

# 基于扩张状态观测器的机械臂预测跟踪控制<sup>①</sup>

严 涛<sup>②</sup> 仇 翔 刘安东<sup>③</sup> 俞 立

(浙江工业大学信息工程学院 杭州 310023)

**摘要** 针对具有模型不确定和外部扰动的多关节机械手轨迹跟踪问题,提出了一种基于干扰观测补偿的预测控制方法。首先,将模型不确定和外部扰动视为机械臂的总和扰动,采用扩张状态观测器(ESO)对总和扰动进行动态估计和补偿,提高系统的抗干扰能力。然后,对总和扰动以外的名义系统采用模型预测控制方法进行优化控制,使得系统具有较好的动态性能。最后,将所提出的控制器设计方法应用于 KUKA youBot 5 自由度机械臂的轨迹跟踪,并实验验证了所提方法的有效性。

**关键词** 机械臂, 轨迹跟踪, 扩张状态观测器(ESO), 预测控制

## 0 引言

近年来,随着机器人技术的发展,关于如何提高机器人控制精度的问题受到了广泛的关注。然而,解决精度问题最主要的困难是如何克服扰动的影响。机器人的扰动包括内扰动和外扰动,内扰动是由建模的不准确或模型参数发生变化所引起的;外扰动则是由诸如施加在末端执行器上的外力、关节上的摩擦力、驱动力波动等所产生<sup>[1]</sup>。由于扰动会对系统的性能产生显著的影响,因此,过去几十年里人们提出了一些减少或消除这些扰动影响的方法<sup>[2,3]</sup>。

为了克服重力不确定性的影响,Tomei<sup>[4]</sup>提出了自适应比例微分控制策略,并利用 LaSalle 不变性原理证明了闭环系统的稳定性。Kelly<sup>[5]</sup>则直接利用 Lyapunov 方法给出了它的证明过程,但控制器参数整定的过程十分复杂。韩京清<sup>[6]</sup>借助状态观测器的思想,把可能影响被控输出的扰动扩张成新的状态变量,利用扩张状态观测器(extended state observer, ESO)来观测被扩张的状态。文献[7-9]对于线

性 ESO 与其对应的自抗扰控制器进行了研究,给出了控制器参数配置的方法及观测器的稳定性分析。文献[10]和文献[1]分别提出了一种非线性扰动观测器,并将其用于 3 连杆与  $n$  连杆的机械臂中。陈增强等人<sup>[11]</sup>沿用了 ESO 的思想,并用非线性反馈控制和补偿的方法进行控制器的设计。Przybyla 等人<sup>[12]</sup>则将自抗扰的控制方法应用到实际的 2 自由度机械臂中,其动态性能与传统的控制方法相比有明显提高。

自抗扰控制器虽然可以处理扰动问题,但是控制器参数的整定仍旧比较繁琐。预测控制作为一种先进控制方法,具有控制效果好,鲁棒性强,可有效克服系统的不确定性并能显式处理系统约束等优点。自 1978 年 Richalet 等人<sup>[13]</sup>提出模型预测启发控制方法以来,预测控制得到了广泛关注并在许多控制领域中得到了成功应用。早先预测控制较多用于过程控制,像化工等缓慢变化的系统<sup>[13-15]</sup>。De Carufel<sup>[16]</sup>将预测控制应用到机械臂的轨迹跟踪控制中,虽然在计算最有力矩时采用拟牛顿法求解,但计算效率较低,并且整个过程中也没有考虑扰动对控制性能的影响。Hedjar 等人<sup>[17]</sup>采用泰勒级数展

<sup>①</sup> NSFC-浙江两化融合项目(U1709213)和浙江省自然科学基金重点(LY17F030019)资助项目。

<sup>②</sup> 男,1993 年生,硕士生;研究方向:机器人控制;E-mail: yann10@zjut.edu.cn

<sup>③</sup> 通信作者,E-mail: lad@zjut.edu.cn

(收稿日期:2018-11-15)

开法, 实现参考轨迹与系统状态的预测, 并设计了相应的预测控制器。

本文考虑将机械臂的离心力和科氏力项、重力项、摩擦力以及其他内扰和外扰作为系统的总和扰动, 采用线性扩张状态观测器对总和扰动进行实时估计并进行补偿, 大大简化了机械臂的动力学模型。为了使机械臂能够快速地跟踪参考轨迹, 本文基于简化后的模型设计了预测控制器, 通过对预测时域内的控制信号进行滚动优化实现机械臂的预测跟踪控制。

## 1 问题描述

考虑  $n$  关节机械臂的一般动力学方程:

$$M(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + F(\mathbf{q}) + G(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau} \quad (1)$$

其中,  $\mathbf{q} \in R^n$ ,  $\dot{\mathbf{q}} \in R^n$ ,  $\ddot{\mathbf{q}} \in R^n$  分别为关节角, 关节角速度和加速度,  $M(\mathbf{q}) \in R^{n \times n}$  是正定对称的机械臂惯性矩阵,  $C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} \in R^n$  是离心力和科氏力,  $F(\mathbf{q}) \in R^n$  是摩擦力,  $G(\mathbf{q}) \in R^n$  是重力分量,  $\boldsymbol{d} \in R^n$  是未知扰动,  $\boldsymbol{\tau} \in R^n$  是关节力矩。

通常只能通过测量或者辨识的方法获得式(1)的标称模型:

$$\hat{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \hat{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \hat{F}(\mathbf{q}) + \hat{G}(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau} \quad (2)$$

其中,  $\hat{M}(\mathbf{q})$ ,  $\hat{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$  和  $\hat{F}(\mathbf{q})$  分别是式(1)中对应项的估计值。本文的目标是针对名义系统式(2), 设计控制律使得机械臂各关节能够跟踪上期望轨迹。

**假设 1** 机械臂关节的期望轨迹为缓慢变化, 且外部扰动也是慢变的。

## 2 扩张状态观测器设计

本文将基于标称模型式(2)设计一个用于估计系统总合扰动的扩张状态观测器, 将式(1)中的科氏力和离心力、重力、外扰动及模型不准确所引起的内扰作为总的扰动进行估计并补偿, 从而对系统模型进行简化。基于 ESO 的机械臂轨迹跟踪预测控制结构如图 1 所示, 其中, MPC 为预测跟踪控制器,  $q_d$ ,  $\dot{q}_d$  和  $\ddot{q}_d$  分别为期望的轨迹, 轨迹速度与轨迹加速度,  $z_1$  和  $z_2$  分别是关节位置与关节速度的估计

值,  $z_3$  为总扰动的估计量,  $\mathbf{q}$  为关节位置的测量值。本节首先讨论 ESO 的设计。

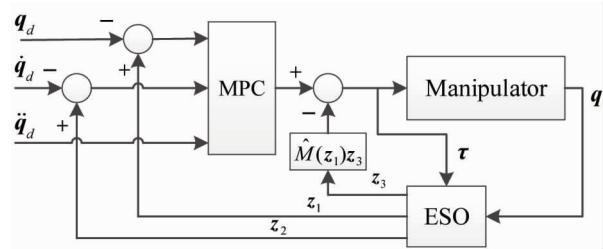


图 1 基于 ESO 的机械臂轨迹跟踪预测控制结构图

由式(1)与式(2), 可得:

$$\hat{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + (M(\mathbf{q}) - \hat{M}(\mathbf{q}))\ddot{\mathbf{q}} + C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + G(\mathbf{q}) + \boldsymbol{d} = \boldsymbol{\tau} \quad (3)$$

令  $f_{dis} = (M(\mathbf{q}) - \hat{M}(\mathbf{q}))\ddot{\mathbf{q}} + C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + G(\mathbf{q}) + \boldsymbol{d}$ , 并将其视为机械臂的总和扰动, 则有:

$$\ddot{\mathbf{q}} = \hat{M}(\mathbf{q})^{-1}(\boldsymbol{\tau} - f_{dis}) \quad (4)$$

定义扰动变量  $\mathbf{x}_3 = -\hat{M}(\mathbf{q})^{-1}f_{dis}$ , 记  $\mathbf{x}_1 = \mathbf{q}$ ,  $\mathbf{x}_2 = \dot{\mathbf{q}}$ , 并据式(4)可得到如下的方程:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_1 &= \mathbf{x}_2 \\ \dot{\mathbf{x}}_2 &= \hat{M}(\mathbf{x}_1)^{-1}\boldsymbol{\tau} + \mathbf{x}_3 \end{aligned} \quad (5)$$

由假设 1 可知  $\mathbf{x}_3$  是未知的慢变扰动, 则可得扩张状态方程<sup>[6]</sup>:

$$\dot{\mathbf{x}}_3 = w(t) \equiv 0 \quad (6)$$

定义系统式(1)的状态向量为

$$\mathbf{x} = [q_1, \dot{q}_1, x_{3,1}, \dots, q_n, \dot{q}_n, x_{3,n}]^T \quad (7)$$

其中,  $x_{3,i}, i = 1, \dots, n$  为  $\mathbf{x}_3$  的第  $i$  个分量。式(5)~(7)可以表示成状态空间模型的形式:

$$\dot{\mathbf{x}} = F(\mathbf{x}) + \Psi(\mathbf{x})\boldsymbol{\tau} \quad (8)$$

输出方程为

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} \quad (9)$$

其中,  $F(\mathbf{x}) = \mathbf{A}\mathbf{x}$ ,  $\Psi(\mathbf{x}) = \mathbf{H}\hat{M}(\mathbf{x}_1)^{-1}\mathbf{A} = \text{diag}(\mathbf{A}_1, \dots, \mathbf{A}_n)$ ,  $\mathbf{A}_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{H} = \text{diag}(\mathbf{H}_1, \dots, \mathbf{H}_n)$ ,  $\mathbf{H}_i = [0 \ 1 \ 0]^T$ , 输出矩阵  $\mathbf{C} = \text{diag}(\mathbf{C}_1, \dots, \mathbf{C}_n)$ ,  $\mathbf{C}_i = [1 \ 0 \ 0]$ 。

机械臂是强耦合非线性系统, 尽管文献[6]已给出了机械臂系统的非线性扩张状态观测器结构, 但相比线性扩张状态观测器, 它较难进行分析与实

现。文献[9]设计了线性扩张状态观测器,并用频域法进行了观测器的稳定性分析,但是考虑的只是单变量系统。本文借助文献[18]中的线性观测器形式,给出机械臂系统的线性扩张状态观测器结构。

借鉴文献[18]中给出的线性观测器形式,设计式(8)的观测器为

$$\dot{\hat{z}} = \mathbf{A}\hat{z} + \Psi(z)\boldsymbol{\tau} - \mathbf{S}(\theta)^{-1}\mathbf{C}^T(\hat{\mathbf{y}} - \mathbf{y}) \quad (10)$$

其中,  $\hat{z}$  为  $\mathbf{x}$  的估计值,  $\theta$  为观测器的可调节参数且  $\mathbf{S}(\theta) = \text{diag}(\mathbf{S}_i(\theta))$ ,  $\mathbf{S}_i(\theta)$  是正定矩阵, 且满足 Riccati 方程:

$$0 = -\theta\mathbf{S}_i(\theta) - \mathbf{A}_i^T\mathbf{S}_i(\theta) - \mathbf{S}_i(\theta)\mathbf{A}_i + \mathbf{C}_i^T\mathbf{C}_i \quad (11)$$

定义误差量, 则据式(8)与(10)可得到误差系统方程:

$$\dot{\mathbf{e}} = (\mathbf{A} - \mathbf{S}(\theta)^{-1}\mathbf{C}^T\mathbf{C})\mathbf{e} + (\Psi(z) - \Psi(x))\boldsymbol{\tau} \quad (12)$$

**引理** 在假设 1 的条件下,  $\exists \gamma > 0$ , 当  $\theta > \gamma$  时, 系统式(12)是关于零平衡点渐近稳定的。

证明可参考文献[18]。

**注 1** 若将观测器式(9)展开, 可发现对于每个关节, 都有一个三阶的观测器, 且观测器的参数分别为  $3\theta, 3\theta^2, \theta^3$ , 其与文献[10, 19]给出的结果一致。并且  $\gamma$  可以看成是观测器参数的一个下界。但是这并不意味着  $\theta$  值取得越大越好, 文献[19]给出了线性观测器参数的上界  $\frac{1}{T}$  ( $T$  为采样周期), 将其证明方法应用于式(12)中可得同样结论。因此,  $\gamma$  与  $\frac{1}{T}$  构成了参数  $\theta$  选取的范围。

### 3 预测控制器的设计

设计机械臂的广义力矩  $\boldsymbol{\tau}$ :

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}_{\text{con}} - M(z_1)z_3 \quad (13)$$

$\boldsymbol{\tau}_{\text{con}}$  为预测控制器的输出量,  $-M(z_1)z_3$  为扰动的补偿量。若将式(13)代入式(8), 则本节的目标变成如下系统设计控制量  $\boldsymbol{\tau}_{\text{con}}$  以实现机械臂的轨迹跟踪控制:

$$\hat{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} = \boldsymbol{\tau}_{\text{con}} \quad (14)$$

记采样周期为  $T$ , 当  $T$  足够小时可将状态方程

式(14)近似离散化为

$$\mathbf{x}_2(k+1) = \mathbf{x}_2(k) + \mathbf{T}\hat{M}(\mathbf{x}_1)^{-1}\boldsymbol{\tau}(k)$$

基于预测控制的优点, 本文采用离散时间有限时域预测控制方法设计跟踪控制器。在每个采样时刻  $k$ , 通过优化如下性能指标求得最优控制律:

$$\begin{aligned} \min \Phi(k) = & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{h_p} (\mathbf{x}_1(k+i) \\ & - \mathbf{x}_{1,d}(k+i))^T \mathbf{Q}_1 (\mathbf{x}_1(k+i) \\ & - \mathbf{x}_{1,d}(k+i)) + (\mathbf{x}_2(k+i) \\ & - \mathbf{x}_{2,d}(k+i))^T \mathbf{Q}_2 (\mathbf{x}_2(k+i) \\ & - \mathbf{x}_{2,d}(k+i)) + \frac{1}{2} h_p \boldsymbol{\tau}(k)^T \mathbf{Q}_3 \boldsymbol{\tau}(k) \end{aligned} \quad (15)$$

其中,  $\mathbf{Q}_1, \mathbf{Q}_2 \in R^{n \times n}$  为正定加权矩阵,  $\mathbf{Q}_3 \in R^{n \times n}$  是正定或半正定矩阵,  $\mathbf{x}_{1,d}(k+i)$  和  $\mathbf{x}_{2,d}(k+i)$  分别是  $k+i$  时刻关节和关节速度的期望轨迹。为了减少运算量, 在整个预测时域  $h_p$  内, 控制量  $\boldsymbol{\tau}(k)$  取固定值<sup>[16]</sup>。

由于惯性矩阵  $\hat{M}(\mathbf{x}_1)$  一般为非线性耦合项, 对其进行模型预测比较复杂。因此, 采用与文献[20, 21]类似的处理方法, 假设整个滚动时域内惯性矩阵保持不变, 即  $\hat{M}(\mathbf{x}_1(k+i)) = \hat{M}(\mathbf{x}_1(k))$ ,  $i = 1, \dots, h_p$ 。由欧拉积分<sup>[22]</sup>, 可以得到采样步长为  $h$  时, 各关节、关节速度的预测值为

$$\mathbf{x}_1(k+i) = \mathbf{x}_1(k) + i\mathbf{x}_2(k)h + \frac{i^2}{2}\hat{M}(\mathbf{x}_1(k))^{-1}\boldsymbol{\tau}(k)h^2 \quad (16)$$

$$\mathbf{x}_2(k+i) = \mathbf{x}_2(k) + i\hat{M}(\mathbf{x}_2(k))^{-1}\boldsymbol{\tau}(k)h \quad (17)$$

预测时域内  $h_p$  需要给出期望轨迹的值可采用泰勒展开的方法实现<sup>[17]</sup>, 从而可得  $\mathbf{x}_{1,d}(k+i)$  及  $\mathbf{x}_{2,d}(k+i)$  的表达式如下:

$$\mathbf{x}_{1,d}(k+i) = \mathbf{x}_{1,d}(k) + i\mathbf{x}_{2,d}(k)h + \frac{i^2}{2}\dot{\mathbf{x}}_{2,d}h^2 \quad (18)$$

$$\mathbf{x}_{2,d}(k+i) = \mathbf{x}_{2,d}(k) + i\dot{\mathbf{x}}_{2,d}(k)h \quad (19)$$

其中,  $\dot{\mathbf{x}}_{2,d}(k)$  表示  $k$  时刻关节加速度的期望轨迹。

将式(16)~(19)代入式(15), 易见  $\Phi(k)$  是  $\boldsymbol{\tau}(k)$  的二次型。对  $\Phi(k)$  关于  $\boldsymbol{\tau}(k)$  求偏导数并令其为零, 可得最优的控制量:

$$\boldsymbol{\tau}_{\text{MPC}} = \mathbf{P}^{-1}(\boldsymbol{\nu}_1 + \boldsymbol{\nu}_2) \quad (20)$$

其中,

$\mathbf{P}$  =

$$\left[ \left( \frac{1}{4}w_4\mathbf{Q}_1 + w_2\mathbf{Q}_2 \right) \hat{\mathbf{M}}(\mathbf{x}_1(k))^{-1} + h_p \hat{\mathbf{M}}(\mathbf{x}_1(k)) \mathbf{Q}_3 \right] \quad (21)$$

$$\boldsymbol{\nu}_1 = \mathbf{Q}_1 \left( \frac{1}{4}w_4 \dot{\mathbf{x}}_{2,d}(k) - \frac{1}{2}w_2 \mathbf{e}_1(k) - \frac{1}{2}w_3 \mathbf{e}_2(k) \right) \quad (22)$$

$$\boldsymbol{\nu}_2 = \mathbf{Q}_2 (w_2 \dot{\mathbf{x}}_{2,d}(k) - w_1 \dot{\mathbf{e}}(k)) \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_1(k) &= \mathbf{x}_1(k) - \mathbf{x}_{1,d}(k), \mathbf{e}_2(k) \\ &= \mathbf{x}_2(k) - \mathbf{x}_{2,d}(k) \end{aligned} \quad (24)$$

$\boldsymbol{\nu}_1, \boldsymbol{\nu}_2$  中的系数分别为

$$w_1 = \sum_{i=1}^{h_p} ih = \frac{h_p(1+h_p)h}{2}$$

$$w_2 = \sum_{i=1}^{h_p} i^2 h^2 = \frac{h_p(1+h_p)(1+2h_p)h^2}{6}$$

$$w_3 = \sum_{i=1}^{h_p} i^3 h^3 = \left[ \frac{h_p(1+h_p)}{2} \right]^2 h^3$$

$$w_4 = \sum_{i=1}^{h_p} (ih)^4$$

$$= \frac{h_p(1+h_p)(1+2h_p)(3h_p^2+3h_p-1)}{30} h^4$$

在用式(20)计算控制量时,一些常量可以预先保存,例如  $w_i, i = 1, \dots, 4, \frac{1}{4}w_4\mathbf{Q}_1 + w_2\mathbf{Q}_2$  等,因而整个过程计算量并不大。

通常,每个关节的力矩都有一定的范围,而相比其他控制方法,模型预测控制在处理约束方面很有优势。由于  $\Phi(k)$  是  $\boldsymbol{\tau}(k)$  的二次型,而量  $\boldsymbol{\tau}(k)$  只有有界约束,因此该问题可以化简为一个凸优化问题,从而可以采用内点法求解,具体求解过程可以参考文献[23],这里不再赘述。

**注 2** 本文未对预测控制方法的跟踪性能进行分析,其证明过程可参考文献[17]。与文献[17]的不同点包括:(1)本文是对简化的模型采用预测控制方法,而文献[17]则对原机械臂模型进行,并且需要在设计控制器后考虑鲁棒性问题;(2)本文采用的是离散时间滚动时域控制,并且假定在整个滚动时域内控制量相同,相比文献[17]的连续系统,更符合实际应用场景。

## 4 仿真实验

为了验证本文所提算法的鲁棒性,采用文献[24]中的 2-DOF 机械臂为研究对象进行了轨迹跟踪控制仿真并与文献[24]所提 SP-SDc+(饱和比例-饱和微分修正+特定动力学计算)方法进行了对比。其中,式(1)中的各动力学项给定如下:

$$\begin{cases} \mathbf{M}_{11}(\mathbf{q}) = m_1 l_{c1}^2 + m_2 (l_1^2 + l_{c2}^2 \\ \quad + 2l_1 l_{c2} \cos(q_2)) + I_1 + I_2 \\ \mathbf{M}_{12}(\mathbf{q}) = m_2 (l_{c2}^2 + l_1 l_{c2} \cos(q_2)) + I_2 \\ \mathbf{M}_{21}(\mathbf{q}) = m_2 (l_{c2}^2 + l_1 l_{c2} \cos(q_2)) + I_2 \\ \mathbf{M}_{22}(\mathbf{q}) = m_2 l_{c2}^2 + I_2 \\ \mathbf{C}_{11}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = -2m_2 l_1 l_{c2} \sin(q_2) \dot{q}_2 \\ \mathbf{C}_{12}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = -m_2 l_1 l_{c2} \sin(q_2) \dot{q}_2 \\ \mathbf{C}_{21}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = m_2 l_1 l_{c2} \sin(q_2) \dot{q}_1 \\ \mathbf{C}_{22}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = 0 \\ \mathbf{F} = [f_{c1} \dot{q}_1 \quad f_{c2} \dot{q}_2]^\top \\ \mathbf{g}_1(\mathbf{q}) = [(m_1 l_{c1} + m_2 l_1) \sin(q_1) \\ \quad + m_2 l_{c2} \sin(q_1 + q_2)]g \\ \mathbf{g}_2(\mathbf{q}) = m_2 l_{c2} \sin(q_1 + q_2)g \end{cases}$$

其中,  $f_{c1}, f_{c2}$  为粘性摩擦系数。

通常可以通过测量或者辨识的方法获取标称参数,根据文献[25],机械臂的参数值如表 1 所示。为了便于仿真,本文假设这些参数的名义值是在其真实值误差范围为  $\pm 20\%$  内随机产生的,表 1 给出了两组标称值。

表 1 机械臂参数值

参数符号	真实值	标称值 1	标称值 2	单位
$l_1$	0.45	0.4775	0.4584	m
$l_{c1}$	0.091	0.084	0.0984	m
$l_{c2}$	0.048	0.0485	0.0454	m
$m_1$	23.902	25.8702	21.3826	kg
$m_2$	3.88	4.406	3.8323	kg
$I_1$	1.266	1.1011	1.1355	kg · m <sup>2</sup>
$I_2$	0.093	0.0935	0.1055	kg · m <sup>2</sup>
$f_{c1}/f_{c2}$	2.288/0.175	2.192/0.180	2.046/0.173	/
$g$	9.81	/	/	m/s <sup>2</sup>

SP-SDc + 算法所给出的控制律为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{u} = & -\boldsymbol{s}_2(\boldsymbol{K}_2\bar{\boldsymbol{q}}) - \boldsymbol{s}_1(\boldsymbol{K}_1\boldsymbol{\gamma}) + M(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}}_d \\ & + C(\boldsymbol{q}, \ddot{\boldsymbol{q}}_d)\dot{\boldsymbol{q}}_d + F\dot{\boldsymbol{q}}_d + G(\boldsymbol{q}) \end{aligned} \quad (25)$$

其中,  $\bar{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{q} - \boldsymbol{q}_d$ ,  $\boldsymbol{K}_1$  与  $\boldsymbol{K}_2$  为恒定对角正定控制增益矩阵,  $\boldsymbol{s}_j(\cdot) \in R^n$ ,  $j = 1, 2$  为如下定义的矢量:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{s}_j(\boldsymbol{\xi}) = & [\sigma_{j1}(\boldsymbol{\xi}_1), \dots, \sigma_{jn}(\boldsymbol{\xi}_n)]^T, \\ \forall \boldsymbol{\xi} = & [\boldsymbol{\xi}_1, \dots, \boldsymbol{\xi}_n]^T \in R^n \end{aligned} \quad (26)$$

$\sigma_{ji}$ ,  $i = 1, \dots, n$  为如下定义的饱和函数:

$$\sigma_{ji}(\zeta) = \begin{cases} \rho_{ji}^-(\zeta), & \zeta < -\mathbf{L}_{ji} \\ \zeta, & |\zeta| \leq \mathbf{L}_{ji} \\ \rho_{ji}^+(\zeta), & \zeta > \mathbf{L}_{ji} \end{cases} \quad (27)$$

$$\rho_{ji}^\mp = \pm \mathbf{L}_{ji} + (M_{ji} - L_{ji}) \tanh\left(\frac{\zeta \mp \mathbf{L}_{ji}}{M_{ji} - L_{ji}}\right) \quad (28)$$

$\boldsymbol{\gamma}$  为下面辅助动态子系统的输出:

$$\dot{\boldsymbol{q}}_c = -\boldsymbol{A}\boldsymbol{K}_1^{-1}\boldsymbol{s}_1(\boldsymbol{K}_1(\boldsymbol{q}_c + \boldsymbol{B}\bar{\boldsymbol{q}})) \quad (29)$$

$$\boldsymbol{\gamma} = \boldsymbol{q}_c + \boldsymbol{B}\bar{\boldsymbol{q}} \quad (30)$$

其中,  $\boldsymbol{A}$  与  $\boldsymbol{B}$  为恒定对角正定控制增益矩阵。

假定系统输出的参考轨迹信号选为

$$\boldsymbol{q}_d(t) = [1 + \sin(t) \quad \cos(t)]^T$$

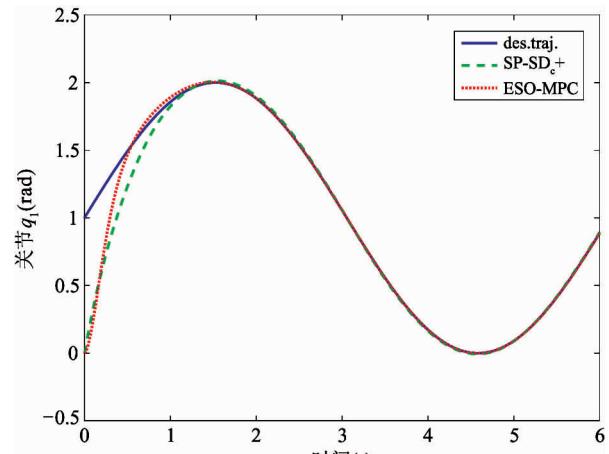
它的角频率为 1 rad/s, 则可以看成是慢变信号, 且当外部扰动变化不大时,  $w(t)$  可以近似为零。

SP-SDc + 控制器的参数值由文献[24]提供, 其中,  $\boldsymbol{K}_{11} = 150$ ,  $\boldsymbol{K}_{21} = 500$ ,  $\boldsymbol{K}_{12} = 10$ ,  $\boldsymbol{K}_{22} = 150$ ,  $\boldsymbol{A}_{11} = 150$ ,  $\boldsymbol{A}_{22} = 150$ ,  $\boldsymbol{B}_{11} = 10$ ,  $\boldsymbol{B}_{22} = 15$ ,  $\boldsymbol{M}_{11} = 65$ ,  $\boldsymbol{M}_{21} = 25$ ,  $\boldsymbol{M}_{12} = 5$ ,  $\boldsymbol{M}_{22} = 2.5$ ,  $\mathbf{L}_{ji} = 0.9\mathbf{M}_{ji}$ 。

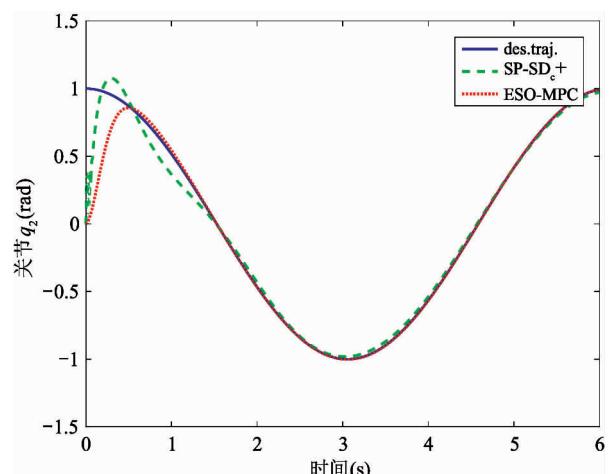
而本文所提出算法的参数取值分别为 ESO 的参数  $\theta = 90$ , 预测控制器性能指标中预测步长  $h_p = 10$ , 权重矩阵  $\boldsymbol{Q}_1 = \text{diag}(10^5, 10^5)$ ,  $\boldsymbol{Q}_2 = \text{diag}(0.02, 0.02)$ ,  $\boldsymbol{Q}_3 = \text{diag}(10^{-8}, 10^{-8})$ 。惯性矩阵的标称值按照表 1 计算得到。

图 2、3 显示了标称模型与实际模型一致时, SP-SDc + 与 MPC 方法的比较, 从图 2 曲线可以看出, MPC 方法所得的响应速度、超调量相比 SP-SDc + 都较小, 图 3 曲线则表明 MPC 的控制量也满足力矩约束的条件, 并且变化频率不大。图 4、5 则显示了标称模型与实际模型不一致时两者的比较, 图 4 采用的是第一组标称值, 图 5 采用的是第二组标称值, 仿真结果显示 MPC 具有鲁棒性, 且动态性能仍比 SP-

SDc + 要好。

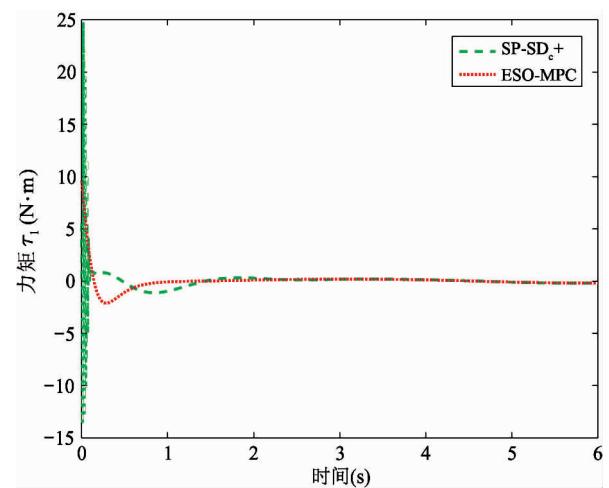


(a) 关节  $q_1$  位置响应曲线



(b) 关节  $q_2$  位置响应曲线

图 2 标称模型与实际模型相同时关节位置响应对比曲线



(a) 力矩  $\tau_1$  响应曲线

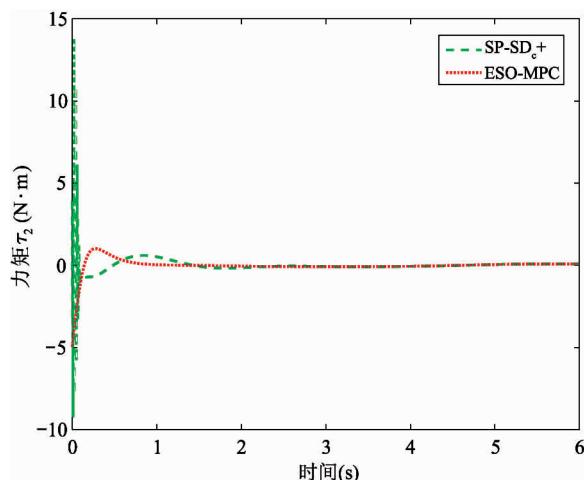
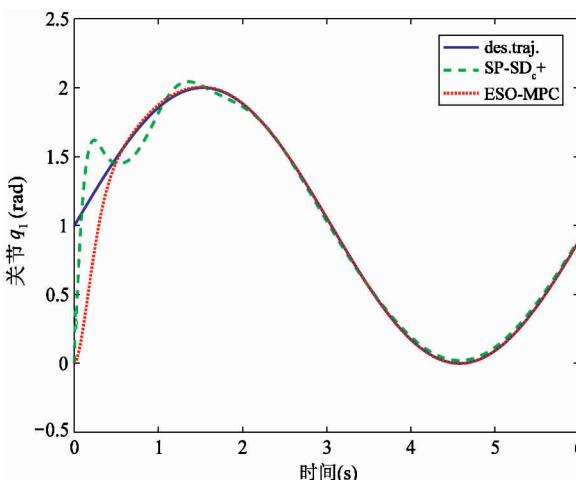
(b) 力矩  $\tau_2$  响应曲线(a) 关节  $q_1$  位置响应曲线

图3 标称模型与实际模型相同时关节力矩响应对比曲线

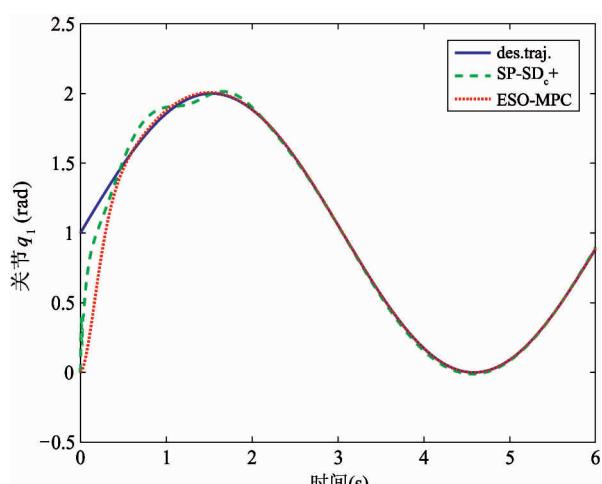
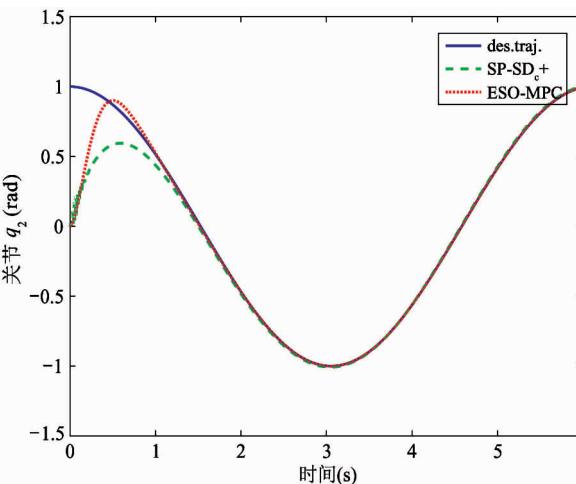
(a) 关节  $q_1$  位置响应曲线(b) 关节  $q_2$  位置响应曲线

图5 第二组标称模型下关节位置响应对比曲线

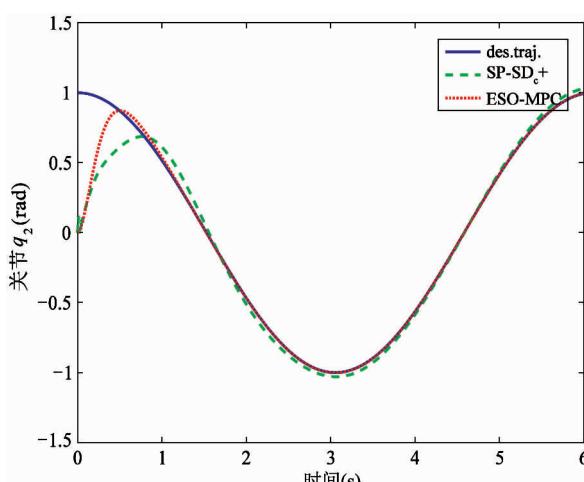
(b) 关节  $q_2$  位置响应曲线

图4 第一组标称模型下关节位置响应对比曲线

## 5 实验研究

为了进一步验证本文所提方法的有效性,本节在 KUKA youBot 实验平台上作了轨迹跟踪控制实验。如图 6 所示, KUKA youBot 是一个移动的机械臂平台主要用于机器人运动控制算法的研究与验证。整个控制系统的软件设计基于机器人操作系统 (robot operating system, ROS) 环境完成。

实验选取工作空间参考轨迹  $x(t) = 0.1, y(t) = 0.2\sin(t), z(t) = 0.3 + 0.2\sin(t)$ , 采样周期为  $h = 0.02\text{s}$ , 然后再将工作空间中的参考轨迹通过逆运动学变换到各关节上。由于 SP-SDc+ 控制器需要

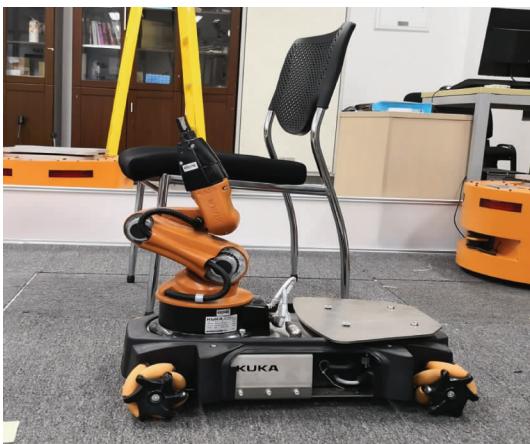


图 6 KUKA youBot 移动机械臂实验平台

整定的参数太多,在实际的 5 自由度机械臂上不具有可行性,因此采用计算力矩加比例微分反馈控制器作为对照实验与本文所提方法进行对比,控制器参数  $k_1 = \text{diag}(2.5, 3.2, 4.3, 3.6, 0.5)$ ,  $k_2 = \text{diag}(0.6, 1.3, 2.1, 0.7, 0.2)$ , 本文方法所整定的参数与仿真略有不同, ESO 的参数  $\theta = 40$ , 预测控制器性能指标中预测步长  $h_p = 7$ , 权重矩阵  $Q_1 = \text{diag}(10^7, 10^7, 10^7, 10^7, 10^7)$ ,  $Q_2 = \text{diag}(0, 0, 0, 0, 0)$ ,  $Q_3 = \text{diag}(10, 10, 10, 10, 10)$ 。由图 7 可以看出本文的方法响应速度较快, 超调量比 PD 控制策略更小并且跟踪轨迹较平滑。图 8 曲线表明基于 ESO 的方法在跟踪的精度上比 PD 控制策略更高。从图 9 可知 MPC 的控制量变化的幅度也不大。

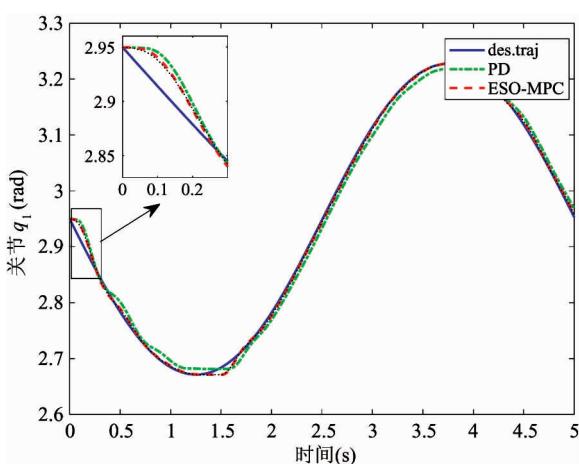


图 7 关节位置响应回对比曲线

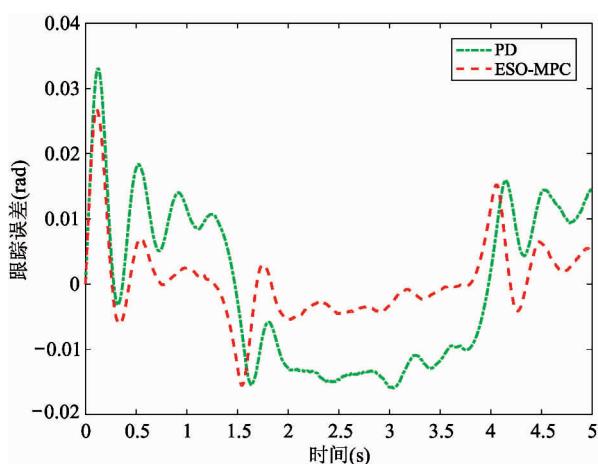


图 8 跟踪误差对比曲线

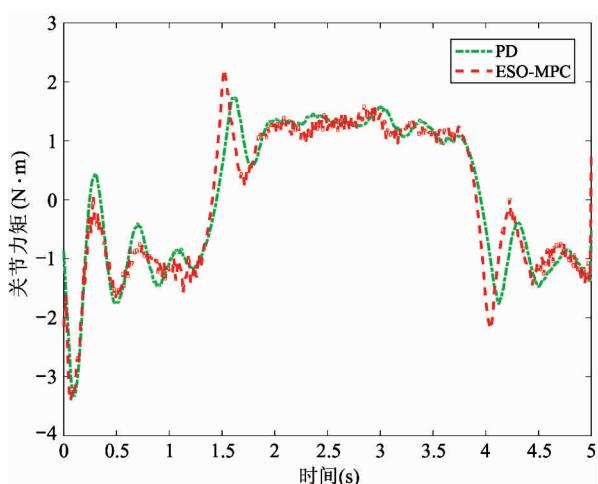


图 9 控制量对比曲线

## 6 结 论

针对不确定非线性机械臂系统的轨迹跟踪问题,给出了基于 ESO 的预测控制算法。ESO 对机械臂动力学中的科氏力和离心力、重力项等由模型不准确所引起的内扰动及外部扰动进行实时估计并前馈补偿。采用 MPC 方法设计跟踪控制器使机械臂快速稳定地跟踪轨迹。实验表明,该方法在实际的机械臂运动规划和轨迹跟踪问题上具有可行性,并且对参考输入的跟踪性能比传统 PD 控制策略效果好。仿真结果表明,尽管该方法只使用了标称模型的惯性矩阵部分,并且无需调节控制器的参数,但仍能保证良好的跟踪性能,解决了机械臂控制器设计参数调节繁琐的问题。

## 参考文献

- [ 1 ] 韩京清. 自抗扰控制器及其应用 [J]. 控制与决策, 1998, 13(1):19-23
- [ 2 ] 吴旭东, 解学书.  $H_{\infty}$  鲁棒控制中的加权阵选择 [J]. 清华大学学报(自然科学版), 1997, 37(1):27-30
- [ 3 ] Nikoobin A, Haghghi R. Lyapunov-based nonlinear disturbance observer for serial n-link robot manipulators [J]. *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, 2009, 55(2-3): 135-153
- [ 4 ] Tomei P. Adaptive PD controller for robot manipulators [J]. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1991, 7(4): 565-570
- [ 5 ] Kelly R. Comments on adaptive PD controller for robot manipulators [J]. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1993, 9(1): 117-119
- [ 6 ] 韩京清. 自抗扰控制技术: 估计补偿不确定因素的控制技术 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2008
- [ 7 ] Zheng Q, Gao L Q, Gao Z. On stability analysis of active disturbance rejection control for nonlinear time-varying plants with unknown dynamics [C]. In: Proceedings of the 46th IEEE Conference on Decision and Control, New Orleans, USA, 2007, 3501-3506
- [ 8 ] 袁东, 马晓军, 曾庆含, 等. 二阶系统线性自抗扰控制器频带特性与参数配置研究 [J]. 控制理论与应用, 2013, 30(12): 1630-1640
- [ 9 ] 陈国栋, 贾培发. 基于扩张状态观测的机器人分散鲁棒跟踪控制 [J]. 自动化学报, 2008, 34(7): 828-832
- [ 10 ] Korayem M H, Haghghi R. Nonlinear Disturbance Observer for Robot Manipulators in 3D Space [M], Berlin: Springer Berlin Heidelberg, 2008
- [ 11 ] 陈增强, 孙明玮, 杨瑞光. 线性自抗扰控制器的稳定性研究 [J]. 自动化学报, 2013, 39(5): 574-580
- [ 12 ] Przybyła M, Kordasz M, Madoński R, et al. Active disturbance rejection control of a 2DOF manipulator with significant modeling uncertainty [J]. *Bulletin of the Polish Academy of Sciences: Technical Sciences*, 2012, 60(3): 509-520
- [ 13 ] Richalet J, Rault A, Testud J L, et al. Model predictive heuristic control: applications to industrial processes [J]. *Automatica*, 1978, 14(5): 413-428
- [ 14 ] Prett D M, Gillette R D. Optimization and constrained multivariable control of a catalytic cracking unit [C]. In: *Proceedings of the Joint Automatic Control Conference*, San Francisco, USA, 1980. 73
- [ 15 ] 李田鹏, 赵均, 钱积新. 多变量预测控制在乙醛精制装置中的应用 [J]. 化工进展, 2005, 23(12): 1342-1345
- [ 16 ] De Carufel J. Model Predictive Control of a Manipulator Arm with Frictional/Unilateral Contact [M]. Ottawa: University of Ottawa, 1999
- [ 17 ] Hedjar R, Toumi R, Boucher P, et al. Finite horizon nonlinear predictive control by the Taylor approximation: application to robot tracking trajectory [J]. *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, 2005, 15: 527-540
- [ 18 ] Gauthier J P, Hammouri H, Othman S. A simple observer for nonlinear systems applications to bioreactors [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1992, 37(6): 875-880
- [ 19 ] Yoo D, Yau S S T, Gao Z. On convergence of the linear extended state observer [C]. In: IEEE International Symposium on Computer-Aided Control System Design, Munich, Germany, 2006, 1645-1650
- [ 20 ] Liu A, Yu L, Zhang W. Switched model predictive control for networked control systems with time delays and packet disordering [J]. *IFAC Proceedings Volumes*, 2014, 19(1): 3764-3769
- [ 21 ] Müller M A, Martius P, Allgöwer F. Model predictive control of switched nonlinear systems under average dwell-time [J]. *Journal of Process Control*, 2012, 22(9): 1702-1710
- [ 22 ] Craig J J. 机器人学导论 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2006
- [ 23 ] Vanderbei R J, Shanno D F. An interior-point algorithm for nonconvex nonlinear programming [J]. *Computational Optimization and Applications*, 1999, 13(1-3): 231-252
- [ 24 ] Aguiñaga-Ruiz E, Zavala-Río A, Santibanez Ví, et al. Global trajectory tracking through output feedback for robot manipulators with bounded inputs [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2009, 17(4): 934-944
- [ 25 ] Gautier M, Khalil W. Direct calculation of minimum set of inertial parameters of serial robots [J]. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1990, 6(3): 368-373

# Model predictive control for trajectory tracking of robot manipulators based on extended state observer

Yan Tao, Qiu Xiang, Liu Andong, Yu Li

(College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310023)

## Abstract

A model predictive control method is studied based on extended state observer (ESO) method for trajectory tracking control of robot manipulators with model uncertainties and external disturbances. The model uncertainty and external disturbance are treated as lumped disturbance of the manipulator, and linear extended state observers are designed to estimate and reject the lumped disturbance. A model predictive controller is then designed for the robot manipulator without the lumped disturbance to realize the trajectory tracking, and the parameters of controllers are not needed to tune in the proposed design method. Moreover, the asymptotic stability of the extended state observers is analyzed. Finally, the proposed predictive control method is applied to trajectory tracking of KUKA youBot robot manipulators with 5-DoF, and the experiment results show the effectiveness of the proposed method.

**Key words:** robot manipulator, trajectory tracking, extended state observer (ESO), model predictive control