

VTOL 飞行器有限时间输出反馈跟踪控制^①

邹立颖^{②*} 王红艳^{***} 苗凤娟^{**}

(* 燕山大学电气工程学院 秦皇岛 066004)

(** 齐齐哈尔大学通信与电子工程学院 齐齐哈尔 161006)

(*** 齐齐哈尔大学机电工程学院 齐齐哈尔 161006)

摘 要 针对垂直起降(VTOL)飞行器的轨迹跟踪控制问题,提出了一种基于有限时间控制的输出反馈控制方案。首先,采用系统分解技术将原系统解耦成两个子系统,将原系统的输出跟踪问题转化为两个子系统的镇定问题。对解耦后的系统,设计了有限时间状态反馈控制律,所设计的控制器能够保证闭环系统有限时间稳定。然后,考虑部分状态不可测量情况下的 VTOL 飞行器轨迹跟踪控制问题,设计了一个有限时间快速收敛观测器,基于有限时间快速收敛观测器提出了有限时间输出反馈控制律。仿真结果表明,所提出的控制方法具有良好的跟踪性能,能够实现飞行器对给定参考轨迹的快速、准确跟踪。

关键词 垂直起降(VTOL)飞行器, 输出反馈, 有限时间控制, 欠驱动

0 引 言

VTOL(vertical take-off and landing)飞行器是一种能够垂直起飞和着陆的飞行器^[1],由于其对起降环境要求低,可以自由起降,无需依赖跑道,适用于特殊环境(如搭载航母、狭小空间的起落)执行任务,因而具有重要的军事价值和广阔的应用前景。

VTOL 飞行器系统是一种典型的欠驱动、强耦合、非最小相位系统^[1-3],这使得 VTOL 飞行器的研究课题极富挑战性。目前 VTOL 飞行器的研究方向主要有两个,即镇定控制和轨迹跟踪控制。在过去的几十年里,VTOL 飞行器系统引发了国内外研究学者的高度关注,提出了一些控制方法。早期 Hauser 等人在文献[4]中提出一个近似输入输出线性化控制方法,该方法忽略了输入耦合将飞行器近似为最小相位系统,最终实现了 VTOL 飞行器有界跟踪和渐近镇定控制。Martin 等人^[5]提出一种“微

分平滑”的解耦方法,通过坐标变换将输出变成“惠更斯”中心,从而使原模型解耦成最小相位系统,针对最小相位系统设计了跟踪控制律。文献[6-8]考虑输入受限情况,提出一种基于内嵌饱和函数的 VTOL 飞行器镇定控制新方法。考虑执行器故障情形,文献[9]研究了系统稳定性问题。文献[10]采用 Lyapunov 直接法设计了保证 VTOL 飞行器系统全局镇定的控制律,同时给出了全局渐近收敛稳定性证明。文献[11]采用模型分解的方法研究了输出轨迹跟踪问题。

上述文献都没有考虑 VTOL 飞行器速度无法测量的问题,然而实际中,由于传感器故障等原因,速度无法测量的情况常常发生。考虑其速度无法测量情况下的 VTOL 飞行器系统轨迹跟踪控制问题,本文提出了一种基于有限时间快速收敛观测器的输出反馈控制策略。首先,基于系统分解技术和有限时间控制设计了有限时间状态反馈控制律,解决了 VTOL 飞行器轨迹跟踪问题。然后,考虑速度无法

① 黑龙江省留学归国人员科学基金(LC2017028)资助项目。
② 女,1980年生,副教授;研究方向:飞行器控制,非线性控制;联系人,E-mail: zouliying2007@126.com
(收稿日期:2018-06-10)

测量情况下的 VTOL 飞行器轨迹跟踪问题,提出了有限时间快速收敛观测器,基于有限时间快速收敛观测器设计了输出反馈控制器。该控制器能够保证闭环系统全局有限时间稳定。最后,给出的仿真结果表明该输出反馈控制器具有良好的跟踪性能,能够保证系统快速、准确地跟踪给定参考轨迹。

1 预备知识

考虑文献[4]提出的 VTOL 飞行器动力学模型:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -u_1 \sin x_5 + \varepsilon u_2 \cos x_5 \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = u_1 \cos x_5 + \varepsilon u_2 \sin x_5 - g \\ \dot{x}_5 = x_6 \\ \dot{x}_6 = u_2 \\ y = (x_1, x_3, x_5)^T \end{cases} \quad (1)$$

其中, (x_1, x_3) 是 VTOL 飞行器质心的水平和垂直方向位置, x_5 为滚转角, u_1 和 u_2 为飞行器底部推力控制输入和滚动控制输入, g 为重力加速度, ε 是描述滚动控制输入和横向加速度关系的耦合系数。由 VTOL 飞行器动力学模型可见, VTOL 飞行器为非最小相位系统。

本文解决的问题是 VTOL 飞行器的轨迹跟踪问题,控制目标为:对于给定飞行器的位置参考轨迹 $Y_d = (y_{1d}, y_{2d})$, 设计控制律使得 VTOL 飞行器系统渐近跟踪参考轨迹。

为便于后续控制器设计,本文先给出一些定义和引理。

定义 1^[12] 称向量场 $f(x): R^n \rightarrow R^n$ 关于 $(r_1, \cdots, r_n) \in R^n, r_i > 0, i = 1, \cdots, n$ 具有齐次度 k , 若对 $\forall \tau > 0, x \in R^n$, 满足

$$f_i(\tau^{r_1} x_1, \cdots, \tau^{r_n} x_n) = \tau^{k+r_i} f_i(x), \quad i = 1, \cdots, n,$$

其中 $k \geq -\max\{r_i, i = 1, \cdots, n\}$

引理 1^[12] 如果连续系统 $\dot{x} = f(x)$ 是全局渐近稳定的且齐次度 $k < 0$, 则该系统为全局有限时间稳定的。

引理 2^[12] 以下系统是全局有限时间稳定的。

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -k_1 s(\alpha_1, x_1) - k_2 s(\alpha_2, x_2) \end{cases} \quad (2)$$

其中 $s(\cdot)$ 定义为

$$s(\alpha_i, x) = \begin{cases} \text{sign}(x) |x|^{\alpha_i}, & |x| \leq 1 \\ x, & |x| > 1 \end{cases} \quad (3)$$

且 $0 < \alpha_1 < 1, \alpha_2 = 2\alpha_1/(1 + \alpha_1), k_1, k_2 > 0$ 。

2 状态反馈控制器设计

2.1 系统解耦

由于模型中输入存在耦合,不利于控制器设计。这里采用 Sber 提出的解耦方法^[13]对 VTOL 飞行器模型进行输入解耦。

令

$$\begin{aligned} z_1 &= x_1 - \varepsilon \sin x_5, \quad z_2 = \dot{x}_1 - \varepsilon \cos x_5 \cdot x_6 \\ z_3 &= x_3 + \varepsilon (\cos x_5 - g), \quad z_4 = \dot{x}_3 - \varepsilon \sin x_5 \cdot x_6 \\ z_5 &= x_5, \quad z_6 = x_6 \end{aligned} \quad (4)$$

则系统(1)表示为

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 \\ \dot{z}_2 = -\bar{u}_1 \sin z_5 \\ \dot{z}_3 = z_4 \\ \dot{z}_4 = \bar{u}_1 \cos z_5 - g \\ \dot{z}_5 = z_6 \\ \dot{z}_6 = u_2 \end{cases} \quad (5)$$

其中, $\bar{u}_1 = u_1 - \varepsilon x_6^2$ 。

对于解耦后的系统(5),基于系统分解方法^[13], 分解为 2 个子系统:

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 \\ \dot{z}_2 = -\bar{u}_1 \sin z_5 \\ \dot{z}_3 = z_4 \\ \dot{z}_4 = \bar{u}_1 \cos z_5 - g \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} \dot{z}_5 = z_6 \\ \dot{z}_6 = u_2 \end{cases} \quad (7)$$

第 1 个子系统由 4 个方程构成,控制输入为 $\bar{u}$, 将 z_5 当作虚拟输入,用 z_{5d} 表示;第 2 个子系统由 2 个方程构成,控制输入为 u_2 。对这 2 个子系统,设计

状态反馈控制器。设计思路如下,首先设计控制律 $\bar{u}_1$ 和 z_{5d} 用来控制第一个子系统,然后设计控制律 u_2 使得 z_5 在有限时间内快速收敛于 z_{5d} 。

定义

$$\bar{u}_1 := \sqrt{r_1^2 + (r_2 + g)^2}, z_{5d} = \arctan\left(\frac{-r_1}{r_2 + g}\right) \quad (8)$$

$$r_1 = -\bar{u}_1 \sin z_{5d}, r_2 = \bar{u}_1 \cos z_{5d} + g \quad (9)$$

其中, r_1 和 r_2 为辅助控制变量。

由 $\bar{u}_1 = u_1 - \varepsilon x_6^2$ 可得:

$$u_1 = \sqrt{r_1^2 + (r_2 + g)^2} + \varepsilon x_6^2 \quad (10)$$

当 $z_5 = z_{5d}$ 时,有:

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 \\ \dot{z}_2 = r_1 \\ \dot{z}_3 = z_4 \\ \dot{z}_4 = r_2 \end{cases} \quad (11)$$

2.2 有限时间控制器设计

基于解耦后的子系统式(7)和式(11),本节采用有限时间控制方法设计了有限时间控制律,使得 VTOL 飞行器系统在有限时间内稳定地完成跟踪任务。

令期望轨迹为 (z_{1d}, z_{2d}) , 轨迹跟踪目标为: $z_1 \rightarrow z_{1d}, z_3 \rightarrow z_{2d}$, 同时保证 $z_5 \rightarrow z_{5d}$ 。

定义跟踪误差变量:

$$e_1 = z_1 - z_{1d}, e_2 = z_2 - \dot{z}_{1d} \quad (12)$$

$$e_3 = z_3 - z_{2d}, e_4 = z_4 - \dot{z}_{2d}$$

将式(12)代入式(11)中,得到跟踪误差系统

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = e_2 \\ \dot{e}_2 = r_1 - \dot{z}_{1d} \\ \dot{e}_3 = e_4 \\ \dot{e}_4 = r_2 - \dot{z}_{2d} \end{cases} \quad (13)$$

定义误差变量:

$$e_5 = z_5 - z_{5d}, e_6 = z_6 - \dot{z}_{5d} \quad (14)$$

将式(14)代入式(7)可得:

$$\dot{e}_5 = e_6 \quad (15)$$

$$\dot{e}_6 = u_2 - \ddot{z}_{5d}$$

至此,原系统(1)的跟踪问题就转换成跟踪误差子系统(13)和(15)的镇定控制问题。接下来,分

别对 2 个跟踪误差子系统(13)和(15)设计控制律。

对于子系统(13),选取有限时间控制律:

$$r_1 = \dot{z}_{1d} - k_1 s(\beta_1, e_1) - k_2 s(\beta_2, e_2) \quad (16)$$

$$r_2 = \dot{z}_{2d} - k_3 s(\beta_1, e_3) - k_4 s(\beta_2, e_4) \quad (17)$$

其中, $k_1, k_2, k_3, k_4 > 0, 0 < \beta_1 < 1, \beta_2 = 2\beta_1/(1 + \beta_1), s(\cdot)$ 由式(3)定义。

由式(13)、(16)和(17)得闭环误差系统:

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = e_2 \\ \dot{e}_2 = -k_1 s(\beta_1, e_1) - k_2 s(\beta_2, e_2) \\ \dot{e}_3 = e_4 \end{cases} \quad (18)$$

$$\dot{e}_4 = -k_3 s(\beta_1, e_3) - k_4 s(\beta_2, e_4)$$

显然,由引理 2 可得,闭环系统(18)是全局有限时间稳定的。因此存在时间 T_1 ,使得当 $t > T_1$ 时, $e_1 = 0, e_2 = 0, e_3 = 0, e_4 = 0$, 即系统在有限时间内跟踪上给定的期望位置。

对于子系统(15),设计有限时间控制律:

$$u_2 = \dot{z}_{5d} - k_5 s(\beta_3, e_5) - k_6 s(\beta_4, e_6) \quad (19)$$

其中, $k_5, k_6 > 0, 0 < \beta_3 < 1, \beta_4 = 2\beta_3/(1 + \beta_3)$ 。

由式(15)和(19),得到闭环误差系统:

$$\begin{cases} \dot{e}_5 = e_6 \\ \dot{e}_6 = -k_5 s(\beta_3, e_5) - k_6 s(\beta_4, e_6) \end{cases} \quad (20)$$

同样,由引理 2 可得,闭环系统(20)是有限时间稳定的。因此,存在有限时间 $T_2 (T_2 < T_1)$,使得当 $t > T_2$ 时, $e_3 = 0$, 即 $z_5 = z_{5d}, z_5$ 快速收敛到 z_{5d} 。

因此,误差系统(13)和(15)的控制律:

$$u = (\bar{u}_1, u_2)^T \quad (21)$$

$$\bar{u}_1 := \sqrt{r_1^2 + (r_2 + g)^2}$$

$$u_2 = \dot{z}_{5d} - k_5 s(\beta_3, e_5) - k_6 s(\beta_4, e_6)$$

其中, r_1 和 r_2 由式(16)和(17)定义。

基于上述的论证,下面以定理形式给出本节的结论。

定理 1 对于 VTOL 系统式(5),为了跟踪期望轨迹 (z_{1d}, z_{2d}) , 如果采用控制律式(21),则闭环跟踪误差系统是全局有限时间稳定的。即, $z_1 \rightarrow z_{1d}, z_2 \rightarrow \dot{z}_{1d}, z_3 \rightarrow z_{2d}, z_4 \rightarrow \dot{z}_{2d}, z_5 \rightarrow z_{5d}$ 。

3 输出反馈控制器设计

在上节提出的控制器设计中,假设所有状态

($z_1, z_2, z_3, z_4, z_5, z_6$) 都是可以获取的。然而,在实际情况下,有些状态是不可测量的,如速度(z_2, z_4, z_6),这使得定理 1 中设计的控制器无法实现。为了解决上述问题,本节设计一个用于估计系统未知状态(z_2, z_4, z_6)的快速收敛的观测器,基于该观测器设计了一个输出反馈控制器。

定理 2 对于 VTOL 系统式(5),如果采用输出反馈控制器:

$$u = u(z_1, \hat{z}_2, z_3, \hat{z}_4, z_5, \hat{z}_6)^T \tag{22}$$

以上控制器是将式(21)中的不可测量状态 z_2, z_4, z_6 分别用 $\hat{z}_2, \hat{z}_4, \hat{z}_6$ 替代得到的, $\hat{z}_2, \hat{z}_4, \hat{z}_6$ 为不可测量状态 z_2, z_4, z_6 的相应估计值,由以下观测器产生。

$$\begin{cases} \dot{\hat{z}}_1 = \hat{z}_2 \\ \dot{\hat{z}}_2 = -u_1 \sin z_5 + \varepsilon \hat{z}_6^2 \sin z_5 \\ \quad s(\alpha_1, z_1 - \hat{z}_1) + s(\alpha_2, z_2 - \hat{z}_2) \\ \dot{\hat{z}}_3 = z_4 \\ \dot{\hat{z}}_4 = u_1 \cos z_5 - \varepsilon \hat{z}_6^2 \sin z_5 - g \\ \quad + s(\alpha_1, z_3 - \hat{z}_3) + s(\alpha_2, z_4 - \hat{z}_4) \\ \dot{\hat{z}}_5 = z_6 \\ \dot{\hat{z}}_6 = u_2 + s(\alpha_1, z_5 - \hat{z}_5) + s(\alpha_2, z_6 - \hat{z}_6) \end{cases} \tag{23}$$

其中, $0 < \alpha_1 < 1, \alpha_2 = 2\alpha_1/(1 + \alpha_1), s(\cdot)$ 由式(3)定义。

则闭环跟踪误差系统是全局有限时间稳定的。

证明

由于状态反馈控制律式(21)中状态 z_2, z_4, z_6 不可测量,本文采用观测器式(23)产生的状态估计 $\hat{z}_2, \hat{z}_4, \hat{z}_6$ 来实现输出反馈控制律:

$$\begin{aligned} \bar{u}_1 &:= \sqrt{\hat{r}_1^2 + (\hat{r}_2 + g)^2} \\ u_2 &= \ddot{z}_{5d} - k_5 s(\beta_3, \hat{e}_5) - k_6 s(\beta_4, \hat{e}_6) \end{aligned} \tag{24}$$

其中,

$$\begin{aligned} \hat{r}_1 &= \ddot{z}_{1d} - k_1 s(\beta_1, e_1) - k_2 s(\beta_2, \hat{e}_2) \\ \hat{r}_2 &= \ddot{z}_{2d} - k_3 s(\beta_1, e_3) - k_2 s(\beta_2, \hat{e}_4) \\ \hat{e}_2 &= \hat{z}_2 - \dot{z}_{1d}; \hat{e}_4 = \hat{z}_4 - \dot{z}_{2d} \\ \hat{e}_5 &= z_5 - \hat{z}_{5d}; \hat{e}_6 = \hat{z}_6 - \dot{\hat{z}}_{5d} \end{aligned}$$

$$\dot{\hat{z}}_{5d} = z_{5d}(z_1, \hat{z}_2, z_3, \hat{z}_4);$$

接下来将证明状态 z_2, z_4, z_6 在有限时间内分别由 $\hat{z}_2, \hat{z}_4, \hat{z}_6$ 恢复。

首先,考虑用于估计 z_6 的观测器:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{z}}_5 &= z_6 \\ \dot{\hat{z}}_6 &= u_2 + s(\alpha_1, z_5 - \hat{z}_5) + s(\alpha_2, z_6 - \hat{z}_6) \end{aligned} \tag{25}$$

定义观测误差变量 $\sigma_5 = z_5 - \hat{z}_5, \sigma_6 = z_6 - \hat{z}_6$, 由式(7)和(25)得观测误差系统:

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_5 &= \sigma_6 \\ \dot{\sigma}_6 &= -s(\alpha_1, \sigma_5) - s(\alpha_2, \sigma_6) \end{aligned} \tag{26}$$

显然,由引理 2 可得,闭环系统(26)是全局有限时间稳定的。因此存在时间 T_1^* ,使得当 $t > T_1^*$ 时, $\sigma_5 = 0, \sigma_6 = 0$, 即 $z_6 = \hat{z}_6$ 。

然后,考虑用于估计 z_2 的观测器:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{z}}_1 &= \hat{z}_2 \\ \dot{\hat{z}}_2 &= -u_1 \sin z_5 + \varepsilon \hat{z}_6^2 \sin z_5 \\ &\quad + s(\alpha_1, z_1 - \hat{z}_1) + s(\alpha_2, z_2 - \hat{z}_2) \end{aligned} \tag{27}$$

定义观测误差变量 $\sigma_1 = z_1 - \hat{z}_1, \sigma_2 = z_2 - \hat{z}_2$, 由式(6)和(27)得观测误差系统:

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_1 &= \sigma_2 \\ \dot{\sigma}_2 &= \varepsilon \sin z_5 (z_6^2 - \hat{z}_6^2) - s(\alpha_1, \sigma_1) - s(\alpha_2, \sigma_2) \end{aligned} \tag{28}$$

由于当 $t > T_1^*$ 时, $z_6 = \hat{z}_6$ 。因此,当 $t > T_1^*$ 时观测误差系统(28)变为:

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_1 &= \sigma_2 \\ \dot{\sigma}_2 &= -s(\alpha_1, \sigma_1) - s(\alpha_2, \sigma_2) \end{aligned} \tag{29}$$

再次应用引理 2 可得,闭环系统(29)是全局有限时间稳定的。因此,存在时间 $T_2^* (T_2^* > T_1^*)$,使得当 $t > T_2^*$ 时, $z_2 = \hat{z}_2, z_6 = \hat{z}_6$ 。

最后,考虑用于估计 z_4 的观测器:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{z}}_3 &= z_4 \\ \dot{\hat{z}}_4 &= u_1 \cos z_5 - \varepsilon \hat{z}_6^2 \sin z_5 - g \\ &\quad + s(\alpha_1, z_3 - \hat{z}_3) + s(\alpha_2, z_4 - \hat{z}_4) \end{aligned} \tag{30}$$

同样地,定义观测误差 $\sigma_3 = z_3 - \hat{z}_3, \sigma_4 = z_4 -$

$\hat{z}_4$, 则有观测误差系统:

$$\begin{aligned}\dot{\sigma}_3 &= \sigma_4 \\ \dot{\sigma}_4 &= -\varepsilon \cos z_5 (z_6^2 - \hat{z}_6^2) - s(\alpha_1, \sigma_3) - s(\alpha_2, \sigma_4)\end{aligned}\quad (31)$$

注意 $t > T_2^*$ 时, $z_2 = \hat{z}_2$, $z_6 = \hat{z}_6$ 。因此, 当 $t > T_2^*$ 时, 有:

$$\begin{aligned}\sigma_3 &= \sigma_4 \\ \dot{\sigma}_4 &= -s(\alpha_1, \sigma_3) - s(\alpha_2, \sigma_4)\end{aligned}\quad (32)$$

显然, 由引理 2 可得, 闭环系统 (32) 是全局有限时间稳定的。因此, 存在时间 T_3^* ($T_3^* > T_2^*$), 使得当 $t > T_3^*$ 时, 有 $z_2 = \hat{z}_2$, $z_4 = \hat{z}_4$, $z_6 = \hat{z}_6$ 。

因此, 对于 $t > T_3^*$, 输出反馈控制器 (24) 完全等同于状态反馈控制器 (21), 使得闭环跟踪误差系统全局稳定。

证毕。

4 仿真结果

为验证本文所提控制算法的有效性, 在 Matlab/Simulink 环境下进行了 VTOL 飞行器仿真实验。设定期望轨迹为椭圆形: $y_{d1} = 3\cos(0.2t)$, $y_{d2} = 2\sin(0.2t)$, 模型耦合参数为 $\varepsilon = 0.5$, 飞行器系统初始状态为 $x(0) = [3 \ 0.01 \ -1 \ 0.01 \ 0.05 \ 0]^T$, 控制器参数为 $\beta_1 = 3/5$, $\beta_2 = 3/4$, $\beta_3 = 4/5$, $\beta_4 = 8/9$, $k_1 = k_2 = 1$, $k_3 = k_4 = 1$, $k_5 = 1.5$, $k_6 = 1.5$ 。

仿真结果如图 1 ~ 图 3 所示, 图 1 表示输出轨迹跟踪曲线, 图 2 表示飞行器滚转角及其角速度变化曲线。由图 1 和图 2 可见, VTOL 飞行器能够快速、准确地跟踪上给定参考轨迹, 同时保证滚转角快速收敛到零。图 3 为 VTOL 飞行器控制输入曲线, 可以看出控制器响应迅速、稳定收敛。上述结果表明, 本文设计的输出反馈控制器具有良好的动态性能和稳态性能, 跟踪效果良好。

5 结论

考虑无速度测量情况下的 VTOL 飞行器的轨迹跟踪问题, 本文提出一种基于有限时间控制的输出

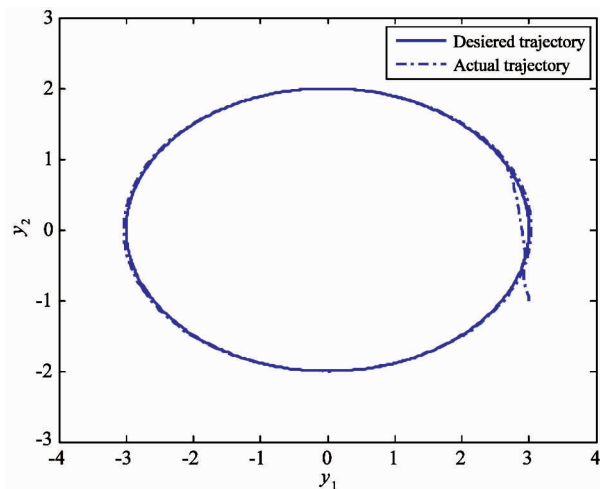


图 1 输出轨迹跟踪曲线

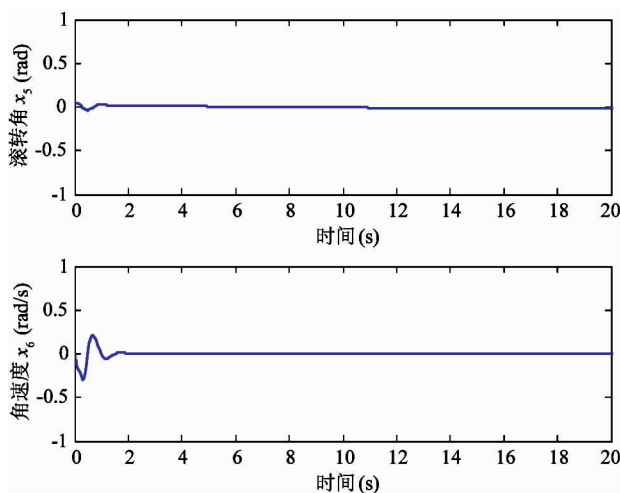


图 2 滚转角及滚转角速度

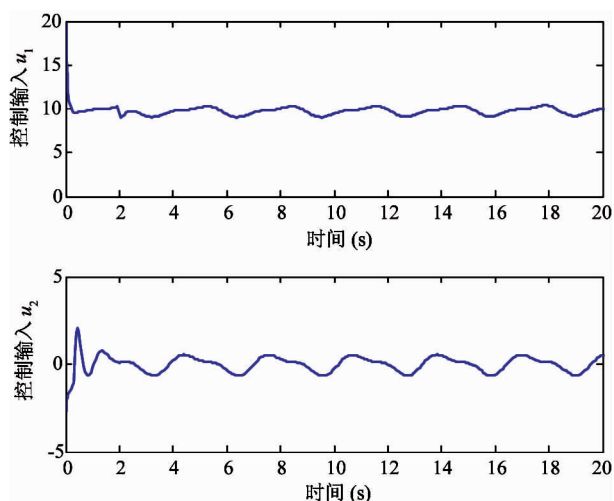


图 3 控制输入

反馈控制方法。首先,基于系统解耦方法将原系统解耦成 2 个子系统。对解耦后系统,利用有限时间控制方法设计了有限时间状态反馈控制律。然后,考虑无速度测量情况下的轨迹跟踪问题,提出了有限时间快速收敛观测器,基于有限时间快速收敛观测器,设计了有限时间输出反馈控制律。该控制律解决了部分状态(速度)无法测量情况下的飞行器控制问题。最后的仿真结果表明该控制律具有良好的跟踪性能。

参考文献

[1] 刘盛平,陆震,吴立成. 欠驱动 VTOL 空间飞行器系统的非线性跟踪控制[J]. 系统仿真学报,2006,18(2): 735-737

[2] 刘盛平,陆震,吴立成. 垂直起降飞机的全局轨迹跟踪控制[J]. 控制与决策,2007,22(8): 899-902

[3] 刘金琨,龚海生. 有输入饱和的欠驱动 VTOL 飞行器滑模控制[J]. 电机与控制学报,2013,17(3): 92-97

[4] Hauser J, Sastry S, Meyer G. Nonlinear control design for slightly nonminimum phase systems[J]. *Automatica*, 1992, 28(4): 665-679

[5] Martin P, Devasia S, Parden B. A different look at output tracking: control a vtol aircraft[J]. *Automatica*, 1996, 32(1):101-10

[6] Ailon A. Control for autonomous VTOL aircraft with restricted inputs[C]. In: Proceedings of the 17th IEEE

Mediterranean Conference on Control and Automation, Thessaloniki, Greece, 2009. 1569-1574

[7] Castillo P, Lozano R, Fantoni I, et al. Control design for the PVTOL aircraft with arbitrary bounded on the acceleration[C]. In: Proceedings of the 41st IEEE Conference on Decision and Control, Las Vegas, USA, 2002. 1717-1720

[8] Zavala A, Fantoni I, Lozano R. Global stabilization of a PVTOL aircraft model with bounded inputs[J]. *International Journal of Control*, 2003,76(18):1833-1844

[9] 蒋元庆,杨浩,姜斌. 基于级联观测器的切换非最小相位垂直起降飞机鲁棒容错控制[C]. 见:第三十三届中国控制会议,中国,南京,2014. 4061-4066

[10] Turker T, Gorgun H, Cansever G. Stabilization of uncoupled PVTOL aircraft based on a Lyapunov function[J]. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 2012, 34(5):578-584

[11] Huang C S, Yuan K. Output tracking of a nonlinear non-minimum phase PVTOL aircraft based on nonlinear state feedback[J]. *International Journal of Control*, 2002, 75(6): 466-473

[12] Frye M, Ding S, Qian C. Fast convergent observer design for output feedback stabilization of a planar vertical take-off and landing aircraft[J]. *IET Control Theory and Applications*, 2010, 4(4):690-700

[13] Olfati-Saber R. Global configuration stabilization for the VTOL aircraft with strong input coupling. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2002, 47(11): 1949-1952

Output feedback tracking control for a VTOL aircraft based on finite time control

Zou Liying^{* **}, Wang Hongyan^{***}, Miao Fengjuan^{**}

(^{*} College of Electrical Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066004)

(^{**} College of Communications and Electronics, Qiqihar University, Qiqihar 161006)

(^{***} College of Mechatronics Engineering, Qiqihar University, Qiqihar 161006)

Abstract

A robust output feedback control strategy is presented to force a non-minimum phase vertical take-off and landing (VTOL) aircraft to track a given reference trajectory asymptotically. Firstly, a system decomposition technique is used to decouple the VTOL system. By employing two global coordinate transformations, the tracking problem of the VTOL aircraft is converted to the stabilizing problem of the decoupled system. On the basis of the decoupled system, the finite time state feedback control method is proposed to stabilize the tracking error subsystem, which makes the overall closed-loop system finite time stable. Then, considering the partial states of VTOL aircraft are unavailable, an output feedback control law is developed which can assure the closed-loop system globally finite-time stable. Finally, numerical simulation results demonstrate the effectiveness and robustness of the proposed output feedback control method.

Key words: vertical take-off and landing (VTOL) aircraft, output feedback, finite time control, underactuated