

片上波动影响下的 Mesh 结构时钟系统的性能分析方法^①

王 昊^②* * * * * 杨 梁 *

(* 计算机体系结构国家重点实验室(中国科学院计算技术研究所) 北京 100190)

(** 中国科学院计算技术研究所 北京 100190)

(*** 中国科学院大学 北京 100049)

(**** 龙芯中科技术有限公司 北京 100095)

摘要 考虑到片上波动对 Mesh 结构时钟系统的影响,提出了一种基于统计理论的时钟系统性能分析方法。该方法的核心思想是在真实的解析函数难以求解的情况下,采用统计分析方法对该函数进行拟合。从两方面着手研究:如何拟合时钟偏差的概率分布;如何拟合前驱动层时钟路径的时延对时钟偏差的影响。实验证明,时钟偏差的概率分布可用正态分布拟合,而前驱动层时钟路径的时延与时钟偏差的关系可采用多元线性回归模型进行拟合。因此,这套拟合方法使设计人员能够通过正态分布的概率分布函数评估不确定性约束是否合理;在设计后期,根据多元线性回归模型调节优化前驱动层,提高时钟系统的性能。

关键词 时钟 Mesh, 正态分布, 多元线性回归, 片上波动

0 引言

时钟系统是集成电路的重要组成部分。时钟信号通过时钟系统分布到芯片各处,控制时序单元接收与发送数据。对于时钟系统,时钟偏差(skew)是一个重要的性能参数。时钟偏差是时钟信号到达时钟系统负载端的时间差异的最大值。虽然通过有用时钟偏差调度(useful skew scheduling)这类技术,可以利用部分时钟偏差以提高设计的工作频率,但是总体而言,时钟偏差仍然是设计时序收敛(timing closure)的障碍之一。

随着半导体工艺演进至纳米阶段,片上波动(on-chip variation)对于芯片的影响(如良率、工作频率等)再也无法被忽略。片上波动的来源包括三方面:工艺偏差(process variation),电压波动,温度变

化。片上波动使时钟系统的时钟偏差的实际值与静态时序分析(static timing analysis)得到的分析值不一致,而这其中的差异则是时钟系统的不确定性。Mesh 结构的时钟系统具有时钟偏差较小、对片上波动不敏感等优点。因此,高性能系统通常会采用 Mesh 结构的时钟系统。本研究在 Mesh 结构的时钟系统上展开,采用正态拟合以及多元线性回归模型等方法,分析了片上波动对时钟系统的影响。

1 相关工作

片上波动对时钟系统的影响一直是时钟系统研究的热点之一。由于片上波动是一种具有统计意义的现象,所以研究者们提出不同的针对时钟性能的统计分析方法。文献[1]将时钟系统划分成 4 个层次,并分析了抖动、漂移、随机波动、系统偏差对于器

① 国家“核高基”科技重大专项(2009Z01028-002-003, 2009Z01029-001-003, 2010ZX01036-001-002, 2012ZX01029-001-002, 2014ZX010201, 2014ZX01030101),国家自然科学基金(61521092, 61133004, 61173001, 61232009, 61222204, 61432016)和863计划(2013AA014301)资助项目。

② 男,1988 年生,博士生;研究方向:计算机体系结构;联系人,E-mail:wanghaocpu@ict.ac.cn
(收稿日期:2017-01-17)

件时延的均值与标准差的影响,提出了时钟偏差保守量的评估方法。文献[2]提出一种自下而上的传播-合并方法,推导出时钟系统每个节点的联合概率分布函数。文献[3]通过多项式拟合等方法,建模分析了工艺波动与电源噪声对时钟偏差、时钟抖动的影响;而文献[4]在 3-D 时钟系统中,讨论了工艺波动与电源噪声所带来的影响。然而,这些研究都是以单级时钟器件的时序模型为基础的,仅适用于单驱动(single-driven)的时钟系统。由于 Mesh 结构的时钟系统是多驱动(multi-driven)的,时钟器件的输出端短接在一起,它们的输出电流相互影响,即它们的时延并不完全取决于自身的参数变化。因此,单级时钟器件的时序模型将不再适用。

对于 Mesh 结构时钟系统的研究集中于时钟 Mesh 在特定应用场景下的优化。文献[5]针对多电压模式的设计,提出了多电压域的时钟 Mesh 设计方法。文献[6]指出对称的、规则的 Mesh 结构时钟系统对片上波动具有良好的容忍度,并提出了一种优化时钟 Mesh 驱动点(tapping point)位置的算法以最小化时钟偏差。文献[7]则提出了一种规避障碍物的对片上波动具有高抗性的 Mesh 结构时钟系统生成方法。虽然这些研究将片上波动当作一个影响因素来考虑,但实质上并没有分析片上波动对时钟 Mesh 性能的影响,仅局限于描述时钟 Mesh 具有冗余度的结构特性。

针对上述研究的局限性,本文将统计分析方法与 Mesh 结构时钟系统相结合,分析了片上波动与其性能的关系,从而填补了相关研究的空白。本文首次将正态拟合与多元线性回归应用于 Mesh 结构时钟系统性能分析,得到片上波动影响下的时钟偏差的分布以及它与时钟系统各部分的关系,从而设

计人员可根据分析结果评估时钟偏差保守量的合理性,以加快设计的时序收敛;或者调节时钟系统各部分的参数,以减小时钟偏差、提高设计性能。

2 时钟 Mesh 与片上波动

2.1 Mesh 结构时钟系统

图 1 为 Mesh 结构时钟系统的结构示意图,时钟信号从时钟源出发,经过前驱动层,到达短接层,再由短接层分布到各个负载(负载可以是触发器、锁存器、时钟门控单元等)的时钟端。

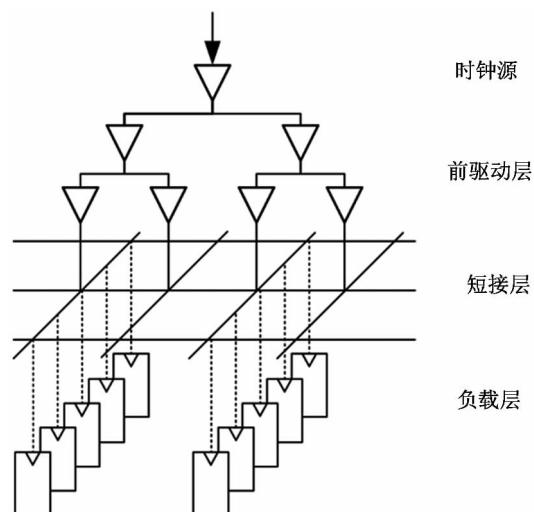


图 1 Mesh 结构时钟系统示意图

如图 2 所示,前驱动层通常采用的拓扑结构有 H 树、X 树以及二叉树^[8]。H 树的每一个时钟缓冲器(clock buffer)的扇出为 4,驱动相同面积的短接层所需要的级数较少。X 树引入了斜向走线,减少了前驱动层的金属线长。二叉树的每一级只需要实现在一个方向上(水平方向或者竖直方向)的对称,

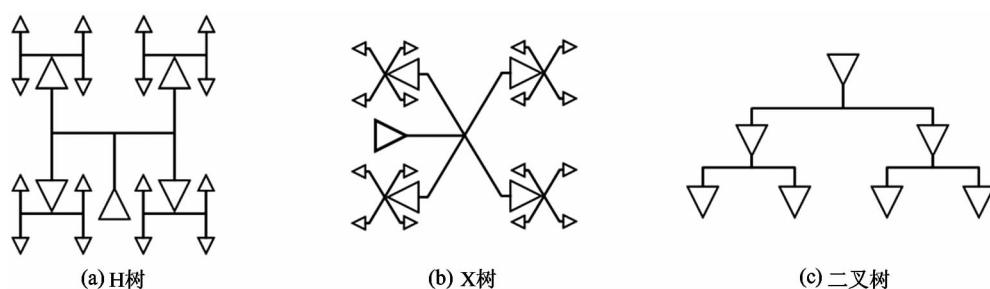


图 2 前驱动层拓扑结构示意图

设计灵活度较好。理想情况下,这三种结构是可以做到完全对称的,即每一条时钟路径的时延完全相同。但由于片上波动的影响以及宏单元的阻碍,所以前驱动层的时钟路径是不可能完全相同的。

与时钟树综合(clock tree synthesis, CTS)阶段生成的时钟树相比较,Mesh结构时钟系统的最显著区别就在于短接层通过横向spine与纵向spine将其驱动端与负载端短接在一起。短接层的短路电阻起到将时钟偏差拉平的作用(拉平的效果取决于短路电阻的大小),但如图3所示,由于前驱动层的时钟路径的不一致性,使得驱动短接层的时钟缓冲器无法在同一时刻打开或关断,因而短接层将产生短路电流,带来额外的时钟功耗。另外,时钟Mesh需要占用更多的布线资源,使得时钟负载增大。

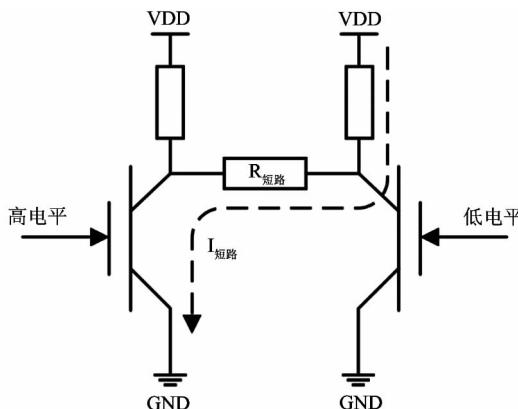


图3 短路电流形成原因示意图

在介绍了Mesh结构时钟系统的组成与特点之后,还需要给出此类时钟系统的时钟偏差的定义:设 C 为某Mesh结构时钟系统 G 的负载的集合,对任意 $c_i \in C$,令 t_i 为时钟信号从时钟源到 c_i 时钟端所需要的传播时间,那么时钟偏差 S 为

$$S = \max_{\forall c_i, c_j \in C} (|t_i - t_j|) \quad (1)$$

2.2 片上波动

根据文献[1]所述,片上波动的来源可在单级时钟缓冲器的简化模型中明确地表示出来。如图4所示,片上波动的来源包括电源电压的波动 $V + \Delta V$ 、环境温度的波动 $T + \Delta T$ 、沟道长度的波动 $L + \Delta L$ 、阈值电压的波动 $V_{th} + \Delta V_{th}$ 、负载电阻的波动 $R + \Delta R$ 以及负载电容的波动 $C + \Delta C$ 。其中, $\Delta V, \Delta T$ 的大小不

仅分别取决于电源网络自身的噪声与环境温度的变化,而且与芯片的工作状态密不可分:当局部区域的器件高频翻转时,瞬态电流的增大将造成动态电压降,且瞬态功耗的增大将使得局部区域的温度升高。换言之, V 与 T 的波动具有瞬时性。 $\Delta L, \Delta V_{th}, \Delta R$ 与 ΔC 则归因于芯片生产过程中累积的误差,如掺杂浓度的波动、刻蚀过程的误差等,可统称为工艺偏差。工艺偏差的参数细节通常由工艺商在其SPICE模型中依特定的分布给出。

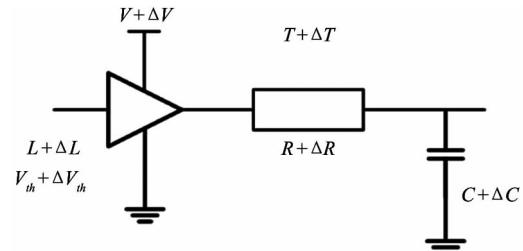


图4 单级时钟缓冲器简化模型

在以上诸多因素的共同影响下,单级时钟缓冲器的时延 D 作为一个随机变量,其概率分布可由正态分布曲线拟合^[9],即 $D \sim N(\mu, \sigma^2)$,其中 μ 与 σ 分别为正态分布的均值与标准差。

3 问题定义及模型建立

3.1 问题定义

在工程实践中,对于时钟树综合(CTS)生成的时钟树,通常采用设置时序衰减系数的方法,为片上波动对于时钟系统性能的影响留出设计裕量。但是该方法有两个缺陷:(1)对于时钟系统的不确定性的估计过于悲观,导致设计时序收敛困难,难以达到较高的设计频率。(2)对于Mesh结构时钟系统,由于短接层的存在,无法确定到达负载的时钟路径,也就无法设置相应的时序衰减系数。对于Mesh结构时钟系统的不确定性的分析,蒙特卡洛仿真是一种可行的方法,适用于制定最大良率的时钟系统的设计规格,或者确定时钟系统对于不确定性的最大容忍值^[10]。然而,如文献[11]所述,即使良率达到99.99%,时钟每翻转10000次仍然有可能发生1次不确定性约束违例,导致设计的功能异常。这对于

工作频率较高的设计而言,依然是不可靠的。虽然通过增大样本量,能够对更多的现实可能性进行仿真,得到更为可靠的分析结果,但因为时钟系统通常由大量的时钟器件组成,百万次规模的蒙特卡洛仿真所带来的时间开销是无法接受的。综上所述,需要一种新的方法,以建立 Mesh 结构时钟系统的不确定性与概率之间的关系。该问题的形式化表述如下:

问题 1 对于某 Mesh 结构时钟系统 G ,设随机变量 S 为 G 的时钟偏差。给定目标概率 p ,求 S 的上界 s ,使事件发生概率 $P(S \leq s) \geq p$ 。

此外,根据文献[12]与式(1),可推知时钟偏差由前驱动层的传播时延、短接层驱动点到负载点的金属线时延以及负载点的电容大小所决定。由于前驱动层不像短接层具有路径冗余度,所以它是整个时钟系统中的薄弱环节。在考虑片上波动的情况下,通过分析前驱动层与时钟偏差的关系,以期找出前驱动层之于整体性能的瓶颈点。该问题可形式化表述如下:

问题 2 对于某 Mesh 结构时钟系统 G ,设 M 为 G 的前驱动层的时钟路径的集合。对于任意 $m_i \in M$,令 X_i 为 m_i 的传播时延。如果 $|M| = k$,则 G 的时钟偏差 $S = f(X_1, X_2, \dots, X_k)$ 。求 f 。

3.2 时钟偏差与正态拟合

问题 1 的最优解决方案是求出时钟偏差 S 的概率密度函数,进而推导出它的概率分布函数。但如第 2 节所述,片上波动包含了诸多因素,且 Mesh 结构时钟系统的层次结构较为复杂,因而 S 的概率密度函数难以直接求得,需要通过样本来估计其总体分布。

在获取样本之后,需要构造关于时钟偏差 S 的概率分布的假设检验。由于时钟偏差 S 的总体均值与总标准差都是未知的,因此采用 Lilliefors 检验法以检验时钟偏差 S 是否服从正态分布^[13],具体方法如下:

设 S_1, S_2, \dots, S_n 为时钟偏差 S 的简单随机样本。令 \bar{S}_n 为样本均值,式为

$$\bar{S}_n = \frac{\sum_{i=1}^n S_i}{n} \quad (2)$$

$\bar{\sigma}_n^2$ 为样本方差,式为

$$\bar{\sigma}_n^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (S_i - \bar{S}_n)^2 \quad (3)$$

零假设 H_0 为 S 服从正态分布 $N(\bar{S}_n, \bar{\sigma}_n^2)$, 备择假设 H_1 为 S 不服从正态分布。检验统计量为

$$Z_l = \max_{i=1,2,\dots,n} (|F_l(S_i) - \bar{F}_l(S_i)|) \quad (4)$$

其中 $\bar{F}_l(x)$ 为样本的经验累积分布函数(cumulative distribution function, CDF),而 $F_l(x)$ 为正态分布 $N(\bar{S}_n, \bar{\sigma}_n^2)$ 的 CDF。根据样本量 n 与检验的显著性水平 α ,查找临界值表,得到临界值 z 。如果 $Z_l > z$,则接受 H_1 ;否则,接受 H_0 。

如果 H_0 被接受,那么时钟偏差 S 可用正态分布 $N(\bar{S}_n, \bar{\sigma}_n^2)$ 拟合。根据 CDF 的定义, $F_l(x) = P(X \leq x)$,从而问题一可以通过计算 $F_l(x)$ 得以解决。

3.3 时钟偏差与多元线性回归模型

如 3.2 节所述,直接推导问题二中的 f 是非常困难的。该问题实质上是分析因变量 S 与自变量 X_1, X_2, \dots, X_k 的相关关系,并将各个自变量对于因变量的影响进行量化。多元线性回归模型是处理此类的问题的常用方法,而且线性模型十分简洁,能够直观地反映自变量对因变量的影响。因此,本文将对 S 建立关于 X_1, X_2, \dots, X_k 的 k 元线性回归模型,实现对 f 的拟合逼近^[14]。

首先将 S 与 X_1, X_2, \dots, X_k 的关系记作如下形式

$$S = b_0 + \sum_{i=1}^k b_i X_i + \varepsilon \quad (5)$$

其中, b_0, b_1, \dots, b_k 为回归系数, ε 为服从正态分布 $N(0, \sigma^2)$ 的随机变量, σ^2 是未知的方差。采用与 3.2 节相同的方法,得到 S 的简单随机样本 S_1, S_2, \dots, S_n , 以及 X_i 的简单随机样本 $X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{in}$, 其中 $i = 1, 2, \dots, k$ 。将以上样本代入式(5),得到式为

$$S_i = b_0 + \sum_{j=1}^k b_j X_{ji} + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (6)$$

接下来,引入目标函数

$$Q(b_0, b_1, \dots, b_k) = \sum_{i=1}^n [S_i - (b_0 + \sum_{j=1}^k b_j X_{ji})]^2 \quad (7)$$

求出 Q 的最小值点 $(\hat{b}_0, \hat{b}_1, \dots, \hat{b}_k)$,以此作为 b_0, b_1, \dots, b_k 的最小二乘估计。于是,可以为 S 建立线

性回归模型:

$$\hat{S} = \hat{b}_0 + \sum_{i=1}^k \hat{b}_i X_i \quad (8)$$

式(8)的 \hat{S} 表示 S 的预测值,而式(8)就是对 f 的拟合逼近。但是选择线性回归模型是否合理,还需要进一步检验。引入残差的定义

$$\hat{\varepsilon}_i = S_i - \hat{S}_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (9)$$

其中 \hat{S}_i 是将样本 $X_{1i}, X_{2i}, \dots, X_{ki}$ 代入式(8)得到的预测值。残差 $\hat{\varepsilon}_i$ 是 ε_i 的估计量。可以证明,残差 $\hat{\varepsilon}_i$ 的均值为 0,方差为 $\sigma^2 q_i$,其中 q_i 为 $\hat{\varepsilon}_i$ 的方差修正系数,它的具体推导过程在此不再赘述。如果选择线性回归模型是合理的,那么 $\hat{\varepsilon}_i$ 近似于 ε_i ,换言之, $\hat{\varepsilon}_i$ 服从正态分布 $N(0, \sigma^2 q_i)$ 。对 $\hat{\varepsilon}_i$ 进行标准化处理,得到标准化残差

$$e_i = \frac{\hat{\varepsilon}_i}{\sigma / \sqrt{q_i}} \sim N(0, 1), \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (10)$$

由于 $P(|e_i| \leq 1.96) = 0.95$,所以如果大约有 95% 的 e_i 处于区间 $[-1.96, 1.96]$ 之中,那么可以认为对 S 建立关于 X_1, X_2, \dots, X_k 的 k 元线性回归模型是合理的。

如果判断式(8)是合理的,那么可以通过回归系数,量化前驱动层的时钟路径对于时钟偏差的影响,即 b_i 的绝对值表征 m_i 对于 S 的影响,绝对值越大,则影响越大。但此类影响是否显著,需要经过检验。检验分为两步:(1)检验自变量作为一个整体与因变量的回归关系是否显著;(2)检验单个自变量与因变量的回归关系是否显著。

检验步骤 1:又称作多元线性回归的 F 检验,其具体方法如下:

零假设 H_0 为 $b_1 = b_2 = \dots = b_k = 0$,备择假设 H_1 为回归系数不全为零。引入回归平方和的定义

$$RSS = \sum_{i=1}^n [\hat{S}_i - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \hat{S}_j]^2 \quad (11)$$

在式(11)的基础上,可给出检验统计量 Z_F 的定义

$$Z_F = \frac{RSS}{k\sigma^2} \quad (12)$$

可以证明,在 H_0 成立的条件下, Z_F 服从 F 分布 $F(k, n - k - 1)$ 。由此可得到 H_0 的显著性水平为 α 的拒绝域:

$$W = \{Z_F \geq F_\alpha(k, n - k - 1)\} \quad (13)$$

即,如果 W 发生,那么将拒绝原假设,接受备择假设,说明自变量作为一个整体与因变量的回归关系是显著的。

检验步骤 2:又称作多元线性回归的 t 检验,需要对每一个回归系数,做如下检验:

零假设 H_0 为 $b_i = 0$,备择假设 H_1 为 $b_i \neq 0$ 。给出检验统计量 Z_t 的定义

$$Z_t = \frac{\hat{b}_i}{\sigma / \sqrt{q'_i}} \quad (14)$$

其中, q'_i 为 \hat{b}_i 的方差修正系数,它的具体推导过程在此也不再赘述。可以证明,在 H_0 成立的条件下, Z_t 服从 t 分布 $t(n - k - 1)$ 。由此可得到 H_0 的显著性水平为 α 的拒绝域

$$W = \{|Z_t| \geq t_{\alpha/2}(n - k - 1)\} \quad (15)$$

即,如果 W 发生,那么将拒绝原假设,接受备择假设,说明自变量 X_i 与因变量的回归关系是显著的。

以上就是线性回归模型应用于时钟偏差性能分析的基本原理。需要注意的是,式(13)与式(15)指出样本量应当大于自变量的数目。另外,按照图 5 所示的流程,可以去掉对因变量影响不显著的自变量,使回归模型更为简洁。

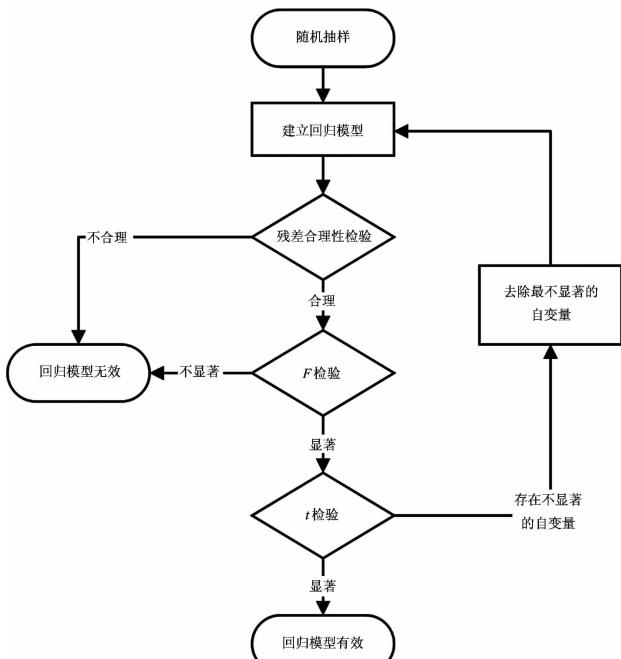


图 5 多元线性回归模型建立流程

3.4 基于 HSPICE 的采样方法

本文将采用基于 HSPICE 的蒙特卡洛仿真方法获取样本。该方法本质上是使用 HSPICE 内置的随机数产生器生成种子,保证每一次蒙特卡洛仿真的独立性,实现随机抽样。而且 HSPICE 作为业界认可的电路仿真工具,它的仿真结果可认为是正确的,从而保证了样本的可靠性。另一方面,虽然如上文所述,蒙特卡洛仿真对时钟系统做完备的良率分析的时间代价难以承受,但蒙特卡洛仿真可如实地反映片上波动的扰动。而且蒙特卡洛仿真所需要的工艺参数细节由工艺厂商提供,是经过反复调校与生产检验的。因此,蒙特卡洛仿真可保证样本的真实性。综上所述,我们可认为该采样方法提供的样本是符合实际生产状态的,从而保证正态分布拟合与多元线性回归的分析基础的正确性。

4 实验与结果分析

4.1 实验环境与流程

本文设计的实验是用 StarRC、HSPICE 以及 Matlab 实现的。实验使用的硬件平台为 24 核的 x86 服务器,主频 2.1GHz。

实验流程如图 6 所示。“时钟 Mesh 生成”阶段确定时钟 Mesh 横向 spine、纵向 spine 的数目,以及相邻 spine 的间距。时钟负载分布生成的方法如

表 1 所列,以体现在工程实践中时钟负载分布的不均匀性。本文将采用完全二叉树作为前驱动层的拓扑结构,而时钟源则是该二叉树的根结点。在版图上确定整个时钟系统之后,由商用提取(extraction)工具 StarRC 完成时钟系统的寄生参数提取。本文采用某 28nm 工艺的晶体管级片上波动模型,结合时钟系统的寄生参数,通过 HSPICE 完成蒙特卡洛仿真,从而得到时钟偏差的样本,以及前驱动层时钟路径的传播时延的样本。最后,在 Matlab 中,完成正态拟合分析与多元线性回归分析。

表 1 时钟负载分布生成方法

输入:	时钟 Mesh, 时钟负载器件集合 C , 间距 A , 随机偏移量 B
输出:	时钟负载的分布

```

沿着时钟 Mesh 的横向 Spine 以  $A$  为间距放置时钟负载器件
for each  $c$  in  $C$ 
    获取  $c$  的坐标( $x, y$ )
    生成随机数  $q$ 
     $x = Beos(2\pi q)$ 
     $y = Bsin(2\pi q)$ 
end for

```

4.2 实验结果分析

由于 Mesh 结构时钟系统是一个复杂的系统,如果影响因素过多,则难以判断模型是否有效。因此,本节将构造一个相对简单的 2×2 的 Mesh 结构时钟系统。它的前驱动层为一棵三级的完全二叉树,包含 7 个时钟缓冲器。将该二叉树的结构,以“父结点(子结点, 子结点)”的形式,记作: $B_0(B_1, B_2), B_1(B_3, B_4), B_2(B_5, B_6)$, 其中 B_i 表示时钟缓冲器 i 。另外,设各项假设检验的显著性水平 α 为 0.95。

样本均值是总体均值的强相合无偏估计,而样本标准差是总体标准差的强相合估计,即样本量越大,通过样本去估计时钟偏差的均值与标准差,就越接近真实分布。但样本量越大,随机采样的时间开销也越大。因此,时间开销与估计精度是矛盾的双方,需要设计人员做出权衡。正态拟合分析的实验将对比不同样本量对于正态拟合效果的影响。

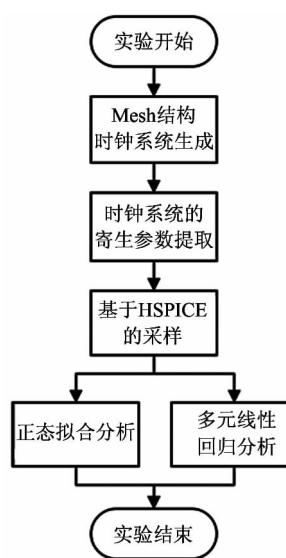


图 6 实验流程示意图

图7的(a)、(b)、(c)分别为样本量为100、500、1000时的时钟偏差的正态概率图。数据点的分布与图中的“第一个与第三个四分位点的连接线(实线与虚线部分)”越贴合,正态拟合的效果则越

好。从图上可以看出,随着样本量的增大,数据点的分布与直线贴合得更为紧密,但即使样本量为100的情况下,数据点的分布也已十分接近直线状。

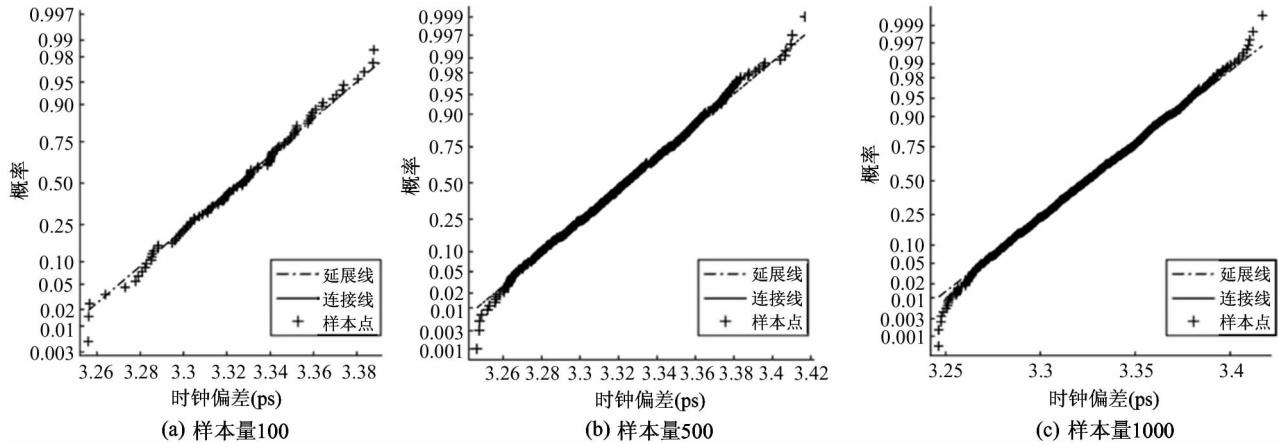


图7 时钟偏差的正态概率图

然后对样本进行Lilliefors检验,检验结果如表2所列。对于样本量为100、500、1000的这三种情况而言,检验统计量 Z_l 都小于临界值,因此都可以接受原假设,即时钟偏差服从正态分布。再来看三种情况下的样本均值与样本标准差。以样本量为

1000的情况为标准1,其他两种情况相对它做归一化处理。从结果可以看出,即使是在样本量为100的情况下,样本均值与样本标准差都十分接近样本量为1000的情况。

表2 时钟偏差概率的正态拟合结果

样本量	检验统计值	临界值	接受假设	样本均值 \bar{S}_n		样本标准差 $\bar{\sigma}_n$	
				统计值(ps)	归一化	统计值(ps)	归一化
100	0.0531	0.0890	原假设	3.3254	1.0002	0.0317	0.9694
500	0.0232	0.0403	原假设	3.3239	0.9998	0.0327	1.0000
1000	0.0183	0.0286	原假设	3.3247	1	0.0327	1

综上所述,可得出如下结论:在考虑片上波动影响的情况下,正态分布可以很好地拟合Mesh结构时钟系统的时钟偏差,并且不需要大量的样本。这给实际设计带来以下好处:(1)以有限的样本量获得精确的分析结果,缩短了设计前期的评估时间;(2)由于接受时钟偏差服从正态分布的假设,所以可以通过计算时钟偏差落入区间 $[\bar{S}_n - a \cdot \bar{\sigma}_n, \bar{S}_n + a \cdot \bar{\sigma}_n]$ 的概率,评估时钟偏差保守量的合理性——如果保守量过小,则需要适当增大,以保证时钟系统的健壮性;如果保守量过大,则可适当减小,以提升设

计的时序性能,加快时序收敛。

接下来,将通过实验验证多元线性回归模型的有效性。首先,定义多元线性回归模型的自变量:前驱动层的时钟路径 $m_1:B_0 \rightarrow B_1 \rightarrow B_3$ 的时延记作 X_1 ; $m_2:B_0 \rightarrow B_1 \rightarrow B_4$ 的时延记作 X_2 ; $m_3:B_0 \rightarrow B_2 \rightarrow B_5$ 的时延记作 X_3 ; $m_4:B_0 \rightarrow B_2 \rightarrow B_6$ 的时延记作 X_4 。再将实验电路分为两种情况讨论:(1)前驱动层完全平衡;(2)减小 B_2 的驱动能力,使前驱动层不完全平衡。然后,按照图5的流程,分别对这两种情况进行回归分析,样本量为100。

分析过程与结果如表 3 与表 4 所列。表 3 与表 4 中的“残差比例”指的是标准化残差落在区间 $[-1.96, 1.96]$ 之内的比例;而 p_F 与 p_t 分别是与

式(13)、式(15)等价的 p 值:若 p 值小于等于显著性水平 α , 则拒绝原假设, 接受备择假设。

表 3 前驱动层完全平衡的多元线性回归模型拟合结果

迭代次数	残差比例	p_F	p_{t1}	p_{t2}	p_{t3}	p_{t4}	b_1	b_2	b_3	b_4
1	97%	8.0e-10	0.0613	0.2364	0.8227	0.9505	0.1099	-0.0703	-0.0120	0.0033
2	98%	1.6e-10	0.0600	0.2335	0.7181	-	0.1098	-0.0699	-0.0091	0
3	97%	2.6e-11	0.0634	0.1934	-	-	0.1051	-0.0743	0	0
4	96%	6.2e-12	0.6e-11	-	-	-	0.0320	0	0	0

表 4 前驱动层不完全平衡的多元线性回归模型拟合结果

迭代次数	残差比例	p_F	p_{t1}	p_{t2}	p_{t3}	p_{t4}	b_1	b_2	b_3	b_4
1	96%	2.7e-08	0.1873	0.3732	0.0962	0.7327	0.0499	0.0346	-0.0682	0.0139
2	97%	6.3e-09	0.1936	0.3176	0.0045	-	0.0487	0.0376	-0.0560	0
3	97%	1.8e-09	0.0002	-	0.0073	-	0.0801	0	-0.0505	0

从实验结果中可知, 每一次迭代的残差比例都大于 95%, 因此可以认为采用多元线性回归模型是合理的。在前驱动层完全平衡与前驱动层不完全平衡的两种情况下, p_F 都远小于显著性水平 α , 即 X_1 、 X_2 、 X_3 、 X_4 作为整体与时钟偏差的回归关系是显著的。至此, 我们可认为, 在考虑片上波动的情况下, 多元线性回归模型可用于分析前驱动层与时钟偏差之间的关系。

最后对比两种情况下, 单个自变量与时钟偏差的回归关系的显著性: 前驱动层完全平衡时, 其各条时钟偏差与只有 X_1 与时钟偏差的回归关系显著; 前驱动层不完全平衡时, X_1 、 X_3 与时钟偏差的回归关系显著。对于前者而言, 前驱动层的对称性极好, 时钟偏差与前驱动层的相关性不大, 主要取决于负载分布, 这体现在 $b_2 = b_3 = b_4 = 0$, 而时钟路径 m_1 的时延波动对时钟偏差的影响, 虽然也能在回归模型中得以体现, 但由于回归系数较小, 所以该影响也不明显, 这一观察与时钟 Mesh 良好的抗波动能力是相吻合的; 对于后者而言, B_2 驱动能力的减小使 m_3 与 m_4 的时延增大, 从而使前驱动层对时钟偏差的影响变大, 最终反映在回归模型里则是 $b_3 \neq 0$ 。可见, 回归系数的变化同时反映了前驱动层的变化。这进一步验证了多元线性回归模型的有效性。

综上所述, 多元线性回归模型能够量化前驱动层各部分对于时钟偏差的影响, 从而使设计人员能够找出时钟系统性能瓶颈所在。另外, 在设计后期, 虽然时钟 Mesh 与负载分布已经基本固定下来, 但是设计人员仍然能够根据多元线性回归模型, 调节优化前驱动层的时钟缓冲器的驱动能力, 以减小时钟偏差, 改善时钟系统的性能。

5 结 论

本文着力研究片上波动对 Mesh 结构时钟系统的时钟偏差的影响, 并将正态拟合与多元线性回归模型应用于该问题。实验证明:(1) 在片上波动的影响下, 时钟偏差的概率分布可以用正态分布拟合, 并且在样本量较小的情况下, 也能获得很好的拟合效果, 从而以较小的精度为代价, 极大地缩短了使用蒙特卡洛仿真进行随机抽样所需要的时间;(2) 在片上波动的影响下, 时钟偏差与前驱动层时钟路径的时延的关系, 可使用多元线性回归模型进行拟合, 回归模型的建立为设计人员在设计后期调节优化前驱动层的设计, 提供了一种可能的途径。在未来的研究工作中, 如何通过回归模型调节优化前驱动层, 是进一步研究的目标, 从而提高 Mesh 结构时钟系统的性能。

参考文献

- [1] Harris D, Naffziger S. Statistical clock skew modeling with data delay variations. *IEEE Transactions on VLSI Systems*, 2001, 9(6) : 888-898
- [2] Agarwal A, Zolotov V, Blaauw D T. Statistical clock skew analysis considering intradie-process variations. *IEEE Transactions on Computer-aided Design of Integrated Circuits and Systems*, 2004, 23(8) : 1231-1242
- [3] Xu H, Pavlidis V F, Burleson W, et al. The combined effect of process variations and power supply noise on clock skew and jitter. In: Proceedings of International Symposium on Quality Electronic Design, Santa Clara, USA, 2012. 320-327
- [4] Xu H, Pavlidis V F, Tang X F, et al. Timing uncertainty in 3-D clock trees due to process variations and power supply noise. *IEEE Transactions on VLSI Systems*, 2013, 21(12) : 2226-2239
- [5] Sitik C, Taskin B. Multi-voltage domain clock mesh design. In: Proceedings of International Conference on Computer Design, Montreal, Canada, 2012. 201-206
- [6] Zhou N Y, Restle P, Palumbo J, et al. Pacman: driving nonuniform clock grid loads for low-skew robust clock network. In: Proceedings of International Workshop on System Level Interconnect Prediction, San Francisco, USA, 2014. 1-5
- [7] Shih X W, Lee H C, Ho K H, et al. High variation-tolerant obstacle-avoiding clock mesh synthesis with symmetrical driving trees. In: Proceedings of International Conference on Computer-Aided Design, San Jose, USA, 2010. 452-457
- [8] Xanthopoulos T. Clocking in Modern VLSI Systems. New York: Springer, 2009. 23-25
- [9] Zuchowski P S, Habitz P A, Hayes J D, et al. Process and environmental variation impacts on ASIC timing. In: Proceedings of International Conference on Computer-Aided Design, San Jose, USA, 2004. 336-342
- [10] 钟文耀, 郑美珠. CMOS 电路模拟与设计——基于 Hspice. 北京: 科学出版社, 2007. 225-233
- [11] 杨梁, 范宝峡, 赵继业. 片上偏差模型下 Mesh 结构时钟网络性能不确定性的分析. 计算机辅助设计与图形学学报, 2010, 22(11) : 2045-2052
- [12] Rajaram A, Pan D Z. Meshworks: a comprehensive framework for optimized clock mesh network synthesis. *IEEE Transactions on Computer-aided Design of Integrated Circuits and Systems*, 2010, 29(12) : 1945-1958
- [13] Lilliefors H W. On the Kolmogorov-Smirnov test for normality with mean and variance unknown. *Journal of the American Statistical Association*, 1967, 62 (318) : 399-402
- [14] 何书元. 概率论与数理统计. 北京: 高等教育出版社, 2006. 306-313

Performance analysis of Mesh-structured clock systems under on-chip variation

Wang Hao * *** , Yang Liang ****

(* State Key Laboratory of Computer Architecture (Institute of Computing Technology, Chinese Academy of Sciences), Beijing 100190)

(** Institute of Computing Technology, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190)

(*** University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049)

(**** Loongson Technology Corporation Limited, Beijing 100095)

Abstract

Considering the impact of on-chip variation on Mesh-structured clock systems, a performance analysis method for Mesh-structured clock systems based on statistical theories was proposed. The main idea of this method is that when the real analytical function is too hard to be constructed, using statistical analysis techniques to fit the function. The study was conducted from two aspects: How to fit the probability distribution of clock skew; How to fit the impact of clock paths' time delay of the pre-driving part on clock skew. The experiments prove that the probability distribution of clock skew can be fitted by normal distribution, while the relationship between time delay of the pre-driving part's clock paths and the clock skew can be fitted by using the multi-variable linear regression model. Therefore, this set of fitting approaches make it possible for designers to estimate the rationality of the clock uncertainty constraint through the cumulative probability distribution function of normal distribution and to refine the pre-driving part according to the multi-variable linear regression model at the later stage of design.

Key words: clock Mesh, normal distribution, multi-variable linear regression, on-chip variation