

基于“两步法”的飞行冲突解脱问题求解策略^①

温 乾^② 陈伟锋^③

(浙江工业大学信息工程学院 杭州 310023)

摘 要 本文针对混合整数规划方法求解飞行冲突解脱较慢的问题,提出一种分步求解方法,以此来提升求解效率。该方法在确保解决冲突问题的同时,实现求解效率和解脱成本的优化。具体包括:使用混合整数线性规划方法在角度变量离散化模型中求解得到一个较好的可行解,将此可行解作为非线性模型的初值,再使用非线性规划方法进一步求解。实验结果表明,针对飞行冲突解脱问题,使用混合整数规划和非线性规划的“两步法”求解策略切实可行,实验效果良好。

关键词 冲突解脱;分步求解;混合整数规划;非线性规划;线性规划

0 引 言

随着全球航空业的快速发展,空域资源紧缺与空中交通拥堵的现象日益严重。为应对交通流量的持续增长、提高航空飞行安全水平、减少航班延误等问题,空中交通管理(air traffic management, ATM)系统性能亟待提升。为了提高空中交通的安全管理和运行效率,一系列空中管制自动化方法与智能化优化方法成为空中交通管理领域的研究重点^[1],其中之一就是飞行器冲突检测和解决^[2](collision detection and resolution, CDR)。

关于 CDR 问题的数学优化方法, Kuchar 和 Yang^[3]以及 Campo 和 Javier^[4]对冲突检测方法、冲突解脱方法以及冲突的管理等问题都进行了阐述。冲突解脱方法有基于 Meng 和 Qi^[5]提出的进化算法和 Gao 等人^[6]提出的遗传算法等元启发式方法,以及数学模型、动态规划方面的方法。其中, Pallottino 等人^[7]建立了 2 维平面空间中的飞行冲突解脱模型,使用混合整数规划方法求解,存在求解时间长、部分问题无法求解的情况。Christodoulou 等人^[8]建

立了 3 维空域下的飞行冲突解脱模型,使用混合整数非线性规划方法,求解时间较长,冲突解脱效率较低。Alonso-Ayuso 等人^[9]提出了一种基于改变飞行速度和飞行高度的混合整数线性规划模型,此模型只适合部分冲突问题,部分冲突情况无法使用此方法解决,例如“头对头”冲突等。Alonso-Ayuso 等人^[10]提出混合整数非线性规划模型,建立速度随时间变化的模型,非线性模型复杂度高,规模大,求解较慢,并且针对此模型当时最先进的混合整数非线性规划求解器还无法解决这类大规模问题,降低了求解效率,增加了求解难度。Omer 等人^[11]提出了连续时间变量离散化的思想,提出了一种混合求解算法,使用混合整数线性规划方法求解出的较好可行解作为非线性模型的初值,不足之处是使用此混合求解算法求解时间较长,求解成本较高。Alonso-Ayuso 等人^[12]提出了通过改变飞行速度和飞行高度的优化模型,并且将飞行高度范围增加到多个水平高度,使用混合整数线性规划方法能够很好地解决,不足之处是当飞行器数量变多时,求解成本较高。Alonso-Ayuso 等人^[13]是在 3 维空间下,通过改变航向角、速度和飞行高度来实现冲突解脱,提出了多目

① 国家自然科学基金(61203132)资助项目。
② 男,1995 年生,硕士生;研究方向:复杂环境下飞行器轨迹优化;E-mail: wenqian0224@163.com
③ 通信作者,E-mail: wfchen@zjut.edu.cn
(收稿日期:2019-04-10)

标折中的混合整数非线性规划方法,使得在不同的环境下改变不同的目标成本来使冲突解脱结果最优。Alonso-Ayuso 等人^[14]提出了角度范围离散化,将非线性问题转换成混合整数线性规划问题,与混合整数非线性规划方法相比,混合整数线性规划方法求解速度快、效率高。Cafieri 等人^[15]提出两步求解方法,使用混合整数非线性规划方法对此问题进行分步求解,在冲突架数较少的时候效果明显。Mihaela 等人^[16]将近年来 ATM 飞行冲突模型进行评估,建立统一的数学框架进行冲突解脱求解和碰撞概率估计,促进了对未来 ATM 数学模型能力设计评估的深入了解。

本文提出的方法是在 2 维平面下,基于数学建模方法进行分析,针对解脱成本和解脱时效性进行探究。为了能在最快的时间内解脱冲突,在之前混合整数线性规划(mixed integer linear programming, MILP)方法的基础上,结合 Alonso-Ayuso 等人^[14]提出的角度范围离散化方法,对飞行冲突解脱问题使用分步求解策略。首先,利用角度范围离散化模型将飞行冲突解脱非线性模型线性化,通过混合整数线性规划方法求得一组较好的可行解;其次,将求得的可行解带入飞行冲突解脱非线性模型中,最后使用非线性规划方法寻找更优结果。本文最后通过对多架飞行器的飞行实例来验证该方法的可行性。

1 问题阐述及相关定义

假设给定一组飞行配置,为了解决飞行冲突问题,需要在尽量少的时间内重新规划多架飞行器的飞行配置,以避免冲突情况的发生。在 2 维空间中,冲突是指两架或多架飞行器违反了飞行必须保持的最小安全距离(5 海里)的要求。每架飞机在模型中形成一个半径为 2.5 海里的圆形保护区域,此飞机处于圆心位置。若有其他飞行器进入该飞行器圆形保护区域,则会发生飞行冲突事件。在 2 维空间中,解决冲突事件可以考虑以下操作:速度改变(VC),角度偏转(TC),用来改变原来飞行器的飞行状态使其以最低成本快速解决检测到的冲突问题。

在冲突解脱问题中,Pallottino 等人^[7]提出,有一

组已知飞行器初始配置(初始速度,运行航线,初始点坐标,终点坐标)的飞行计划。该问题的目的是提供一种新的飞行配置,使空域中的所有飞行器冲突都得以避免。发生冲突情形时,即所涉飞行器之间的当前距离已小于最小安全距离(5 海里)。按照最小安全距离原则,半径为 2.5 海里圆形保护区域内,不允许别的飞行器出现,以此为标准建立飞行冲突解脱模型进行求解,为涉及冲突的飞行器提供新的飞行配置。

已知飞行器 i 的初始配置(初始位置 (x_i, y_i) , 初始飞行速度 v_i , 飞行航向 θ_i 和终点位置 (x'_i, y'_i) 等)。假设 $(x_i(t), y_i(t))$ 为 t 时刻飞行器 i 的飞行位置,当 2 架飞行器 i, j 之间的距离小于安全距离 d 时,2 架飞行器之间会发生冲突:

$$\sqrt{(x_i(t) - x_j(t))^2 + (y_i(t) - y_j(t))^2} < d \quad (1)$$

因此,需要考虑使用不同的方法改变这种情形,包括改变飞行器飞行速度 $v_i + q_i$ (q_i 表示飞行器速度改变量)、飞行器飞行航向角 $\theta_i + p_i$ (p_i 表示飞行器角度改变量)等。分别定义 2 条关于飞行器 i, j 安全保护区的切线,切线角度分别为 l_{ij} 、 r_{ij} , 其中 $l_{ij} \geq r_{ij}$ 。在以上各种情况下,所在冲突中的飞行器均可以通过及时调整飞行配置来避免冲突的情况发生,通过改变飞行器飞行速度和飞行航向角等方法,用线性/非线性约束和一系列离散变量建立冲突解脱模型,使用混合整数线性/非线性规划方法进行求解。本文涉及的方法是在 2 维平面内,通过改变飞行速度和飞行航向角来实现冲突解脱问题,暂未涉及 3 维空间中改变飞行高度的方法。在 Alonso-Ayuso 等人^[9]提出的模型中,建立基于飞行速度和飞行航向角同时改变的数学模型,如式(2)、(3)所示:

$$\frac{(v_i + q_i) \sin(\theta_i + p_i) - (v_j + q_j) \sin(\theta_j + p_j)}{(v_i + q_i) \cos(\theta_i + p_i) - (v_j + q_j) \cos(\theta_j + p_j)} \geq \tan(l_{ij}) \quad (2)$$

$$\frac{(v_i + q_i) \sin(\theta_i + p_i) - (v_j + q_j) \sin(\theta_j + p_j)}{(v_i + q_i) \cos(\theta_i + p_i) - (v_j + q_j) \cos(\theta_j + p_j)} \leq \tan(r_{ij}) \quad (3)$$

以上 Alonso-Ayuso 等人^[9]提出的改变速度和航向角相结合的非线性规划模型,考虑并分析了模型

空分母情况等特殊情况,解决了单独改变速度无法解脱冲突的情况。在涉及空中交通问题时,快速地解决冲突事件能够有效提升空域安全管理和运行。以上使用非线性优化方法求解飞行冲突解脱问题求解效率较低。本文在 Alonso-Ayuso 等人^[14]提出的角度范围离散化求解模型基础上进一步研究和探索,主要是为了减少冲突解脱问题的求解时间,当发生飞行冲突问题的时候,能够在求解时间和冲突成本之间有所权衡,尽可能以最快的时间用最低的成本实现冲突解脱,提高航空飞行的安全性能。

2 “两步法”模型求解策略

针对以上使用混合整数线性规划方法求解飞行冲突解脱效率低的问题,秉承航空运输安全第一的原则,本文提出了基于元启发式算法的低成本快速解决飞行冲突问题的“两步法”模型求解策略,在求解时间和解脱成本之间寻找一个折中点,用更短的时间求解出可行的冲突解脱策略。

本文在 Raghunathan 等人^[17]提出的“三步法”初始化策略和颜丰琳^[18]提出的递归思想的基础上,提出“两步法”模型求解策略。首先,在 Alonso-Ayuso 等人^[14]提出的角度范围离散化求解模型基础上加入递归求解策略,使用 MILP 求解方法求解出一个较好的可行解,以此可行解作为“两步法”第 2 部分的初始解,然后第 2 部分使用 NLP 求解方法进行求解,得到一个更好的结果。

2.1 混合整数线性规划求解

混合整数线性规划求解作为“两步法”求解策略的第 1 步,提出一种加入冲突解脱模型飞行器序列的方法,在 Alonso-Ayuso 等人^[14]提出的角度范围离散化、将非线性问题转换成混合整数线性规划问题基础上稍做改进,使用改进的递归求解思想进行求解。

2.1.1 飞行配置初始化

在将多架飞行器加入冲突解脱模型时,将飞行器在模型中的编排序列考虑进去,提出一种航向角递增排序方法。其中,航向角递增排序方法指飞行器加入冲突解脱模型的排列顺序按照各飞行器航向

角的角度由小到大进行排序,根据飞行航向角角度大小顺序作为飞行冲突模型中飞行器的添加顺序。航向角 θ_i 范围是 $[0, 2\pi)$ 。

以 4 架飞行器为例,坐标分别为: A 初始坐标 $(-100, 0)$, 终点坐标 $(100, 0)$, B 初始坐标 $(0, -100)$, 终点坐标 $(0, 100)$, C 初始坐标 $(100, 0)$, 终点坐标 $(-100, 0)$, D 初始坐标 $(0, 100)$, 终点坐标 $(0, -100)$ 。

根据飞行器初始配置可知,各飞行器的飞行航向角为: $\theta_A = 0, \theta_B = \pi/2, \theta_C = \pi, \theta_D = 3\pi/2$, 根据航向角递增排序方法,确定飞行器 A, B, C, D 冲突解脱模型中的飞行配置顺序为 A, B, C, D 。

2.1.2 引入递归思想

确定以上飞行配置顺序后,在颜丰琳提出的递归思想初始化策略^[18]基础上,为了进一步降低求解时间,将此递归模型进行扩展,将飞行器数量一架一架逐渐增加的冲突解脱问题扩展为飞行器增加数量为多架增加方式的冲突解脱问题(以下飞行器增加数量设为 2)。基于扩展的递归思想的初始化策略步骤如下:

步骤 1 将 $N(N > 2)$ 架飞行器的飞行冲突解脱问题分为 2 部分,第 1 部分是 $N - 2$ 架飞行器的飞行冲突解脱问题,第 2 部分是将以上 $N - 2$ 架飞行器冲突解脱最优解固定,加入另外 2 架飞行器再次进行冲突解脱;

步骤 2 对 $N - 2$ 架飞行器依次根据步骤 1 进行分解,直至最后分解为 2 架(N 为偶数架时最后分解为 2 架)或 3 架(N 为奇数时最后分解为 3 架)飞行器的飞行冲突解脱问题;

步骤 3 将已经优化求解成功的 $N - 2$ 架飞行器的最优飞行配置固定,再与加入的 2 架飞行器一同再次进行飞行冲突解脱求解,如图 1 所示;

步骤 4 合并。递归求解各个子问题,最终优化求解 N 架飞行器的冲突解脱问题。

2.1.3 MILP 模型求解

在 Alonso-Ayuso 等人^[14]提出的角度范围离散化模型基础上,为了提高求解效率,降低模型复杂度,将模型飞行角度可变区域结合到一起,即将原离散模型中的航向角减小区域和航向角增大区域结

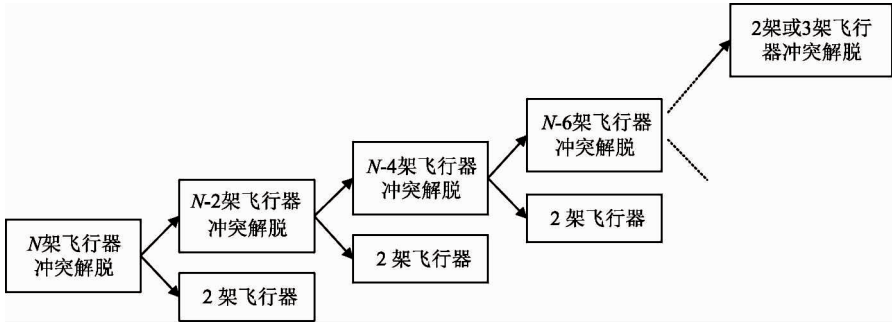


图1 飞行冲突解脱递归思路

合在一起,在原离散模型中用1个离散变量来代替2个离散变量。主要思想是将角度的范围动态离散化,以飞行器初始航向角为中心,如图2所示,将 $[\theta_i^0, \theta_i^{\max}]$ 和 $[\theta_i^{\min}, \theta_i^0]$ 之间的角度离散平均分为 n 份后,将形成的航向角减小区域和航向角增大区域固定的角度值和各固定值相对应的0-1变量结合到一起,统一为一组固定的角度值和各固定值相对应的0-1变量($2n+1$ 个)。如图3所示,其中, θ_i^0 表示初始配置的角度初始值, $\theta_i^{\max}$ 和 $\theta_i^{\min}$ 分别表示飞行器飞行航向角的可变角度的上限和下限,形成飞行器 i 的可行飞行区域 $[\theta_i^{\min}, \theta_i^{\max}]$ 。

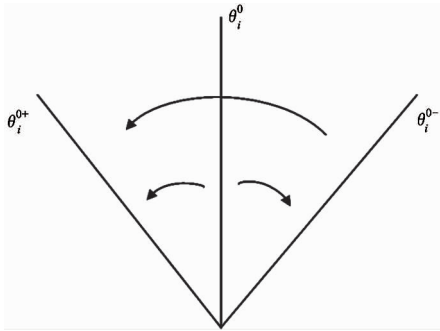


图2 飞行器 i 角度可行域

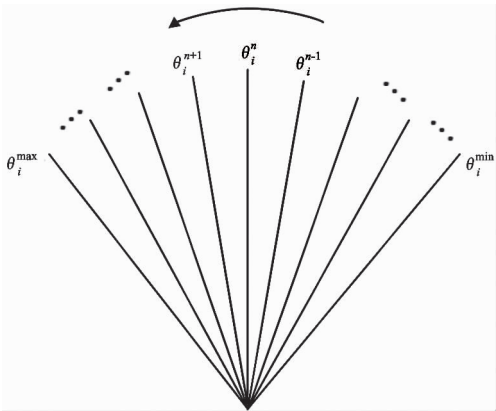


图3 飞行器 i 航向角离散化

以上NLP模型式(2)、(3)中的角度连续变量 q_i 由离散化的角度值和角度离散变量来代替,模型即转化为由离散变量和速度连续变量组成的混合整数线性规划模型。转换为混合整数线性规划模型的求解与之前非线性模型相比,求解效率有所提高。

然后按照以上步骤1中的扩展递归求解方法,将飞行冲突所需数据带入以上MILP模型中,使用混合整数线性规划方法进行求解,得到一个较好的可行解 Z_1 。

2.2 非线性规划求解

在非线性规划问题求解过程中,有个好的初始解是求解非线性问题的关键,不同的初始解可能会得到不同的局部最优解。在此部分的非线性规划求解中,将2.1节混合整数线性规划模型中求解得到的较好的可行解 Z_1 作为此部分非线性规划问题的初始解,然后使用非线性规划方法进一步求解。

2.2.1 初始解与非线性约束条件

在2.1节中,Alonso-Ayuso等人^[14]提出的角度范围离散化模型也是在原始非线性规划模型的基础上进行优化得到的,所以求解得到的可行解 Z_1 依然满足原始非线性规划求解模型的约束。

根据以上飞行冲突非线性求解模型可知,任意2架飞行器 i, j 在冲突解决过程中,满足式(2)和(3)2条约束条件中的任意一条即可解决冲突问题。

因此,将2.1节中求得的可行解 Z_1 带入以上非线性约束条件式(2)和式(3)中进行验证,每对飞行器只存在一条满足的约束条件。

2.2.2 联立非线性约束条件

由式(1)可知,任意2架飞行器 i, j 都已验证得到对应的约束条件(约束条件式(2)或式(3))。对

N 架飞行器冲突解脱, 联立所有飞行器的约束条件, 如式(4)所示:

aircraft

i, j

restriction

$i = 1, j = 2$

$$\frac{(v_i + q_i) \sin(\theta_i + p_i) - (v_j + q_j) \sin(\theta_j + p_j)}{(v_i + q_i) \cos(\theta_i + p_i) - (v_j + q_j) \cos(\theta_j + p_j)} \geq \tan(l_{ij})$$

$i = 1, j = 3$

$$\frac{(v_i + q_i) \sin(\theta_i + p_i) - (v_j + q_j) \sin(\theta_j + p_j)}{(v_i + q_i) \cos(\theta_i + p_i) - (v_j + q_j) \cos(\theta_j + p_j)} \leq \tan(g_{ij})$$

.....

$i = n - 1, j = n$

$$\frac{(v_i + q_i) \sin(\theta_i + p_i) - (v_j + q_j) \sin(\theta_j + p_j)}{(v_i + q_i) \cos(\theta_i + p_i) - (v_j + q_j) \cos(\theta_j + p_j)} \leq \tan(g_{ij})$$

2.2.3 非线性化求解

角度变量和速度变量相结合的目标函数使用归一化处理, 目标函数如式(5)所示:

$$Z = \frac{\sum_{i \in N} |p_i|}{\theta_{\max} - \theta_{\min}} + \frac{\sum_{i \in N} |q_i|}{v_{\max} - v_{\min}}$$

(5)

使用非线性规划方法对以上联立的飞行冲突解脱非线性模型式(2)、(3)使用非线性规划方法进行求解, 得到“两步法”模型求解策略的最终优化结果。

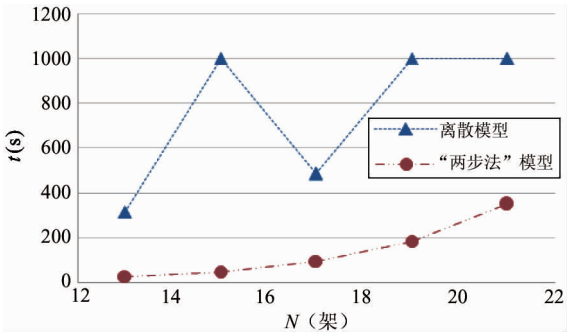


图 5 2 模型运行时间对比示意图

3 运行结果与分析

本次实验是基于 AMD Ryzen 5 2500U 和 Radeon Vega Mobile Gfx 处理器, 2.00 GHz, 8 G 内存的计算机进行的。

为了评估本文提出的新型求解飞行冲突解脱问题方法, 实验分别对 13、15、17、19、21 架飞行器的数据进行了验证, 来保证此方法的可行性和实验结果的可靠性, 并且与 Alonso-Ayuso 等人^[14]提出的离散模型进行数据对比, 结果如图 4、图 5 所示。其中, Z 表示目标函数, 即最终运行结果, N 表示参与飞行冲突解脱的飞行器架数, t 表示冲突解脱问题的求解时间。

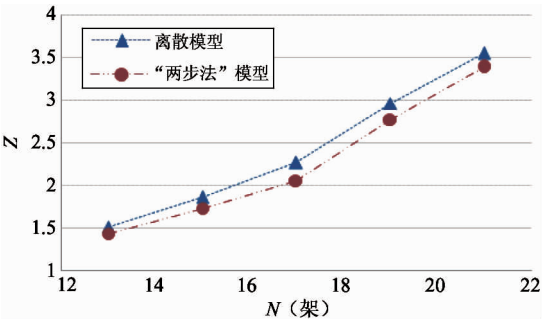


图 4 2 模型运行结果对比示意图

由图 4 可见, 在同一目标函数下, “两步法”求解策略最优解与原离散模型求解策略最优解相比结果更优, 即解脱成本更低。从图 5 中也可看出“两步法”模型比原离散模型求解效率更高。

4 结 论

飞行冲突解脱问题一直以来都是航空空域飞行至关重要的一环, 如何提高求解效率, 降低飞行成本是研究的重点。本文提出了先通过 MILP 方法在混合整数线性规划模型中求得一个较好可行解, 再使用 NLP 方法进一步求得更好结果的“两步法”求解策略, 以 13、15、17、19、21 架飞行器冲突解脱实例验证了该方法的可行性。结果表明, 本文提出的“两步法”求解策略对于 2 维平面中的飞行冲突解脱问题可行, 效果良好。

参考文献

[1] 陈强. 基于轨迹运行理念下终端空域航迹管理研究 [D]. 南京: 南京航空航天大学民航学院, 2017: 1-10

[2] Alonso-Ayuso A, Escudero L F, Martín-Campo F J, et al. Multiobjective optimization for aircraft conflict resolu-

- tion: a metaheuristic approach[J]. *European Journal of Operational Research*, 2016, 248(2): 691-702
- [3] Kuchar J K, Yang L C. A review of conflict detection and resolution modeling methods[J]. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2000, 1(4): 179-189
- [4] Campo M, Javier F. The collision avoidance problem: methods and algorithms[J]. *Universidad Rey Juan Carlos*, 2010: 155-167
- [5] Meng G, Qi F. Flight conflict resolution for civil aviation based on ant colony optimization[C]//Proceedings of the 2012 5th International Symposium on Computational Intelligence and Design, Washington, USA, 2012: 321-336
- [6] Gao Y, Zhang X, Guan X. Cooperative multi-aircraft conflict resolution based on co-evolution[C]//IEEE International Symposium on Instrumentation & Measurement, Sanya, China, 2012: 310-313
- [7] Pallottino L, Feron E M, Bicchi A. Conflict resolution problems for air traffic management systems solved with mixed integer programming[J]. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2002, 3(1): 3-11
- [8] Christodoulou M A, Kodaxakis S G. Automatic commercial aircraft-collision avoidance in free flight: the three-dimensional problem[J]. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2006, 7(2): 242-249
- [9] Alonso-Ayuso A, Escudero L F, Martin-Campo F J. Collision avoidance in the air traffic management: a mixed integer linear optimization approach[J]. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2011, 12(1): 47-57
- [10] Alonso-Ayuso A, Escudero L F, Martin-Campo F J. A mixed 0-1 nonlinear optimization model and algorithmic approach for the collision avoidance in ATM: velocity changes through a time horizon[J]. *Computers & Operations Research*, 2012, 39(12): 3136-3146
- [11] Omer J, Farges J L. Hybridization of nonlinear and mixed-integer linear programming for aircraft separation with trajectory recovery[J]. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2013, 14(3): 1218-1230
- [12] Alonso-Ayuso A, Escudero L F, Martin-Campo F J. On modeling the air traffic control coordination in the collision avoidance problem by mixed integer linear optimization[J]. *Annals of Operations Research*, 2014, 222(1): 89-105
- [13] Alonso-Ayuso A, Escudero L F, Martin-Campo F J. An exact multi-objective mixed integer nonlinear optimization approach for aircraft conflict resolution[J]. *TOP*, 2016, 24(2): 381-408
- [14] Alonso-Ayuso A, Escudero L F, Martin-Campo F J. Multiobjective optimization for aircraft conflict resolution. A metaheuristic approach[J]. *European Journal of Operational Research*, 2016, 248(2): 691-702
- [15] Cafieri S, Omheni R. Mixed-integer nonlinear programming for aircraft conflict avoidance by sequentially applying velocity and heading angle changes[J]. *European Journal of Operational Research*, 2017, 260(1): 283-290
- [16] Mihaela M, Blom H A P. Mathematical models for air traffic conflict and collision probability estimation[J]. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2018, 20(3): 1-17
- [17] Raghunathan A U, Biegler L T, Gopal V, et al. Dynamic optimization strategies for three-dimensional conflict resolution of multiple aircraft[J]. *Journal of Guidance Control and Dynamics*, 2004, 27(4): 586-594
- [18] 颜丰琳. 自由飞行模式的多飞行器轨迹优化[D]. 杭州: 浙江大学控制科学与工程学院, 2015: 18

Solution strategy of flight conflict dissolution based on ‘two-step method’

Wen Qian, Chen Weifeng

(College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310023)

Abstract

The hybrid integer programming method is used to solve the problem of slow flight conflict resolution, and a step-by-step solving method is proposed to improve the efficiency of the solution. This method optimizes the solution efficiency and the cost of relief while ensuring conflict resolution. Specifically, a mixed integer linear programming method is used to solve a discrete feasible model of the angle variable to obtain a better feasible solution. The feasible solution is used as the initial value of the nonlinear model, and then further solved by nonlinear programming method. The experimental results show that the ‘two-step method’ solving strategy using mixed integer programming and nonlinear programming is feasible and effective for the flight conflict relief problem.

Key words: conflict liberation, step-by-step solving, mixed integer programming, nonlinear programming, linear programming