

# 电力机车机电动力学模型的构建与分析<sup>①</sup>

闫 军<sup>②\*</sup> 姚代祯<sup>\*</sup> 周志霞<sup>\*\*</sup>

(<sup>\*</sup> 内蒙古工业大学机械工程学院 呼和浩特 010051)

(<sup>\*\*</sup> 内蒙古工业大学电力学院 呼和浩特 010051)

**摘要** 阐述了电力机车的结构及其机电动力学。应用拉格朗日-麦克斯韦方程,建立了电力机车的机电动力学模型及相应的微分方程组。通过 Park 变换把三相定子绕组下的方程组转变为  $d-q$  轴两相绕组方程组;利用 Matlab 求解该方程组得到相关变量随时间变化的曲线。应用机电动力学综合考虑了系统的机械部分与电磁部分,把二者有机地结合起来。研究了机电耦合的相互作用规律,从而有效地解决了电力机车的机电耦联系统动力学问题。

**关键词** 机电动力学, 拉格朗日-麦克斯韦方程, Matlab, 机电耦合

## 0 引言

电力机车是常见的铁路交通工具的动力牵引部分,它的安全稳定运行对于整个列车的稳定安全运行具有非常重要的意义。电力机车系统包括电力与机械两大部分,需要综合考虑二者之间的相互影响与耦合。应用机电耦联系统综合考虑系统的电磁部分与机械部分,可以把电机中的磁场、电磁能与机械部分的动能等有机地结合起来<sup>[1,2]</sup>。

应用能量的方法,综合考虑电力机车的机械能与电磁能,通过拉格朗日-麦克斯韦方程建立电力机车的机电动力学以及相应的微分方程组,应用 Matlab 求解该方程组,可以得到电机的角度移、转速、角加速度随时间的变化规律<sup>[3,4]</sup>。从而可以分析出机车运动的稳定性,进而得出整个列车运动的稳定性。

## 1 电力机车的工作原理与结构

某电力机车底部悬挂 8 台电机,为整列火车提

供动力,每台电机驱动着车轴及车轮运动。机车整体的重量靠车轮与钢轨的接触与支撑。图 1 中(a)图为机车行走时的侧面图,(b)图为正面图。

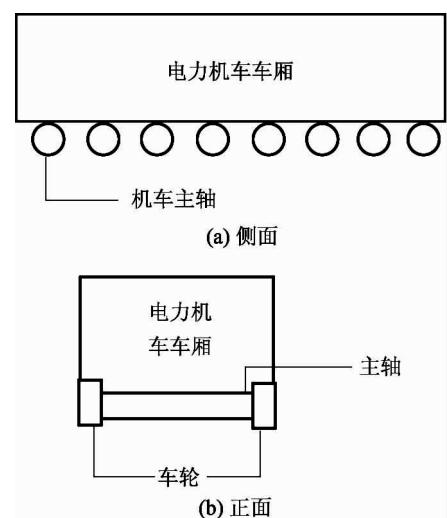


图 1 电力机车示意图

牵引电机是机车进行机械能和电能相互转换的重要部件<sup>[5,6]</sup>。它安装在机车转向架上,通过传动装置与轮对相连<sup>[7,8]</sup>。机车在牵引状态时,牵引电

<sup>①</sup> 国家自然科学基金(51865044),内蒙古自治区自然科学基金(2018LH05039),内蒙古自治区高等学校科学研究项目(NJZY17096)和内蒙古工业大学科学基金(ZD201602)资助项目。

<sup>②</sup> 男,1974 年生,博士,副教授;研究方向:机电动力学;联系人,E-mail: yan\_jun11@163.com  
(收稿日期:2018-12-06)

机将电能转换成机械能,驱动机车运行<sup>[9,10]</sup>。当机车在电气制动状态时,牵引电机将列车的机械能转化为电能,产生列车的制动力<sup>[11,12]</sup>。电机驱动过程如图2所示,电机的转动通过齿轮传动到机车的主轴上,传动比为*i*=4.5。

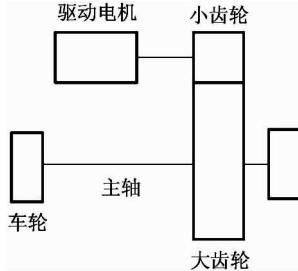


图2 电机驱动示意图

本文假设电力机车车厢底部的8根轴的受力相同,并且认为悬挂在8根轴上的8个旋转电机都是同步的,由它们输出的扭矩也相等,因此本文只对一根轴和一个电机的模型进行研究。

## 2 受力及能量分析

电力机车的受力分析如图3所示,旋转电机输出转矩T是整个机车的动力源。另外,还有整体的重力G、牵引力F、钢轨对车厢的支持力N以及摩擦力F<sub>f</sub>。

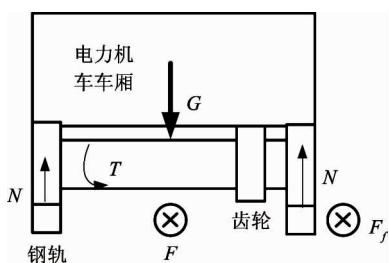


图3 电力机车受力分析

设整个机车的质量为M,电机与小齿轮的转动惯量为J<sub>1</sub>,大齿轮、主轴、车轮的转动惯量为J<sub>2</sub>,电机转过的角度为φ,车轮半径为R,则机车的动能T<sub>1</sub>为

$$\begin{aligned} T_1 &= \frac{1}{2}J_1 \cdot \dot{\phi}^2 + \frac{1}{2}J_2 \cdot \left(\frac{2}{9}\dot{\phi}\right)^2 \\ &\quad + \frac{1}{2}M \cdot R^2 \cdot \left(\frac{2}{9}\dot{\phi}\right)^2 \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{2}(J_1 + \frac{4}{81}J_2 + \frac{4}{81}M \cdot R^2) \cdot \dot{\phi}^2$$

$$\text{令 } J = J_1 + \frac{4}{81}J_2 + \frac{4}{81}M \cdot R^2$$

$$\text{则 } T_1 = \frac{1}{2}J \cdot \dot{\phi}^2 \quad (1)$$

机车的磁能T<sub>2</sub>为

$$T_2 = \frac{1}{2}i_{abc}^T \cdot L_s \cdot i_{abc} + i_{abc}^T \cdot \psi_f \quad (2)$$

其中,L<sub>s</sub>、i<sub>abc</sub>、ψ<sub>f</sub>分别为电机的定子电感、电流和磁链。

## 3 机电动力学模型的构建

拉格朗日-麦克斯韦方程<sup>[13,14]</sup>为

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{e}_k} \right) - \frac{\partial L}{\partial e_k} + \frac{\partial F}{\partial \dot{e}_k} = U_k \\ \quad (k = 1, 2, \dots, n) \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_j} + \frac{\partial F}{\partial \dot{q}_j} = Q_j \\ \quad (j = 1, 2, \dots, m) \end{array} \right. \quad (3)$$

式(1)与式(2)相加,得到拉格朗日函数L如下

$$L = T_1 + T_2 = \frac{1}{2}J \cdot \dot{\phi}^2 + \frac{1}{2}i_{abc}^T \cdot L_s \cdot i_{abc} + i_{abc}^T \cdot \psi_f \quad (4)$$

耗散函数F为

$$F = \frac{1}{2}i_{abc}^T \cdot R_s \cdot i_{abc} + \frac{1}{2}B \cdot \dot{\phi}^2 \quad (5)$$

其中,R<sub>s</sub>为绕组电阻,B为转子阻尼。

根据拉格朗日-麦克斯韦方程(式(3)),对拉格朗日函数L、耗散函数F做如下的计算

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{e}} = L_s \cdot i_{abc} + \psi_f \quad \frac{\partial L}{\partial e} = 0$$

$$\frac{\partial F}{\partial \dot{e}} = R_s \cdot i_{abc}$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{e}} \right) = \frac{d}{dt} (L_s \cdot i_{abc} + \psi_f) = \frac{d}{dt} (\psi_f)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} = J \cdot \dot{\phi} + M \cdot R^2 \cdot \dot{\phi}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \varphi} = i_{abc}^T \frac{\partial L_s}{\partial \varphi} i_{abc} + i_{abc}^T \frac{\partial \psi_f}{\partial \varphi}$$

$$\frac{\partial F}{\partial \dot{\phi}} = B \cdot \dot{\phi}$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} \right) = \frac{d}{dt} [J \cdot \dot{\phi}] = J \cdot \ddot{\phi}$$

把上面的计算带入拉格朗日-麦克斯韦方程式(式(3)), 得到:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}(\psi_f) + R_s \cdot i_{abc} = u_{abc} \\ J \cdot \ddot{\phi} + B \cdot \dot{\phi} - (i_{abc}^T \cdot \frac{\partial L_s}{\partial \phi} \cdot i_{abc} + i_{abc}^T \cdot \frac{\partial \psi_f}{\partial \phi}) \\ = -F_p \end{cases} \quad (6)$$

其中,  $F_p = F + F_{f\circ}$

将上式中两个方程两边的电流、磁链、电压同时做三相定子轴系到两相转子轴系的变换, 得到如下方程<sup>[9,10]</sup>。

$$\begin{cases} L_d \cdot \dot{i}_d + R_s \cdot i_d - p \cdot L_d \cdot i_q \cdot \dot{\phi} = u_d \\ L_q \cdot \dot{i}_q + R_s \cdot i_q + p \cdot L_q \cdot i_d \cdot \dot{\phi} + p \cdot \psi_f \cdot \dot{\phi} = u_q \\ J \cdot \ddot{\phi} + B \cdot \dot{\phi} - \frac{3}{2} [i_q \cdot \psi_f + (L_d - L_q) \cdot i_d \cdot i_q] \cdot p \\ = -F_p \end{cases} \quad (7)$$

## 4 仿真与分析

实际的电力机车电机参数不易获取, 本文以下面的参数(见表 1, 表 2)为例来验证机电动力学方程的正确性。

相关参数带入方程组(7), 得

$$\begin{cases} 0.005 \frac{d(i_d)}{dt} + 1.8i_d - 0.02i_q \cdot \dot{\phi} = u_d \\ 0.005 \frac{d(i_q)}{dt} + 1.8i_q + 0.02i_d \cdot \dot{\phi} + 0.36 \dot{\phi} = u_q \\ 197 \ddot{\phi} - 0.54i_q = -35000 \end{cases}$$

表 1 电力机车参数

名称	数值
机车质量 $M$ (kg)	13 900
转动惯量 $J_1$ ( $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ )	4.0
转动惯量 $J_2$ ( $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ )	440
车轮半径 $R$ (mm)	500
$F_p$ (N)	35 000

表 2 电机参数

名称	数值
额定转距 (N·m)	6 802
相电阻 ( $\Omega$ )	1.8
交直轴电感 (H)	0.005
每对永磁体磁通 (Wb)	0.09
转子转动惯量 ( $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ )	0.34
定子极对数	4
转子粘滞阻尼系数	0
定子电压 (V)	400

图 4 为电机的输出电磁转矩随时间变化关系图, 在电机刚启动阶段, 电磁转矩比较大, 随着时间的推移, 输出的电磁力趋于缓和。

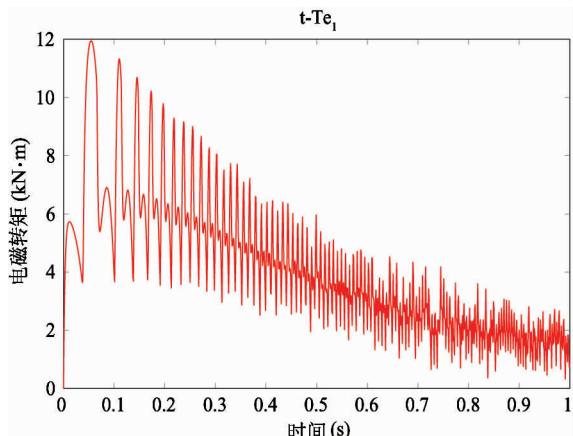


图 4 电磁转矩随时间变化图

图 5 是电机的  $d, q$  轴电流随时间变化图。实线是  $i_q$  电流, 虚线是  $i_d$  电流。在电机启动平稳后,  $i_d$

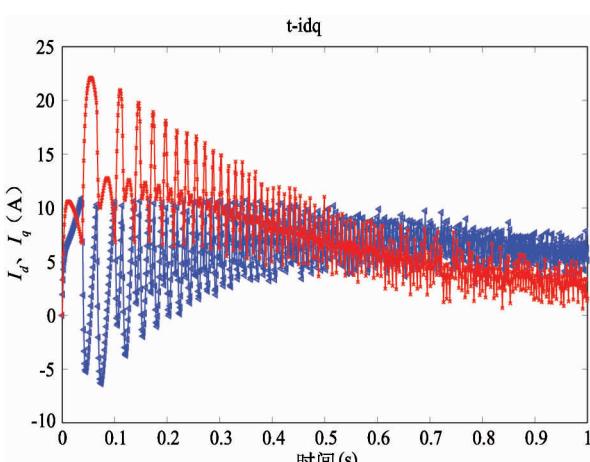


图 5 d, q 电流值随时间变化图

基本是在零值附近上下波动,  $i_q$  电流也逐步趋于稳定。

图 6 是电机的 A、B、C 三相电流值随时间变化图。从图可以分析出电机的三相电流基本与输入的三相电流一致, 在各自的范围内上下波动, 呈正弦分布。

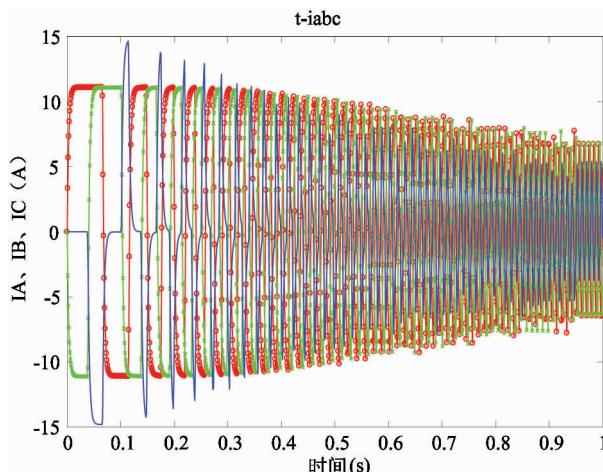


图 6 A、B、C 三相电流随时间变化图

图 7 是电机主轴的角加速度随时间变化图。随着时间的推移, 主轴加速度趋于缓和。

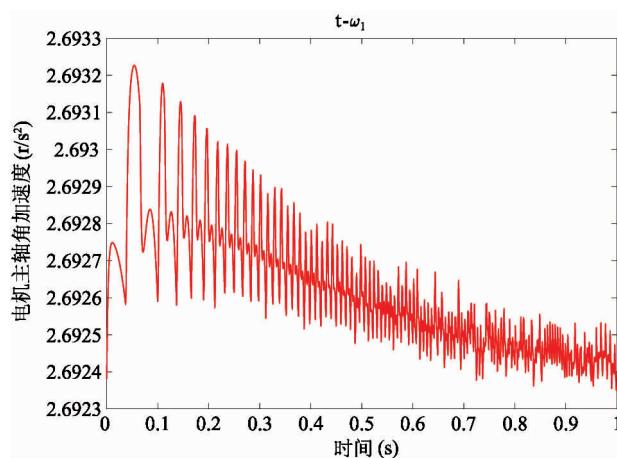


图 7 电机主轴角加速度随时间变化图

## 5 结论

(1) 本文介绍了电力机车的动力传动原理及结构。

(2) 建立了电力机车的机电动力学模型。

(3) 通过 Park 变换得到两相参考系下的拉格朗日-麦克斯韦微分方程组。

(4) 利用 Matlab 中的 ODE 求解器求解该微分方程组。

(5) 从仿真结果看, 本文所提方法正确、合理。

## 参考文献

- [1] 邱家俊. 机电分析动力学 [M]. 北京:科学出版社, 1992. 1-50
- [2] 同军, 李强, 武建新. 变截面辊弯成型装备的机电动力学分析及其系统控制仿真 [J]. 机械设计与制造, 2014, 4: 79-83
- [3] 孟杰, 陈小安, 合烨. 高速电主轴电动机—主轴系统的机电耦合动力学建模 [J]. 机械工程学报, 2007, 43 (12):160-165
- [4] 武建新. 固体火箭发动机整形机床机电系统动力学分析与优化 [D]. 呼和浩特:内蒙古工业大学理学院, 2007. 1-100
- [5] 王旭嘉. 牵引电机架悬方式对高速动车动力学性能影响研究 [D]. 重庆:西南交通大学机械工程学院, 2016. 1-100
- [6] 吉晓军, 王亮, 陈宏. HX-D3 机车复合冷却器通风机轴承进水原因及防治 [J]. 机车电传动, 2012, 6:97-98
- [7] 曹翰清. JD160 型异步牵引电机装配模拟与强度分析 [J]. 电力机车与城轨车辆, 2012, 35(3):16-19
- [8] 林文立. 地铁动车牵引传动系统分析、建模及优化 [D]. 北京:北京交通大学电气工程学院, 2010. 10-80
- [9] 邓日江. JD160A 型变频异步牵引电机 [J]. 电力机车与城轨车辆, 2012, 35 (3):27-30
- [10] 兰万里, 柯琪锐. JD160 型牵引电机内锥轴静强度有限元分析 [J]. 机车电传动, 2015, 4:45-48
- [11] 卢娜. 机车电机轴与小齿轮轴配合的模拟分析 [D]. 大连:大连交通大学机械工程学院, 2014. 1-50
- [12] 张新宇. 多采样率永磁同步牵引电机数字控制系统研究 [D]. 北京:北京交通大学电气工程学院, 2016. 1-50
- [13] Yan J, Li Q, Zhou Z X. Electromechanical dynamics analysis and simulation on rollforming equipment with both sides variable cross-section [J]. High Technology Letters, 2016, 22(1):75-81

- [14] Sudipta G, Nilanjan S. Electromechanical dynamics of controlled variable-speed wind turbines [J]. *IEEE Systems Journal*, 2013, 9(16): 1-7
- [15] 寇宝泉, 程树康. 交流伺服电机及其控制[M]. 北京: 机械工业出版社, 2008. 221-226

## Construction and analysis of electromechanical dynamics model of electric locomotive

Yan Jun<sup>\*</sup>, Yao Daizhen<sup>\*</sup>, Zhou Zhixia<sup>\*\*</sup>

(<sup>\*</sup> College of Mechanical Engineering, Inner Mongolia University of Technology, Hohhot 010051)

(<sup>\*\*</sup> College of Electric Power, Inner Mongolia University of Technology, Hohhot 010051)

### Abstract

The structure and the electromechanical dynamics of power transmission of electric locomotive are presented in this paper. By using Lagrange-Maxwell equations, differential equations and model of electromechanical dynamics are established. Differential equations of two-phase winding on  $d-q$  axis are obtained by Park transformation, which come from three-phase winding equations on A-B-C axis. This system is solved by Matlab software, where discrete solution of each variable vs. time is obtained. The mechanical part and electromechanical part are considered comprehensively in the electromechanical dynamics model, where they are unified. The interaction law of electromechanical coupling is studied, which solves the dynamics problem of electromechanical coupling system of electric locomotive feasibly and effectively.

**Key words:** electromechanical dynamics, Lagrange-Maxwell equation, Matlab, electromechanical coupling