

基于多变异策略与拥挤积距的多目标优化算法^①

宋 丹^{②*} 文中华* 刘洞波* 邓作杰* 彭 梦* 王 宁*

(* 湖南工程学院计算机与通信学院 湘潭 411104)

(** 中南大学信息科学与工程学院 长沙 410083)

摘 要 为了进一步提升进化迭代中的群体多样性和分布性,提出一种基于多变异策略与拥挤积距的多目标优化算法(mcMOA)。该算法设计模糊记忆变异算子采集和利用进化中成功变异的尺度信息,以引导后续变异,增强了局部搜索效率。算法采用多变异策略,将模糊记忆变异、多项式变异、非一致性变异 3 种变异方式有机融入整个进化周期,提升了进化种群的多样性和全局搜索效率。针对拥挤距离不能有效表达个体局部分布性的问题,算法采用个体与相邻个体之间的距离乘积来替代拥挤距离,拥挤积距能有效表示个体的局部密度和局部分布性。通过标准测试函数的仿真实验并与多个采用单变异策略的经典算法比较,新算法在收敛性和分布性方面表现更优。

关键词 多变异策略,模糊记忆变异,拥挤积距,多目标优化

0 引 言

多属性的优化问题在现实世界与工程应用中广泛存在,而多个目标之间常常相互冲突。为了解决多目标优化问题(multi-objective optimization problems, MOPs),学者们提出了许多经典的多目标优化算法,如 NSGA2^[1](non-dominated sorting genetic algorithm II)、SPEA2^[2](improving the strength Pareto evolutionary algorithm)、CW^[3](Cai Wang)、NNIA^[4](nondominated neighbor-based selection immune algorithm)等算法。这些智能多目标优化算法经过进一步地发展与演变,已广泛应用于各类工程领域,如数据分类^[5]、控制优化^[6]、个性化推荐^[7]、高光谱影像分析^[8]、社区网络优化^[9]等。

从生物种群的进化演变中得到启发,众多的智能优化算法在全局解空间中进行随机采样后历经多次进化迭代、逐步寻优,最终实现全局优化任务。在

这些以群迭代为特征的各类智能优化算法中,虚拟碰撞普遍存在^[10],频繁的虚拟碰撞现象将造成采样资源浪费而降低全局搜索性能。针对这一问题,各类智能优化算法在进化迭代中引入记忆机制降低虚拟碰撞的频次,如差分进化算法(differential evolutionary algorithm)^[11]、超启发式进化算法(hyper-Heuristic evolutionary algorithm)^[12]、粒子群算法(particle swarm optimization algorithm)^[13]。为了强化记忆机制,有部分学者设置了专门的数据结构用于存储和记忆部分优秀个体。SPEA^[14]与 SPEA2^[2]构建外部档案记忆非劣个体以提高全局收敛速度。CW^[5]算法则对部分不可行解进行记忆以帮助种群通过不可行区域。邓泽林等^[15]在免疫优化算法中记忆邻域中距离对偶抗原最近的抗体来增强抗体种群的进化。

这些智能算法侧重于记忆个体或群体的基因信息而提高种群的进化效率,忽略了非基因信息(指进化种群的群体和个体可以从进化迭代中获取的有

① 国家自然科学基金(61673164),湖南省自然科学基金(2016JJ6031,2016JJ6027,2018JJ2082)和湖南省教育厅科学研究重点(16A049)资助项目。
② 男,1976,博士,副教授;研究方向:人工智能,智能优化算法研究;联系人,E-mail: s1020d@126.com
(收稿日期:2018-06-10)

益于全局搜索的遗传信息,如搜索步长、搜索方向、搜索结果等)的开采和利用。因此,本文在变异策略中,设计了模糊记忆变异算子,记录非基因信息用以指导后续进化,可有效减少虚拟碰撞而增强局部搜索效率。

在多目标进化算法中,变异与选择是其中的关键算子,变异是个体对其邻域搜索的关键手段,选择优胜个体产生后代是进化迭代不断优化的基础。

多项式变异具有随进化代数的增加,其变异尺度不断精化的特点,Gong 等^[4]利用多项式变异来完成个体的领域搜索。Qiu 等^[16]基于邻域的跨代变异策略和参数自适应机制,构建了一个多目标自适应差分进化算法。段海滨等^[17]运用加入柯西变异的地图和指南针算子和地标算子,提升鸽群优化算法的局部收敛性。李雪岩等^[18]利用混沌变异扰动机制来扩大搜索范围,提升进化中的种群多样性。然而,现有的大部分智能优化算法仅采用一种变异策略,在面对高维、多峰、非线性的多目标优化问题时,易出现陷入局部最优或种群多样性不够等缺点。近年来,有学者运用多策略融合的方法对多目标智能优化算法进行设计与应用。Hu 等^[19]提出了一种采用二阶段策略和平行细胞坐标系的多目标粒子群算法,能够有效缓解进化收敛性和种群多样性的平衡问题。Kumar 等^[20]运用 4 种运算方式对粒子速度与位置进行更新,能独立地提高每一个粒子搜索的有效性。针对一种搜索策略的局限性,本文设计了一种包含模糊记忆变异、非一致性变异、多项式变异的多变异策略,以期在收敛性和分布性上表现更优。

多目标优化算法中期望得到逼近非 Pareto 前沿的非劣解集,并希望该群体具有分布均匀、覆盖完整的特征。由于拥挤距离具有能描述个体在局部的密度信息^[1]的功能,在多目标优化算法中常用于非劣解集或同级别子群在控制规模时使用。NNIA 算法在控制非劣解集规模或选择活动个体激活时运用拥挤距离来进行选择^[4],期望留存前沿的稀疏个体以进行后续进化。魏文红等^[21]在多目标约束差分进化算法中利用非支配排序、拥挤距离和约束处理技术进行择优进化。但是,拥挤距离基于个体与其邻

近个体的求和运算,不能有效表示个体在局部的分布性,对此本文提出了一种基于多变异策略与拥挤积距的多目标优化算法 (multi-objective optimization algorithm based on multi-mutation strategy and crowded product distance, mcMOA),采用拥挤积距以期获得更好的分布性。

1 多变异策略

以最小化为例,多目标优化问题定义如下:

$$\begin{aligned} \min f(\mathbf{X}) &= [f_1(\mathbf{X}), \dots, f_i(\mathbf{X}), \dots, f_m(\mathbf{X})], \\ \mathbf{X} &= (X_1, \dots, X_j, \dots, X_n), \\ X_{j\min} &\leq X_j \leq X_{j\max}, j = 1, 2, \dots, m \end{aligned} \quad (1)$$

其中, $\mathbf{X} \in R^n$ 为 n 维实数空间的向量,其构成决策空间; $f(\mathbf{X}) \in R^m$ 为 m 个相互冲突的优化目标组成的向量,其构成目标空间。当 $m > 1$ 时,称为多目标优化。

在进化迭代中采用分阶段多变异策略,并设计了模糊记忆变异算子。

1.1 模糊记忆变异

为加强进化迭代中对自身进化的经验学习和经验遗传,设计了模糊记忆变异算子。算子在对决策空间进行归一化之后,将变异尺度按 10 的指数级别划分为若干区间,计算并记忆祖辈成功变异时变异值的归属区间(即模糊化);然后,后续进化在相同或相邻区间生成新的变异值。与传统的变异方式相比,模糊记忆变异的策略可以在很大程度上提高变异的成功率,从而减少盲目搜索和重复搜索,进而提高进化效率。

在全局决策空间,个体的变异值 $vrule$ 的模糊化区间 $field$ 的计算方式如式(2):

$$field = floor((-1) \times \log_{10}^{vrule}) + 1 \quad (2)$$

区间 $field$ 越大,则变异尺度越小,则变异精度越高。发生在低标号区间的变异,表示较大范围的邻域探索;反之,高标号区间变异是在较小领域的精细探索。设置模糊记忆矩阵 **Matrix** 对祖辈的成功变异进行模糊化后的区间记忆,对后续的随机探索加以指导。

$Matrix = \{M_{pq}\}, p = 1, 2, \cdots, c; q = 1, 2, \cdots, j$ (3)

式(3)中, M_{pq} 是群体成功变异次数的累积信息(第 p 维, 第 q 区间)。Matrix 的所有元素的初始值为 $1/j$, 由于该矩阵对变异具有指导作用, 即开始时的每个区间进行变异的概率是均等的, 而后来的成功变异信息的累积, 则会让后续变异具有倾向性。在进化一代后, 会对矩阵进行更新和归一化处理, 其更新方式如式(4)所示:

$M_{pq} = M_{pq} + k \times (\frac{1}{j})$ (4)

其中, k 取值区间为 $[0.5, 2]$, 收敛系数 k 取值与局部收敛速度正相关, 在仿真实验中, k 取值 0.9。在变异操作中先选取维度, 再依据 Matrix 矩阵中对应维度上各区间的概率数值, 按轮盘赌的方式来选择区间, 然后在该区间或邻近更精细区间(在仿真实验中设置概率 0.3)进行随机变异。给予一部分概率在更精细区间生成变异值, 有利于提高局部收敛精度。

1.2 多项式变异

Deb 设计的多项式变异在多目标优化算法中得到广泛应用, 其变异形式如下:

$$v'_k = v_k + \delta \cdot (u_k - l_k)$$
$$\delta = \begin{cases} [2u + (1 - 2u)(1 - \delta_1)^{\eta_m + 1}]^{\frac{1}{\eta_m + 1}} - 1 & u \leq 0.5 \\ 1 - [2(1 - u) + 2(u - 0.5)(1 - \delta_2)^{\eta_m + 1}]^{\frac{1}{\eta_m + 1}} & u > 0.5 \end{cases}$$
 (5)

其中, $\delta_1 = (v_k - l_k)/(u_k - l_k), \delta_2 = (u_k - v_k)/(u_k - l_k), u$ 是一个 $[0, 1]$ 区间的随机数, η_m 是由用户设定的分布指数, 在仿真实验中取 20。

1.3 非一致性变异

非一致性变异的变异形式如下:

$$v'_k = \begin{cases} v_k + \Delta(it, b_k - v_k), rand(2) = 0 \\ v_k - \Delta(it, b_k - v_k), rand(2) = 1 \end{cases}$$
 (6)

式(6)中, $rand(2)$ 表示将随机产生的正整数模 2 所得的结果; it 为当前进化代数; $\Delta(it, y)$ 如式

$\Delta(it, y) = y(1 - r^{(1 - it/T)^\lambda})$ (7)

所示。其中, r 是 $[0, 1]$ 里的一个随机数; T 是最大

进化代数; λ 是调整局部搜索的一个系统参数, 其取值一般为 2 ~ 5, 在仿真实验中取值为 2。

从式(7)中得出, 非一致性变异与进化代数相关, 其进化早期进化代数 it 很小, 变异尺度大, 有利于早期对大片空白区域的探索。非一致性变异在进化早期表现出较优性能, 与模糊记忆变异相比, 它不需要前期探索经验与知识记忆。因此, 本文在早期进化阶段采用非一致性变异, 在进化中后期设计了模糊记忆变异并融合采用了多项式变异。一方面有效利用进化历程中的经验传承, 加强收敛性能, 另一方面, 借用多项式变异的扰动效果, 促进群体呈现出更好的多样性。

2 拥挤积距

Deb 等^[1]学者提出的拥挤距离方法已广泛地应用于多目标优化算法, 在群体的多样性保持上取得了一定的效果。

传统上, 在种群 D 内每个个体的拥挤距离定义如下:

$$\lambda(d, D) = \sum_{i=1}^m \frac{\lambda_i(d, D)}{f_i^{\max} - f_i^{\min}}$$
 (8)

其中, $f_i^{\max}$ 和 $f_i^{\min}$ 分别指第 i 个目标函数的最大值与最小值, $\lambda_i(d, D)$ 取值如下:

$$\lambda_i(d, D) = \begin{cases} \infty, & f_i(d) = \min\{f_i(d') \mid d' \in D\} \\ \infty, & f_i(d) = \max\{f_i(d') \mid d' \in D\} \\ \min\left\{f_i(d') - f_i(d'') \mid \begin{matrix} d', d'' \in D, \\ f_i(d'') < f_i(d) < f_i(d') \end{matrix} \right\}, & \text{其他} \end{cases}$$
 (9)

当其为无穷大时, 表示为非支配前沿的端点, 其拥挤距离重新定义为非端点的拥挤距离的最大值的 2 倍。

群体的多样性不仅与密度信息相关, 还与其分布性相关。拥挤距离能表达局部的密度信息, 但不能表达个体在相邻个体之间的位移的均衡性, 当采用拥挤距离进行一次性删减的操作将损害个体的分布性。

图 1 中子图(a)与子图(b)的个体 A 与个体 C 在目标空间中位置相同,个体 B 的位置不同。依据拥挤距离的定义,图 1 中子图(a)与子图(b)中的个体 B 的拥挤距离相等。明显地,子图(a)的分布性

更好,分布更均匀,因此,拥挤距离能表达局部的密度信息,但不能表示个体与相邻个体的相互具体位置。

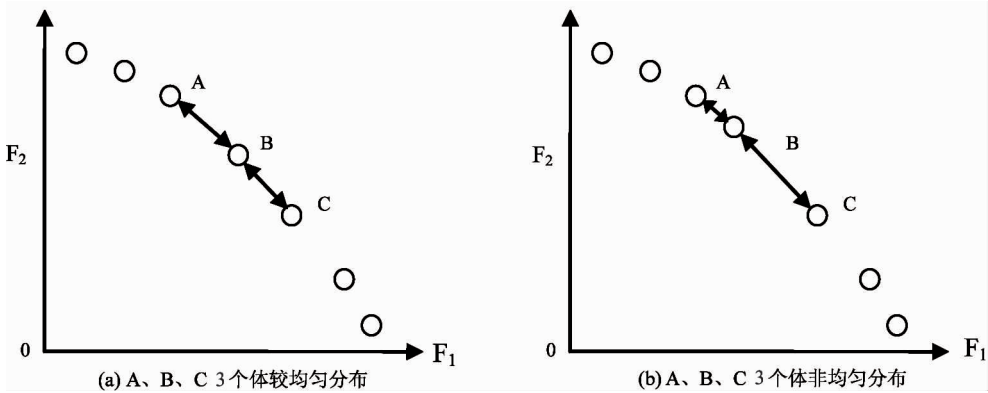


图 1 个体的拥挤距离

对于多目标优化问题,为了更好的体现个体的均匀分布,采用个体与其近邻个体的距离的乘积(拥挤积距)来表示个体的均匀分布程度。对于多目标问题,对于个体 x ,在群体 D 中的拥挤积距如式:

$$\lambda(d_x,D) = \prod_{i=1}^m L^{N_x N_i} \tag{10}$$

所示。其中, $L^{N_x N_i}$ 是个体 x 与其第 i 个最近个体之间的欧氏距离。

以图 1 为例,其子图(a)中 AB 与 BC 段相等,即 $L^{N_B N_A}$ 与 $L^{N_B N_C}$ 相等,此时,其拥挤积距为最大值(在 A、C 的位置不变的情况下),个体达到均匀分布。

另一方面,拥挤距离的一次删减操作会对群体的密集区域带来伤害,从而影响整体的分布性。

图 2 是对 ZDT1 函数进行一次拥挤距离删减操作时的过程示意图,图 2 中子图(a)是删减前的非支配群体的分布情况,子图(b)是经过一次拥挤距离删减操作后得到的剩余群体的分布情况。从图中可见,拥挤距离可以在一定程度上表达个体分布的局部密度信息,稀疏区域的个体具有较大的拥挤距离,密集区域的个体具有较小的拥挤距离;但是,在一次删减时无法动态反映其相对值的变化,将导致密集区域的个体成片被删除(因为其均拥有较小拥挤距离,如图2(a)中矩形框部分)。为了解决这一

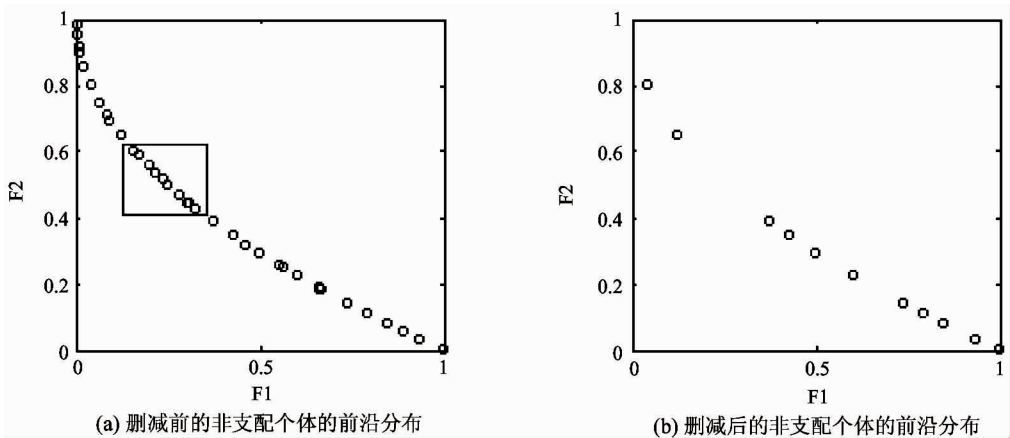


图 2 一次拥挤距离删减的过程示意图

问题,在进化迭代末期,本文算法设计了循环单删减操作。在进行种群规模控制时依据拥挤积距进行多次循环操作,每次只删减局部密度最高的个体,能有效避免非支配前沿的连续个体被删除的情况发生。

3 基于多变异策略与拥挤积距的多目标优化算法

模糊记忆变异机制关注群体进化迭代中获取的经验及其在后续进化中的引导作用,减少了群体在解空间的盲目搜索和重复搜索,能有效提高群体的搜索效率;非一致性变异在进化早期表现出较优性能,其具有不需要前期经验的特点,因此,本文算法在早期进化阶段采用非一致性变异。另一方面,为了进一步提高群体在进化后期的多样性,算法在进化后期融入了多样性变异,使群体的搜索在多策略的引导下进行,避免陷入局部最优而进化停滞。

在生物的免疫进化过程中,存在多样性抗体共生、少数抗体激活的生物机制。借鉴这一生物机制,算法中选择少量优秀非劣个体来繁殖后代,按其拥挤程序(拥挤积距)进行比例克隆、变异,这一机制有利于强化当前 Pareto 稀疏前沿的搜索。

基于多变异策略与拥挤积距的多目标优化算法的具体算法描述如下。

步骤 1 初始化。设置种群规模 N_p , 进化代数最大值 $G_{\max}$, 克隆种群规模 N_c , 活动群体规模 N_a , 模糊记忆二维数组 **Matrix**, 随机生成初始种群 POP_0 。

步骤 2 计算种群 POP_t 个体的亲和度, 进行 Pareto 排序, 得到非支配子种群(非劣个体集) $DPOP_t$ 。

步骤 3 当进化代数 t 大于 1 时, 与种群 $DPOP_{t-1}$ 比较, 对其进行模糊记忆: 对种群 $DPOP_t$ 中的新个体的变异尺度进行模糊化区间统计, 并更新 **Matrix**。

步骤 4 对种群 $DPOP_t$ 依据拥挤积距排序, 选择拥挤距离较大的前 N_a 个构成活动种群 $APOP_t$ 。

步骤 5 依据个体的拥挤积距进行比例克隆得到 $APOP_t'$, 其群体规模为 N_c 。

步骤 6 如果 $t < 0.2 \cdot G_{\max}$, 种群 $APOP_t'$ 进行非一致性变异; 否则, 采用多变异策略, 轮式开展模糊记忆变异、多项式变异、非一致性变异(如 $t \% 3 = 1$

时, 进行模糊记忆变异)。

步骤 7 经过上一步的变异后得到种群 $MPOP_t$, 将种群 $MPOP_t$ 与 $APOP_t$ 合并后构成下一代种群 POP_{t+1} 。

步骤 8 如果 POP_t 的规模超过种群设定规模 N_p , 则依据拥挤积距进行删减操作: 如果 $t > G_{\max} - \frac{G_{\max}}{N}$, 则进行循环单删减操作, 否则进行一次性删减操作。

步骤 9 判断算法终止条件是否满足, 如果否, 令 $t = t + 1$ 转步骤 2; 如果是, 算法结束。

在步骤 5 中依据拥挤积距对活动种群 $APOP_t$ 进行比例克隆, 具体地, 个体 A_i 的克隆规模 CL_i 计算方式如式

$$CL_i = \left\lfloor N_c \times \frac{\lambda(A_i, A)}{\sum_{j=1}^{|A|} \lambda(A_j, A)} \right\rfloor \quad (11)$$

所示。其中, $\lambda(A_i, A)$ 为个体 A_i 在种群中的拥挤积距, N_c 为克隆种群规模。当个体的拥挤积距越大, 其近邻邻域越稀疏, 其克隆规模越大。另外, 边界解的拥挤积距设定为非边界解的最大拥挤积距的 2 倍。

依据 mcMOA 算法流程进行计算复杂度分析如下 (M 表示求解问题的目标数)。

步骤 2 中, 算法对种群 POP_t 进行非劣排序选择出非支配抗体, 其时间复杂度为 $O(M(N)^2 G_{\max})$ 。

步骤 3 中, 算法对二代种群进行比较与区间统计, 其时间复杂度为 $O(NG_{\max})$ 。

步骤 4 中, 算法对种群 $DPOP_t$ 计算拥挤积距进行比较, 其时间复杂度为 $O(M(N) \log(N) G_{\max})$ 。

步骤 5 中, 算法在已计算拥挤积距的前提下进行比例克隆的时间复杂度为 $O(NG_{\max})$ 。

步骤 6 中, 算法进行模糊记忆变异、非一致性变异或多项式变异的时间复杂度均为 $O(NG_{\max})$ 。

步骤 8 中, 算法对种群 POP_t 计算通过拥挤积距进行比较, 其时间复杂度为 $O(M(2N) \log(2N) G_{\max})$ 。进行循环单删减操作时, 其时间复杂度为 $O(NM(2N) \log(2N)(G_{\max}/N))$, 即 $O(M(2N) \log(2N) G_{\max})$ 。

因此, 算法总的时间复杂度计算: $O(M(N)^2 G_{\max}) + O(NG_{\max}) + O(M(N) \log(N) G_{\max})$

$+ O(NG_{\max}) + O(NG_{\max}) + O(M(2N)\log(2N)G_{\max}) + O(M(2N)\log(2N)G_{\max})$, 考虑到符号 O 的运算规则, mcMOA 算法总的时间复杂度为 $O(MN^2 \cdot G_{\max})$ 。NNIA、NSGA-II 算法的时间复杂度为 $O(MN^2 \cdot G_{\max})$ 。因此,算法 mcMOA 和 NNIA、NSGA-II 的时间复杂度相当。

4 仿真实验

本文在仿真实验中采用公认标准测试函数,包括 ZDT 系列的 5 个多目标测试函数和具有目标可扩展特性的 DTLZ 系列的部分测试函数,测试本文算法在高维多目标优化问题上的性能,测试函数如表 1 所示。

表 1 多目标优化标准测试函数集

测试函数	维度		Pareto 前沿特征
	目标空间	决策空间	
ZDT1	2	30	凸型
ZDT2	2	30	凹型
ZDT3	2	30	不连续、凸型
ZDT4	2	10	多模态、凸型
ZDT6	2	10	不连续、非均匀、凹型
DTLZ1	3	7	线性多模态
DTLZ2	3	12	凹型

为了更好地比较本文 mcMOA 算法与单一变异的经典算法的全局性能,本实验选用了采用非一致性变异的 NCEA (non-consistancy evolutionary algorithm) 和采用多项式变异的 NSGA2^[1] 和 NNIA^[4] 算法。其中,NSGA2 算法被广泛应用于多目标优化算法的对比实验中,NNIA 算法是免疫多目标优化的经典算法,具有较好的全局收敛性能。

为了比较不同算法的性能差异,采用分布性指标 SP 和纯度指标 C 。分布指标 SP 描述了目标空间上非劣解集分布的均匀性,纯度指标 C 属于收敛性指标,表示算法获得的非劣解集在多种算法获得的非劣解集合中仍为非劣解的比例。

$$SP = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\bar{d} - d_i)^2}$$

(12)

其中, $d_i = \min_{j=1,2,\dots,n} (\sum_{k=1}^M |f_k^i - f_k^j|)$, $\bar{d} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_i$, d_i 表示在目标空间上与 i 的综合最近距离的解的取值, SP 值越小表示非劣解集越均匀。 SP 的理论最优值为 0。

$$C = \frac{numofN}{numofNinALL}$$

(13)

纯度指标 C 描述了算法的非劣解集在多种算法的非劣解集中的非劣表现,首先将算法的非劣解集与对比算法的非劣解集构成一个大的集合,并进一步求出此集合的非劣解集 $NinALL$ (个数为 $numof-NinAll$),并将原有算法的非劣解集与非劣解集 $NinALL$ 进行比较,找出相同的非劣解个数 $numofN$,并除以非劣解集 $NinALL$ 的个数 $numofNinAll$,计算所占比例,其值越高越好,其最优值为 1。纯度指标能很好地比较各种算法所获的非劣解集的相对收敛程度。

在仿真实验中,用算法 1 表示本文算法 mcMOA;算法 2 采用本文算法的基本框架,在变异中采取非一致性变异的单变异策略,即非一致性变异算法;算法 3 是经典的多目标免疫算法 (NNIA),其采用拥挤距离进行选择 and 多项式变异方式进行局部搜索;算法 4 是经典的多目标优化算法 (NSGA2)。

上述 4 种算法的种群大小均设定为 100 ($G_{\max} = 100$),交叉概率为 1 (NSGA2 设为 0.85),变异概率为 $1/r$ 。NNIA 和 mcMOA 的克隆规模与种群大小一致 ($N_c = 100$);mcMOA 中,活动群体规模 $N_a = 20$,模糊记忆二维数组 **Matrix** 的所有元素的初始值为 $1/j (j = 20)$ 。4 种算法采用的函数评价次数如下:ZDT 系列函数为 20 000 次,DTLZ1 函数为 35 000 次,DTLZ2 函数为 30 000 次。

对于表 1 中的 7 个标准测试函数,通过这 4 种算法对其进行 30 次独立的随机仿真实验,再统计运行所获取的最优解集,得到表示分布性指标 SP 的盒状图。如图 3 所示,mcMOA 在 ZDT1,ZDT2,ZDT3,ZDT4,ZDT6 5 个函数中分布性表现最优。DTLZ1 函数中,4 种算法的分布性表现十分接近,NCEA 算法略占优势,DTLZ2 函数中 NSGA2 算法略占优势,mcMOA 次之。综上所述,在 7 个标准测试函数的分

布性测试中,mcMOA 在 5 个函数的测试中获得了最好的分布性表现,在 4 种算法中表现最优。

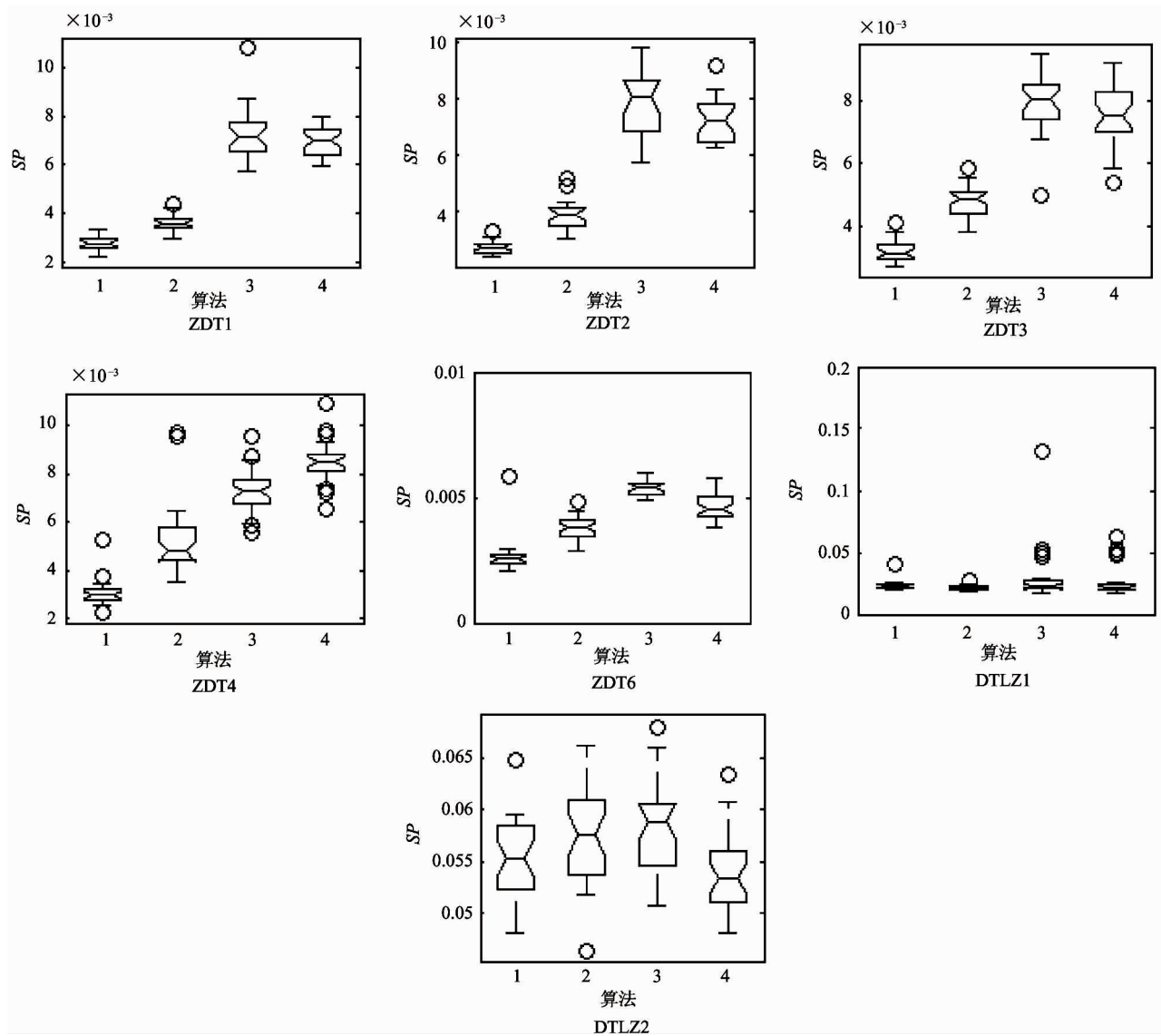


图 3 4 种算法的分布性指标的对比

对 4 种算法进行 30 次独立的随机仿真实验后获取的最优解集进行纯度指标统计,图 4 给出了描述收敛性的纯度指标 C 的盒状图。如图 4 所示,mcMOA 在 ZDT1,ZDT2,ZDT3,ZDT4,DTLZ1,DTLZ2 6 个函数中分布性表现最优。在 ZDT6 函数中,NCEA 算法表现最好,mcMOA 次之,NSGA2 算法表现最差。综上所述,在 7 个标准测试函数的收敛性测试来看,mcMOA 在 6 个函数的测试中获得更高的纯度,与对比算法相比,算法获的最优解集的非劣属性更好,收敛性表现最好。

图 5 是 mcMOA 算法在 7 个测试函数上进化获得的 Pareto 最优前沿。可以看出,算法所获得的非劣解集分布较为均匀,表现出较好的分布性。从目标空间的直观表现上,与图 3 统计得出 mcMOA 算法在 4 种算法中具有最好分布性表现是一致的。综合 mcMOA、非一致性算法、NNIA、NSGA2 4 种算法的仿真实验结果与统计,mcMOA 在 4 种算法中表现最优,其所获得的最优解集具有更好的分布性并能更好地逼近多目标优化问题的理论 Pareto 前沿。

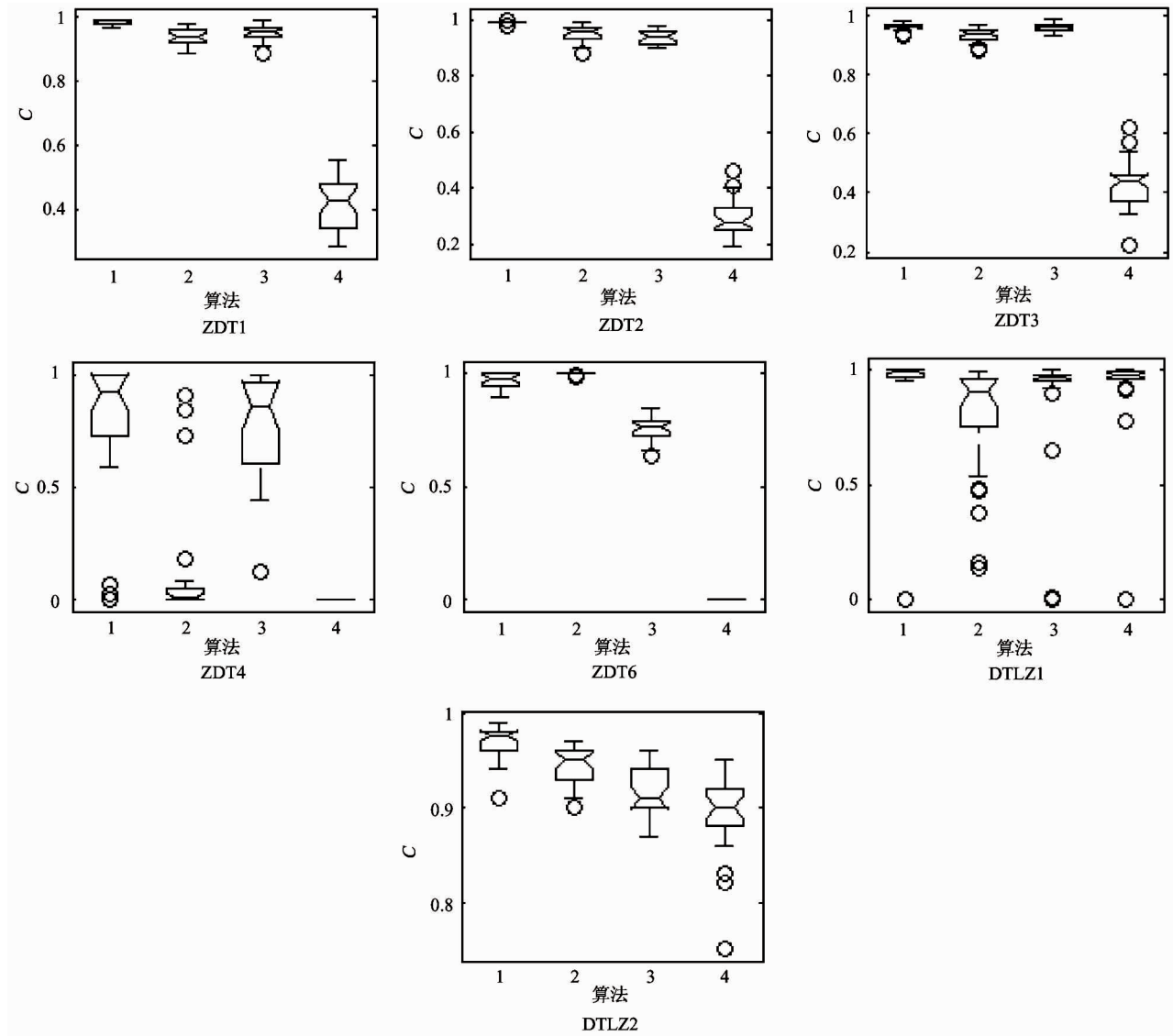


图 4 4 种算法的纯度指标(收敛性指标)的对比

5 结 论

为了进一步提升进化迭代中的群体多样性和分布性,本文提出了一种基于多变异策略与拥挤积距的多目标优化算法(mcMOA)。针对单种变异策略的局限性,在进化迭代中设计了多种变异策略,构建了记录和利用先验知识的模糊记忆变异,并将多项式变异、非一致性变异一起融入到整个进化周期,提升了进化种群的多样性和进化效率。其次,针对拥挤距离作为量度不能有效表达个体局部分布性的问题,研究采用个体与相邻个体之间的距离乘积来表

示拥挤积距,拥挤积距能更有效地表示个体的局部分布性。通过 7 个典型的多目标测试函数的仿真实验,并与多个经典多目标优化算法进行对比,mcMOA 算法在分布性指标与收敛性指标的统计表现中能兼顾非劣解集的分布性能和收敛性能,即具有良好分布性的非劣解集能有效逼近理论 Pareto 前沿。

在面对高维复杂的多目标优化问题时,在进化迭代的框架中设计多策略融合机制有利于提升种群的多样性和分布性。因此,如何更有效地运用多策略进行进化算法设计是值得探索的研究方向。

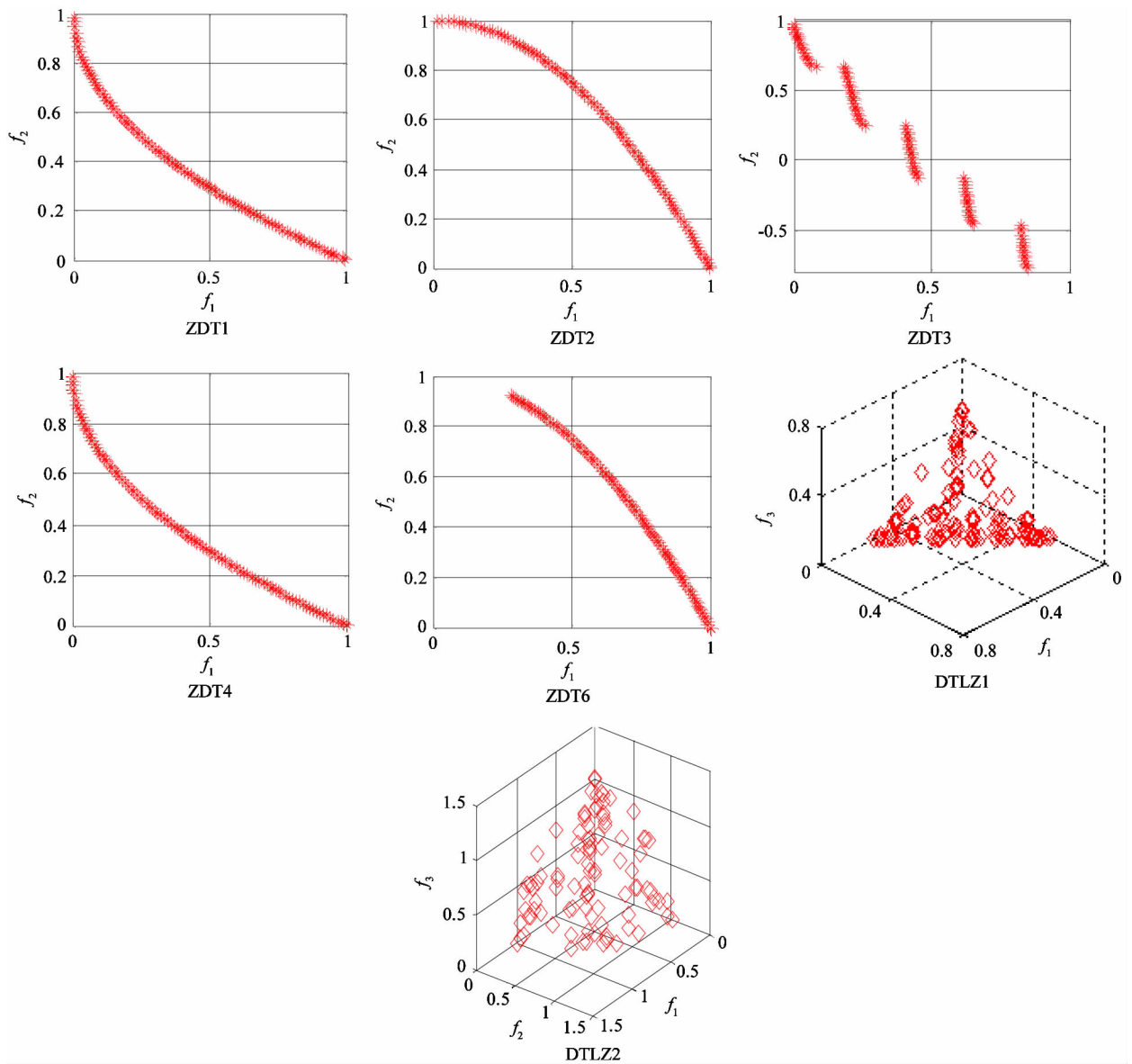


图 5 mcMOA 在测试函数上获得的 Pareto 最优前沿

参考文献

- [1] Deb K, Pratap A, Agrawal S, et al. A fast elitist multi-objective genetic algorithm: NSGA2 [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2002, 6 (2) : 182-197
- [2] Zitzler E, Laumanns M, Thiele L. SPEA2: improving the strength Pareto evolutionary algorithm [C]. In: *Evolutionary Methods for Design, Optimization and Control with Applications to Industrial Problems*. Athens: International Center for Numerical Methods in Engineering, 2002. 95-100
- [3] Cai Z, Wang Y. A multiobjective optimization based evolutionary algorithm for constrained optimization [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2006, 10 (6) : 658-675
- [4] Gong M G, Jiao L C, Du H F, et al. Multiobjective immune algorithm with nondominated neighbor-based selection [J]. *Evolutionary Computation*, 2008, 16 (2) : 225-255
- [5] Antonelli M, Bernardo D, Hagrass H, et al. Multiobjective evolutionary optimization of type-2 fuzzy rule-based systems for financial data classification [J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2017, 25 (2) : 249-264
- [6] Cheng R, Rodemann T, Fischer M, et al. Evolutionary many-objective optimization of hybrid electric vehicle control: from general optimization to preference articulation [J]. *IEEE Transactions on Emerging Topics in Computational Intelligence*, 2017, 1 (2) : 97-111
- [7] Zuo Y, Gong M, Zeng J, et al. Personalized recommendation based on evolutionary multi-objective optimization [J]. *IEEE Computational Intelligence Magazine*, 2015, 10 (1) : 52-62

- [8] Gong M, Li H, Luo E, et al. A multi-objective cooperative coevolutionary algorithm for hyperspectral sparse unmixing[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2017, 21(2): 234-248
- [9] Du J, Jiang C, Chen K C, et al. Community-structured evolutionary game for privacy protection in social networks [J]. *IEEE Transactions on Information Forensics and Security*, 2018, 13(3): 574-589
- [10] 高维尚, 邵诚, 高琴. 群体智能优化中的虚拟碰撞: 雨林算法[J]. *物理学报*, 2013, 62(19): 28-43
- [11] Mininno E, Neri F, Cupertino F, et al. Compact differential evolution[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2011, 15(1): 32-54
- [12] Sabar N R, Ayob M, Kendall G, et al. Grammatical evolution hyper-heuristic for combinatorial optimization problems[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2013, 17(6): 840-861
- [13] Bouaziz S, Alimi A M, Abraham A. PSO-based update memory for improved harmony search algorithm to the evolution of FBBFNT' parameters[C]. In: *Proceedings of IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*, Beijing, China, 2014. 1951-1958
- [14] Zitzler E, Thiele L. Multi-objective evolutionary algorithms: a comparative case study and the strength Pareto approach[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 1999, 3(4): 257-271
- [15] 邓泽林, 谭政冠, 何锴, 等. 一种基于动态识别邻域的免疫网络分类算法及其性能分析[J]. *电子与信息学报*, 2015, 37(5): 1167-1172
- [16] Qiu X, Xu J, Tan K C, et al. Adaptive cross-generation differential evolution operators for multi-objective optimization[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2016, 20(2): 232-244
- [17] 段海滨, 杨之元. 基于柯西变异鸽群优化的大型民用飞机滚动时域控制[J]. *中国科学: 技术科学*, 2018, 48(3): 277-288
- [18] 李雪岩, 李雪梅, 李学伟, 等. 基于混沌映射的元胞遗传算法[J]. *模式识别与人工智能*, 2015, 28(01): 42-49
- [19] Hu W, Yen G G, Luo G. Many-objective particle swarm optimization using two-stage strategy and parallel cell-coordinate system[J]. *IEEE Trans on Cybernetics*, 2016, 47(6): 1446-1459
- [20] Kumar R S, Kondapaneni K, Dixit V, et al. Multi-objective modeling of production and pollution routing problem with time window: A self-learning particleswarm optimization approach[J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2016, 99(C): 29-40
- [21] 魏文红, 王甲海, 陶铭, 等. 基于泛化反向学习的多目标约束差分进化算法[J]. *计算机研究与发展*, 2016, 53(6): 1410-1421

Multi-objective optimization algorithm based on multi-mutation strategy and crowded product distance

Song Dan^{***}, Wen Zhonghua^{*}, Liu Dongbo^{*}, Deng Zhoujie^{*}, Peng Meng^{*}, Wang Ning^{*}

(^{*} College of Computer and Communication, Hunan Institute of Engineering, Xiangtan 411104)

(^{**} School of Information Science and Engineering, Central South University, Changsha 410083)

Abstract

In order to further enhance the diversity and distribution of populations in evolutionary iterations, a multi-objective optimization algorithm based on multi-mutation strategy and crowded product distance is proposed. The algorithm designs fuzzy memory mutation operators to collect and use the scale information of successful mutations in evolution to guide subsequent mutations and enhance the efficiency of local search. The algorithm adopts multiple mutation strategies, including three kinds of fuzzy memory mutations, polynomial mutations, and non-consistent mutations. The variation method is organically integrated into the entire evolutionary cycle, which improves the diversity of the evolutionary population and the global search efficiency. For the problem that crowding distance cannot effectively express the individual local distribution, the algorithm uses the distance product between the individual and the adjacent individual to replace the crowded distance. The crowded product distance can effectively represent the local density and local distribution of the individual. Through the simulation test of the standard test function and compared with a number of classic algorithms using a single mutation strategy, the new algorithm performs better in convergence and distribution.

Key words: multi-mutation strategy, fuzzy memory mutation, crowded product distance, multi-objective optimization