

基于广义扩张状态观测器的移动机器人轨迹跟踪控制^①

张 玲^②

(重庆工业职业技术学院智能制造技术学院 重庆 401120)

摘 要 针对复杂环境下轮式移动机器人(WMR)工作时受参数不确定性以及未知外部扰动的问题,提出一种基于扩张状态观测器的移动机器人轨迹跟踪控制方法。首先推导了轮式移动机器人的运动学及动力学模型,在此基础上引入广义扩张状态观测器(GESO)的控制策略对系统未知状态及不确定项进行实时估计与补偿,实现了系统对扰动的鲁棒性和对环境的高度适应性。并利用 Lyapunov 理论证明了系统的稳定性。仿真实验验证了所提出的控制方法能使移动机器人系统具有良好的跟踪控制性能和较强的鲁棒性能。

关键词 轮式移动机器人(WMR), 轨迹跟踪, 广义扩张状态观测器(GESO)

0 引 言

随着轮式移动机器人(wheeled mobile robot, WMR)应用领域的不断拓展,移动机器人越来越多地被应用于未知的复杂环境。由于复杂工作环境的不确定性和复杂性,移动机器人的控制系统在抗干扰能力和实时性等方面都面临着巨大的挑战^[1],这对系统的运动控制提出了更高的要求。

轨迹跟踪控制是实现轮式移动机器人自主移动的关键。为解决非完整移动机器人的轨迹跟踪问题,张扬名等人^[2]以移动机器人的运动模型为基础,提出一种基于滑模变结构的移动机器人轨迹跟踪控制方法。文献[3]结合 Backstepping 方法设计了基于移动机器人运动学模型的轨迹跟踪控制律。

由于移动机器人受外部干扰、摩擦、负载变化等不确定因素的影响,基于运动学模型的轨迹跟踪对机器人的轨迹跟踪效果不理想。近年来,越来越多的研究工作致力于从动力学层面解决轨迹跟踪问题,主要是将运动学控制器与动力学控制器相结合来解决移动机器人轨迹跟踪控制过程中存在的不确定性问题。文献[4]针对移动机器人的轨迹跟踪问

题,结合干扰观测器和积分滑模方法,设计了基于动力学模型的速度跟踪控制器,通过仿真验证了所设计控制器的有效性。郭一军等人^[5]针对带有输入饱和约束的轮式移动机器人鲁棒轨迹跟踪问题,提出一种抗饱和自适应滑模控制方法。

扩张状态观测器(extended state observer, ESO)是一种可以观测系统扰动的非线性观测器,由韩京清教授^[6]在 1995 年提出。扩张状态观测器是在一般观测器的基础上,将影响系统被控输出的总扰动扩张成新的状态变量,然后对系统状态变量和总扰动进行估计的一种非线性观测器,在机器人控制领域^[5]、交流电机控制系统^[7,8]、飞行器姿态控制^[9]等领域得到了广泛的应用。

针对上述问题,本文首先推导出轮式移动机器人的运动学和动力学模型,在此基础上利用扩张状态观测器设计了基于移动机器人动力学模型的控制律,最后通过 Lyapunov 函数证明了系统的稳定性。

1 轮式移动机器人运动学模型

图 1 为两轮驱动移动机器人模型,该机器人由

① 重庆市重点研发(cstc2017rgzn-zdyf0073)和重庆市教委(KJQN201803204)资助项目。
② 女,1986 年生,硕士,讲师;研究方向:工业机器人及机电一体化技术;联系人,E-mail:1561813501@qq.com
(收稿日期:2018-07-19)

2 个驱动轮,1 个导向轮组成。其中,2 个驱动轮分别由 2 个电机独立驱动,导向轮仅起支撑作用。 XOY 为世界坐标系, $X_bO_bY_b$ 为移动机器人坐标系。移动机器人平台的位姿可由广义坐标向量 $\mathbf{q} = [x, y, \phi, \theta_r, \theta_l]^T \in \mathbb{R}^{5 \times 1}$ 表示, x, y 表示机器人的位置, ϕ 表示机器人航向角, θ_r 和 θ_l 表示左驱动轮与右驱动轮的转角, D 为机器人车轮间距, r 为车轮半径。

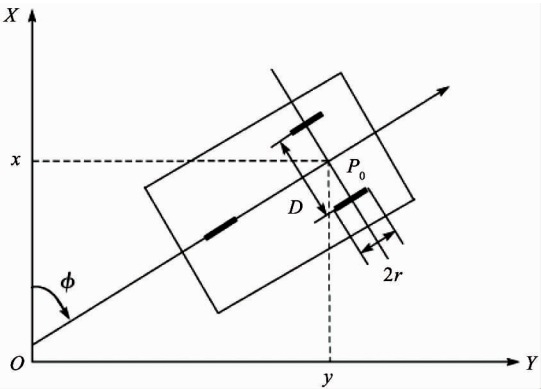


图 1 轮式移动机器人模型

在移动机器人满足纯滚动、无滑动的条件下,运动学方程表示为

$$\begin{cases} -\dot{x}_c \sin\phi + \dot{y}_c \cos\phi - d\dot{\phi} = 0 \\ \dot{x}_c \cos\phi + \dot{y}_c \sin\phi + b\dot{\phi} = r\dot{\theta}_r \\ \dot{x}_c \cos\phi + \dot{y}_c \sin\phi - b\dot{\phi} = r\dot{\theta}_l \end{cases} \quad (1)$$

式(1)简写为

$$\mathbf{A}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} = 0 \quad (2)$$

其中, $\mathbf{A}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} -\sin\phi & \cos\phi & -d & 0 & 0 \\ \cos\phi & \sin\phi & b & -r & 0 \\ \cos\phi & \sin\phi & -b & 0 & -r \end{bmatrix}$ 。

设 $\mathbf{J}(\mathbf{q})$ 是由一系列光滑的、线性独立的矢量组成的满秩矩阵^[10], 结合移动机器人的运动学特性, 可得到:

$$\mathbf{A}(\mathbf{q})\mathbf{J}(\mathbf{q}) = 0$$

其中, $\mathbf{J}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \cos\phi & -d\sin\phi \\ \sin\phi & d\cos\phi \\ 0 & 1 \\ \frac{1}{r} & \frac{b}{r} \\ \frac{1}{r} & -\frac{b}{r} \end{bmatrix}$ 。

机器人运动学方程表示如下:

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}(\mathbf{q})\mathbf{\Theta} \quad (3)$$

其中, $\mathbf{\Theta} = [v \ w]^T$, $v = r(\dot{\theta}_r + \dot{\theta}_l)/2$ 表示移动机器人线速度, $w = r(\dot{\theta}_r - \dot{\theta}_l)/2b$ 表示移动机器人角速度。

移动机器人动力学方程如下:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{V}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) + \boldsymbol{\tau}_d \\ = \mathbf{B}(\mathbf{q})\boldsymbol{\tau} - \mathbf{A}^T(\mathbf{q})\boldsymbol{\lambda} \end{aligned} \quad (4)$$

其中, $\mathbf{M}(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{5 \times 5}$ 是一个对称的正定惯性矩阵, $\mathbf{V}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \in \mathbb{R}^{5 \times 5}$ 是向心力和科里奥利矩阵, $\mathbf{G}(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{5 \times 1}$ 是重力矩阵, $\boldsymbol{\tau}_d \in \mathbb{R}^{5 \times 1}$ 表示系统内部不确定和外界干扰的总和, $\mathbf{B}(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{5 \times 2}$ 表示输入变换矩阵, $\boldsymbol{\tau}$ 表示输入向量, $\mathbf{A}(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{3 \times 5}$ 是与约束条件有关的矩阵, $\boldsymbol{\lambda}$ 是拉格朗日算子向量。

根据机器人动力学模型式(4)及运动学方程式(3), 得到最终模型如下:

$$\bar{\mathbf{M}}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{\Theta}} + \bar{\mathbf{V}}(\mathbf{q})\mathbf{\Theta} + \bar{\mathbf{G}}(\mathbf{q}) + \bar{\boldsymbol{\tau}}_d = \bar{\mathbf{B}}(\mathbf{q})\bar{\boldsymbol{\tau}} \quad (5)$$

其中, $\bar{\mathbf{M}} = \mathbf{J}^T \mathbf{M} \mathbf{J}$, $\bar{\mathbf{V}} = \mathbf{J}^T (\mathbf{M} \dot{\mathbf{J}} + \mathbf{V} \mathbf{J}) = 0$, $\bar{\mathbf{G}} = \mathbf{J}^T \mathbf{G}$, $\bar{\boldsymbol{\tau}}_d = \mathbf{J}^T \boldsymbol{\tau}_d$, $\bar{\mathbf{B}} = \mathbf{J}^T \mathbf{B}$ 。

式(5)可化为

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{\Theta}} = & -\bar{\mathbf{M}}^{-1}(\mathbf{q})\bar{\mathbf{V}}(\mathbf{q})\mathbf{\Theta} - \bar{\mathbf{M}}^{-1}(\mathbf{q})\bar{\mathbf{G}}(\mathbf{q}) \\ & - \bar{\mathbf{M}}^{-1}(\mathbf{q})\bar{\boldsymbol{\tau}}_d + \bar{\mathbf{M}}^{-1}(\mathbf{q})\bar{\mathbf{B}}(\mathbf{q})\bar{\boldsymbol{\tau}} \end{aligned} \quad (6)$$

将移动机器人系统存在的参数不确定、参数摄动、输入干扰等视为系统的总和扰动^[11], 即:

$$\begin{aligned} \mathbf{D} = & -\bar{\mathbf{M}}^{-1}(\mathbf{q})\bar{\boldsymbol{\tau}}_d + \Delta[\bar{\mathbf{M}}^{-1}(\mathbf{q})\bar{\mathbf{V}}(\mathbf{q})]\mathbf{\Theta} \\ & + \Delta[\bar{\mathbf{M}}^{-1}(\mathbf{q})\bar{\mathbf{B}}(\mathbf{q})]\bar{\boldsymbol{\tau}} \end{aligned}$$

由于移动机器人工作在水平面上, $\bar{\mathbf{G}}(\mathbf{q}) = 0$, 进一步得到:

$$\dot{\mathbf{\Theta}} = \mathbf{A}\mathbf{\Theta} - \bar{\mathbf{M}}^{-1}(\mathbf{q})\bar{\mathbf{G}}(\mathbf{q}) + \mathbf{B}\bar{\boldsymbol{\tau}} + \mathbf{D} \quad (7)$$

其中, $\mathbf{A} = -\bar{\mathbf{M}}^{-1}(\mathbf{q})\bar{\mathbf{V}}(\mathbf{q})$, $\mathbf{B} = \bar{\mathbf{M}}^{-1}(\mathbf{q})\bar{\mathbf{B}}(\mathbf{q})$

2 轨迹跟踪问题描述

给定移动机器人的参考位姿 $\mathbf{q}_d(t) = [x_d, y_d, \phi_d]^T$ 与实际位姿 $\mathbf{q}(t) = [x, y, \phi]^T$, 移动机器人位姿的误差方程可以表示为

$$\mathbf{q}_e = \begin{bmatrix} x_e \\ y_e \\ \phi_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\phi & \sin\phi & 0 \\ -\sin\phi & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_d - x \\ y_d - y \\ \phi_d - \phi \end{bmatrix} \quad (8)$$

对式(8)求导,得到如下轨迹跟踪误差微分方程^[2]:

$$\dot{\mathbf{q}}_e = \begin{bmatrix} v_r \cos\phi_e - v + x_e \dot{\phi} \\ v_r \sin\phi_e + x_e \dot{\phi} \\ w_r - \dot{\phi} \end{bmatrix} \quad (9)$$

为了实现期望轨迹的跟踪,给定一个辅助的速度控制输入^[2]:

$$\Theta_c = \begin{bmatrix} v_c \\ w_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_d \cos\phi_e + k_1 x_e \\ w_d + k_2 v_d y_e + k_3 v_d \sin\phi_e \end{bmatrix} \quad (10)$$

式中, $\Theta_c = [v_d \ w_d]^T$ 是轮式机器人的参考线速度和转向速度, k_1 、 k_2 、 k_3 分别是 x_e 、 y_e 、 ϕ_e 的反馈增益矩阵。

为了实现对参轨迹的跟踪,引入速度跟踪误差:

$$\mathbf{e}(t) = \Theta(t) - \Theta_c(t) \quad (11)$$

式(11)作为广义扩张观测器控制器的设计准则,通过控制轮式机器人的速度跟踪误差满足 $\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{e}(t) = 0$ 来保证其轨迹跟踪误差满足 $\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{q}_e(t) = 0$ 。

3 基于广义扩张状态观测器的设计与分析

针对轮式移动机器人实际系统中存在的系统建模不匹配、内部参数摄动和外部干扰等不确定性的影响,设计一种广义扩张状态观测器,实现对不确定性的实时估计与补偿,提高移动机器人系统对干扰的鲁棒性和对环境的适应性。

对于轮式移动机器人动力学系统式(5),设计如下的广义扩张状态观测器:

$$\begin{cases} \dot{\Theta} = \mathbf{A}\Theta + \mathbf{B}\tau + \mathbf{B}_d f(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{D}, t) \\ \mathbf{y}_m = \mathbf{C}_m \Theta \end{cases} \quad (12)$$

定义扩展变量 $\Theta_{n+1} = f(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{D}, t)$, 扩张原来的系统如下所示:

$$\begin{cases} \dot{\Theta} = \bar{\mathbf{A}}\Theta + \bar{\mathbf{B}}\tau + \mathbf{E}h(t) \\ \mathbf{y}_m = \bar{\mathbf{C}}_m \Theta \end{cases} \quad (13)$$

其中, $\dot{\Theta} = [\dot{\Theta} \ \dot{\Theta}_{n+1}]$, $h(t) = \frac{df(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{D}, t)}{dt}$, $\bar{\mathbf{A}} =$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_{n \times n} & (\mathbf{B}_d)_{n \times q} \\ \mathbf{0}_{q \times n} & \mathbf{0}_{q \times q} \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{n \times m} \\ \mathbf{0}_{q \times m} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{E} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n \times q} \\ \mathbf{I}_{q \times q} \end{bmatrix}_{(n+q) \times q}, \quad \bar{\mathbf{C}}_m = [\mathbf{C}_m \ \mathbf{0}_{r \times q}]_{r \times (n+q) \circ}$$

由于 $(\bar{\mathbf{C}}_m, \bar{\mathbf{A}})$ 是可观的,对于式(13)所示的系统,构造出如下的广义扩张状态观测器设计:

$$\begin{cases} \dot{\hat{\Theta}} = \bar{\mathbf{A}} \hat{\Theta} + \bar{\mathbf{B}}\tau + \mathbf{L}(\mathbf{y}_m - \hat{\mathbf{y}}_m) \\ \hat{\mathbf{y}}_m = \bar{\mathbf{C}}_m \hat{\Theta} \end{cases} \quad (14)$$

其中, $\hat{\Theta} = [\hat{\Theta} \ \hat{\Theta}_{n+1}]^T$ 是状态变量 $\Theta = [\Theta \ \Theta_{n+1}]^T$ 的估计值, $\mathbf{L}$ 为待设计的观测器增益矩阵。

控制律设计为

$$\tau = \mathbf{B}^{-1}(\dot{\Theta}_c - \mathbf{A}\Theta) - \mathbf{K}_x(\Theta_c - \hat{\Theta}) + \mathbf{K}_d \hat{d} \quad (15)$$

其中, $\mathbf{K}_x$ 表示反馈控制增益矩阵, $\mathbf{K}_d$ 表示干扰补偿增益矩阵。通过选取合适的 $\mathbf{K}_x$ 和 $\mathbf{K}_d$ 来估计干扰。

4 稳定性分析

定义估计误差为 $\dot{e}_0 = \mathbf{A}_0(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})e_0 - \mathbf{E}h(t)$ 。

其中, $\mathbf{A}_0 = \bar{\mathbf{A}} - \mathbf{L}\bar{\mathbf{C}}_m$, 观测误差为 $\mathbf{e}_0 = [\hat{z} - z \ \hat{d} - d]$ 。如果观测增益 $\mathbf{L}$ 选择能够保证 $\mathbf{A}_0$ 满足 Hurwitz 条件,且 $h(t)$ 未知有界,估计误差 e_0 有界。

证明: 如果 $\mathbf{A}_0$ 满足 Hurwitz 条件,选取 Lyapunov 函数 $V_0 = e_0^T \mathbf{P} e_0$, 其中,矩阵 $\mathbf{P}$ 是矩阵方程 $\mathbf{A}_0^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}_0 = -\mathbf{Q}$ 的唯一解,且 $\mathbf{Q}$ 为正定矩阵。

$$\begin{aligned} \dot{V}_0 &= -e_0^T \mathbf{Q} e_0 + 2d^T \mathbf{P} e_0 \\ &= -(e_0^T \mathbf{Q}^T - d^T \mathbf{P}^{-1/2})(e_0^T \mathbf{Q}^{1/2} - d^T \mathbf{P}^{-1/2})^T \\ &\quad + (d^T \mathbf{P} \mathbf{Q}^{-1/2})(d^T \mathbf{P} \mathbf{Q}^{-1/2})^T \end{aligned}$$

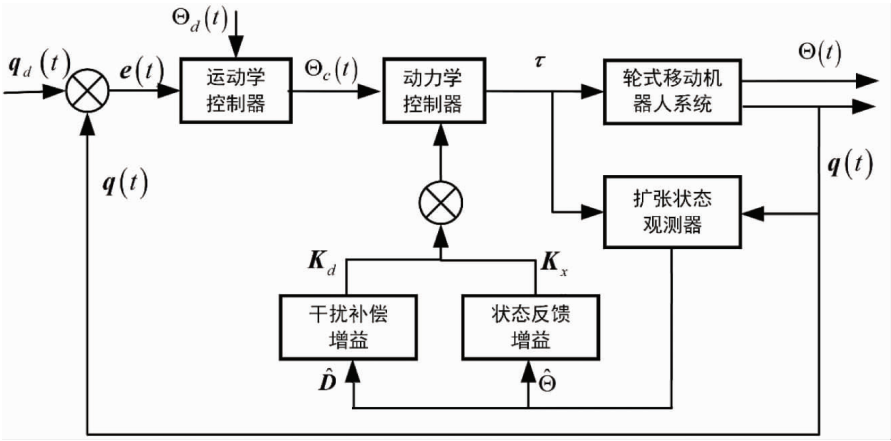


图 2 控制系统框图

如果 $\dot{V}_0 \leq 0$ ，需要满足 $\|e_0^T Q^{1/2} - d^T P^{1/2}\|_2 > \|d^T P Q^{-1/2}\|_2$

定义 Lyapunov 函数：
 $V = V_1 + V_2 + V_3$

其中,位置误差为 $V_1 = \frac{1}{2}(e_1^2 + e_2^2) + \frac{1}{k_2}(1 - \cos e_3)$ ，
观测误差为 $V_2 = e_0^T P e_0$ ，跟踪误差为 $V_3 = \frac{1}{2}e_c^T M e_c$ 。

对上式求导得：
 $\dot{V} = \dot{V}_1 + \dot{V}_2 + \dot{V}_3$

$\dot{V}_1 = -k_1 e_1^2 - \frac{k_3}{k_2} v_r \sin^2 e_3$
由于移动机器人的线速度 $v_r \geq 0, \dot{V}_1 < 0, \dot{V}_2 < 0$ 。

$$\dot{V}_3 = \frac{1}{2}e_c^T (\dot{\bar{M}} - 2\dot{\bar{V}}_m)e_c - e_c^T (A + BK_x)e_c - e_c^T BK_e e_0 - d(BK_d + B_d)$$

其中, $K = [K_x \quad K_d]^T$ 。

由于 $\dot{\bar{M}} - 2\dot{\bar{V}}_m$ 为斜对称矩阵, $e_c^T (\dot{\bar{M}} - 2\dot{\bar{V}}_m)e_c = 0$ 。由于 $A - BK_x$ 满足 Hurwit 条件, e_0 有界, $\dot{V}_3 \leq 0$ 。因此,如果选择合适的干扰补偿增益,观测增益以及状态反馈增益,我们可以得到 $\dot{V} \leq 0$ 。

5 仿真实验与分析

为了验证所设计的基于广义扩张状态观测器控

制策略的有效性和系统轨迹跟踪性能,应用所提出的控制方法对轮式移动机器人进行仿真实验。仿真采用的移动机器人参数如表 1 所示。

表 1 移动机器人参数

参数	符号	数值	单位
质量	M	50	kg
驱动轮半径	r	0.125	m
两驱动轮间距	D	0.5	m

控制器设计参数分别选取为 $k_1 = 1, k_2 = 100, k_3 = 10, L = \begin{bmatrix} 100 & 5 & 100000 & 50000 \\ 0 & 10 & 50000 & 100000 \end{bmatrix}, K_x = \begin{bmatrix} 24.3333 & 85.0917 \\ 24.3333 & -85.0917 \end{bmatrix}$ 。

为了说明本文采用的基于广义扩张状态观测器的控制方法解决移动机器人轨迹跟踪问题的有效性,分别以直线轨迹、圆弧轨迹、任意轨迹为仿真对象。仿真结果如图 3 ~ 图 5 所示,从中可以看到,基于广义扩张状态观测器的控制策略能够较快地实现 3 种参考曲线的轨迹与速度准确跟踪,并且控制输入变化较为平滑。

基于以上仿真分析,可以看出本文所提出的基于广义扩张状态观测器的控制策略能使移动机器人系统具有良好的跟踪控制性能和较强的鲁棒性能。

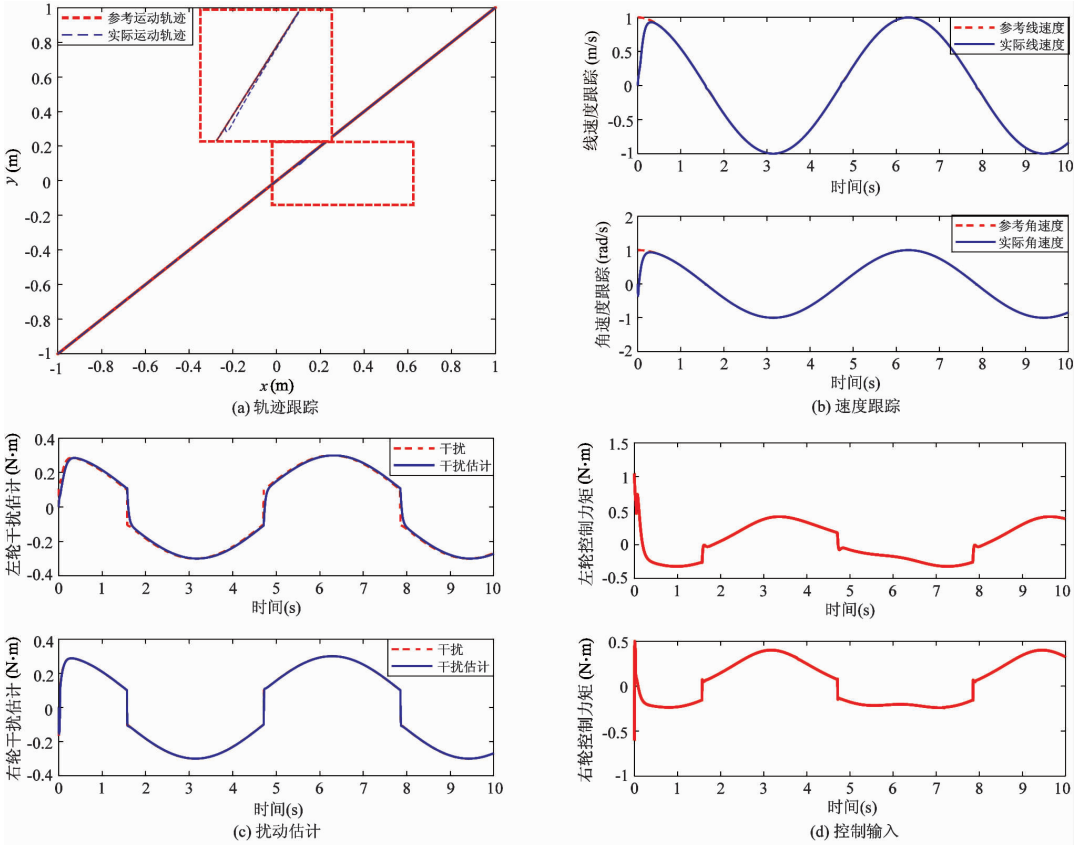


图 3 直线轨迹跟踪

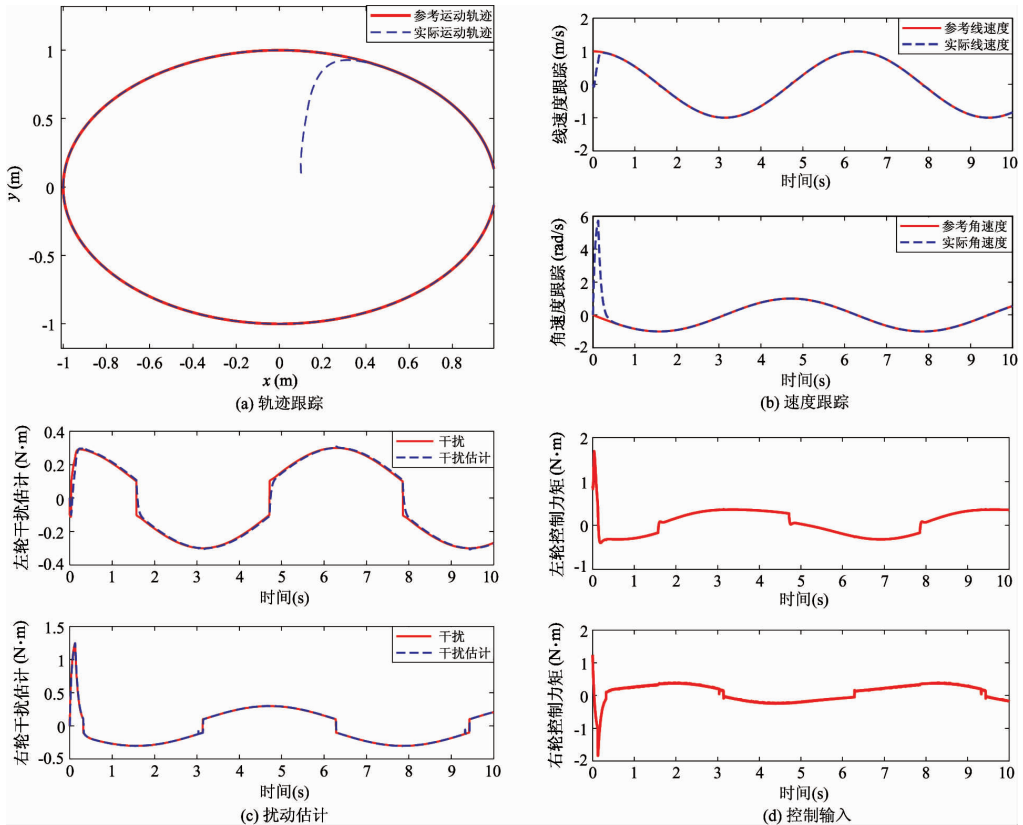


图 4 圆弧轨迹跟踪

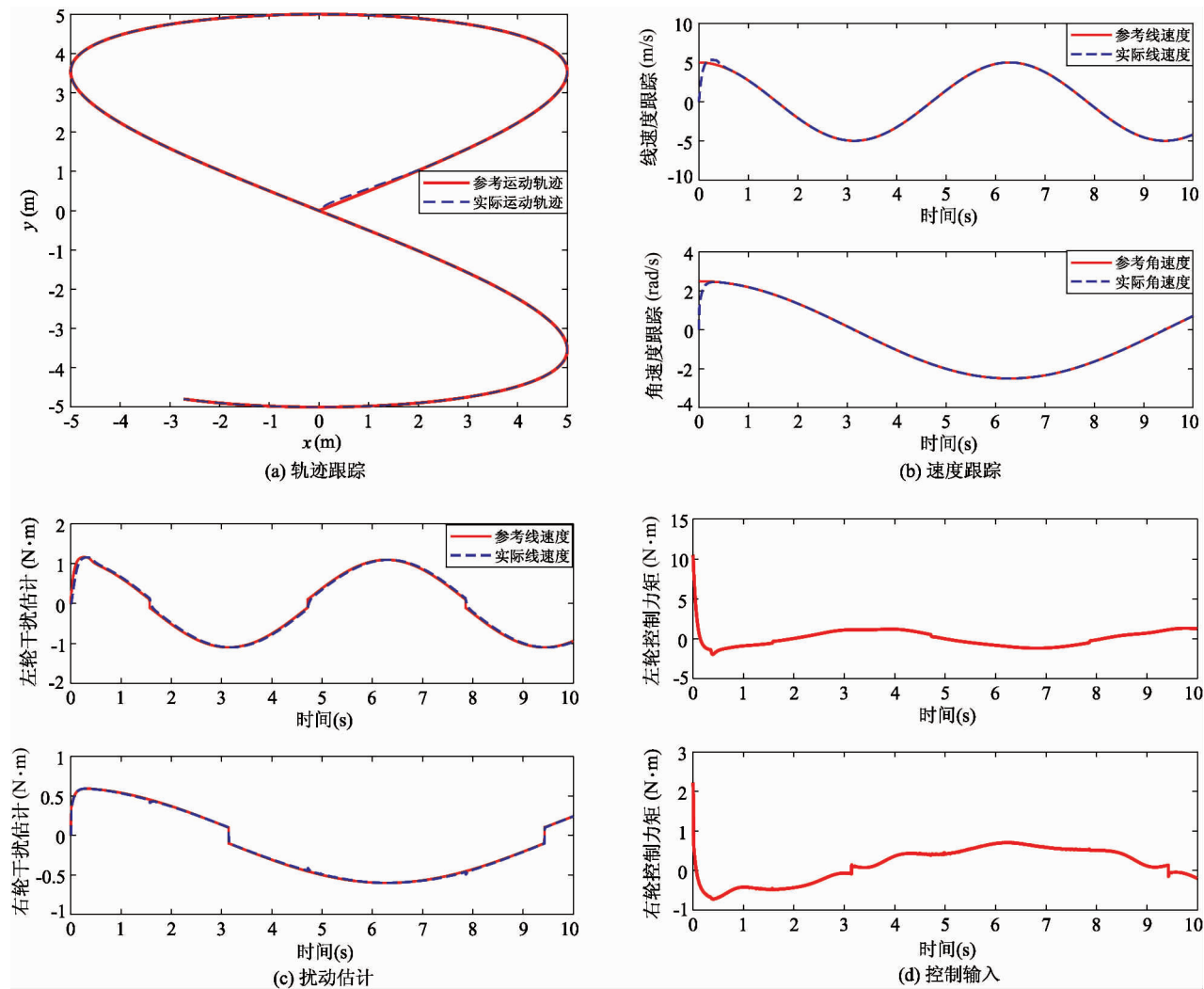


图 5 任意轨迹跟踪

6 结 论

本文针对复杂环境下移动机器人控制参数不确定性以及未知外部扰动的情况,研究了基于广义扩张状态观测器的轨迹跟踪问题。首先,推导出轮式移动机器人的运动学和动力学模型,在此基础上利用广义扩张状态观测器设计了基于动力学模型的控制,该控制器能有效地克服未知扰动的影响,不仅保证了系统的稳定,而且实现了轨迹的稳定快速跟踪。

参考文献

[1] 葛媛媛, 张宏基. 基于自适应模糊滑模控制的机器人轨迹跟踪算法[J]. 电子测量与仪器学报, 2017, 31

(5):746-755

[2] 张扬名, 刘国荣, 杨小亮. 基于滑模变结构的移动机器人轨迹跟踪控制[J]. 计算机工程, 2013, 39(5): 160-164

[3] 于浩, 宿浩, 杨雪, 等. 基于引导角的轮式移动机器人轨迹跟踪控制[J]. 控制与决策, 2015, 30(4): 635-639

[4] 许坤, 陈谋. 基于干扰观测器的移动机器人轨迹跟踪控制[J]. 应用科学学报, 2016, 34(2): 177-189

[5] 郭一军, 俞立, 徐建明. 基于扩张状态观测器的轮式移动机器人抗饱和和自适应滑模轨迹跟踪控制[J]. 系统科学与数学, 2017, 37(5): 1179-1193

[6] 韩京清. 一类小确定对象的扩张状态观测器[J]. 控制与决策, 1995, 10(1): 85-88

[7] 张明晖, 杨家强, 陈磊, 等. 基于扩张状态观测器的永磁电机电流预测控制[J]. 浙江大学学报(工学版),

2016, 50(7):1387-1392

(6):521-527

- [8] 田兵, 安群涛, 段建东, 等. 基于扩张状态观测器的五相电机在单相开路故障下的低速无位置控制技术[J]. 中国电机工程学报, 2018, 38(8)
- [9] 檀姗姗, 杨洪玖, 路继勇, 等. 基于扩张状态观测器的飞行器姿态控制研究[J]. 燕山大学学报, 2017, 41

- [10] 张元良. 移动机器人导航与控制算法设计[M]. 武汉:华中科技大学出版社, 2017, 20-25
- [11] 崔明月. 复杂环境下不确定轮式移动机器人运动控制的研究[D]. 重庆:重庆大学自动化学院, 2012. 10-12

Generalized extended state observer approach to tracking control for wheeled mobile robot

Zhang Ling

(Department of Automation, Chongqing Industry Polytechnic College, Chongqing 401120)

Abstract

To track the desired trajectories of the wheeled mobile robot (WMR) in the complex environment with parameter uncertainty and unknown external disturbance, a generalized extended state observer (GESO) tracking algorithm is proposed for the WMR system. Firstly, kinematic and dynamic models of the mobile robot are derived. Then, the GESO is adopted to design a robust tracking controller at kinematic and dynamic level in order to realize the estimation and compensation of the parameter uncertainty and unknown disturbance. Finally, the asymptotical stability of system is proved based on Lyapunov theory. The simulation experiments show that the system designed based on GESO control theory provides good tracking ability and strong robustness.

Key words: wheeled mobile robot (WMR), trajectory tracking, generalized extended state observer (GESO)