

具有异常数据和执行器饱和的移动舞台机器人跟踪控制^①

倪洪杰^② 刘安东 俞立^③ 禹鑫焱

(浙江工业大学信息工程学院 杭州 310023)

摘 要 针对具有测量数据异常和执行器饱和的移动舞台机器人轨迹跟踪问题,研究了一种基于预测控制的视觉伺服轨迹跟踪方法。首先,将摄像头固定在架子上,结合基于图像的建模方法,给出了移动舞台机器人轨迹跟踪误差模型。同时,考虑因移动舞台机器人抖动和舞台光照影响造成的异常检测数据和执行机构的饱和输入问题,将轨迹跟踪误差模型转化为具有不确定和随机参数的线性化模型。基于 Lyapunov 稳定性理论,采用预测控制方法和线性矩阵不等式技术给出了保证闭环系统渐近稳定的充分条件,并给出了预测控制器的设计方法。最后,通过仿真和实验给出了所提算法有效性的证明。

关键词 移动舞台机器人, 预测控制, 视觉伺服, 轨迹跟踪

0 引 言

随着现代展演艺术在全民文化建设中的日益提升,舞台演出艺术的高品质呈现越来越受到导演和观众关注,移动舞台机器人具有可智能移动特性,成为演出中产生高质量动态艺术效应的重要道具之一^[1,2]。通常在各类舞台文艺演出中,移动舞台机器人需要根据演出剧场的变化按照预先设定的轨迹路线进行无差运动,以配合剧情演绎,丰富艺术展现力。因此,移动舞台机器人运动控制的本质是轮式机器人的轨迹跟踪控制。

近年来,轨迹跟踪控制作为轮式机器人三大基本运动控制之一,受到了许多学者的广泛关注,并提出了许多有效的轨迹跟踪控制方法,如反演控制、滑模控制、自适应控制、模糊控制以及预测控制等^[3-7]。为了有效展现文艺演出的效果,参考轨迹通常为多种不同类型的曲线,使得轮式移动机器人的参考线速度和角速度是时变的,导致运动学模型为时变系统。文献[3]针对双轮移动机器人的路径

跟踪问题,提出了基于反演控制和滑模控制相结合的控制算法,并采用 RBF 神经网络对不确定参数进行辨识。文献[4]针对参数不确定和任意轨迹跟踪控制问题,采用自适应控制方法提出了一种自适应统一控制器保证跟踪误差全局一致最终有界。文献[5]针对障碍物环境下的轨迹跟踪问题,提出了一种基于速度空间的同时避障和轨迹跟踪控制方法。针对具有参数不确定的轨迹跟踪问题,文献[6]综合自适应控制、反演控制和模糊控制方法提出了一种鲁棒自适应控制器设计方法。文献[7]针对舞台机器人的区域受限和轨迹跟踪控制问题,提出了一种参数化模型预测控制方法。文献[8]针对连续系统跟踪误差模型,提出了一种预测跟踪控制方法,并采用终端惩罚函数保证系统稳定性。针对非线性系统的求解问题,文献[9]提出了一种基于神经动力学优化的预测跟踪控制方法。虽然上述文献提出了各种方法解决轨迹跟踪问题,然而都是假设移动机器人位姿已知的。

视觉作为一种重要的传感方法,在机器人的环境感知与应对外界环境变化的能力上具有重要的作

① 浙江省重点研发计划(2017C03060),NSFC-浙江两化融合联合基金(U1709213)和浙江省自然科学基金(LY17F030019)资助项目。
② 男,1978 年生,高级工程师,博士生;研究方向:机电一体化,舞台装备智能化;E-mail: zdfynhj@zjut.edu.cn
③ 通信作者,E-mail: lyu@zjut.edu.cn
(收稿日期:2018-12-17)

用^[10]。因此,视觉传感器通常被用于获取移动机器人的实时位姿信息,采用视觉伺服控制方法实现定位和轨迹跟踪功能。文献[11]在手到眼框架下研究了具有未标定相机参数的移动机器人轨迹跟踪控制问题,采用自适应控制方法得到了视觉反馈跟踪控制器。文献[12]利用双目摄像头,采用耗散理论和干扰观测的方法研究了具有静态领导者的多机器人系统跟踪控制问题。文献[13]采用视觉传感器获取相对位姿信息,采用反步法研究了未知速度和扰动情况下的轨迹跟踪问题。文献[14]采用自适应控制方法研究了相机参数未校正的视觉伺服轨迹跟踪控制问题。利用视觉传感器虽然能够有效地感知外界环境,但视觉图像信息依赖于环境。例如外界光照的变化导致标记点模糊、移动机器人运行时抖动使得图像出现重影等。这些现象都会导致采集到的图像信息异常,而无法用于反馈控制,为此需要人为主动丢弃这类数据。另一方面,移动机器人都是通过电机驱动的,因此移动机器人运动学方程的速度输入具有饱和特性。针对具有扰动和执行器饱和的移动机器人轨迹跟踪问题,文献[15]提出了一种基于连续系统的模型预测控制方法,然而该结果未考虑视觉伺服问题。

本文针对具有异常检测数据和执行器饱和的移动机器人,研究了基于图像的视觉伺服轨迹跟踪控制问题,其中视觉传感器固定在支架上。首先,基于图像成像原理并结合移动机器人的运动学模型,得到了基于图像的轨迹跟踪误差模型。考虑因移动舞台机器人抖动和舞台光照影响造成的异常检测数据和执行器饱和问题,将轨迹跟踪误差模型转化为具有参数化不确定的线性化模型。通过选取多 Lyapunov 函数,采用模型预测控制方法和线性矩阵不等式技术导出了保证闭环系统渐近稳定的充分条件,并给出了控制器的设计方法。最后,仿真和实验结果表明所提算法能够有效地跟踪期望轨迹。

1 问题描述

考虑如图 1 所示的移动舞台机器人系统,舞台机器人按照设定的轨迹完成期望的动作,为此需要

考虑轨迹跟踪问题。首先,移动机器人通过悬架的固定摄像头进行定位,摄像头采集图像后传输至后台上位机系统进行图像处理和计算指令,进而通过无线传输方式将控制指令发送给移动机器人,从而实现轨迹跟踪任务。图中 $O^w X^w Y^w Z^w$ 为世界坐标系, $O^r X^r Y^r Z^r$ 为相机坐标系,则移动机器人的运动学模型可表示为

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 \\ \sin\theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ w \end{bmatrix} \tag{1}$$

其中, (x, y, θ) 分别为移动机器人在世界坐标系下的坐标位置和方向角, v 和 w 分别为移动机器人的线速度和角速度。

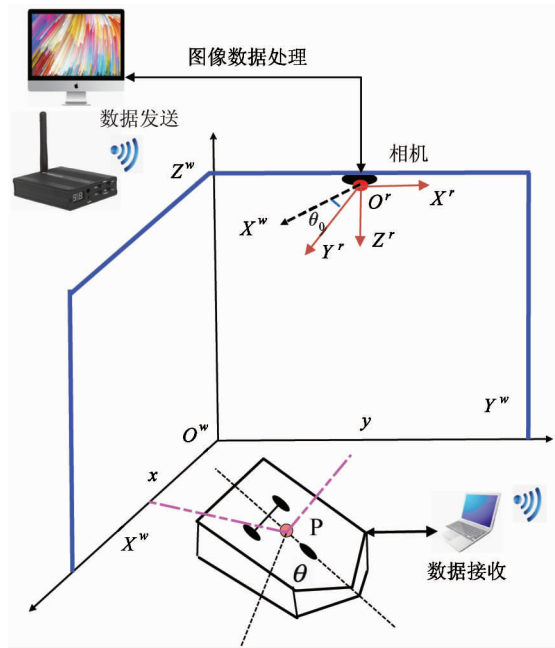


图 1 舞台移动机器人系统

由于摄像头固定在悬架上,采用基于图像的视觉伺服方法可得图像中移动机器人的像素坐标和实际坐标的关系如下^[16]：

$$\begin{bmatrix} x_m \\ y_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1 & 0 \\ 0 & d_2 \end{bmatrix} \mathbf{R}(\theta_0) \left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \end{bmatrix} \right) \tag{2}$$

其中, (x_m, y_m) 为 (x, y) 在图像中的像素坐标, d_1 和 d_2 是与相机深度信息相关的常数, θ_0 为 X^w 和 Y^w 之间的夹角, $\mathbf{R}(\theta_0) = \begin{bmatrix} \cos\theta_0 & \sin\theta_0 \\ -\sin\theta_0 & \cos\theta_0 \end{bmatrix}$ 为旋转矩

阵, $\begin{bmatrix} p_x \\ p_y \end{bmatrix}$ 表示摄像机的光学中心在世界坐标系下的投影坐标。由于摄像头固定, 因此 d_1 、 d_2 、 $\mathbf{R}(\theta_0)$ 、 p_x 和 p_y 均为固定值。

定义如下的图像坐标系下跟踪误差:

$$\begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta - \theta_0) & \sin(\theta - \theta_0) & 0 \\ -\sin(\theta - \theta_0) & \cos(\theta - \theta_0) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_m^* - x_m \\ y_m^* - y_m \\ \theta_r - \theta \end{bmatrix} \quad (3)$$

不失一般性, 假设 θ_0 已知且 $d_1 = d_2$, 则结合式(1)和(2)并对式(3)求导可得:

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \\ \dot{e}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} we_2 - vd + v_r d \cos e_3 \\ -we_1 + v_r d \sin e_3 \\ w_r - w \end{bmatrix} \quad (4)$$

令 $\boldsymbol{\eta} = [e_1 \ e_2 \ e_3]^T$, $\mathbf{u} = [-vd + v_r d \cos e_3 \ w_r - w]^T$, 对式(4)在平衡点线性化可得:

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = \mathbf{A}_c \boldsymbol{\eta} + \mathbf{B}_c \mathbf{u}$$

$$\text{其中, } \mathbf{A}_c = \begin{bmatrix} 0 & w_r & 0 \\ -w_r & 0 & v_r d \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_c = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, v_r \text{ 为参}$$

考线速度, w_r 为参考角速度。进而对上式以采样周期 T 进行离散化后可得:

$$\boldsymbol{\eta}(k+1) = (\mathbf{I} + \mathbf{A}_c T) \boldsymbol{\eta}(k) + \mathbf{B}_c T \mathbf{u}(k) \quad (5)$$

一般情况下参考轨迹是一条有规律的变化曲线, 因此参考线速度和参考角速度是一个时变有界参数, 从而使得系统式(5)是一个线性时变系统。为了处理方便, 采用参数不确定建模方法, 可将系统式(5)转化为一类线性参数不确定系统:

$$\boldsymbol{\eta}(k+1) = (\mathbf{A} + \Delta \mathbf{A}) \boldsymbol{\eta}(k) + \mathbf{B} \mathbf{u}(k) \quad (6)$$

$$\text{其中, } \mathbf{A} = \mathbf{I} + \begin{bmatrix} 0 & \bar{w}_r & 0 \\ -\bar{w}_r & 0 & \bar{v}_r d \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} T, \mathbf{B} = \mathbf{B}_c T, \Delta \mathbf{A} = \mathbf{I}$$

$+\mathbf{A}_c T - \mathbf{A}$ 。由于参考轨迹是有规律变化的, 舞台机器人在实际运行时以及虚拟机器人的线速度和角速度具有最大值, 从而可知不确定矩阵 $\Delta \mathbf{A}$ 满足范数有界, 进而 $\Delta \mathbf{A}$ 可表示为 $\Delta \mathbf{A} = \mathbf{D} \mathbf{F} \mathbf{E}$, $\mathbf{D}$ 和 $\mathbf{E}$ 为确定性矩阵且 $\|\mathbf{F}\| \leq 1$ 。

由于视觉系统采集舞台机器人位置信息时, 需

要在舞台机器人上做标记点。然而, 在舞台机器人的运动过程中, 车身晃动、地面不平以及光照不均匀都会影响摄像机的图像采集, 甚至无效采集即连续一段的空采样, 从而导致测量数据无法使用, 需要主动丢弃这类异常数据包。另一方面, 舞台环境较为复杂, 由于无线网络的不可靠性, 在数据传输过程中存在数据包丢失现象。同时, 舞台机器人通过电机差速驱动, 其控制输入为线速度和角速度。受电机最大转速的限制, 使得舞台机器人的实际线速度和角速度具有饱和现象。因此, 舞台机器人在实现轨迹跟踪的过程中有必要考虑数据包丢失和执行器饱和现象对跟踪精度的影响。则系统式(6)可转化为如下具有丢包和执行器饱和的不确定系统:

$$\boldsymbol{\eta}(k+1) = (\mathbf{A} + \Delta \mathbf{A}) \boldsymbol{\eta}(k) + \xi(k) \mathbf{B} \text{sat}(\mathbf{u}(k)) \quad (7)$$

其中, 数据包丢失过程采用二值随机变量 $\xi(k)$ 来表示, 即 $\xi(k) = 0$ 表示数据包传输失败, $\xi(k) = 1$ 表示数据包传输成功, 则数据包丢包概率为 $E\{\xi(k) = 0\} = 1 - \xi$ 。由于舞台机器人控制输入为线速度和角速度, 则饱和函数可表示为

$$\text{sat}(\mathbf{u}(k)) = [\text{sat}(u_1(k)) \ \text{sat}(u_2(k))]^T, \\ \text{sat}(u_i(k)) = \text{sign}(u_i(k)) \min\{1, |u_i(k)|\}.$$

本文的目的是针对如下的性能指标:

$$J(k) = E\left\{\sum_{i=0}^{\infty} \|\boldsymbol{\eta}(k)\|_Q^2 + \|\mathbf{u}(k)\|_R^2\right\} \quad (8)$$

采用鲁棒预测控制方法设计如下的状态反馈控制器:

$$\mathbf{u}(k) = \mathbf{M}(k) \boldsymbol{\eta}(k) \quad (9)$$

使得系统式(7)闭环稳定。其中, $\mathbf{Q}$ 和 $\mathbf{R}$ 分别为给定的具有适当维数的权重矩阵, $\mathbf{M}(k)$ 为状态反馈控制器增益。

在给出主要结果前, 首先引入如下的定义和引理。对于一个给定的 $\mathbf{M} \in \mathbb{R}^{2 \times 3}$, 定义 $\varphi(\mathbf{M}) = \{\boldsymbol{\eta} \in \mathbb{R}^3 : |\mathbf{m}_i \boldsymbol{\eta}| \leq 1, i = 1, 2\}$, 其中 $\mathbf{m}_i$ 表示 $\mathbf{M}$ 的第 i 行。

引理 1^[17] 对于给定的对称正定矩阵 $\mathbf{P} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 和标量 $\gamma > 0$, 如果椭圆集:

$$\Omega(\mathbf{P}, \gamma) = \{\boldsymbol{\eta} \in \mathbb{R}^3 : \boldsymbol{\eta}^T \mathbf{P} \boldsymbol{\eta} \leq \gamma\} \quad (10)$$

属于集合 $\varphi(\mathbf{M})$, 当且仅当以下不等式成立:

$$\gamma^{-1} \mathbf{m}_i \mathbf{P} \mathbf{m}_i^T \leq 1 : i = 1, 2 \quad (11)$$

令 Π 为一组 2×2 的对角矩阵集合, 其对角线上元素为 0 或 1。显然, 由组合可知, 集合 Π 中具有 4 个对角矩阵元。将 Π 中的各个元素表示为 G_j , 其中 $j \in \{1, \dots, 2^2\}$ 。令 $G_j^- = I - G_j$, 显然 G_j^- 也是集合 Π 中的元素。

引理 2^[17] 给定任意矩阵 $M, N \in \mathbb{R}^{2 \times 3}$, 如果 $\eta \in \varphi(N) = \{\eta \in \mathbb{R}^n : |n_i \eta| \leq 1, i = 1, 2\}$, 则饱和函数满足以下条件:

$$sat(M\eta) \in Co\{G_i M \eta + G_i^- N \eta; i = 1, \dots, 2^2\} \tag{12}$$

其中, n_i 表示 N 的第 i 行, $Co\{\cdot\}$ 是由凸胞表示的集合。进一步饱和函数可表示为

$$sat(u(k)) = \sum_{i=1}^4 \beta_i (G_i M + G_i^- N) \eta \tag{13}$$

其中, $\sum_{i=1}^4 \beta_i = 1, 0 \leq \beta_i \leq 1$ 。

引理 3^[18] 对于给定的方阵 A , 以下两个条件是等价的。

(1) 如果存在对称正定矩阵 P 和 Q 使得以下不等式成立:

$$\begin{bmatrix} -P^{-1} & A \\ A^T & -Q \end{bmatrix} < 0$$

(2) 如果存在对称正定矩阵 P 和 Q , 以及适当维数的矩阵 Z 使得以下不等式成立:

$$\begin{bmatrix} P - Z - Z^T & Z^T A \\ A^T Z & -Q \end{bmatrix} < 0。$$

2 主要结果

本节针对具有数据包丢失和执行器饱和的舞台移动机器人, 设计稳定化状态反馈控制器使得闭环系统渐近稳定。根据引理 2 中的式(13)可知, 系统式(7)可改写为如下方程:

$$\begin{aligned} \eta(k+1) &= (A + \Delta A) \eta(k) \\ &+ \xi(k) B \sum_{i=1}^4 \beta_i (G_i M + G_i^- N) \eta(k) \end{aligned} \tag{14}$$

令 $A_i = (A + \Delta A) + \xi B (G_i M + G_i^- N) + (\xi(k) - \xi) B \times (G_i M + G_i^- N)$ 。由 $\sum_{i=1}^4 \beta_i = 1$ 可知, 系统

式(14)可改写为

$$\eta(k+1) = A(\beta) \eta(k) \tag{15}$$

其中, $A(\beta) = \sum_{i=1}^4 \beta_i A_i$ 。

由于矩阵 $A(\beta)$ 中含有不确定矩阵 ΔA 和随机参数 $\xi(k)$, 从而预测控制优化问题可转化为如下的“最小-最大”化问题:

$$\min_{u(k)} \max_{\Delta A} J(k) \tag{16a}$$

$$\begin{aligned} \text{s. t. } J(k) &= E \left\{ \sum_{i=0}^{\infty} \|\eta(k+i|k)\|_Q^2 \right. \\ &\quad \left. + \|\mathbf{u}(k+i|k)\|_R^2 \right\} \end{aligned} \tag{16b}$$

$$\eta(k+i+1|k) = A(\beta) \eta(k+i|k) \tag{16c}$$

$$\mathbf{u}(k+i|k) = M(k+i|k) \eta(k+i|k) \tag{16d}$$

$$|n_i(k+i|k) \eta(k+i|k)| \leq 1 \tag{16e}$$

其中, 式(16b) ~ (16d) 分别为预测性能指标、预测方程和状态反馈控制器。 $\eta(k+i|k)$ 表示基于 k 时刻的 $\eta(k)$ 对 $k+i$ 时刻 $\eta(k+i)$ 的预测值, $\mathbf{u}(k+i|k)$ 表示基于 k 时刻的 $\eta(k)$ 对 $k+i$ 时刻 $\mathbf{u}(k+i)$ 的预测值。当 $i=0$ 时有 $\eta(k|k) = \eta(k)$ 。由于预测控制采用滚动优化策略, 则在每个采样时刻都需要求解“最小-最大”化问题式(16), 因此状态反馈控制器增益是时变的。为了设计预测控制器, 首先给出保证系统闭环稳定的充分条件。

定理 1 考虑系统式(7), 给定权重矩阵 Q 和 R 以及丢包概率 ξ , 如果存在对称正定矩阵 $P_i, i = 1, \dots, 2^l$, 矩阵 M 和 N , 使得以下不等式:

$$\begin{aligned} \Delta V(k+i|k) &= E\{V(k+i+1|k) - V(k+i|k)\} \\ &< -[\|\eta(k+i|k)\|_Q^2 \\ &\quad + \|\mathbf{u}(k+i|k)\|_R^2] \end{aligned} \tag{17}$$

成立, 则闭环系统式(15)渐近稳定。其中 $V(k+i|k)$ 为 Lyapunov 函数。

证明 由于 $A(\beta)$ 是凸胞顶点的组合, 为了降低保守性, 选取如下的多 Lyapunov 函数:

$$\begin{aligned} V(k+i|k) &= \eta^T(k+i|k) P(\beta_j(k+i|k)) \eta(k+i|k) \end{aligned} \tag{18}$$

其中, $P(\beta_j(k+i|k)) = \sum_{j=1}^4 \beta_j(k+i|k) P_j, P_j > 0$ 。由 Lyapunov 理论可知:

$$\Delta V(k+i|k) = E\{V(k+i+1|k) - V(k+i|k)\}$$

$$= E \{ \| \boldsymbol{\eta}(k+i+1|k) \|_{P(\beta_j(k+i+1|k))}^2 - V(k+i|k) \} \quad (19)$$

根据预测模型式(16c)可得:

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^4 \beta_j(k+i|k) \mathbf{A}_j \\ &= \sum_{j=1}^4 \beta_j(k+i|k) [\mathbf{A} + \Delta\mathbf{A} + \bar{\xi} \mathbf{B} \bar{\Xi}_j(k+i|k)] \\ &+ (\xi(k) - \bar{\xi}) \sum_{j=1}^4 \beta_j(k+i|k) \mathbf{B} \bar{\Xi}_j(k+i|k) \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} & E \{ \boldsymbol{\eta}^T(k+i+1|k) \mathbf{P}(\beta(k+i+1|k)) \boldsymbol{\eta}(k+i+1|k) \} \\ &= E \{ \| (\sum_{j=1}^4 \beta_j(k+i|k) \mathbf{A}_j) \boldsymbol{\eta}(k+i|k) \|_{\sum_{l=1}^4 \beta_l(k+i+1|k) \mathbf{P}_l}^2 \} \\ &= \| (\sum_{j=1}^4 \beta_j(k+i|k) [\mathbf{A} + \Delta\mathbf{A} + \bar{\xi} \mathbf{B} \bar{\Xi}_j]) \boldsymbol{\eta}(k+i|k) \|_{\sum_{l=1}^4 \beta_l(k+i+1|k) \mathbf{P}_l}^2 + \bar{\xi}(1 - \bar{\xi}) \\ &\| (\sum_{j=1}^4 \beta_j(k+i|k) \mathbf{B} \bar{\Xi}_j) \boldsymbol{\eta}(k+i|k) \|_{\sum_{l=1}^4 \beta_l(k+i+1|k) \mathbf{P}_l}^2 \end{aligned} \quad (21)$$

其中, $\bar{\Xi}_j(k+i|k) = \mathbf{G}_j \mathbf{M}(k+i|k) + \mathbf{G}_j^- \mathbf{N}(k+i|k)$ 。

由式(20)和(21)可将式(19)改写为

$$\begin{aligned} \Delta V(k+i|k) &= E \{ V(k+i+1|k) - V(k+i|k) \} \\ &= \boldsymbol{\eta}^T(k+i|k) \boldsymbol{\Omega} \boldsymbol{\eta}(k+i|k) \end{aligned} \quad (22)$$

其中,

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Omega} &= \| \sum_{j=1}^4 \beta_j(k+i|k) [\mathbf{A} + \Delta\mathbf{A} + \bar{\xi} \mathbf{B} \bar{\Xi}_j] \|_{\sum_{l=1}^4 \beta_l(k+i+1|k) \mathbf{P}_l}^2 \\ &+ \bar{\xi}(1 - \bar{\xi}) \| \sum_{j=1}^4 \beta_j(k+i|k) \mathbf{B} \bar{\Xi}_j \|_{\sum_{l=1}^4 \beta_l(k+i+1|k) \mathbf{P}_l}^2 - \sum_{j=1}^4 \beta_j(k+i|k) \mathbf{P}_j. \end{aligned}$$

由 Lyapunov 理论可知,如果有以下不等式:

$$\boldsymbol{\Omega} < 0 \quad (23)$$

成立,则闭环系统渐近稳定。

另一方面,由于权重矩阵 $\mathbf{Q}$ 和 $\mathbf{R}$ 为正定矩阵,当式(17)成立时,显然满足式(23)。因此,式(17)保证闭环系统是渐近稳定的。定理得证。

针对给定的性能指标和权重矩阵 $\mathbf{Q}$ 、 $\mathbf{R}$,定理 1 给出了闭环系统渐近稳定的充分条件。然而充分条

件式(17)是非线性的且没有解决最优化问题式(16)。为此,以下定理给出了保证闭环系统渐近稳定的预测控制器设计方法。

定理 2 考虑系统式(7),给定权重矩阵 $\mathbf{Q}$ 和 $\mathbf{R}$ 以及丢包概率 $\bar{\xi}$, 如果存在对称正定矩阵 $\mathbf{P}_j, j = 1, \dots, 4$, 矩阵 $\mathbf{M}$ 和 $\mathbf{N}$,使得以下最小化问题:

$$\min \gamma \quad (24)$$

$$\begin{bmatrix} -\gamma \mathbf{I} & \boldsymbol{\eta}^T(k) \\ \boldsymbol{\eta}(k) & \bar{\mathbf{P}}_j - \bar{\mathbf{Z}} - \bar{\mathbf{Z}}^T \end{bmatrix} < 0 \quad (25)$$

$$\begin{bmatrix} -\bar{\mathbf{P}}_j & * & * & * & * & * \\ \mathbf{A}\bar{\mathbf{Z}} + \bar{\xi} \mathbf{B} \bar{\Xi}_j & \Phi_1 & * & * & * & * \\ \mathbf{B} \bar{\Xi}_j & 0 & \Phi_2 & * & * & * \\ \mathbf{E} & 0 & 0 & -\varepsilon^{-1} \mathbf{I} & * & * \\ \bar{\mathbf{Z}} & 0 & 0 & 0 & -\mathbf{Q}^{-1} & * \\ \bar{\mathbf{M}} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\mathbf{R}^{-1} \end{bmatrix} < 0 \quad (26)$$

$$\begin{bmatrix} -\gamma \mathbf{I} & \bar{\mathbf{n}}_s^T \\ \bar{\mathbf{n}}_s & -\bar{\mathbf{P}}_l \end{bmatrix} \leq 0 \quad (27)$$

有解 $(\gamma, \varepsilon, \bar{\mathbf{M}}(k), \bar{\mathbf{N}}(k), \bar{\mathbf{Z}}, \bar{\mathbf{P}}_j)$, 则闭环系统渐近稳定且状态反馈控制器增益为 $\mathbf{M}(k) = \bar{\mathbf{M}}(k) \bar{\mathbf{Z}}^{-1}$ 。其中, $\bar{\Xi}_j = \mathbf{G}_j \bar{\mathbf{M}}(k) + \mathbf{G}_j^- \bar{\mathbf{N}}(k)$, $\Phi_1 = \bar{\mathbf{P}}_j - \bar{\mathbf{Z}} - \bar{\mathbf{Z}}^T + \varepsilon^{-1} \mathbf{D} \mathbf{D}^T$, $\Phi_2 = \bar{\xi}(1 - \bar{\xi}) \bar{\mathbf{P}}_l - \bar{\mathbf{Z}} - \bar{\mathbf{Z}}^T$, $\bar{\mathbf{n}}_j = \mathbf{n}_j \bar{\mathbf{Z}}, j, l \in \{1, 2, 3, 4\}, s \in \{1, 2\}$ 。

证明 由式定理 1 可知,如果式(17)成立,则闭环系统是渐近稳定的。将式(16d)带入式(17)可得保证闭环系统渐近稳定的充分条件为

$$\boldsymbol{\Omega} + \mathbf{Q} + \mathbf{M}^T(k+i|k) \mathbf{R} \mathbf{M}(k+i|k) < 0 \quad (28)$$

由 Schur 补引理和最优原理可知,以下不等式:

$$\begin{bmatrix} -\sum_{j=1}^4 \beta_j(k) \mathbf{P}_j + \bar{\mathbf{Q}} & * & * \\ \sum_{j=1}^4 \beta_j(k) \bar{\mathbf{A}}_j & -\Omega_1^{-1} & * \\ \sum_{j=1}^4 \beta_j(k) \mathbf{B} \bar{\Xi}_j & 0 & -\Omega_2^{-1} \end{bmatrix} < 0 \quad (29)$$

等价于式(28)。其中, $\bar{\mathbf{Q}} = \mathbf{Q} + \mathbf{M}^T(k) \mathbf{R} \mathbf{M}(k)$, $\bar{\mathbf{A}}_j = \mathbf{A} + \Delta\mathbf{A} + \bar{\xi} \mathbf{B} \bar{\Xi}_j$, $\Omega_1 = \sum_{l=1}^4 \beta_l(k+1) \mathbf{P}_l$, $\Omega_2 = \bar{\xi}(1 - \bar{\xi})$

$$-\bar{\xi}) \sum_{l=1}^4 \beta_l(k+1) \mathbf{P}_l。$$

由于式(29)中存在矩阵 $\sum_{l=1}^4 \beta_l(k+1) \mathbf{P}_l$ 的逆, 根据引理3可知存在着适当维数的矩阵 $\mathbf{Z}$ 使得式(29)等价于以下不等式:

$$\begin{bmatrix} -\sum_{j=1}^4 \beta_j(k) \mathbf{P}_j + \bar{\mathbf{Q}} & * & * \\ \sum_{j=1}^4 \beta_j(k) \mathbf{Z}^T \bar{\mathbf{A}}_j & \bar{\Omega}_1 & * \\ \sum_{j=1}^4 \beta_j(k) \mathbf{Z}^T \mathbf{B} \bar{\Xi}_j & 0 & \bar{\Omega}_2 \end{bmatrix} < 0 \quad (30)$$

其中, $\bar{\Omega}_1 = -\mathbf{Z} - \mathbf{Z}^T + \sum_{l=1}^4 \beta_l(k+1) \mathbf{P}_l$, $\bar{\Omega}_2 = -\mathbf{Z} - \mathbf{Z}^T + \bar{\xi} \times (1 - \bar{\xi}) \sum_{l=1}^4 \beta_l(k+1) \mathbf{P}_l$ 。同时由于 $\sum_{j=1}^4 \beta_j = 1$, 从而可将式(30)转化为

$$\begin{bmatrix} -\mathbf{P}_j + \bar{\mathbf{Q}} & * & * \\ \mathbf{Z}^T \bar{\mathbf{A}}_j & \mathbf{P}_l - \mathbf{Z} - \mathbf{Z}^T & * \\ \mathbf{Z}^T \mathbf{B} \bar{\Xi}_j & 0 & \bar{\xi}(1 - \bar{\xi}) \mathbf{P}_l - \mathbf{Z} - \mathbf{Z}^T \end{bmatrix} < 0 \quad (31)$$

进而, 针对不确定矩阵 $\Delta \mathbf{A}$ 并根据文献[19]中的引理1可知存在着标量 ε 使得以下不等式成立:

$$\begin{bmatrix} -\mathbf{P}_j + \bar{\mathbf{Q}} & * & * \\ \mathbf{Z}^T [\mathbf{A} + \bar{\xi} \mathbf{B} \bar{\Xi}_j] & \mathbf{P}_l - \mathbf{Z} - \mathbf{Z}^T & * \\ \mathbf{Z}^T \mathbf{B} \bar{\Xi}_j & 0 & \bar{\xi}(1 - \bar{\xi}) \mathbf{P}_l - \mathbf{Z} - \mathbf{Z}^T \end{bmatrix} + \varepsilon^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{Z}^T \mathbf{D} \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{Z}^T \mathbf{D} \\ 0 \end{bmatrix}^T + \varepsilon \begin{bmatrix} \mathbf{E} & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{E} & 0 & 0 \end{bmatrix} < 0 \quad (32)$$

进一步采用 Schur 补引理, 可将式(32)转化为

$$\begin{bmatrix} -\mathbf{P}_j + \bar{\mathbf{Q}} & * & * & * \\ \mathbf{Z}^T [\mathbf{A} + \bar{\theta} \mathbf{B} \bar{\Xi}_j] & \tilde{\Omega}_1 & * & * \\ \mathbf{Z}^T \mathbf{B} \bar{\Xi}_j & 0 & \tilde{\Omega}_2 & * \\ \mathbf{E} & 0 & 0 & -\varepsilon^{-1} \mathbf{I} \end{bmatrix} < 0 \quad (33)$$

其中, $\tilde{\Omega}_1 = \mathbf{P}_l - \mathbf{Z} - \mathbf{Z}^T + \varepsilon^{-1} \mathbf{Z}^T \mathbf{D} \mathbf{D}^T \mathbf{Z}$, $\tilde{\Omega}_2 = \bar{\xi}(1 - \bar{\xi}) \mathbf{P}_l - \mathbf{Z} - \mathbf{Z}^T$ 。对式(33)两边分别左乘和右乘 $\text{diag}\{\mathbf{Z}^{-T}, \mathbf{Z}^{-T}, \mathbf{Z}^{-T}, \mathbf{I}\}$ 和 $\text{diag}\{\mathbf{Z}^{-1}, \mathbf{Z}^{-1}, \mathbf{Z}^{-1}, \mathbf{I}\}$, 由 Schur 补引理并令 $\bar{\mathbf{P}}_i = \mathbf{Z}^{-T} \mathbf{P}_i \mathbf{Z}^{-1}$, $\bar{\mathbf{Z}} = \mathbf{Z}^{-1}$,

$\bar{\mathbf{M}}(k) = \mathbf{M}(k) \mathbf{Z}^{-1}$, $\bar{\mathbf{N}}(k) = \mathbf{N}(k) \mathbf{Z}^{-1}$ 可得式(26)。

另一方面, 针对性能指标式(16b), 对式(17)两边从 $i = 0$ 到 ∞ 求和可得:

$$\begin{aligned} & \mathbf{E}\{V(\infty | k) - V(k)\} \\ & < -\mathbf{E}\left\{\sum_{i=0}^{\infty} \|\boldsymbol{\eta}(k+i | k)\|_Q^2 + \|\mathbf{u}(k+i | k)\|_R^2\right\} \end{aligned} \quad (34)$$

由定理1可知, 当式(17)成立时有 $V(\infty | k) = 0$, 因此式(34)转化为

$$\begin{aligned} J(k) = \mathbf{E}\left\{\sum_{i=0}^{\infty} \|\boldsymbol{\eta}(k+i | k)\|_Q^2 \right. \\ \left. + \|\mathbf{u}(k+i | k)\|_R^2\right\} < V(k) \end{aligned} \quad (35)$$

进而可将性能指标最小化问题转化为求 $V(k)$ 的最小上界问题, 即:

$$\min J(k) < \min V(k) \leq \min \gamma \quad (36)$$

由 Schur 补引理可知, 上式等价于以下矩阵不等式:

$$\begin{bmatrix} -\gamma \mathbf{I} & \boldsymbol{\eta}^T(k) \\ \boldsymbol{\eta}(k) & -\mathbf{P}_j^{-1} \end{bmatrix} < 0 \quad (37)$$

根据引理3, 并对式(37)两边分别左乘和右乘 $\text{diag}\{\mathbf{I}, \mathbf{Z}^{-T}\}$ 和 $\text{diag}\{\mathbf{I}, \mathbf{Z}^{-1}\}$ 可知式(37)等价于式(25)。对于条件式(16e), 结合式(37)并由 Schur 补引理可得式(27)。证毕。

3 仿真算例

为了验证所提算法的有效性, 考虑如下的数值例子。首先对相机进行校正, 选取相机参数 $d_1 = d_2 = 2 \text{ m}$, $\theta_0 = \frac{\pi}{8} \text{ rad}$, $p_x = 1 \text{ m}$, $p_y = 1 \text{ m}$, $\theta^* = 0.2 \text{ rad}$ 。从而可得:

$$\mathbf{d} = 2, \mathbf{R}(\theta_0) = \begin{bmatrix} 0.9239 & 0.3827 \\ -0.3827 & 0.9239 \end{bmatrix}$$

进而, 选取一8字形参考轨迹, 其轨迹可表示为

$$x_r = \sin(0.2t), y_r = \sin(0.4t)$$

选取采样周期 $T = 0.1 \text{ s}$, 采用微分平坦方法^[20]可知, 参考轨迹的实时线速度在 $0.1 \sim 0.5 \text{ m/s}$ 之间, 从而选取 $\bar{v}_r = 0.3 \text{ m/s}$ 。设置系统丢包概率 $\bar{\xi} = 0.95$, 系统状态初始值 $\boldsymbol{\eta}(0) = [0.1 \quad -0.05 \quad -0.1]^T$, 权重矩阵 $\mathbf{Q} = 10\mathbf{I}$, $\mathbf{R} = 2\mathbf{I}$, 其中 $\mathbf{I}$ 为具有适当维数的单位矩阵。由于8字形参考轨迹的线速度和角速度

是实时在变化的,所以系统式(5)是线性时变系统。根据模型式(6)的处理方法,可得具有参数不确定的误差跟踪模型,其中 $\theta^* = 0.6 \text{ rad}$ 。选取不确定参数矩阵 D 和 E 为

$$D = 0.04 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, E = 0.1 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

可以验证矩阵 F 满足 $\|F\| < 1$ 。为了解决执行器饱和问题,选取参数 G_i 如下:

$$\left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right\}$$

根据定理2,利用 LMI 工具箱求解最小化问题式(24)可得状态反馈控制器增益。仿真结果如图2~图4所示。图2是系统式(7)的状态曲线。由于系统式(7)是误差系统方程,由图2可知系统跟踪误差在6s后趋于0,表明此时舞台移动机器人跟踪上参考轨迹。图3是系统式(7)的控制输入。由图3可知系统输入满足饱和和约束,与期望的参考速度保持一致。同样地,在系统运行6s之后实际运行速度接近稳定。舞台移动机器人的实际运行线速度和角速度如图4所示。图5则是舞台移动机器人在像素平面坐标系下的实际运行轨迹,其中三角形表示其出发位置。可以看出舞台移动机器人在初始位置偏离参考轨迹较大距离的情况下,能够快速地上跟踪上,并在之后保持稳定运行。综合以上仿真效果分析,舞台移动机器人的各项运行参数均能快速达到期望的状态,从而验证了所提视觉伺服跟踪控制算法的有效性。

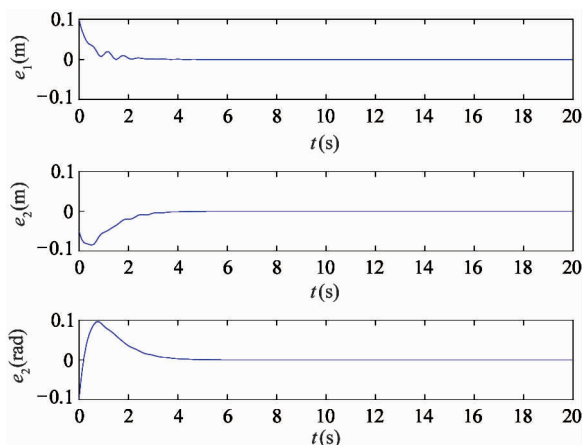


图2 系统状态曲线

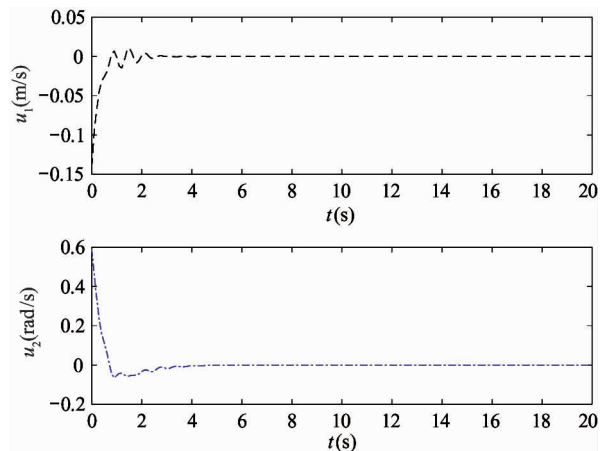


图3 系统控制输入

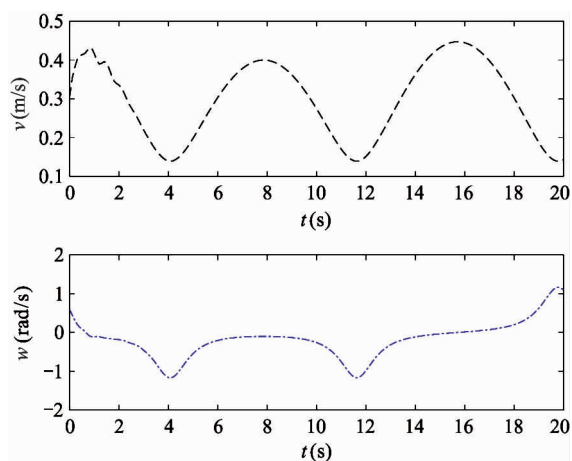


图4 线速度和角速度

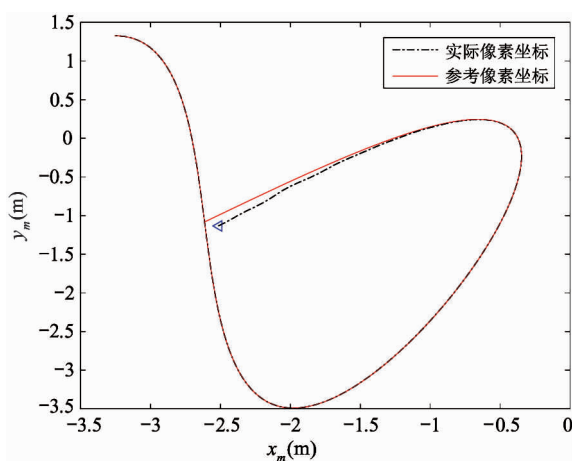


图5 像素平面坐标轨迹

4 实验研究

为了进一步确保本文所提算法能切实有效应用

于移动舞台机器人控制上,本文选取 turtlebot 2 移动机器人作为舞台机器人典型对象,进行实验验证。实验环境如图 6(a) 所示,其中摄像头固定在支架上,摄像头通过有线连接到上位机并在上位机上进行图像处理和控制量计算,然后上位机将处理好的数据通过无线传输方式发送给移动机器人上的笔记本电脑,进而采用串口通信方式传给移动机器人控制指令。图 6(b) 为演示平台的通信网络框架,以及相关设备的 IP 地址设置。

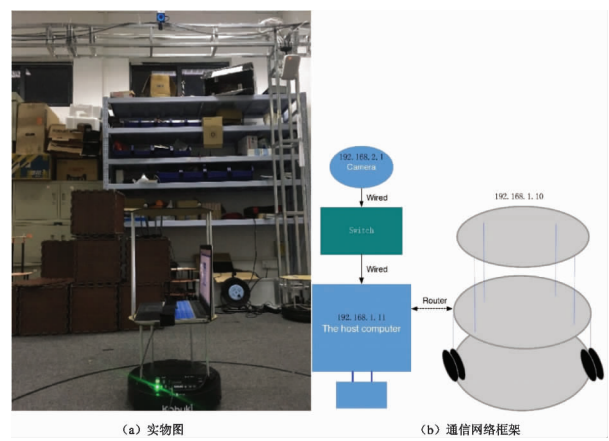


图 6 实验环境

实验中摄像头参数为 $d_1 = d_2 = 2\text{ m}$, $\theta_0 = 0.3\text{ rad}$, $p_x = 1\text{ m}$, $p_y = 1\text{ m}$, $\theta^* = 1.2\text{ rad}$ 。设置采样周期 $T = 0.05\text{ s}$, 系统丢包概率 $\xi = 0.95$, 参考轨迹由 4 段曲线构成的一个封闭的轨迹。参考轨迹形状如图 7 中黑色曲线所示,其中 2 段为平行的直线,另外 2 段为半圆,直线长度为 2 m ,圆弧半径为 0.8 m 。选取起始位置为 $(1, 0.8)$, 参考线速度为 0.25 m/s , 角速度变化范围为 $0 \sim 0.3125\text{ rad/s}$ 之间,从而选取 $\bar{v}_r = 0.25\text{ m/s}$, $\bar{w}_r = 0.16\text{ rad/s}$ 。其他参数选取与仿真算例相同。

实验结果如图 7 ~ 图 9 所示。图 7 为舞台机器人在世界坐标系下的运行轨迹曲线,其中三角形表示舞台机器人起始位置,结果显示机器人运行轨迹基本接近于参考轨迹。图 8 为舞台机器人实际的线速度和角速度。由于参考轨迹中直线段和圆弧段的线速度相同,实际运行线速度曲线接近 0.25 m/s ,而实际角速度则分别在 0 rad/s 和 0.3125 rad/s 附近波动。图 9 为舞台机器人轨迹跟踪误差曲线,其中

跟踪误差在 0.1 m 范围之内。因此,由图 7 ~ 图 9 结果可知,本文所采用的方法能够有效地跟踪预期的参考轨迹。

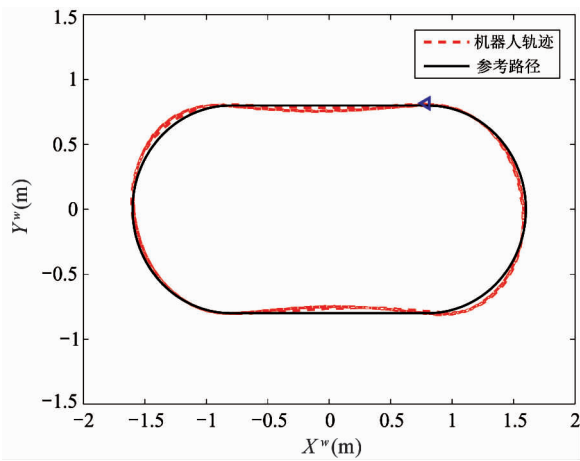


图 7 世界坐标系下的运行轨迹

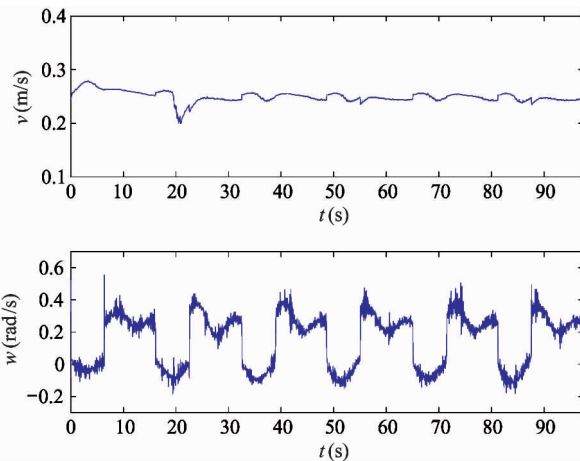


图 8 实际线速度和角速度

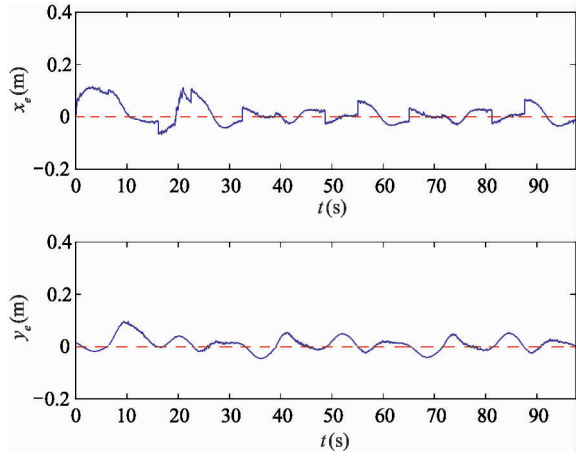


图 9 实际跟踪误差曲线

5 结 论

围绕现代舞台演出高品质艺术表现需求,针对图像检测数据异常和执行器饱和的移动舞台机器人轨迹跟踪问题,提出了一种基于图像的视觉伺服预测跟踪控制方法。首先基于运动学模型和图像成像原理,建立了基于图像的轨迹跟踪误差模型。结合异常数据信息缺失和执行器饱和,将跟踪误差模型转化为一类具有参数不确定模型。进而,采用鲁棒预测控制方法,给出了保证闭环系统渐近稳定的充分条件。通过求解具有一组线性矩阵不等式约束的最小化问题,得到了鲁棒预测控制器。最后,通过仿真和实验验证了本文算法的有效性。

参考文献

- [1] 常学军. 万向车台控制系统的设计与实现[J]. 演艺科技, 2012, 10: 27-32
- [2] 丁志强. 剧院舞台机械设备控制系统的设计与实现[D]. 兰州:兰州理工大学电气工程与信息工程学院, 2018. 1-4
- [3] 杨兴明, 李文静, 朱建. 基于 RBF 神经网络的机器人的路径跟踪控制[J]. 合肥工业大学学报(自然科学版), 2015, 38(11): 1477-1483
- [4] 庞海龙, 马保离. 不确定轮式移动机器人的任意轨迹跟踪[J]. 控制理论与应用, 2014, 31(3): 285-292
- [5] 张启彬, 王鹏, 陈宗海. 基于速度空间的移动机器人同时避障和轨迹跟踪方法[J]. 控制与决策, 2017, 32(2): 358-362
- [6] Hou Z G, Zou A M, Cheng L, et al. Adaptive control of an electrically driven nonholonomic mobile robot via backstepping and fuzzy approach[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2009, 17(4): 803-815
- [7] 何德峰, 郭晓慧, 姬超超, 等. 基于 CLF 的移动舞台机器人轨迹跟踪预测控制[J]. 浙江工业大学学报, 2018, 46(5): 487-491 + 527
- [8] Gu D, Hu H. Receding horizon tracking control of wheeled mobile robots[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2006, 14(4): 743-749
- [9] Li Z, Deng J, Lu R, et al. Trajectory-tracking control of mobile robot systems incorporating neural-dynamic optimized model predictive approach[J]. *IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics: Systems*, 2017, 46(6): 740-749
- [10] 谢光, 熊禾根, 陶永, 等. 基于模糊自适应 PID 焊缝轨迹跟踪的机器人焊接前瞻控制方法[J]. 高技术通讯, 2016, 26(10): 883-889
- [11] 杨芳, 王朝立. 不确定非完整移动机器人的轨迹跟踪控制[J]. 控制工程, 2012, 19(2): 258-261
- [12] 邵暖, 刘乐. 基于双目视觉的多智能体机器人分布式包含控制[J]. 高技术通讯, 2017, 27(11-12): 948-957
- [13] Chwa D. Robust distance-based tracking control of wheeled mobile robots using vision sensors in the presence of kinematic disturbances[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2016, 63(10): 6172-6183
- [14] Liang X, Wang H, Chen W, et al. Adaptive image-based trajectory tracking control of wheeled mobile robots with an uncalibrated fixed camera[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2015, 23(6): 2266-2282
- [15] Chen H, Ma M, Wang H, et al. Moving horizon H_∞ tracking control of wheeled mobile robots with actuator saturation[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2009, 17(2): 449-457
- [16] Yang F, Wang C L. Adaptive stabilization for uncertain nonholonomic dynamic mobile robots based on visual servoing feedback[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2011, 37(7): 857-864
- [17] Cao Y Y, Lin Z. Stability analysis of discrete-time systems with actuator saturation by a saturation-dependent Lyapunov function[J]. *Automatica*, 2003, 39(7): 1235-1241
- [18] Liu A, Yu L, Zhang D, et al. Finite-time H_∞ control for discrete-time genetic regulatory networks with random delays and partly unknown transition probabilities[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2013, 350(7): 1944-1961
- [19] Xue B, Li N, Li S, et al. Robust model predictive control for networked control systems with quantisation[J]. *IET Control Theory and Applications*, 2010, 4(12): 2896-2906
- [20] 丛岩峰, 安向京, 陈虹, 等. 基于滚动优化原理的类车机器人路径跟踪控制[J]. 吉林大学学报(工学版), 2012, 42(1): 182-187

Trajectory tracking control for mobile stage robots with abnormal data and actuator saturation

Ni Hongjie, Liu Andong, Yu Li, Yu Xinyi

(College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310023)

Abstract

This paper studies predictive control based trajectory tracking problem for mobile stage robots with abnormal data and actuator saturation. Firstly, fixing the camera on the shelf and combining with image-based modeling method, the trajectory tracking error model is derived for the mobile stage robot. Then, considering the problem of anomaly detection data caused by jitter and illumination and saturated input of actuator of mobile stage robot, the trajectory tracking error model is transformed into a linearized model with uncertain and random parameters. Based on Lyapunov stability theory, sufficient conditions to ensure the closed-loop system to be asymptotically stable are given by using predictive control method and linear matrix inequality technology, and the design method of the predictive controller is also given. Finally, the effectiveness of the proposed method is verified by both simulation and experiment.

Key words: mobile stage robot, predictive control, visual servoing, trajectory tracking