

具有输入约束的移动机器人路径跟踪预测控制^①

仇 翔^{②*} 陈 旭^{③*} 刘安东* 俞 立* 周敏龙**

(* 浙江工业大学信息工程学院 杭州 310023)

(** 诺力智能装备股份有限公司 湖州 313100)

摘 要 针对移动机器人设定速度与实际速度不匹配的问题,提出了一种基于预测控制的移动机器人路径跟踪方法。首先,基于运动学关系建立了移动机器人路径跟踪误差模型,给出了期望路径的参数化方法及更新方程。其次,通过定义与路径参数相关的预测性能指标,并结合状态空间方程给出了预测模型向量描述,得到了具有不等式约束的二次规划优化问题。进而,采用有效集二次规划方法求解具有不等式约束的优化问题获得最优控制量。最后,通过仿真实验分析所提算法的有效性,并设计移动机器人路径跟踪控制系统实验平台验证所提算法的有效性。

关键词 预测控制;路径跟踪;有效集法;移动机器人

0 引 言

随着科技发展,移动机器人因其适应性强、可操作性广等优点,已在军事、工业、科学研究、物流仓储、移动舞台等领域广泛应用。移动机器人路径跟踪控制作为运动控制中的三大基本问题之一,一直备受关注。针对路径跟踪技术的研究,不只适用于移动机器人路径跟踪^[1]控制,还涉及无人机路径跟踪^[2]、车辆路径规划^[3]、自主水下航行器^[4]、车床跟踪切削^[5]、移动舞台组合^[6]等方面,具有重要的理论与实际意义。

近年来,国内外学者提出了多种路径跟踪控制算法,部分研究取得重大成果。其中,Jiang 等人^[7]基于反演控制方法实现实时反步控制,在初始误差未知的情况下,使系统收敛和稳定。Chen 等人^[8]提出了一种基于自适应积分滑模控制方法,有效降低干扰对系统的影响,实现系统全局渐近稳定跟踪效果。Rossomando 等人^[9]提出了在线学习的神经网络

络算法,该神经网络算法充当传统逆控制器的补偿器,在系统受到动态和运动学变化影响时改善控制性能,有效地对常规逆控制器进行补偿。上述方法解决了初始状态未知、外界干扰等问题,然而,并没有考虑约束问题,本文采用模型预测控制算法在约束条件下实现移动机器人精确的路径跟踪效果。

模型预测控制又称为预测控制,通常包含预测模型、滚动时域优化、反馈优化 3 个部分,相较于其他的控制方法,预测控制能够及时地校正模型失配以及干扰等引起的不确定性,具有建模方便、系统稳定、扩展性好等优点,在移动机器人路径跟踪控制问题上受到广泛关注。González 等人^[10]在具有纵向滑动的越野条件下驱动受约束移动机器人,基于模型预测控制算法设计控制律,保证移动机器人路径跟踪的鲁棒性和稳定性。Yu 等人^[11]将路径跟踪控制问题转化为依赖参数的调节问题,结合模型预测控制方法,选择合适终端惩罚项以及响应的终端约束,实现车载类移动机器人路径跟踪。Li 等人^[12]通过非完整移动机器人跟踪误差模型以及模型预测控

① 国家自然科学基金浙江两化融合联合基金(U1709213)和浙江省自然科学基金(LY17F030019)资助项目。

② 男,1980 年生,博士,副教授;研究方向:移动机器人,运动控制;E-mail: qiuxiang@zjut.edu.cn

③ 通信作者,E-mail: xuchen8023zjut@126.com
(收稿日期:2019-05-09)

制方法迭代变换为二次规划问题,并使用原始-对偶神经网络获取控制量,解决移动机器人路径跟踪问题。Sun 等人^[13]基于虚拟结构,采用预测控制方法解决具有输入耦合约束的独轮机器人跟踪控制问题。然而移动机器人在实际运行过程中,存在设定速度与实际速度无法快速匹配的问题。显然,当控制量输入到移动机器人端时,机器人运行时受加速、减速、惯性、电池电量等因素影响,导致移动机器人设定速度与实际速度无法快速匹配的问题。

针对移动机器人路径跟踪过程中存在设定速度与实际速度不匹配的问题,本文提出一种解决速度失配的模型预测控制方法。首先,基于运动学模型建立了移动机器人路径跟踪误差模型,给出了参数化期望路径的更新方程。其次,通过定义与路径参数相关的预测性能指标,并结合状态空间方程推导出预测模型向量描述,得到了具有不等式约束的二次规划优化问题。进而,采用有效集二次规划方法求解具有不等式约束的优化问题获得最优控制量。为了验证本文提出算法的可行性,先通过仿真说明算法的有效性,再搭建移动机器人实验平台,验证算法的有效性。

1 问题描述

移动机器人路径跟踪涉及移动机器人坐标系 {B}、虚拟移动机器人坐标系 {T}、世界坐标系 {W},如图 1 所示。

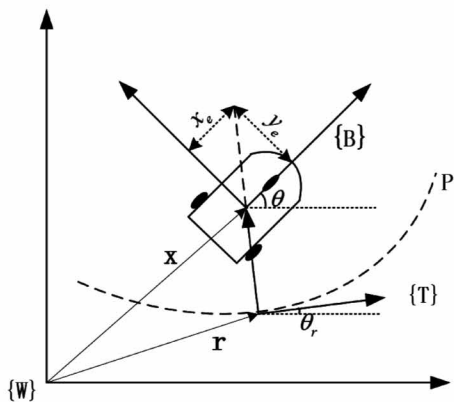


图 1 移动机器人路径跟踪坐标系

定义 $\mathbf{x} = [x \ y \ \theta]^T$ 为移动机器人实际位姿, — 598 —

(x, y) 为机器人实际位置, θ 为机器人实际角度, $\mathbf{r} = [x_r \ y_r \ \theta_r]^T$ 为虚拟参考位姿, (x_r, y_r) 为虚拟参考位置, θ_r 为虚拟参考角度,其运动学模型为

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 \\ \sin\theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} \tag{1}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_r \\ \dot{y}_r \\ \dot{\theta}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta_r & 0 \\ \sin\theta_r & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_r \\ \omega_r \end{bmatrix} \tag{2}$$

其中, v 为机器人实际线速度, ω 为机器人实际角速度, v_r 为虚拟机器人参考线速度, ω_r 为参考角速度。

根据文献[14]中移动机器人运动学误差模型在平衡点处线性化,可得:

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = \mathbf{A}_l \tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{B}_l \tilde{\mathbf{u}} \tag{3}$$

其中, $\tilde{\mathbf{x}} = [x_e \ y_e \ \theta_e]^T$, (x_e, y_e) 为实际位置与参考位置的误差关系, θ_e 为角度误差关系, $\mathbf{A}_l =$

$$\begin{bmatrix} 0 & \omega_r & 0 \\ -\omega_r & 0 & v_r \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_l = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\tilde{\mathbf{u}} = [-v + v_r \cos\theta_e \ \omega_r - \omega]^T.$$

对式(3)采用零阶保持器进行离散化得:

$$\tilde{\mathbf{x}}(k+1) = \mathbf{A} \tilde{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{B} \tilde{\mathbf{u}}(k) \tag{4}$$

其中, $\tilde{\mathbf{x}}(k) = [x_e(k) \ y_e(k) \ \theta_e(k)]^T$ 是 k 时刻机器人状态误差向量, $\tilde{\mathbf{u}}(k) = [-v(k) + v_r(k) \cos\theta_e(k) \ \omega_r(k) - \omega(k)]^T$ 是 k 时刻控制输入偏差量, $\mathbf{A} = e^{\mathbf{A}_l T_s}$, $\mathbf{B} = \int_0^{T_s} e^{\mathbf{A}_l \tau} \mathbf{B}_l d\tau$, T_s 是采样周期。

路径跟踪是典型的运动控制问题,与轨迹跟踪的本质区别在于不受时间约束,而是跟踪一个参数化路径^[15]。定义参数化期望路径为

$$P = \{r(k) \in R^n \mid r(k) = p(\theta_r(k))\} \tag{5}$$

其中, $r(k)$ 是 k 时刻虚拟机器人参考位置, $p(\theta_r(k))$ 是 k 时刻的路径, $\theta_r(k)$ 是 k 时刻的路径参数,期望路径 P 是以其路径参数 $\theta_r(k)$ 进行参数化的一条几何曲线, $\theta_r(k)$ 并非时刻先验已知,而是受虚拟控制输入偏差 $\tilde{\mathbf{u}}(k)$ 的影响。 $\theta_r(k)$ 参数更新方式为

$$\theta_r(k+1) = \theta_r(k) + \omega_p(k)T_s + g(\bar{\mathbf{u}}(k)) \quad (6)$$

其中, $\omega_p(k)$ 是 k 时刻路径期望角速度, $g(\bar{\mathbf{u}}(k))$ 是 k 时刻控制输入偏差量的函数项。不失一般性, 本文选取 $g(\bar{\mathbf{u}}(k))$ 是基于 k 时刻控制输入偏差量的线性表达式, 关系如下:

$$g(\bar{\mathbf{u}}(k)) = \lambda \mathbf{C} \bar{\mathbf{u}}(k) \quad (7)$$

其中, λ 是标量增益, $\mathbf{C} = [c_1 \ c_2]$ 是与控制输入误差向量有关的增益矩阵。

由以上分析可知, 若 $r(k)$ 的更新方式只与时间有关, 则为轨迹跟踪问题, 需要严格的时间管理。而本文为了解决实际速度与设定速度短时间失配问题, 选择路径跟踪方式, 将控制量误差信号引入到路径更新方式中, 使得实际移动机器人的速度与虚拟机器人快速匹配。

本文路径跟踪的目的是使移动机器人实际位姿与虚拟机器人位姿的误差为 0, 并且虚拟移动机器人的运动路径最终要与期望路径一致。实际移动机器人运动状态逼近虚拟移动机器人运动状态, 而虚拟移动机器人的运动状态逼近期望路径相对应的运动状态, 如此形成过渡过程。因此, 该过程包含有状态误差信息、控制输入误差信息、控制输入误差增益信息, 从而可定义预测性能指标函数为

$$\begin{aligned} J(\bar{\mathbf{x}}(k+i|k), \bar{\mathbf{u}}(k+i|k)) &= \sum_{i=1}^N (\|\bar{\mathbf{x}}(k+i|k)\|_Q^2 + \|\Delta \mathbf{g}(k+i|k)\|^2) \\ &+ \sum_{i=0}^{M-1} (\|\bar{\mathbf{u}}(k+i|k)\|_R^2) \end{aligned} \quad (8)$$

如式(8)所示, 优化目标函数由 3 个惩罚项构成, 其中路径偏差惩罚项 $\|\bar{\mathbf{x}}(k+i|k)\|_Q^2$, 保证系统状态快速跟踪上虚拟移动机器人状态的数学描述, $\mathbf{Q}$ 是状态加权矩阵, $\bar{\mathbf{x}}(k+i|k)$ 表示 k 时刻对 $k+i$ 时刻的状态预测值。系统中, 虚拟状态与实际状态误差量作为目标函数优化的目标之一, 其物理意义是使移动机器人动态跟踪上虚拟移动机器人。 $\|\Delta \mathbf{g}(k+i|k)\|^2$ 惩罚项代表虚拟移动机器人状态与期望状态的误差最小化, 确保系统完成期望路径跟踪。 $\Delta \mathbf{g}(k+i|k) =$

$$\begin{bmatrix} v_r(k+i|k) - v_p(k+i|k) \\ \omega_r(k+i|k) - \omega_p(k+i|k) \end{bmatrix}$$

是 k 时刻参考控制量与路径期望控制量的惩罚项, $v_r(k+i|k)$ 是 $k+$

i 时刻虚拟参考线速度预测值, $\omega_r(k+i|k)$ 是 $k+i$ 时刻虚拟参考角速度预测值, $v_p(k+i|k)$ 是 $k+i$ 时刻路径期望线速度预测值, $\omega_p(k+i|k)$ 是 $k+i$ 时刻路径期望角速度预测值, N 是状态预测时域。控制输入偏差量惩罚项 $\|\bar{\mathbf{u}}(k+i|k)\|_R^2$, 使得控制性能具体化, 优化控制输入偏差量序列最小化代表控制动作的平稳性, $\mathbf{R}$ 是控制输入加权矩阵, $\bar{\mathbf{u}}(k+i|k)$ 表示 k 时刻对 $k+i$ 时刻的控制输入偏差量预测值, M 是控制输入偏差量预测时域。

2 模型预测控制

2.1 预测控制

本节将采用预测控制方法设计基于参数化的路径跟踪控制器。设系统的预测步长为 M , 由于系统状态 $\bar{\mathbf{x}}(k)$ 可测, 故可利用式(4)预测在 $\bar{\mathbf{u}}(k)$, $\bar{\mathbf{u}}(k+1), \dots, \bar{\mathbf{u}}(k+M-1)$ 作用下未来 $N(N \geq M)$ 个时刻的系统状态。预测模型的向量描述形式为

$$\bar{\mathbf{X}}(k) = \mathbf{F} \bar{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{H} \bar{\mathbf{U}}(k) \quad (9)$$

$$\text{其中, } \bar{\mathbf{X}}(k) = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{x}}(k+1) \\ \vdots \\ \bar{\mathbf{x}}(k+N) \end{bmatrix}, \bar{\mathbf{U}}(k) = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{u}}(k) \\ \vdots \\ \bar{\mathbf{u}}(k+M-1) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \vdots \\ \mathbf{A}^N \end{bmatrix}, \mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{A}^{M-1} \mathbf{B} & \cdots & \mathbf{B} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{A}^{N-1} \mathbf{B} & \cdots & \sum_{i=0}^{N-M} \mathbf{A}^i \mathbf{B} \end{bmatrix}。$$

$\|\Delta \mathbf{g}(k+i|k)\|^2$ 惩罚项中, 根据式(6)可得

$$\omega_r(k) = \frac{\theta_r(k+1) - \theta_r(k)}{T_s} = \frac{\omega_p(k)T_s + g(\bar{\mathbf{u}}(k))}{T_s},$$

$$\text{则 } \Delta \mathbf{g}(k) = \begin{bmatrix} \frac{\lambda R_r(k)c_1}{T_s} & \frac{\lambda R_r(k)c_2}{T_s} \\ \frac{\lambda c_1}{T_s} & \frac{\lambda c_2}{T_s} \end{bmatrix}, R_r(k) \text{ 是}$$

$\omega_r(k)$ 在 k 时刻对应的曲率半径, $\Delta \mathbf{g}(k+i|k)$ 预测模型为

$$\Delta \mathbf{G}(k) = \mathbf{G}(k) \bar{\mathbf{U}}(k) \quad (10)$$

$\mathbf{G}(k) = [\Delta \mathbf{g}(k) \ \cdots \ \Delta \mathbf{g}(k+M-1)]$ 是 k 时刻的增益矩阵。

对整个系统而言,结合 3 个惩罚项可得优化目标函数为

$$\min J(k) = \| \tilde{X}(k) \|_Q^2 + \| \Delta G(k) \|^2 + \| \tilde{U}(k) \|_R^2$$
$$\text{s. t. } \| u(k) \|_2 \leq u_{\max} \quad (11)$$

$u_{\max} = [v_{\max} \quad \omega_{\max}]^T$ 是移动机器人输入约束,结合目标函数可求解当前时刻输入约束下的最优控制量。

2.2 约束预测控制

将式(9)、(10)代入到式(11),可得:

$$\min f(\tilde{U}(k)) = \frac{1}{2} \tilde{U}^T(k) D \tilde{U}(k) + E^T \tilde{U}(k) + \frac{1}{2} d$$
$$\text{s. t. } Y_1 \leq W \tilde{U}(k) \leq Y_2 \quad (12)$$

其中:

$$D = H^T Q H + G^T(k) G(k) + R$$
$$E^T = (F \tilde{x}(k))^T Q H$$
$$d = (F \tilde{x}(k))^T Q F \tilde{x}(k)$$
$$W = I$$
$$Y_1 = \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} v_r(k) \cos \theta_e(k) - v_{\max} \\ \omega_r(k) - \omega_{\max} \end{pmatrix} \\ \vdots \\ \begin{pmatrix} v_r(k+M-1) \cos \theta_e(k+M-1) - v_{\max} \\ \omega_r(k+M-1) - \omega_{\max} \end{pmatrix} \end{bmatrix}$$
$$Y_2 = \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} v_r(k) \cos \theta_e(k) + v_{\max} \\ \omega_r(k) + \omega_{\max} \end{pmatrix} \\ \vdots \\ \begin{pmatrix} v_r(k+M-1) \cos \theta_e(k+M-1) + v_{\max} \\ \omega_r(k+M-1) + \omega_{\max} \end{pmatrix} \end{bmatrix}$$

I 是单位矩阵。从而将优化目标函数式(11)化简为标准的二次规划问题式(12)。

为了解决不等式约束问题,首先将式(12)约束改写为 $\tilde{W} \tilde{U}(k) = \tilde{Y}$, 其中, $\tilde{W} = [I \quad -I]^T$, $\tilde{Y} = [Y_1 \quad -Y_2]$ 。进一步采用拉格朗日乘子法将约束加入性能指标函数中,得到拉格朗日函数为

$$L(\tilde{U}(k), \lambda) = \frac{1}{2} \tilde{U}^T(k) D \tilde{U}(k) + E^T \tilde{U}(k)$$
$$+ \frac{1}{2} d + \lambda_l^T (\tilde{W} \tilde{U}(k) - \tilde{Y}) \quad (13)$$

式(13)的最优解方程为

$$D \tilde{U}(k) + E + \tilde{W}^T \lambda_l = 0$$

$$\tilde{W} \tilde{U}(k) - \tilde{Y} = 0$$

$$\begin{bmatrix} D & \tilde{W}^T \\ \tilde{W} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{U}(k) \\ \lambda_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -E \\ \tilde{Y} \end{bmatrix}$$

从而可求解出一组可行解 λ_l 和 $\tilde{U}(k)$ 。

对于具有不等式约束的二次规划问题,常采用有效集的方法求解,对于任一可行解,满足等式约束称为有效约束,所有有效约束构成的集合称为有效集 $\Omega(\tilde{U}(k))$ 。通过求解有效集对应的等式约束解决二次规划问题:

$$\min f(\tilde{U}(k)) = \frac{1}{2} \tilde{U}^T(k) D \tilde{U}(k) + E^T \tilde{U}(k) + \frac{1}{2} d$$
$$\text{s. t. } w_i \tilde{U}(k) = y_i, i \in \Omega(\tilde{U}(k)) \quad (14)$$

其中, w_i 和 y_i 表示对应的第 i 行元素。现从式(12)的任意可行解 $\tilde{U}^*(k)$ 开始,该可行解对应的有效集合为 $\Omega^*(\tilde{U}^*(k))$,考虑将 $\tilde{U}^*(k)$ 改为 $\tilde{U}^*(k) + \delta$ 构成等式约束的二次规划问题:

$$\min f(\tilde{U}^*(k) + \delta) = \frac{1}{2} (\tilde{U}^*(k) + \delta)^T D (\tilde{U}^*(k) + \delta)$$
$$+ E^T (\tilde{U}^*(k) + \delta) + \frac{1}{2} d$$
$$\text{s. t. } w_i \delta = 0, i \in \Omega(\tilde{U}^*(k)) \quad (15)$$

因 $\tilde{U}^*(k)$ 是已知的任意解,式(15)优化问题改写为

$$\min f'(\delta) = \frac{1}{2} \delta^T D \delta + (\tilde{U}^*(k) D + E^T) \delta$$
$$\text{s. t. } w_i \delta = 0, i \in \Omega^*(\tilde{U}^*(k)) \quad (16)$$

类似式(13)解算出 λ_l^* 和 δ^* ,判断是否为最优解以及调整有效集,具体条件如下。

(1) 当 $\delta^* = 0, \lambda_l^*$ 非负,则 $\tilde{U}^*(k)$ 是式(12)的最优解;

(2) 当 $\delta^* = 0, \lambda_{l_j} < 0, j \in \Omega^*(\tilde{U}^*(k))$, 则 $\tilde{U}^*(k)$ 不是最优解,调整有效集 $\Omega^*(\tilde{U}^*(k))/\{j\}$,重新根据式(15)求解。若有多个 $\lambda_{l_j} < 0$,则将最小值 λ_{l_j} 对应的 j 从有效集中删除;

(3) 当 $\delta^* \neq 0$, 并且 $\tilde{U}^*(k) + \delta^*$ 可行,调整 $\tilde{U}^*(k) = \tilde{U}^*(k) + \delta^*$,重新计算式(15);

(4) 当 $\delta^* \neq 0$, 但 $\tilde{U}^*(k) + \delta^*$ 不可行,则分析并确定 $\alpha^* = \max(\alpha > 0 \mid \tilde{U}^*(k) + \alpha \delta^*)$ 是从 $\tilde{U}^*(k)$ 出发沿 δ^* 方向保持可行解最大步长,存在 $\alpha \notin \Omega^*(\tilde{U}^*(k))$ 使 $w_s(\tilde{U}^*(k) + \alpha^* \delta^*) = y_s$, 调整

有效集为 $\Omega^*(\tilde{U}^*(k)) \cup \{o\}$, 重新计算式(15)。

3 仿真结果

为了证明所提算法的有效性, 本节给出了数值算例进行仿真验证。基于圆形参考路径, 定义其参数化路径如下:

$$\begin{aligned} x_r &= 0.8\cos(\theta_r) \\ y_r &= 0.8\sin(\theta_r) \end{aligned} \quad (17)$$

其中, θ_r 的更新方式如式(10), 增益标量选取 $\lambda = 10^{-3}$, 控制输入偏差量增益矩阵为 $C = [0 \ 1]$, 圆形跟踪路径半径为 $R_r = 0.8 \text{ m}$, 虚拟移动机器人初始参考状态为 $x_r = 0.8 \text{ m}$, $y_r = 0 \text{ m}$, $\theta_r = 0 \text{ rad}$, 实际移动机器人初始状态为 $x = 0.95 \text{ m}$, $y = 0 \text{ m}$, $\theta = 0 \text{ rad}$, 路径期望线速度 $v = 0.25 \text{ m/s}$, 角速度 $\omega = 0.3125 \text{ rad/s}$, 采样周期 $T_s = 0.05 \text{ s}$ 。由初始条件可知, 在初始状态下, 移动机器人与虚拟参考存在一定偏差。根据所提方法可得算法步骤如下。

(1) 给出参考机器人初始位姿 $[x_r(1), y_r(1), \theta_r(1)]^T$, 实际机器人位姿 $[x(1), y(1), \theta(1)]^T$, 并设置 $k = 0$;

(2) 计算各误差向量, 并通过有效集方法二次规划求解出 k 时刻的控制输入偏差量, 进而利用预测模型求出 $k + 1$ 时刻状态误差量;

(3) 路径参数 θ_r 更新, 求解 $k + 1$ 时刻虚拟参考移动机器人状态;

(4) 根据状态误差量以及参考状态解算出 $k + 1$ 时刻实际移动机器人的状态;

(5) $k = k + 1$, 返回到步骤(2)。

圆形参考路径跟踪仿真效果如图2所示, 其中实线为虚拟参考路径, 三角所示为移动机器人初始位姿, 虚线为移动机器人实际路径跟踪曲线。尽管在初始状态下, 实际移动机器人位姿与参考位姿存在一定偏差, 但经过所提预测控制算法多次迭代后实际移动机器人跟踪路径能渐近收敛于圆形参考路径, 即位姿状态偏差均能渐近收敛于零, 实现跟踪效果。

为了更加直观观察跟踪性能, 这里给出了状态误差波形曲线。如图3所示, 其由3个误差波形图

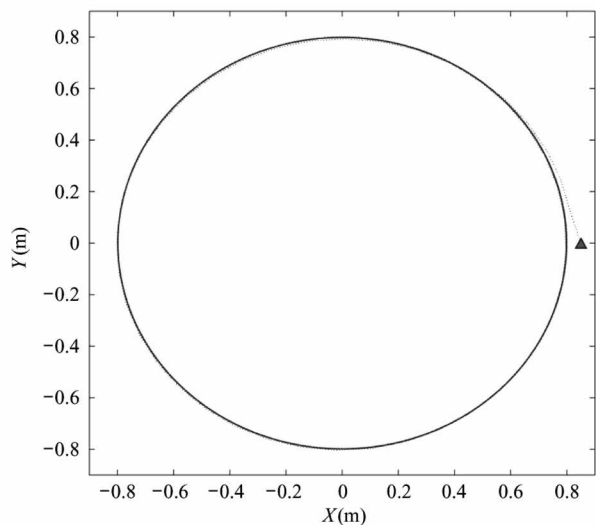


图2 圆形参考路径跟踪

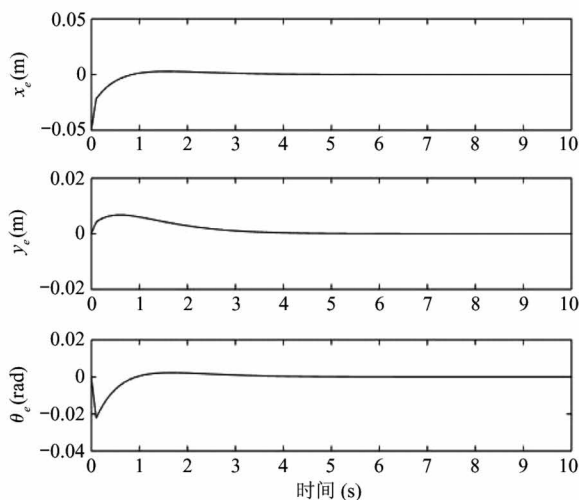


图3 圆形参考路径跟踪误差状态

组成, 包括横轴误差波形、纵轴误差波形、角度误差波形, 各误差量均能渐近收敛于零, 表明实际移动机器人跟踪上了虚拟参考机器人, 而虚拟移动机器人路径即圆形参考路径, 实现移动机器人的路径跟踪。

4 实验结果

4.1 实验平台介绍

第3节通过仿真验证了所提算法的有效性。为了进一步说明该算法的实际意义, 本研究搭建了基于Kobuki移动机器人底盘的实验平台。针对Kobuki移动机器人底盘存在设定速度与实际速度无法快速匹配的问题, 使用本文所提的预测控制算法设

计控制器完成圆形路径跟踪实验,并对不同取值的补偿增益量分析实验结果。

实验设备包括 Optitrack 位姿定位系统,无线数据传输系统,Kobuki 移动机器人驱动控制系统。其中,Optitrack 位姿定位系统是利用 8 个光感摄像头获取 Mark 点对刚体进行位姿估计,可作为本实验中移动机器人的状态数据反馈。为了实验的可行性,将原本离线的 Optitrack 位姿定位系统设计成在线模式,无线状态数据反馈系统架构如图 4 所示,实物图如图 5 所示。

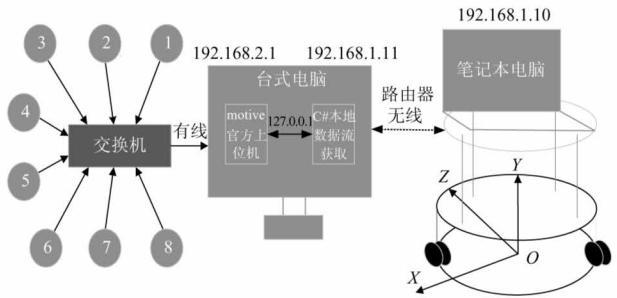


图 4 移动机器人状态反馈通道

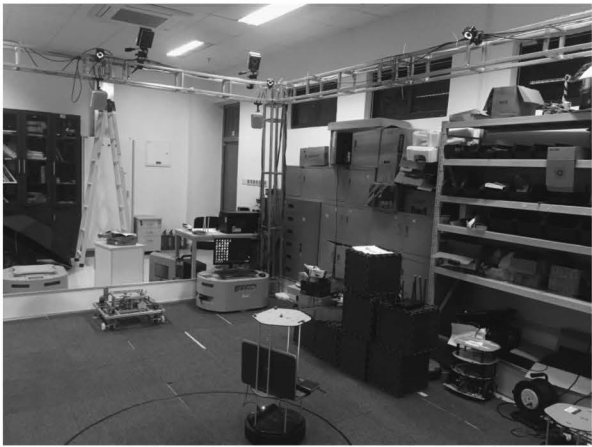


图 5 Optitrack 系统下的移动机器人平台

移动机器人上有 4 个 Mark 点,8 个摄像头与台式电脑通过有线网络进行数据交互,摄像头采集 Mark 点数据传给台式电脑求解位姿,Socket 通信将位姿信息反馈给机器人端笔记本,从而完成数据状态反馈。

4.2 实验结果与分析

本实验基于实时操作系统,为了直观地得到移动机器人的状态量,基于 Qt5.8.0 设计上位机,包含

3 个界面:无线数据接收界面、实时状态及 2D 机器人路径显示界面、实时波形图显示界面。该上位机开启 2 个并行线程——主线程和子线程,主线程基于模型预测控制算法给出移动机器人控制量,子线程实时接收 Optitrack 系统的状态反馈数据并解析。

首先,在 Optitrack 系统下设定世界坐标原点,给出移动机器人的初始状态和虚拟参考的初始状态,基于模型预测控制求解出下一时刻的误差量以及当前时刻的控制输入偏差量,进而求解控制输入量,并驱动移动机器人。移动机器人初始状态为 $x = 0.85\text{ m}$, $y = -0.05\text{ m}$, $\theta = 0\text{ rad}$,参考初始状态为 $x_r = 0.8\text{ m}$, $y_r = 0\text{ m}$, $\theta_r = 0\text{ rad}$,更新方式如式(17),路径线速度为 $v = 0.25\text{ m/s}$,角速度 $\omega = 0.3125\text{ rad/s}$,控制输入偏差量增益矩阵为 $C = [0\ 1]$,圆形跟踪路径半径为 $R_r = 0.8\text{ m}$,采样周期为 $T_s = 0.05\text{ s}$ 。在实验过程中,初始状态量一样,只更改 λ 值验证算法效果。

移动机器人硬件驱动差异性很大,驱动性能与电机控制精度、电池电压稳定程度、轮子摩擦系数、移动机器人本身重量等因素密切相关,这些不可避免的影响导致移动机器人的设定速度与实际运行速度短时间失配问题,使用本文方法可以进行补偿。对于不同驱动设备, λ 的取值各不相同。

本文基于移动机器人底盘 Kobuki 对不同 λ 取值形成的路径跟踪效果进行分析。首先给出移动机器人数据状态反馈界面,涉及 TCP/IP 通信协议参数 IP 地址、端口,接收窗口,数据显示等,数据编码以字母“b”开头,字母“e”结尾,数据本体以空格隔开,反馈界面如图 6 所示。

当 $\lambda = 0$ 误差增益补偿时,即控制输入误差量不参与路径更新,不对移动机器人的实际运行状态进行补偿,移动机器人的路径跟踪结果如图 7 所示,其中实线表示虚拟参考位置,虚线为移动机器人位置,在采样 1 000 次之后,实线与虚线明显存在较大的角度误差,路径跟踪效果较差。其误差量波形如图 8 所示,移动机器人的线速度和角速度波动较大,横轴误差与纵轴误差最大值接近 300 mm,角度误差最大值接近 0.4 rad,总体趋势呈现收敛状态,但收敛速度很慢,误差量很大,无法满足要求。该状态即

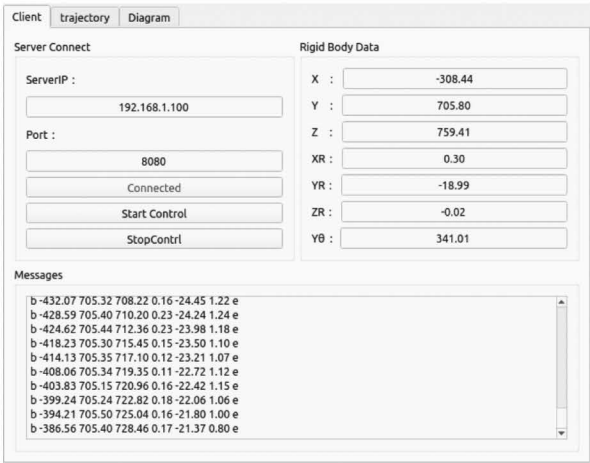


图 6 状态数据反馈界面

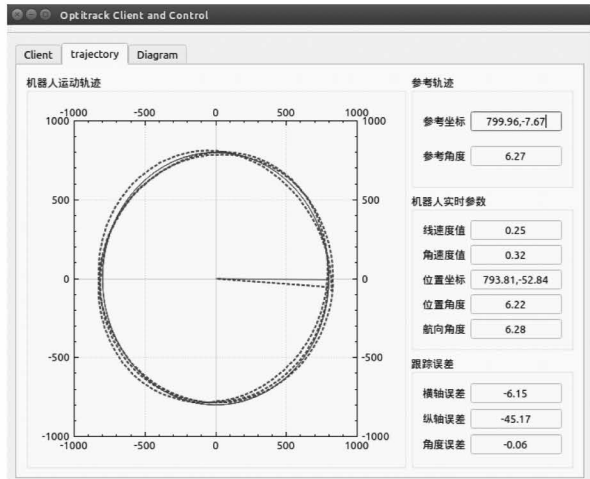


图 7 $\lambda = 0$ 机器人实时路径及参数

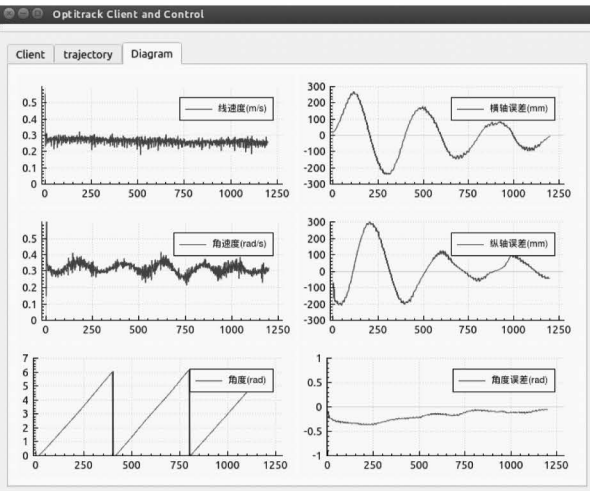


图 8 $\lambda = 0$ 参数波形图

响路径跟踪效果,也即本文需要解决的问题。

当 $\lambda = 0.02$ 的误差增益补偿时,如图 9 所示,实线代表的虚拟参考位置与虚线代表的实际移动机器人位置重合,路径跟踪轨迹较 $\lambda = 0$ 时有明显改善,但还存在一定误差。如图 10 所示,机器人线速度与角速度在长时间内仍存在较大波动,横轴误差最大值接近 80 mm,纵轴误差最大值接近 100 mm,角度误差最大值接近 0.12 rad。引入 λ 后,移动机器人路径跟踪效果无论是路径轨迹还是误差量均有重大改善,但未趋向完美。

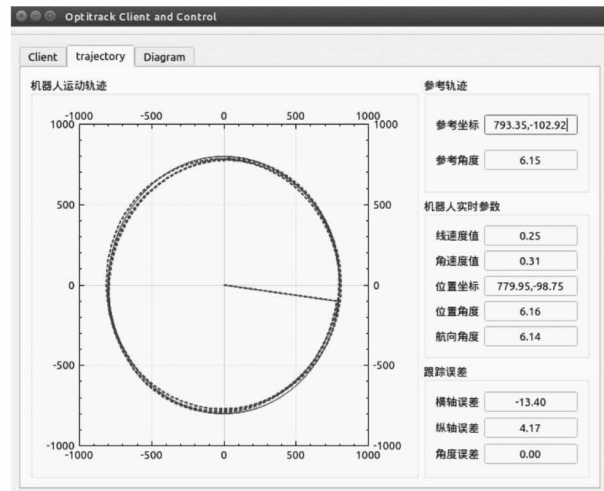


图 9 $\lambda = 0.02$ 机器人实时路径及参数

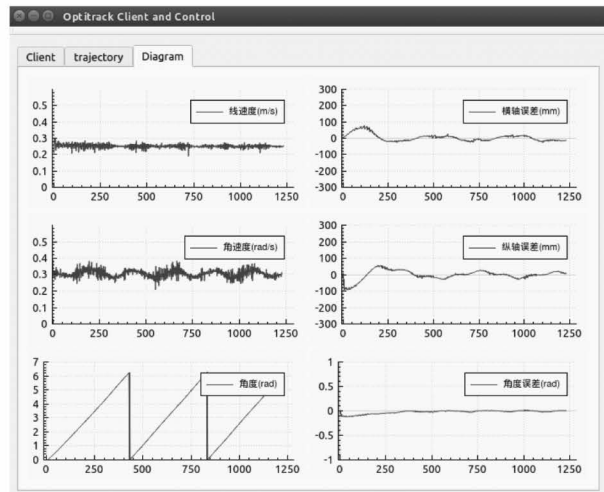


图 10 $\lambda = 0.02$ 参数波形图

当 $\lambda = 0.05$ 的误差增益补偿时,如图 11 所示,虚线所示的移动机器人跟踪轨迹与实线所示的虚拟参考路径几乎重合,路径跟踪效果很好。如图 12 所

示,其横轴误差最大值接近 40 mm,纵轴误差最大值接近 40 mm,角度误差能快速到 0 附近。在该次实验过程中,移动机器人能很快地达到理想的动态稳定状态,能完美地跟踪上虚拟参考路径,各项误差均近似为 0。与 $\lambda = 0.02$ 相比, $\lambda = 0.05$ 使跟踪性能有更好的效果,路径轨迹和误差状态都趋向于完美。

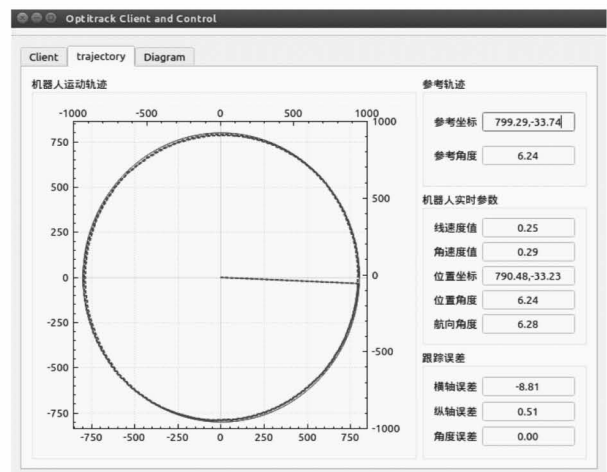


图 11 $\lambda = 0.05$ 机器人实时路径及参数

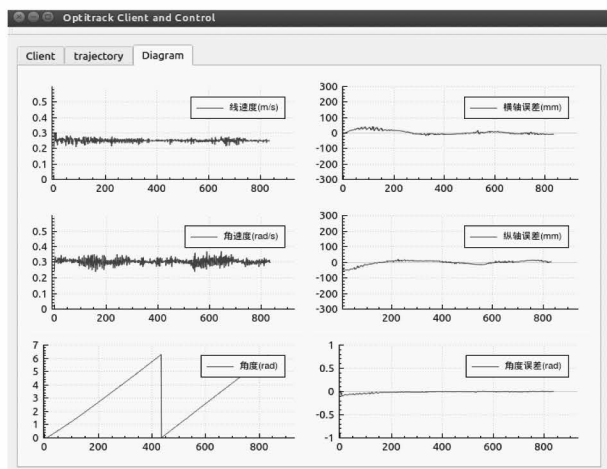


图 12 $\lambda = 0.05$ 参数波形图

当 $\lambda = 0.3$ 的误差增益补偿时,如图 13 所示,路径跟踪效果较 $\lambda = 0.05$ 时变差。如图 14 所示,其横轴误差达 40 mm,纵轴误差达 80 mm,角度误差达 0.1 rad,较 $\lambda = 0.05$ 时有所变差。显然,过度补偿导致误差量变大。

综上所述,本文基于模型预测控制算法,结合控制输入偏差量的增益补偿解决移动机器人设定速度与实际速度不能快速匹配的问题。而 λ 的取值与

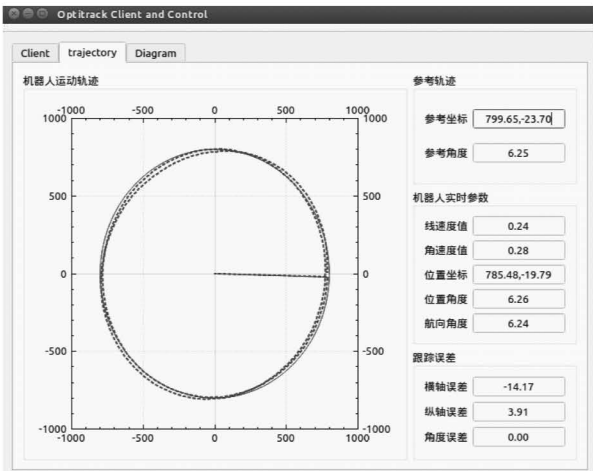


图 13 $\lambda = 0.3$ 机器人实时路径及参数

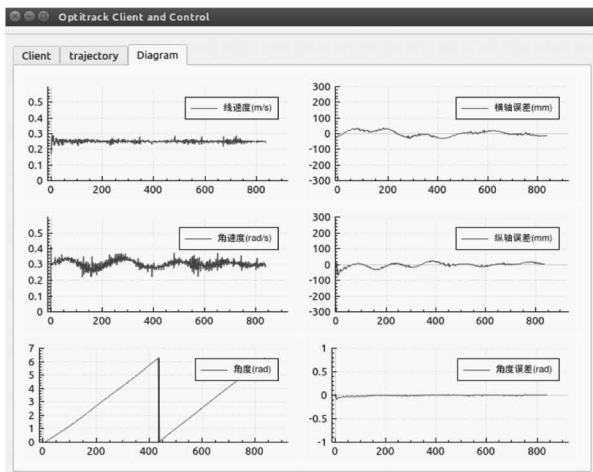


图 14 $\lambda = 0.3$ 参数波形图

设备硬件有关, λ 取值小不足以补偿, λ 取值大又过度补偿。 λ 取值对跟踪性能的影响如表 1 所示。

表 1 λ 取值对跟踪性能的影响

λ 取值	路径轨迹	横轴误差 (mm)	纵轴误差 (mm)	角度误差 (rad)
0	差	300	300	0.04
0.02	较好	80	100	0.12
0.05	好	40	40	0.08
0.3	一般	40	80	0.10

5 结 论

本文针对实际移动机器人存在设定速度与实际速度无法快速匹配的问题,提出了基于模型预测控

制的移动机器人路径跟踪方法。首先,基于运动学模型建立了移动机器人路径跟踪误差模型,给出了参数化期望路径的更新方程。其次,通过定义与路径参数相关的预测性能指标,并结合状态空间方程推导出预测模型向量描述,得到了具有不等式约束的二次规划优化问题。进而,采用有效集二次规划方法求解具有不等式约束的优化问题获得最优控制量。通过仿真验证了算法的可行性,并设计移动机器人平台,多次调节 λ 值,完成圆形路径跟踪实验,跟踪效果理想,充分证明了所提算法的有效性及其实际意义。

参考文献

- [1] Zhang Z H, Xiong Y S. A real-time path tracking approach for a wheeled mobile robot[C] //2012 6th International Conference on Internet Computing for Science and Engineering, Zhengzhou, China, 2012: 204-207
- [2] Oliveira T, Aguiar A P, Encarnacao P. Moving path following for unmanned aerial vehicles with applications to single and multiple target tracking problems[J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2016, 32(5): 1062-1078
- [3] Xu J P, Liu J Z, Sheng J, et al. Arc path tracking algorithm of dual differential driving automated guided vehicle [C] //2018 11th International Congress on Image and Signal Processing, BioMedical Engineering and Informatics, Beijing, China, 2018: 1-7
- [4] Ding X, Liu W Q, Wan J H, et al. ELM and LOS based path tracking for autonomous underwater vehicles[C] // OCEANS 2018 MTS/IEEE Charleston, Charleston, USA, 2018: 1-4
- [5] Skjetne R, Fossen T, Kokotovic P. Robust output maneuvering for a class of nonlinear systems[J]. *Automatica*, 2004, 40(3): 373-383
- [6] 倪洪杰, 刘安东, 俞立, 等. 具有异常数据和执行器饱和的移动舞台机器人跟踪控制[J]. *高技术通讯*, 2019, 29(9): 895-904
- [7] Jiangdagger Z P, Nijmeijer H. Tracking control of mobile robots; a case study in backstepping[J]. *Automatica*, 1997, 33(7): 1393-1399
- [8] Chen C Y, Li T H S, Yeh Y C, et al. Design and implementation of an adaptive sliding-mode dynamic controller for wheeled mobile robots[J]. *Mechatronics*, 2009, 19(2): 156-166
- [9] Rossomando F G, Soria C, Carelli R. Neural network-based compensation control of mobile robots with partially known structure[J]. *IET Control Theory and Applications*, 2012, 6(12): 1851-1860
- [10] Ramón G, Mirko F, Guzmán J L, et al. Robust tube-based predictive control for mobile robots in off-road conditions[J]. *Robotics and Autonomous Systems*, 2011, 59(10): 711-726
- [11] Yu S Y, Li X, Chen H, et al. Nonlinear model predictive control for path following problems[J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2015, 25(8): 1168-1182
- [12] Li Z J, Deng J, Lu R Q, et al. Trajectory-tracking control of mobile robot systems incorporating neural-dynamic optimized model predictive approach[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2016, 46(6): 740-749
- [13] Sun Z Q, Xia Y Q. Receding horizon tracking control of unicycle-type robots based on virtual structure[J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2016, 26(17): 3900-3918
- [14] Liu A D, Zhang W A, Chen M Z Q, et al. Moving horizon estimation for mobile robots with multirate sampling[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2017, 64(2): 1457-1467
- [15] Faulwasser T, Kern B, Findeisen R. Model predictive path-following for constrained nonlinear systems[C] // Proceedings of the 48th IEEE Conference on Decision and Control (CDC) Held Jointly with 2009 28th Chinese Control Conference, Shanghai, China, 2009: 8642-864

Path following predictive control for mobile robots with input constraints

Qiu Xiang^{***}, Chen Xu^{*}, Liu Andong^{*}, Yu Li^{*}, Zhou Minlong^{**}

(^{*} College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310023)

(^{**} Noblilift Intelligent Equipment Co. Ltd., Huzhou 313100)

Abstract

This paper studies the predictive control based path following problem for mobile robots to deal with the problem that the set speed of mobile robot does not match the actual speed. Firstly, based on the kinematics of mobile robot, the path following error model is established, and the parameterization method and update equation of the expected path are given. Secondly, by defining the prediction performance cost related to the path parameters, the quadratic programming optimization problem with inequality constraints is obtained by using the prediction model vector description. Furthermore, the active set quadratic programming method is used to solve the optimization problem with inequality constraints to obtain the optimal control input. Finally, the effectiveness of the proposed algorithm is analyzed by simulation example, and the experimental platform of the mobile robot path following control system is designed to verify the practical significance of the proposed algorithm.

Key words: predictive control, path following, active set method, mobile robot