

基于反步法与参考模型的四旋翼飞行器自适应滑动模态控制^①

刘 峤^② 吴怀宇^③ 陈 洋 陈志环

(武汉科技大学信息科学与工程学院 武汉 430081)

摘 要 针对欠驱动四旋翼飞行器的姿态和位置控制问题,提出一种基于反步法与参考模型的自适应滑模控制器设计方法。首先,对四旋翼飞行器进行动力学建模,对结构上进行了重构后将系统分解为全驱动通道和欠驱动通道。进而,以滑模变结构控制理论为基础,针对欠驱动子系统,利用反步控制方法推导出滑模控制面,设计其控制律。而对于全驱动子系统,利用参考模型推导出滑模控制面,设计其控制律。并通过李雅普诺夫稳定性理论验证了系统的稳定性。最后,通过 Matlab 对基于此控制算法的控制器进行仿真。仿真结果表明,在系统存在参数不确定性和外部干扰的情况下,该方法也能实现四旋翼飞行器的轨迹跟踪,并具有较好的稳定性。

关键词 四旋翼飞行器,滑模控制,反步方法,参考模型,自适应,轨迹跟踪

0 引 言

近年来,由于四旋翼飞行器体积小、重量轻、成本低、机动灵活,已经成为飞行器研究领域的热点。并且四旋翼飞行器可通过控制四个旋翼的电机转速实现 6 个自由度的垂直升降^[1]、定点悬停、轨迹跟踪等运动。因此在气象监测、灾后救援、航空拍摄、电力监测等领域获得广泛的应用。

然而,四旋翼飞行器是一种欠驱动、强耦合、多变量、非线性的复杂系统,并且受重力和陀螺效应等多种物理效应的影响和气流等外部环境的干扰^[2],控制器设计繁琐。许多学者对此做了大量的研究工作,文献[3]采用模型参考自适应结合 LQR 设计高度控制器,使用自适应控制确保具有变化参数飞行器的稳定性。然而,单独的自适应控制并不能获得理想的控制效果,因为快速适应可能导致系统不稳定。文献[4]结合反步法与滑模控制,分别利用反

步和滑模算法求得了四旋翼的控制律,然后将控制律应用在飞行器上,这种控制方法在姿态环的控制中效果很好,但并没有应用于位置环。文献[5,6]采用 PID 控制,相比传统的 PID 控制,该文献针对四旋翼飞行器的特点设计了一个新的非线性 PID 姿态控制器。该控制器可以在能量有界的干扰下使得系统几乎全局收敛于期望的姿态。具有良好的自适应与鲁棒性。文献[7,8]采用模型参考自适应控制,该方法以基础控制器与线性化模型组成的闭环系统作为参考模型,在复杂环境下质量与转动惯量变化时,基于该控制方法的四旋翼飞行器能够获得良好的控制性能。这种控制方法具有良好的自适应性能与鲁棒性,但是由于控制器设计相对复杂,很多参数很难确定,实际应用不是很方便。

相比单独使用基于反步法的自适应滑模控制方法,本文结合模型参考滑模控制与基于反步法的自适应滑模控制的方法设计的控制器结构简单、参数少、易调整,能减少超调量,缩短调节时间,并且具有

① 国家自然科学基金(61573263,61703314),国家重点研发计划专项子课题(2017YFC0806503)和湖北省科技支撑计划(2015BAA018)资助项目。
② 男,1991 年生,硕士生;研究方向:四旋翼无人机导航与控制;E-mail: 527093252@qq.com
③ 通信作者,E-mail: wuhy@wust.edu.cn
(收稿日期:2017-12-15)

更好的自适应能力。具体步骤是先对四旋翼飞行器进行动力学建模,对结构上进行了重构后分为全驱动通道和欠驱动通道。通过构造李雅普诺夫函数,针对全驱动通道,使用模型参考滑模控制方法设计控制率;针对欠驱动通道,使用基于反步法的自适应滑模控制方法设计控制率,从而构造了一种嵌入式的双闭环控制结构。最后,在 Matlab 中进行了路径跟踪仿真实验,结果验证了此控制方法的有效性。

1 四旋翼飞行器动力学模型

四旋翼飞行器为十字对称结构^[9],其物理结构如图 1 所示。建立两个基本坐标系:惯性坐标系 $E(OXYZ)$ 和飞行器坐标系 $B(OXYZ)$ 。图中 F_1 、 F_2 、 F_3 、 F_4 为 4 个电机的升力, m 表示四旋翼飞行器总质量, g 为重力加速, θ 、 γ 、 φ 分别表示四旋翼飞行器在导航系下的俯仰姿态角、横滚姿态角、偏航姿态角。

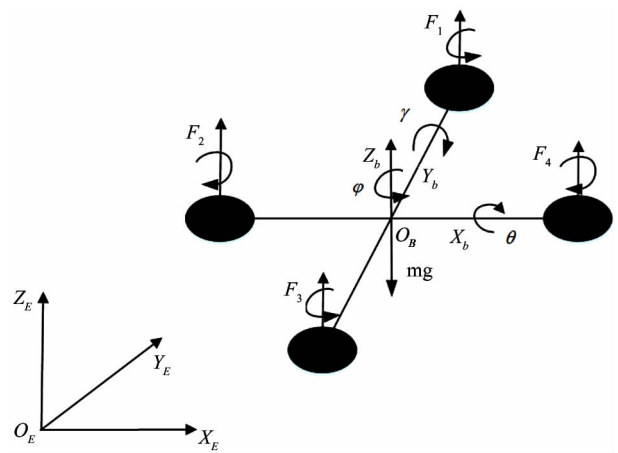


图 1 四旋翼飞行器受力分析图

可将四旋翼飞行器视为具有 6 个自由度的旋转刚体^[10],其运动方程可依据牛顿-欧拉方程建立。考虑四旋翼飞行器在运动过程中的回旋效应,经过一系列推导^[11,12],建立四旋翼飞行器动力学模型如下式所示:

$$\begin{cases} x'' = (\cos\varphi\sin\theta\cos\gamma + \sin\varphi\sin\gamma) \frac{U_1}{m} \\ y'' = (\sin\varphi\sin\theta\cos\gamma - \cos\varphi\sin\gamma) \frac{U_1}{m} \\ z'' = (\cos\theta\cos\gamma) \frac{U_1}{m} - g \\ \gamma'' = \frac{-(J_y - J_z)}{J_x} \theta' \varphi' + \frac{lU_3}{J_x} \\ \theta'' = \frac{-(J_z - J_x)}{J_y} \gamma' \varphi' + \frac{lU_2}{J_y} \\ \varphi'' = \frac{-(J_x - J_y)}{J_z} \gamma' \theta' + \frac{U_4}{J_z} \end{cases} \quad (1)$$

式(1)中, x 、 y 、 z 分别表示导航坐标系下四旋翼飞行器在 X 轴、 Y 轴和 Z 轴方向上的位移, l 为螺旋桨中心至机体坐标系原点的距离, U_1 、 U_2 、 U_3 和 U_4 为由 4 个螺旋桨的角速度决定的系统控制输入量, J_x 、 J_y 和 J_z 分别为飞行器绕机体坐标系三个轴的转动惯量。式(1)就是对 6 个方向的自由度解耦以后的方程,所述 6 个方向的自由度包括沿 x 、 y 、 z 三个坐标轴方向的移动自由度和绕这三个直角坐标轴方向的转动自由度。

将四旋翼飞行器的飞行状态分为 4 个独立的飞行通道:上下通道、左右通道、前后通道、偏航通道,其表达式具体为:

$$\begin{cases} U_1 = b(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2) \\ U_2 = b(\omega_1^2 - \omega_3^2) \\ U_3 = b(\omega_2^2 - \omega_4^2) \\ U_4 = d(\omega_1^2 + \omega_3^2 - \omega_2^2 - \omega_4^2) \end{cases} \quad (2)$$

式(2)中, b 为旋翼的升力系数, d 为旋翼的阻力系数, ω_1 、 ω_2 、 ω_3 、 ω_4 为电机转速, U_1 为高度通道的控制律, U_2 为前后通道及俯仰角的控制律, U_3 为左右通道及滚转角的控制律, U_4 为偏航角的控制律。

将式(1)表示成状态空间的形式:

$$X' = f(X, U) \quad (3)$$

其中, $X = [\theta \ \theta' \ \gamma \ \gamma' \ \varphi \ \varphi' \ z \ z' \ x \ x' \ y \ y']^T$ 为系统的状态量, $U = [U_1 \ U_2 \ U_3 \ U_4]^T$ 为系统的控制律, f 为当前系统状态量求取下一时刻系统状态量的非线性函数,其具体表示为:

$$\begin{cases} x_1 = \theta \\ x_2 = x'_1 = \theta' \\ x_3 = \gamma \\ x_4 = x'_3 = \gamma' \\ x_5 = \varphi \\ x_6 = x'_5 = \varphi' \\ x_7 = z \\ x_8 = x'_7 = z' \\ x_9 = x \\ x_{10} = x'_9 = x' \\ x_{11} = y \\ x_{12} = x'_{11} = y' \end{cases} \quad (4)$$

结合式(3)和式(4),可以得到最终的四旋翼飞行器动力学模型,如式(5)所示:

$$\begin{cases} x'_1 = x_2 \\ x'_2 = \frac{(J_y - J_z)}{J_x} x_4 x_6 + \frac{l}{J_x} U_2 \\ x'_3 = x_4 \\ x'_4 = \frac{(J_z - J_x)}{J_y} x_2 x_6 + \frac{l}{J_y} U_3 \\ x'_5 = x_6 \\ x'_6 = \frac{(J_x - J_y)}{J_z} x_2 x_4 + \frac{1}{J_z} U_4 \\ x'_7 = x_8 \\ x'_8 = \frac{U_1}{m} (\cos x_1 \cos x_3) - g \\ x'_9 = x_{10} \\ x'_{10} = \frac{U_1}{m} (\cos x_1 \sin x_3 \cos x_5 + \sin x_1 \sin x_5) \\ x'_{11} = x_{12} \\ x'_{12} = \frac{U_1}{m} (\sin x_5 \sin x_3 \cos x_1 - \cos x_5 \sin x_1) \end{cases} \quad (5)$$

2 四旋翼飞行器控制器设计

由于四旋翼飞行器是在4个电机的控制下实现6个自由度输出。所以在前面四旋翼飞行器建模的基础上,将四旋翼飞行器的合运动分解到4个通道上^[13,14]:上下通道 z 、偏航通道 φ 、左右通道 $x - \gamma$ 、

前后运动通道 $y - \theta$ 。分别将4个控制律记为 U_1 、 U_2 、 U_3 、 U_4 。其中四旋翼飞行器的上下运动和偏航运动不依赖于其他自由度的运动,所以上下通道与偏航通道为全驱动通道。基于参考模型的滑模控制具有更好的响应程度,且针对没有耦合的独立通道设计更加简洁,故本文使用模型参考滑模控制算法求出控制律 U_1 、 U_4 。四旋翼飞行器的前后、左右运动主要依靠机体侧倾(俯仰、横滚)时产生的侧倾力推动机体运动,所以前后通道与左右通道为耦合通道,本文使用自适应滑模控制算法推导出控制律 U_2 、 U_3 。

分别求出控制律 U_1 、 U_2 、 U_3 和 U_4 之后,再将其转化为4个电机的转速 ω_1 、 ω_2 、 ω_3 、 ω_4 输入到四旋翼飞行器的动力学模型中,产生12个状态变量输出,以构成位置环和姿态环反馈,以此来控制四旋翼飞行器^[15],如图2所示。

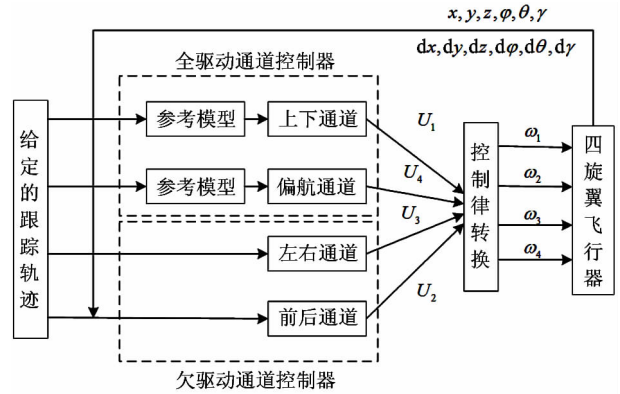


图2 四旋翼飞行器控制结构图

2.1 全驱动通道控制律设计

首先对上下运动通道 z 进行设计。

由于现实飞行过程中无法达到上文所说的理想飞行情况,会出现外界干扰,定义外界干扰为 $d(t)$,所以上下运动通道动力学模型为:

$$z'' = (\cos\theta\cos\gamma) \frac{U_1}{m} - g + d(t) \quad (6)$$

设计参考模型:

$$z''_m = b_m r_1 - g \quad (7)$$

其中, z_m 为参考模型, b_m 为给定参数, r_1 为跟踪轨迹。

定义误差函数:

$$e_7 = z - z_m \tag{8}$$

设计滑模面函数为:

$$s_1 = e'_7 + c_7 e_7 \tag{9}$$

式中 c_7 为滑模面参数,即:

$$\begin{aligned} s'_1 &= e''_7 + c_7 e'_7 = z'' - z''_m + c_7 e'_7 \\ &= \frac{\cos\theta\cos\gamma}{m} U_1 - b_m r_1 + d(t) + c_7 e'_7 \end{aligned} \tag{10}$$

于是有:

$$s_1 s'_1 = \frac{\cos\theta\cos\gamma}{m} U_1 s_1 - b_m r_1 s_1 + d(t) s_1 + s_1 c_7 e'_7 \tag{11}$$

为保证 $s_1 s'_1 \leq 0$, 设计控制律为:

$$\begin{aligned} U_1 &= \frac{m}{\cos\gamma\cos\theta} (-c_7 |e'_7| - |b_m r_1| - D_1 - \eta_1) \\ &\times \operatorname{sgn}(s_1) \end{aligned} \tag{12}$$

定义符号函数 $\operatorname{sgn}(s_1)$ 为:

$$\operatorname{sgn}(s_1) = \begin{cases} 1 & (s_1 < 0) \\ 0 & (s_1 = 0) \\ -1 & (s_1 > 0) \end{cases} \tag{13}$$

将控制律代入得:

$$\begin{aligned} s_1 s'_1 &= -c_7 |e'_7| |s_1| + c_7 e'_7 s_1 - |b_m r_1| |s_1| \\ &- b_m r_1 s_1 + d(t) s_1 - D_1 |s_1| - \eta_1 |s_1| \end{aligned} \tag{14}$$

其中, D_1, η_1 为常数,即

$$s_1 s'_1 \leq -\eta_1 |s_1| \tag{15}$$

式中, η_1 是滑模控制中趋近律的常数。

式(14)保证了 $V' \leq 0$, 由李雅普诺夫稳定性可知该系统是稳定的。

至此,就得到了 z 通道的控制律 U_1 。而偏航角 φ 通道的控制律 U_4 可以使用同样的方法来求出:

$$\begin{aligned} U_4 &= J_z \left(-c_5 |e'_5| + \left| \frac{1}{J_z} \right| r_4 - D_4 - \eta_4 \right) \\ &\times \operatorname{sgn}(s_4) \end{aligned} \tag{16}$$

其中, c_5, D_4, η_4 为常数, e_5 为误差函数, J_z 为转动惯量, r_4 为跟踪轨迹, $\operatorname{sgn}(s_4)$ 为符号函数。

2.2 欠驱动通道控制律设计

欠驱动通道包括:左右运动通道 $x - \gamma$ 、前后运动通道 $y - \theta$ 。

首先对左右通道 $x - \gamma$ 进行设计

$$\begin{cases} x'' = (\cos\varphi\sin\gamma\cos\theta + \sin\varphi\sin\theta) \frac{U_1}{m} \\ y'' = (\sin\varphi\sin\gamma\cos\theta - \cos\varphi\sin\theta) \frac{U_1}{m} \end{cases} \tag{17}$$

$$\begin{cases} \theta'' = \frac{(J_y - J_z)}{J_x} \gamma' \varphi' + \frac{lU_2}{J_x} \\ \gamma'' = \frac{(J_z - J_x)}{J_y} \theta' \varphi' + \frac{lU_3}{J_y} \end{cases} \tag{18}$$

对于欠驱动通道控制律的设计,本文提出先通过反步算法,由位置环信息反演得到当前姿态环的角度和角速度,在此基础上再定义耦合通道的滑模面,可以得到比较好的控制律。下面首先设计 $x - \gamma$ 通道的控制律。

当四旋翼飞行器在 x 轴上运动时,虽然俯仰角 θ 对 x 轴上的运动有影响,但是这种影响可以忽略,对俯仰角 θ 可以作小角度假设。那么此时对应的 $x - \gamma$ 通道的动力学模型为:

$$\begin{cases} x'_{10} = x_{10} \\ x'_{10} = \cos x_5 \sin x_3 \frac{U_1}{m} + F_x \\ x'_3 = x_4 \\ x'_{14} = \frac{J_z - J_x}{J_y} x_2 x_6 + \frac{lU_3}{J_y} \end{cases} \tag{19}$$

其中, F_x 为外界扰动。

定义误差变量 $e_9 = x_9 - x_{9d}$, 可得:

$$e'_9 = x_9 - x'_{9d} \tag{20}$$

定义 Lyapunov 函数为:

$$V_9 = \frac{1}{2} e_9^2 \tag{21}$$

定义 $x_{10} = e_{10} + x'_{9d} - c_9 e_9$, 其中 c_9 为正常数, e_{10} 为虚拟控制项,则:

$$e_{10} = x_{10} - x'_{9d} + c_9 e_9 \tag{22}$$

所以:

$$e'_9 = x_{10} - x'_{9d} = e_{10} - c_9 e_9 \tag{23}$$

由于:

$$V'_9 = e_9 e'_9 = e_9 e_{10} - c_9 e_9^2 \tag{24}$$

如果 $e_{10} = 0$, 则 $V'_9 \leq 0$, 所以必须消除耦合项。

定义 Lyapunov 函数为:

$$V_{10} = V_9 + \frac{1}{2} e_{10}^2 \tag{25}$$

则:

$$V'_{10} = V'_9 + e_{10}e'_{10} = -c_9e_9^2 + e_9e_{10} + e_{10}e'_{10} \quad (26)$$

取 $e'_{10} = -c_{10}e_{10} - e_9 + e_3$, 其中 c_{10} 为正常数, e_3 为虚拟控制量。

可得:

$$e_3 = e'_{10} + c_{10}e_{10} + e_9 \quad (27)$$

则:

$$\begin{aligned} V'_{10} &= -c_9e_9^2 + e_9e_{10} + e_{10}(-c_{10}e_{10} - e_9 + e_3) \\ &= -c_9e_9^2 - c_{10}e_{10}^2 + e_{10}e_3 \end{aligned} \quad (28)$$

如果 $e_3 = 0$, 则 $V'_{10} \leq 0$, 为消除耦合项, 定义

Lyapunov 函数为:

$$V_3 = V_{10} + \frac{1}{2}e_3^2 \quad (29)$$

则:

$$\begin{aligned} V'_3 &= -c_9e_9^2 - c_{10}e_{10}^2 + e_{10}e_3 + e_3(-c_3e_3 - e_{10} + e_4) \\ &= -c_9e_9^2 - c_{10}e_{10}^2 - c_3e_3^2 + e_4e_3 \end{aligned} \quad (30)$$

取 $e'_3 = -c_3e_3 - e_{10} + e_4$, 其中 c_3 为正的常数, e_4 为虚拟控制量。

$$e_4 = c_3e_3 + e_{10} + e'_3 \quad (31)$$

则:

$$\begin{aligned} V'_3 &= -c_9e_9^2 - c_{10}e_{10}^2 + e_{10}e_3 + e_3(-c_3e_3 - e_{10} + e_4) \\ &= -c_9e_9^2 - c_{10}e_{10}^2 - c_3e_3^2 + e_4e_3 \end{aligned} \quad (32)$$

其中 e_4e_3 为耦合项, 要使得系统稳定, 需要消除耦合项。

由式(28)得:

$$\begin{aligned} e_3 &= (1 + c_9c_{10})(x_9 - x_{9d}) + (c_9 + c_{10})x_{10} \\ &= -(c_9 + c_{10})x'_{9d} + x'_{10} - x''_{9d} \end{aligned} \quad (33)$$

定义切换函数为:

$$s_3 = e_4 \quad (34)$$

定义 Lyapunov 函数为:

$$V_4 = V_3 + \frac{1}{2}s_3^2 \quad (35)$$

则:

$$V'_4 = -c_9e_9^2 - c_{10}e_{10}^2 - c_3e_3^2 + s_3e_3 + s_3s'_3 \quad (36)$$

由于 F_x 是未知的, 需要对其进行估计, 取其估计值 $\hat{F}_x$ 。假设参数不确定部分及外加干扰项变化缓慢, 取: $F'_x = 0$ 。

设计 $\hat{F}_x$ 的自适应律:

定义 Lyapunov 函数为:

$$V_{11} = V_4 + \frac{1}{2\gamma}\tilde{F}_x^2 \quad (37)$$

其中, F_x 的估计误差为 $\tilde{F}_x = F_x - \hat{F}_x$, γ 为一个正常数。则:

$$\begin{aligned} V'_{11} &= V'_4 - \frac{1}{\gamma}\tilde{F}_x\hat{F}'_x \\ &= -c_9e_9^2 - c_{10}e_{10}^2 - c_3e_3^2 + s_3e_3 + s_3s'_3 - \frac{1}{\gamma}\tilde{F}_x\hat{F}'_x \end{aligned} \quad (38)$$

为使 $V'_{11} \leq 0$, 设计自适应控制器为:

$$\begin{aligned} U_3 &= ((-h(\beta\text{sgn}(s_x) + s_x) \\ &\quad - (2 + c_9c_{10} + c_9c_3 + c_3c_{10})\cos x_5\sin x_3 \frac{U_1}{m} \\ &\quad + (1 + c_9c_{10})(x_9 - x_{9d}) + (c_9 + c_{10})x_{10} + x'_{10} \\ &\quad + (2 + c_9c_{10} + c_9c_3 + c_3c_{10})x''_{9d} \\ &\quad + x_6^2\cos x_5\sin x_3 \frac{U_1}{m} + 2x_4x_6\sin x_5\cos x_3 \frac{U_1}{m} \\ &\quad + x_4^2\cos x_5\sin x_3 \frac{U_1}{m} \\ &\quad + (c_9 + c_{10} + c_3)x_6\sin x_5\sin x_3 \frac{U_1}{m} \\ &\quad - (c_9 + c_{10} + c_3)x_4\cos x_5\cos x_3 \frac{U_1}{m} \\ &\quad - (c_9 + c_3 + c_9c_{10}c_3)(x'_9 - x'_{9d}) \\ &\quad - (c_9 + c_{10})x'_{9d} - x''_{9d} \\ &\quad - \hat{F}_x + (c_3 + c_9 + c_{10})x'''_{9d} \\ &\quad + (x'''_{9d})' / (\cos x_5\cos x_3 \frac{U_1}{m}) \\ &\quad - \frac{J_z - J_x}{J_y}x_2x_6) \frac{J_y}{l} \end{aligned} \quad (39)$$

同时, 设计自适应律为:

$$\hat{F}'_x = \gamma s_3 \quad (40)$$

同理可推导出前后通道 $y - \theta$ 的控制律为:

$$\begin{aligned} U_2 &= ((-(c_{11} + c_1 + c_{11}c_{12}c_1)(x'_{11} - x'_{11d}) \\ &\quad + (2 + c_{11}c_{12} + c_{11}c_1 + c_{12}c_1)\cos x_5\sin x_1 \frac{U_1}{m} \\ &\quad - (c_{11} + c_{12} + c_1)x_6\sin x_5\sin x_1 \frac{U_1}{m} \\ &\quad - h(\beta\text{sgn}(s_y) + s_y) \\ &\quad - x_6^2\cos x_5\sin x_1 \frac{U_1}{m} - x_2^2\cos x_5\sin x_1 \frac{U_1}{m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & - (c_{11} + c_{12})x'_{11d} - \hat{F}_y \\ & + (1 + c_{11}c_{12})(x_{11} - x_{11d}) \\ & + (c_{11} + c_{12})x_{12} + x'_{12} + (2 + c_{11}c_{12} \\ & + c_{11}c_1 + c_{12}c_1)x''_{11d} \\ & + (c_{11} + c_{12} + c_1)x_2\cos x_5\cos x_1\frac{U_1}{m} \\ & - 2x_4x_6\sin x_5\cos x_1\frac{U_1}{m} - x''_{11d} \\ & + (c_1 + c_{11} + c_{12})x'''_{11d} \\ & + (x'''_{11d})' / (\cos x_5\cos x_1\frac{U_1}{m}) \\ & - \frac{J_y - J_z}{J_x}x_4x_6\frac{J_x}{l} \end{aligned} \tag{41}$$

自适应规律为：

$$\hat{F}'_y = \gamma s_2 \tag{42}$$

以上控制器的 4 个控制率均已推导完毕,如果全驱动通道的控制率也使用反步法进行推导得到的控制率如下：

$$\begin{aligned} U_1 = \frac{m}{\cos x_1\cos x_3} & (-k_7(e_8 - c_7e_7) + g - \hat{F}_z \\ & + x''_{7d} - c_7e'_7 - h(s_z + \beta\text{sgn}(s_z))) \end{aligned} \tag{43}$$

$$\begin{aligned} U_4 = & (-\frac{J_x - J_y}{J_z}x_2x_4 + x''_{5d} - (c_5 + c_6)e'_5 \\ & - (1 + c_5c_6)e_5 - \varepsilon\text{sgn}(s_\varphi) - k_5s_\varphi))J_z \end{aligned} \tag{44}$$

对比式(12)、(16)与式(43)、(44),本文的控制率推导过程更加简洁,得到的控制率相对简单、参数少、易调整。

3 实验与分析

在 Matlab 中搭建四旋翼飞行器的仿真系统,四旋翼飞行器的仿真系统模型如图 3 所示。在图 3 中高度 z_d 和偏航角 φ_d 可直接由模型参考滑模控制算法分别得到控制律 U_1 和 U_4 ,而在欠驱动子系统部分,平面坐标 x_d 和 y_d 先由反步法得到当前状态的角速度,再通过自适应滑模算法分别求得控制律 U_3 和 U_2 。

将求到的 4 个控制律送入到动力学模型中,模型的输出再反馈给控制器。下面对本文提出的控制方法进行验证。

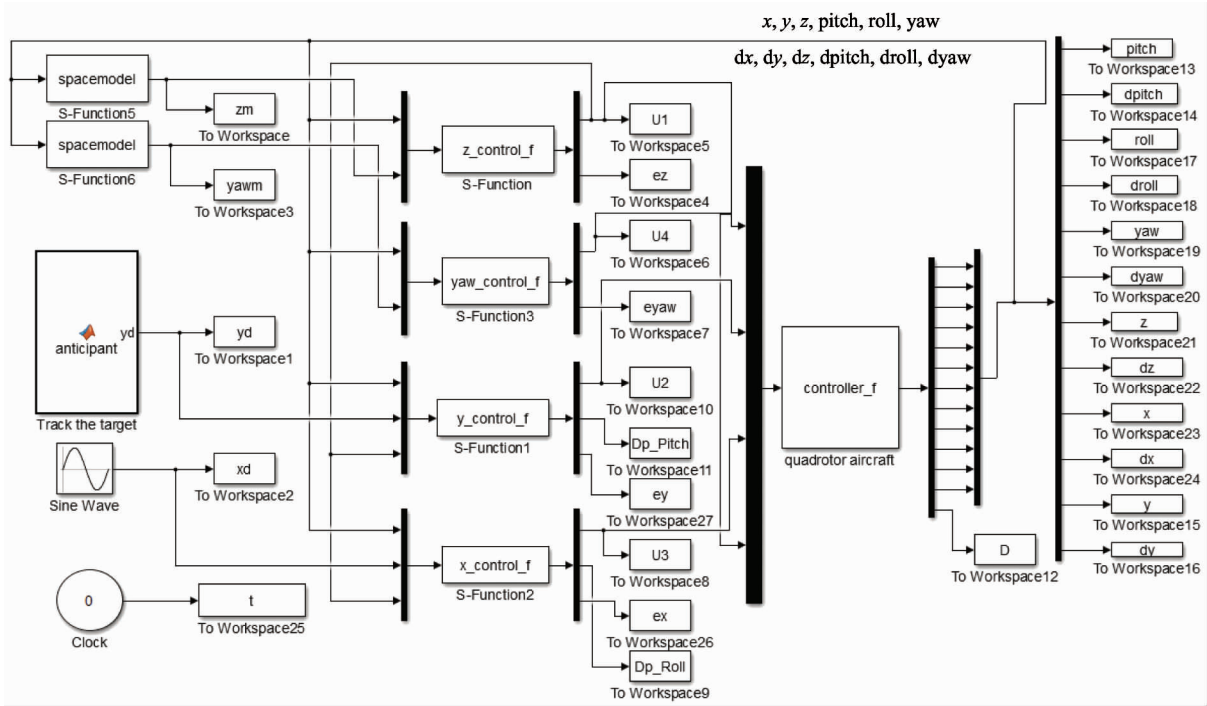


图 3 四旋翼飞行器仿真系统图

本实验所使用的四旋翼飞行器的实物如图 4 所示,四旋翼飞行器的相关数值如表 1 所示。



图 4 四旋翼飞行器实物图

表 1 四旋翼飞行器的参数

变量	数值	单位
b	2.2893×10^{-5}	$\text{N} \cdot \text{s}^2$
d	1.1897×10^{-6}	$\text{N} \cdot \text{ms}^2$
m	2.467	kg
l	0.3875	m
J_x	0.05887	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$
J_y	0.05887	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$
J_z	0.13151	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$

同时,滑模控制器的相关参数选择如下: $c_1 = c_3 = c_5 = c_7 = c_9 = c_{10} = c_{11} = c_{12} = 2$, $\varepsilon = 1$, $k = 5$, $D = 10$ 。

假设四旋翼飞行器的初始状态为 $X_0 = [\frac{\pi}{6} \ \frac{\pi}{6} \ \frac{\pi}{6} \ \frac{\pi}{6} \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1]^T$ 。

3.1 轨迹跟踪

本次仿真中,让四旋翼飞行器跟踪给定的轨迹路线。在 x 轴上跟踪周期为 8s,幅值为 5 的正弦曲线,在 y 轴上跟踪直线 $y = 1$,而在 z 轴上跟踪周期为 2s,幅值为 0.5 的正弦曲线,仿真得到图 5 和图 6 所示的曲线。

由图 5 可以看出,由于四旋翼飞行器设定了初始状态,大约经过 1s 之后四旋翼飞行器就能很好地跟踪制定的轨迹运动。在图 6 中 ez 、 ex 、 ey 分别代表 z 、 x 、 y 三个方向在轨迹跟踪过程中出现的误差,这个

误差最大不超过 10cm。

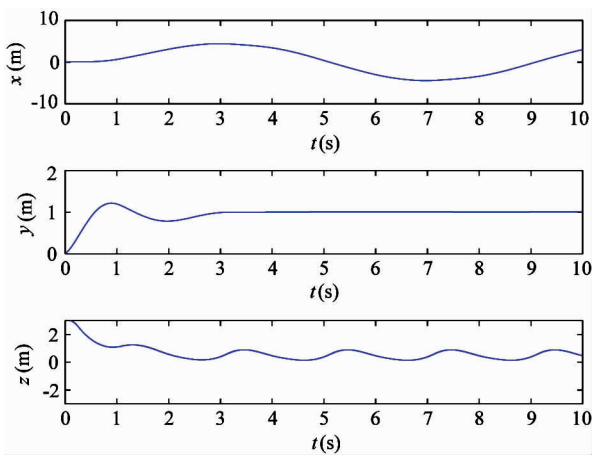


图 5 四旋翼轨迹跟踪位置曲线图

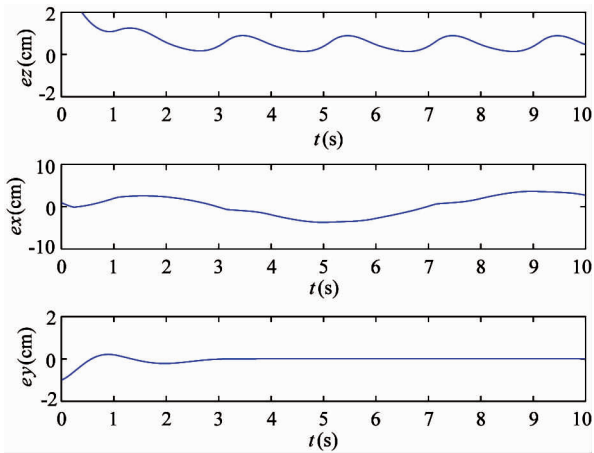


图 6 四旋翼轨迹跟踪误差曲线图

图 7 为在三维空间中四旋翼飞行器跟踪图,从图中可以看出四旋翼飞行器的飞行轨迹良好地跟踪了预设的正弦曲线。

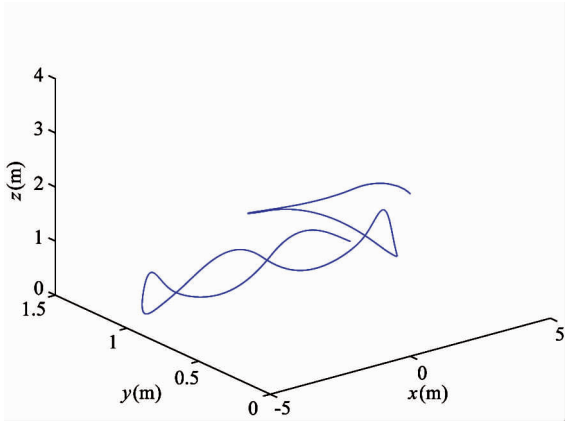


图 7 三维空间中四旋翼轨迹跟踪图

3.2 外部扰动实验分析

飞行器在实际飞行过程中会遇到各种外部干扰,例如风的干扰、磁场干扰等。所以通过仿真模拟飞行器在飞行过程中遇到干扰情况下的飞行状态,如图 8 所示。本实验在线速度 dz 、 dx 、 dy 上加入一个方波干扰信号 T , 在信号干扰下四旋翼轨迹跟踪图如图 8 所示。

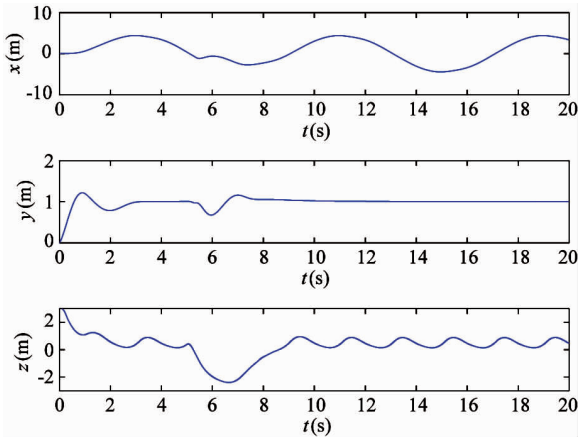


图 8 干扰下四旋翼轨迹跟踪图

由图 8 可以观察到,在 5s 处加入扰动之后,飞机出现震荡,2s 之后飞机经过自适应调整又回到设定的跟踪曲线,保持平稳飞行。证明该控制器自适应性能良好,具有很强的鲁棒性。

3.3 控制律

在四旋翼飞行过程中,可以通过观察 4 个控制律来分析它的飞行状态,因为四旋翼正是由这 4 个控制律 (U_1, U_2, U_3, U_4) 来达到稳定飞行的效果。图 9 为四旋翼飞行器在轨迹跟踪中的控制律曲线图。

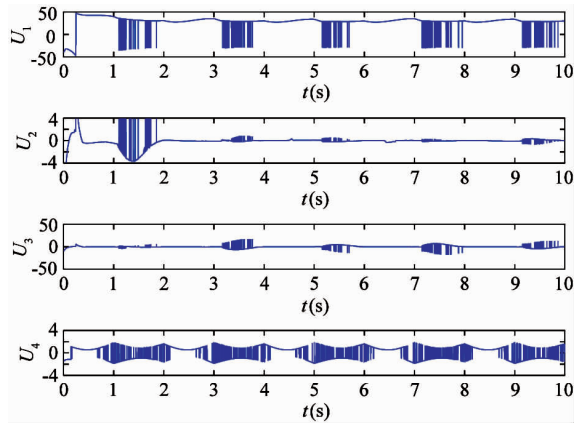


图 9 控制律曲线图

实验仿真结果表明,四旋翼飞行器在轨迹跟踪过程中控制律随着轨迹不断变化,中间会出现一些振荡,但基本能保持在一个较小的范围内,从而保持飞行器的平稳飞行。

3.4 对比实验分析

为了验证上述方法的优点,现单独使用基于反步法的自适应滑模进行控制器设计。除了上述控制器参数以外,根据自适应控制器特性的要求,需要设计其额外控制器参数:

$k_7 = 5, c_7 = 0.4, h = 20, \beta = 1.5$

仿真结果如图 10、图 11、图 12 所示。

将本文提出的融合算法得出的仿真结果和单独使用基于反步法的自适应滑模得出的仿真结果相对比。可以看出本文的算法在轨迹跟踪时候能减少超调量,缩短调节时间,跟踪效果更好,遇到外界扰动

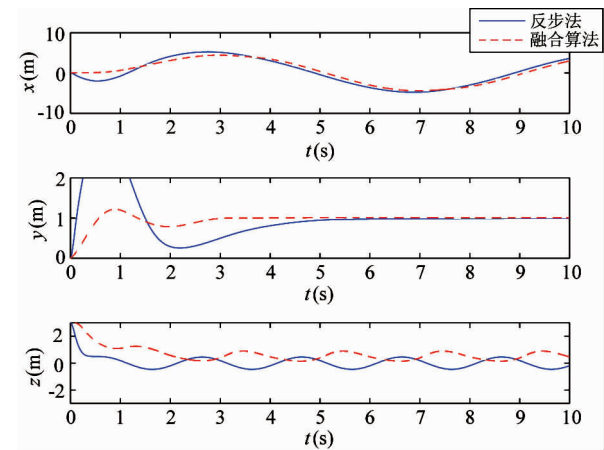


图 10 四旋翼轨迹跟踪位置曲线图

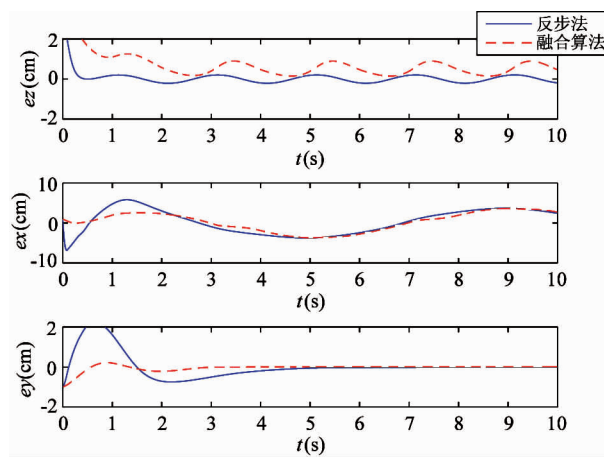


图 11 四旋翼轨迹跟踪误差曲线图

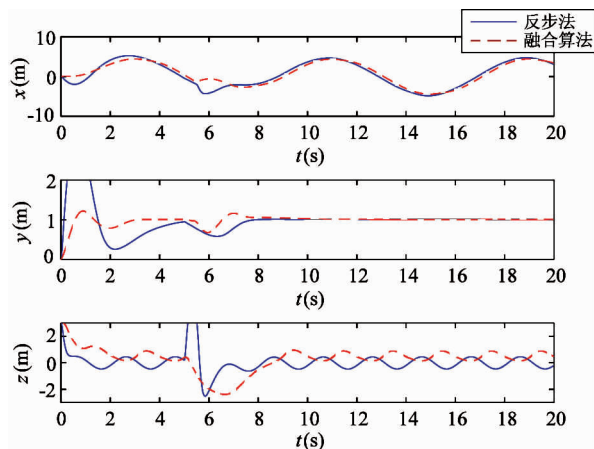


图 12 干扰下四旋翼轨迹跟踪图

时具有更好的抗干扰能力。同时控制器结构简单、参数少、易调整。因此本文方法具有一定的优越性。

4 结 论

本文首先在一定假设条件下建立简单的四旋翼动力学模型,将系统分解为 4 个通道,包括 2 个独立通道和 2 个耦合通道。针对不同的通道分别使用模型参考滑模控制算法和自适应滑模控制算法设计控制器。然后使用 Matlab 进行仿真实验,实验表明飞行器能稳定地跟踪预设的轨迹,并且在出现外部扰动的情况下能通过自适应调整,很快又达到稳定状态,继续跟踪预设轨迹。同时与单独使用基于反步法的自适应滑模进行控制器设计进行了对比,结果表明本文提出的控制器结构简单,参数少,易调整,能减少超调量,缩短调节时间,并且具有更好的自适应能力。通过仿真证明此控制方法准确可行,对之后的四旋翼飞行器的研究具有重要的意义。

参考文献

- [1] 黄依新. 四旋翼飞行器姿态控制方法研究:[硕士学位论文][D]. 成都:西南交通大学, 2014
- [2] Nadda S, Swarup A. Development of backstepping based sliding mode control for a quadrotor [C]. In: Proceedings of the 2014 IEEE 10th International Colloquium on Signal Processing & ITs Applications (CSPA), Kuala Lumpur, Malaysia, 2014. 10-13

- [3] Ghaffar A A, Richardson T. Model reference adaptive control and LQR control for quadrotor with parametric uncertainties[J]. *International Journal of Mechanical, Aerospace, Industrial, Mechatronic and Manufacturing Engineering*, 2015, 9(2):244-250
- [4] Bouabdallah S, Siegwart R. Backstepping and Sliding-mode Techniques Applied to an Indoor Micro Quadrotor [C]. In: Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, Barcelona, Spain, 2006. 2247-2252
- [5] 宿敬亚, 樊鹏辉, 蔡开元. 四旋翼飞行器的非线性 PID 姿态控制[J]. 北京航空航天大学学报, 2011, 37(9):1054-1058
- [6] 孙鹏. 微小型无人直升机姿态 PID 控制及试验研究:[硕士学位论文][D]. 国防科学技术大学, 2008
- [7] Akkinapalli V S, Niermeyer P, Lohmann B, et al. Adaptive nonlinear design plant uncertainty cancellation for a multirotor[C]. In: Proceedings of the International Conference on Unmanned Aircraft Systems, Arlington, USA, 2016. 1102-1110
- [8] 李瑞琪, 王洪福, 李瑞雪, 等. 基于模型参考自适应的四旋翼飞行器控制[J]. 计算机测量与控制, 2013, 21(12):3260-3263
- [9] 李俊, 李运堂. 四旋翼飞行器的动力学建模及 PID 控制[J]. 辽宁工程技术大学学报, 2012, 31(1):114-117
- [10] 微小型四旋翼无人直升机建模及控制方法研究:[硕士学位论文][D]. 长沙:国防科学技术大学, 2006
- [11] Bouadi H, Bouchoucha M, Tadjine M. Sliding mode control based on backstepping approach for an UAV type-quadrotor[J]. *International Journal of Applied Mathematics & Computer Sciences*, 2007, 1(2):40-44
- [12] 江杰, 岂伟楠. 四旋翼飞行器建模与 PID 控制器设计[J]. 电子设计工程, 2013, 21(23):147-150
- [13] 齐书浩. 微型四旋翼飞行器总体设计及其运动控制:[硕士学位论文][D]. 上海:上海交通大学, 2013
- [14] 胡琦逸. 四旋翼飞行器的姿态估计与优化控制研究:[硕士学位论文][D]. 杭州:杭州电子科技大学, 2014
- [15] 牛洪芳, 吴怀宇, 陈洋. 基于反步法的四旋翼飞行器滑动模态控制[J]. 高技术通讯, 2015, 25(12):1083-1091

Adaptive sliding mode control of a quadrotor aircraft based on backstepping and reference model

Liu Qiao, Wu Huaiyu, Chen Yang, Chen Zhihuan

(School of Information Science and Engineering, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan 430081)

Abstract

An adaptive sliding mode controller design method based on backstepping method and reference model is proposed for the attitude and position control of nonlinear six degrees of freedom under actuated four rotorcraft. Firstly, the dynamic model of the four rotorcraft is simplified and the system is decomposed into a fully driven subsystem and an underactuated subsystem. Furthermore, based on the theory of sliding mode variable structure control, for the underactuated system, the sliding mode control surface is derived by using the backstepping control method, and its control law is designed. For the full drive system, the reference model is used to derive the sliding mode control surface and design its control law. And the stability of the system is verified by the Lyapunov stability theory. Finally, the controller based on this control algorithm is simulated by Matlab. The simulation results show that the method can track the trajectory of the four rotorcraft and has good stability in the presence of parameter uncertainties and external disturbances.

Key words: quadrotor aircraft, sliding mode control, backstepping approach, reference model, trajectory tracking