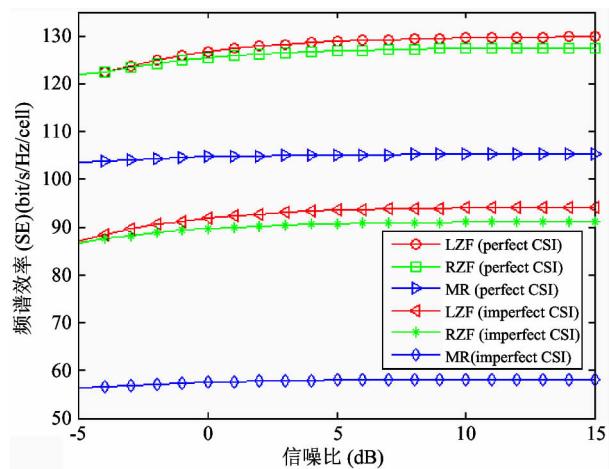


图6 系统在完全已知CSI和部分已知CSI两种情况下频谱效率随SNR变化对比图

## 5 结论

大规模MIMO系统预编码方法的选择以及估计信道状态信息的准确度对提高系统容量起着至关重要的作用。本文中所提改进的全导频RZF预编码方法能有效减轻小区间干扰和导频污染对系统性能的影响。首先通过分析系统中频谱效率及和速率等性能指标,提出了一种利用有限正交导频优化预编码矩阵中信道向量的方法,从而设计出了更有效的预编码矩阵。其次,本文综合考虑了小区用户数和导频重用因子等因素,优化了系统的参数配置,并且根据推导的关系表达式得出了使系统频谱效率达到最大值时的小区用户数。另外,本文分析了信道状态信息CSI的估计质量对系统性能产生的影响。仿真结果表明文中所提改进的全导频RZF预编码算法能明显提高大规模MIMO多小区TDD系统的频谱效率及和速率。文中对下一代通信网络的预编码设计方法进行了有益的探讨,相关结论具有一定的实践价值。

由于需要兼顾预编码算法复杂度以及精确度等问题,且估计信道状态的准确度与信号检测算法有关,所以如何能在不增加算法复杂度的情况下,在不

同的信道中选取合适的信号检测算法,将是下一步研究的重点。

## 参考文献

- [1] Marzetta T L. Noncooperative cellular wireless with unlimited numbers of base station antennas. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2010, 9(11): 3590-3600
- [2] Xin Y X, Wang D M, Li J M, et al. Area spectral efficiency and area energy efficiency of massive MIMO cellular systems. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2016, 65(5): 3243-3254
- [3] Zhang Q, Lu Z, Jin S, et al. Power scaling of massive MIMO systems with arbitrary-rank channel means and imperfect CSI. In: Proceedings of the Global Communications Conference, Atlanta, USA, 2013. 4157-4162
- [4] Song N, Sung Y, Love D J. Pilot beam pattern design for channel estimation in massive MIMO systems. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2013, 8(5): 787-801
- [5] 彭吉生,田霖,周一青. 有限字符约束下的 MIMO 信道线性预编码设计. 高技术通讯,2013,23(11): 1117-1123
- [6] Hong Y, Marzetta T L. Performance of conjugate and zero-forcing beamforming in large-scale antenna systems. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2013, 31(2): 172-179
- [7] Jose J, Ashikhmin A, Marzetta T L, et al. Pilot Contamination and Precoding in Multi-Cell TDD Systems. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2011, 10(8): 2640-2651
- [8] Wang Z J, Chen W. Regularized zero-forcing for multi-antenna broadcast channels with user selection. *IEEE Wireless Communications Letters*, 2012, 1(2): 129-132
- [9] 王海荣,俞菲,黄永明等. 大规模 MIMO 多小区 TDD 系统中预编码策略和导频调度. 信号处理, 2013, 29(8): 915-924
- [10] Huh H, Caire G, Papadopoulos H C, et al. Achieving massive MIMO spectral efficiency with a not-so-large number of antennas. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2012, 11(9): 3226-3239
- [11] Li Y, Nam Y H, Ng B L, et al. A non-asymptotic throughput for massive MIMO Cellular uplink with pilot reuse. In: Proceedings of the IEEE Global Communications Conference, Anaheim, USA, 2012, 4500-4504
- [12] Yin H F, Gesbert D, Filippou M, et al. A Coordinated approach to channel estimation in large-scale multiple-antenna systems. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2013, 31(2): 264-273
- [13] Brandt R, Bengtsson M. Distributed CSI acquisition and coordinated precoding for TDD multicell MIMO systems. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2016, 65(5): 2890-2906
- [14] Zakhour R, Hanly S V. Base station cooperation on the downlink: large system analysis. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2012, 58(4): 2079-2106
- [15] Ngo H Q, Larsson E G, Marzetta T L. Energy and spectral efficiency of very large multiuser MIMO systems. *IEEE Transactions on Communications*, 2013, 61(4): 1436-1449
- [16] Wagner S, Couillet R, Debbah M, et al. Large system analysis of linear precoding in correlated MISO broadcast channels under limited feedback. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2012, 58(7): 4509-4537
- [17] Hassibi B, Hochwald B M. How much training is needed in multiple-antenna wireless links? *IEEE Transactions on Information Theory*, 2003, 49(4): 951-963
- [18] Guo K F, Guo Y, Fodor G, et al. Uplink power control with MMSE receiver in multi-cell MU-massive-MIMO systems. In: Proceedings of the IEEE International Conference on Communications, Sydney, Australia, 2014. 5184-5190
- [19] Pitarokilis A, Mohammed S K, Larsson E G. Uplink performance of time-reversal MRC in massive MIMO systems subject to phase noise. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2015, 14(2): 711-723
- [20] Boche H, Schubert M. A general duality theory for uplink and downlink beamforming. *IEEE Vehicular Technology Conference*, 2002, 56(1): 87-91
- [21] 李春国,仲崇显,杨绿溪. 提高中继辅助的 MIMO 系统通信可靠性的联合功率分配方法. 高技术通讯, 2010, 20(10): 1020-1026

- [22] Wang Z J, Chen W. Regularized zero-forcing for multi-  
antenna broadcast channels with user selection. *IEEE Wire-  
less Communications Letters*, 2012, 1(2) :129-1

## A full pilot RZF precoding method for massive MIMO systems

Xie Bin, Liu Shurui, Xie Shumin

(Information Engineering Institute, Jiangxi University of Science and Technology, Ganzhou 341000)

### Abstract

The precoding for massive multiple input multiple output (MIMO) systems was studied. To solve the problem that the inter-cell interference and pilot pollution have the great impact on the precoding effectiveness. An improved full pilot regularization zero forcing (RZF) precoding method was proposed. The method assigns the limited orthogonal pilot signal to the inter-cell users to optimize the channel vector in the precoding matrix to obtain the optimized full pilot normalized precoding matrix, and then deduces the new sum rate expression including the pilot pollution function and the users' interference functions. In addition, the method synthetically considers the number of base station antennas, the user number, and the pilot reuse factors, and optimizes their configuration to suppress the inter-cell interference with the less user information and the higher pilot reuse factor, thus the system performance is effectively improved. The experimental results show that the improved RZF precoding method can improve the system capacity. The spectrum efficiency and the sum rate are better than the traditional RZF method in both the cases of the perfect channel state information (CSI) situation and the imperfect CSI situation.

**Key words:** massive multiple input multiple output (MIMO), inter-cell interference, pilot pollution, spectrum efficiency, channel state information (CSI)