

# 柔性关节空间漂浮机械臂奇异摄动自抗扰控制仿真研究<sup>①</sup>

刘福才<sup>②</sup> 刘林 郭根旺

(燕山大学工业计算机控制工程河北省重点实验室 秦皇岛 066004)

**摘要** 建立了地面重力环境和空间微重力环境自由漂浮 2 种工况下的柔性关节空间机械臂模型,设计基于奇异摄动的自抗扰控制对机械臂末端轨迹进行控制研究。奇异摄动法可以实现系统降阶,降阶为快变子系统和慢变子系统,再对 2 个子系统分别进行控制。快变子系统部分的控制器主要由力矩反馈部分组成,慢变子系统的控制部分是非线性自抗扰控制。进行了系统稳定性验证及仿真研究,仿真结果表明本文设计的自抗扰控制器可实现较高精度的轨迹跟踪控制,可以有效抑制关节柔性带来的抖动问题。

**关键词** 空间机械臂; 柔性关节; 自抗扰; 奇异摄动; 自由漂浮

## 0 引言

现今许多国家都投身于空间站的建设及太空研究中。由于太空环境相对恶劣,所以空间机械臂成为了人们所中意的太空工作助手。同时,机械臂使用的安全性和工作精度也受到更多关注<sup>[1]</sup>。恶劣环境和机械臂本身材料构造等是影响机械臂工作安全性的主要因素。关节间隙、关节柔性等因素也在很大程度上影响机械臂的工作精度。其中,关节柔性会产生滞后、振动、非线性耦合等问题<sup>[2]</sup>。

本文主要对柔性关节空间机械臂轨迹跟踪控制问题做仿真研究及运动行为分析。建立了地面重力及空间微重力 2 种工况下的模型,为轨迹跟踪控制设计基于奇异摄动的自抗扰控制器,并做出稳定性分析及仿真分析,仿真结果与基于奇异摄动的自适应 PD 控制器控制效果进行比较。

## 1 国内外相关研究

国内外很多学者对柔性关节机械臂进行了控制研究。Good 等人<sup>[3]</sup>通过实验发现关节柔性会影响

机械臂的工作精度。Benosman 等人<sup>[4]</sup>主要是对平面多连杆柔性臂进行消除振动的关节轨迹控制。针对慢关节运动和快关节运动以因果控制为基础使用 2 种方案进行控制,并以二连杆为例,进行数值模拟和实验结果验证。王旭辉等人<sup>[5]</sup>提出一种欠驱动柔性关节机器人趋同控制算法,从原理上验证了控制器的可行性。荣吉利等人<sup>[6]</sup>针对关节柔性带来的振动问题,提出了一种 LQR 和 PD 控制相结合的控制器,进行了仿真研究和实验研究。陈志勇等人<sup>[7]</sup>针对空间服役阶段的柔性关节机械臂提出了基于奇异摄动的增广鲁棒自适应 PD 控制器,并进行了仿真研究,该控制器较为繁琐。宋崇生等人<sup>[8]</sup>为柔性关节机械臂提出了一种带有观测器的滑模控制器,并利用 2 个仿真研究验证了控制器的有效性。刘福才等人<sup>[9]</sup>为柔性关节机械臂设计了基于奇异摄动的自抗扰控制器,但存在模型补偿会比较依赖于模型的问题。刘福才等人<sup>[10]</sup>为柔性关节空间机械臂设计神经网络控制器,对漂浮机进行空间地面 2 种工况下的轨迹跟踪控制研究,该控制是针对任务空间进行的,也就是对末端空间直接进行控制,但一般正常的机构驱动都是在关节处安装电机进行驱

<sup>①</sup> 载人航天领域预研项目(2016040301)和河北省自然科学基金(F2019203505)资助项目。

<sup>②</sup> 男,1966 年生,博士,教授;研究方向:空间机构运动行为分析与控制;联系人,E-mail: lfc@ysu.edu.cn  
(收稿日期:2019-10-11)

动,所以关节空间的控制研究更有效。

目前大多数研究都是对空间服役状态下的空间机械臂进行研究和控制的,没有同时考虑地面装调和空间在轨应用2个阶段的情况。也有一些是针对地面调试和空间基座固定状态下的控制研究。但是在空间服役时,机械臂系统都是处于漂浮状态的。所以,对地面调试和空间漂浮状态下的柔性关节机械臂运动行为的研究是很有意义的。

本文针对柔性关节空间机械臂末端轨迹跟踪问题进行研究,分别建立了地面重力情况和空间微重力情况下的柔性关节机械臂模型,为柔性关节机械臂设计了基于奇异摄动的自抗扰控制器,并且给出稳定性分析及仿真研究。仿真结果表明,本文所设计的自抗扰控制器可实现地面空间2阶段的轨迹跟踪控制,并与奇异摄动自适应PD控制方法仿真结果进行了比较,结果表明自抗扰控制器可以更高精度实现轨迹跟踪控制,且可以有效抑制关节柔性带来的抖动问题。

## 2 系统模型建立

根据Spong<sup>[11]</sup>提出的由扭转弹簧作为电机和机械臂关节之间连接机制的简化模型,并假设该扭转弹簧是线性的,具有常值弹性系数。柔性关节机械臂及柔性关节局部示意图如图1和图2所示。

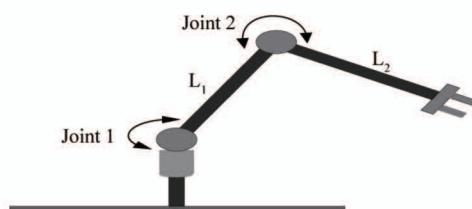


图1 柔性关节机械臂

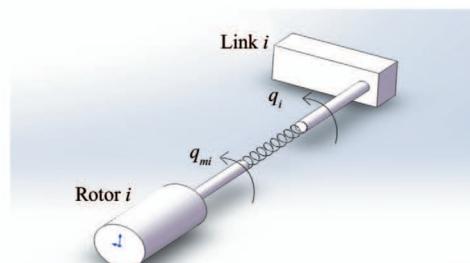


图2 柔性关节简化模型

图2中,  $\mathbf{q}$  为关节的角位置矢量,  $\mathbf{q}_m$  为电机转子的角度移矢量,根据Spong理论得到的微重力环境下柔性关节机械臂欠驱动形式的模型如下:

$$\begin{cases} \mathbf{J}_m \ddot{\mathbf{q}}_m + \boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}_m \\ \mathbf{M}(\mathbf{q}) \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_b \\ \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_b \\ \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \boldsymbol{\tau} \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{\tau} = \mathbf{k}(\mathbf{q}_m - \mathbf{q}) \end{cases} \quad (1)$$

式中,  $\mathbf{q}_b \in \mathbb{R}^3$  表示基座位置和姿态,  $\mathbf{q} - \mathbf{q}_m$  为连接轴的振动矢量。 $\mathbf{J}_m$  表示电机惯量矩阵, 是正定矩阵。 $\mathbf{k}$  是正定对称矩阵, 表示柔性关节刚度;  $\boldsymbol{\tau}$  为控制力矩,  $\boldsymbol{\tau}_m$  为由电机产生的驱动力矩。 $\mathbf{M}(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{(n+3) \times (n+3)}$  为系统惯性矩阵,  $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \in \mathbb{R}^{(n+3) \times (n+3)}$  为离心力和哥氏力矩阵, 执行机构动力学和杆动力学通过弹性力矩项  $\mathbf{k}(\mathbf{q}_m - \mathbf{q})$  耦合。

地面装调时,装置会受到重力影响,所以在建立动力学模型时应该将装置的重力势能考虑在内。地面装调阶段的模型如下:

$$\begin{cases} \mathbf{J}_m \ddot{\mathbf{q}}_m + \boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}_m \\ \mathbf{M}(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau} \\ \boldsymbol{\tau} = \mathbf{k}(\mathbf{q}_m - \mathbf{q}) \end{cases} \quad (2)$$

式中,  $\mathbf{G}(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^n$  为重力载荷向量矩阵, 可写成如下形式:

$$\mathbf{G}(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{q}) \mathbf{g} \quad (3)$$

## 3 控制器设计与稳定性分析

利用奇异摄动法进行系统降阶, 将系统分为快慢2个子系统, 再分别进行控制<sup>[12,13]</sup>。

$$\boldsymbol{\tau}_m = \boldsymbol{\tau}_s + \boldsymbol{\tau}_f \quad (4)$$

式中,  $\boldsymbol{\tau}_f$  表示快子系统控制力矩, 在突变情况下进行控制;  $\boldsymbol{\tau}_s$  表示慢子系统控制力矩, 对稳态系统进行控制。

由式(1)和式(2), 得:

$$\mathbf{J}_m \mathbf{k}^{-1} \ddot{\boldsymbol{\tau}} + \boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}_s + \boldsymbol{\tau}_f - \mathbf{J}_m \ddot{\mathbf{q}} \quad (5)$$

设计快子系统的控制器:

$$\boldsymbol{\tau}_f = -\mathbf{K}_v \dot{\boldsymbol{\tau}} \quad (6)$$

对慢子系统设计控制器如下。

从式(1)和式(2)可以看出机械臂的动力学模型具有强非线性及强耦合性, 且模型精度有限, 自抗

扰控制器不依赖于系统准确模型,并可以进行状态估计和扰动补偿,且算法简单易实现,可实现高精度控制,对于稳态系统的控制研究和除去关节柔性带来的影响的刚性机械臂的研究相同,所以对以下几种情况进行研究时,均是考虑的稳态系统时的控制。下面分 4 种情况对系统进行控制研究<sup>[14]</sup>。

### 情形 1 地面无扰动

$$\text{令 } \tilde{\mathbf{B}}(\mathbf{q}) = \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{q}), \boldsymbol{\psi}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) = -\mathbf{M}^{-1}(\mathbf{q})$$

$$[\mathbf{B}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q})], (\mathbf{B}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}))。$$

由式(2)得:

$$\ddot{\mathbf{q}} = \boldsymbol{\psi}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) + \tilde{\mathbf{B}}(\mathbf{q})\boldsymbol{\tau} \quad (7)$$

$$\text{其中, } \boldsymbol{\psi}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) = [\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n]^T \in \mathbf{R}^n$$

第  $i$  个关节表示为

$$\ddot{q}_i = \varphi_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n b_{ij}\boldsymbol{\tau}_j + (b_{ii} - b)\boldsymbol{\tau}_i + b\boldsymbol{\tau}_i \quad (8)$$

将该关节本身力矩的未知项  $(b_{ii} - b)\boldsymbol{\tau}_i$  和其他关节动作对本节的影响作为扰动量,本关节总扰动为

$$\chi_i = \varphi_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n b_{ij}\boldsymbol{\tau}_j + (b_{ii} - b)\boldsymbol{\tau}_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (9)$$

则有:

$$\ddot{q}_i = \chi_i + b\boldsymbol{\tau}_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (10)$$

### 情形 2 地面有扰动

式(2)写成:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{B}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) + \boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\tau} \quad (11)$$

其中,  $\boldsymbol{\omega} \in \mathbf{R}^n$  为扰动量。

$$\boldsymbol{\psi}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) = -\mathbf{M}^{-1}(\mathbf{q})[\mathbf{B}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) + \boldsymbol{\omega}]$$

$$\text{其中, } \boldsymbol{\psi}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) = [\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_{n+3}]^T \in \mathbf{R}^{n+3}。$$

由式(11)可知:

$$\ddot{\mathbf{q}} = \boldsymbol{\psi}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \boldsymbol{\omega}, t) + \tilde{\mathbf{B}}(\mathbf{q})\boldsymbol{\tau} \quad (12)$$

同样,将本关节力矩未知项和其他关节力矩产生的影响作为扰动,总扰动为

$$\ddot{q}_i = h_i + b\boldsymbol{\tau}_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (13)$$

$$\text{其中, } h_i = \phi_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n b_{ij}\boldsymbol{\tau}_j + (b_{ii} - b)\boldsymbol{\tau}_i。$$

### 情形 3 空间无扰动

$$\text{令 } \boldsymbol{\psi}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) = -\mathbf{M}^{-1}(\mathbf{q})\mathbf{B}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}}, \tilde{\mathbf{B}}(\mathbf{q}) = \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{q})。$$

由式(1)得:

$$\ddot{\mathbf{q}} = \boldsymbol{\psi}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) + \tilde{\mathbf{B}}(\mathbf{q})\boldsymbol{\tau} \quad (14)$$

$$\text{其中, } \boldsymbol{\psi}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) = [\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_{n+3}]^T \in \mathbf{R}^{n+3}。$$

由于空间为重力环境时,基座不受控,所以根据空间模型特点,得:

$$\ddot{q}_i = \varphi_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n+3} b_{ij}\boldsymbol{\tau}_j + (b_{ii} - b)\boldsymbol{\tau}_i + b\boldsymbol{\tau}_i \quad (15)$$

可写为

$$\ddot{q}_i = \chi_i + b\boldsymbol{\tau}_i \quad (16)$$

$$\text{其中, 关节总扰动 } \chi_i = \varphi_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n+3} b_{ij}\boldsymbol{\tau}_j + (b_{ii} - b)\boldsymbol{\tau}_i。$$

### 情形 4 空间有扰动

式(1)可写为

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{B}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\tau} \quad (17)$$

其中,  $\boldsymbol{\omega} \in \mathbf{R}^{n+3}$  为扰动量。

$$\text{令 } \boldsymbol{\psi}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \boldsymbol{\omega}, t) = -\mathbf{M}^{-1}(\mathbf{q})[\mathbf{B}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \boldsymbol{\omega}]。$$

则:

$$\ddot{\mathbf{q}} = \boldsymbol{\psi}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \boldsymbol{\omega}, t) + \tilde{\mathbf{B}}(\mathbf{q})\boldsymbol{\tau} \quad (18)$$

$$\text{其中, } \boldsymbol{\psi}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \boldsymbol{\omega}, t) = [\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_{n+3}]^T \in \mathbf{R}^{n+3}。$$

则:

$$\ddot{q}_i = h_i + b\boldsymbol{\tau}_i \quad (19)$$

$$\text{其中, 总扰动 } h_i = \phi_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n+3} b_{ij}\boldsymbol{\tau}_j + (b_{ii} - b)\boldsymbol{\tau}_i。$$

各种情况总扰动可表示为

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{f}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \boldsymbol{\omega}, t) + b\boldsymbol{\tau} \quad (20)$$

其中,  $\mathbf{f}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \boldsymbol{\omega}, t)$  表示总扰动。

虽然不同情况下,总扰动  $\mathbf{f}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \boldsymbol{\omega}, t)$  不同,但扩张状态观测器 (extended state observer, ESO) 不依赖于准确的数学模型,可以将扰动看作是扩张状态。

ESO 状态方程如下形式:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1} = x_n \\ \dot{x}_n = f(x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, \boldsymbol{\omega}, t) + bu(t) \\ y = x_1 \end{cases} \quad (21)$$

式中,  $\boldsymbol{\omega}$  为外部扰动,  $u(t)$  为控制量,  $b$  为放大系数。控制框图如图 3 所示。

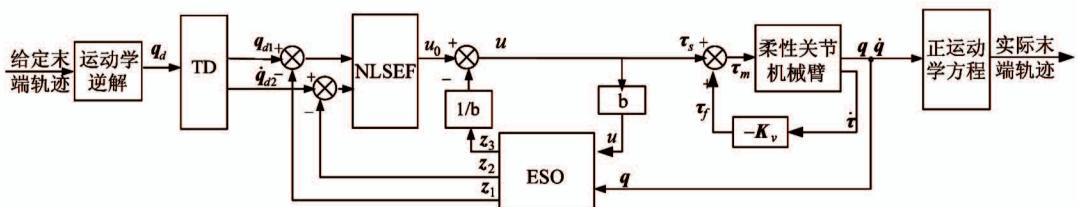


图 3 空间机械臂自抗扰控制原理图

微分跟踪器 (tracking differentiator, TD) 避免了角度的剧烈变化表达式如下:

$$\begin{cases} \dot{q}_{d1} = q_{d2} \\ \dot{q}_{d2} = \text{fhan}(q_{d1} - q_d, q_{d2}, r, h) \end{cases} \quad (22)$$

式中,  $q_d$  是期望角度,  $q_{d1}$  是经过 TD 处理的跟踪信号,  $\dot{q}_{d2}$  为跟踪信号的微分,  $r$  和  $h$  为 TD 的参数,  $r$  决定跟踪速度,  $h$  决定滤波效果, fhan 为韩京清<sup>[14]</sup>提出的最速跟踪函数, 具体为

$$\begin{cases} d = rh^2, a_0 = hx_2 \\ y = x_1 + a_0 \\ a_1 = \sqrt{d(d + 8|y|)} \\ a_2 = a_0 + \text{sign}(y) \frac{a_1 - d}{2} \\ s_y = \frac{\text{sign}(y + d) - \text{sign}(y - d)}{2} \\ a = (a_0 + y - a_2)s_y + a_2 \\ s_a = \frac{\text{sign}(a + d) - \text{sign}(a - d)}{2} \\ \text{fhan} = -r\left(\frac{a}{d} - \text{sign}(a)\right)s_a - r\text{sign}(a) \end{cases} \quad (23)$$

其中,  $x_1 = q_{d1} - q_d, x_2 = q_{d2}$ 。

ESO 模块表达式如下:

$$\begin{cases} e = \tilde{q} - q \\ \dot{\tilde{q}} = \tilde{\ddot{q}} - \beta_{01}e \\ \dot{\tilde{\ddot{q}}} = \tilde{f} - \beta_{02}\text{fal}(e, \alpha_1, \delta) + bu \\ \dot{\tilde{f}} = -\beta_{03}\text{fal}(e, \alpha, \delta) \end{cases} \quad (24)$$

其中, 误差校正系数  $\beta_{01} > 0, \beta_{02} > 0, \beta_{03} > 0$ , fal 使用如下形式函数<sup>[15]</sup>:

$$\text{fal}(e, \alpha, \delta) = \begin{cases} \frac{e}{\delta^{1-\alpha}} & |x| \leq \delta \\ |e|^\alpha \text{sign}(e) & |x| \geq \delta \end{cases} \quad (25)$$

其中,  $\alpha \in (0, 1), \delta > 0$ 。

控制律表达式如下:

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = q_{d1} - \tilde{q} \\ \varepsilon_2 = q_{d2} - \tilde{\dot{q}} \\ \tau_0 = -\text{fhan}(\varepsilon_1, \varepsilon_2, r, h_0) \end{cases} \quad (26)$$

其中,  $r, h_0$  为可变参数。

将扩张状态观测器估计出的扰动量  $\tilde{f}$  加入到控制量中, 并将内外扰动看作总扰动, 得总控制律为

$$\tau = \tau_0 - \tilde{f}/b \quad (27)$$

将式(27)代入到式(20)得:

$$\ddot{q} = f + b(\tau_0 - \tilde{f}/b) = f - \tilde{f} + b\tau_0 \quad (28)$$

当状态观测器估计精度足够高时, 即  $f \rightarrow \tilde{f}$  时上式变为

$$\ddot{q} = b\tau_0 \quad (29)$$

通过调节各环节参数实现良好的控制效果。

## 4 稳定性分析

**定理 1** 针对系统式(1)和系统式(2), 无扰动情况下, 利用状态反馈可实现渐近镇定。

**证** 令  $\alpha(t) = f(q, \dot{q}, t)$  为开环控制过程中的实时表现量, 则式(18)可转化为

$$\alpha(t) = \ddot{q} - b\tau \quad (30)$$

由式(27)得:

$$\tau = \tau_0 - \alpha(t)/b \quad (31)$$

将式(31)代入式(30)得:

$$\ddot{q} = b\tau_0 \quad (32)$$

当  $\tau_0$  取为如下形式时:

$$\tau_0 = \frac{1}{b}(\gamma_1 e + \gamma_2 \dot{e} + \ddot{v}(t)) \quad (33)$$

式中,  $\gamma_1 > 0, \gamma_2 > 0$ , 则

$$\ddot{e}(t) = \gamma_1 e - \gamma_2 \dot{e} \quad (34)$$

取李亚普诺夫函数为

$$V = \frac{1}{2}\gamma_1 e^2 + \frac{1}{2}\dot{e}^2 \quad (35)$$

$$\dot{V} = \gamma_1 e \dot{e} + \dot{e}(-\gamma_1 e - \gamma_2 \dot{e}) = -\gamma_2 \dot{e}^2 \quad (36)$$

则  $V > 0, \dot{V} \leq 0$ , 则系统是李亚普诺夫稳定的, 由 Lasalle 不变集原理可知系统是渐近稳定的。

式(26)所示的控制律  $\tau_0 = -f_{han}(e_1, e_2, r, h_0)$ , 同样可以保证闭环情况下的渐进镇定。

下面对 ESO 进行稳定性分析。

**定理 2** 对于系统式(1)和式(2), 无扰动情况下, 只要 ESO 中参数选取合理, 则可保证 ESO 的稳定性。

证 令  $\eta_2 = q, \eta_1 = \dot{q}, \eta = [\eta_1 \ \eta_2]^T$ , 则有:

$$\begin{cases} \dot{\eta}_1 = \eta_2 \\ \dot{\eta}_2 = f(\eta_1, \eta_2, t) + b\tau \\ y = \eta_1 \end{cases} \quad (37)$$

此状况下 ESO 为如下形式:

$$\begin{cases} e = \tilde{q} - q \\ \dot{\tilde{q}} = \tilde{q} - \beta_{01}e \\ \dot{\tilde{q}} = -\beta_{02}f_{al}(e, \alpha_1, \delta) + b\tau \end{cases} \quad (38)$$

由式(37)和式(38)作差得:

$$\begin{cases} e_1 = \tilde{q} - \eta_1, e_2 = \tilde{q} - \eta_2 \\ \dot{e}_1 = \dot{\tilde{q}} - \dot{\eta}_1 = \tilde{q} - \beta_{01}e_1 - \eta_2 = e_2 - \beta_{01}e_1 \\ \dot{e}_2 = \dot{\tilde{q}} - \dot{\eta}_2 = -f(\eta_1, \eta_2, t) - \beta_{02}f_{al}(e_1, \alpha, \delta) \end{cases} \quad (39)$$

系统处于稳定状态时,  $\dot{e}_1 = \dot{e}_2 = 0$  即  $-f(\eta_1, \eta_2, t) - \beta_{02}f_{al}(e_1, \alpha, \delta) = e_2 - \beta_{01}e_1 = 0$ 。

由式(25)可知, 当  $e_1 > \delta, \alpha = \frac{1}{2}$ , 即误差较大时,  $f_{al}(e_1, \frac{1}{2}, \delta) = |e_1|^{\frac{1}{2}}\text{sign}(e_1)$ 。

取李雅普诺夫函数为

$$V = \alpha|e_1|^{\frac{3}{2}} - \beta e_1 e_2 + \chi e_2^2 \quad (40)$$

式中,  $\alpha > 0, \chi > 0, 4\alpha\chi > \beta^2 + |e_1|^{\frac{1}{2}}$ 。

由式(40)求导得:

$$\dot{V} = \frac{\partial V}{\partial e_1} \dot{e}_1 + \frac{\partial V}{\partial e_2} \dot{e}_2$$

$$\begin{aligned} &= \left( \frac{3}{2}\alpha - 2\chi\beta_{02} + \beta\beta_{01} + |e_1|^{\frac{1}{2}} \right) |e_1|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(e_1) e_2 \\ &\quad - \beta e_2^2 - \left( \frac{3}{2}\alpha\beta_{01} - \beta\beta_{02} \right) |e_1|^{\frac{3}{2}} \\ &\quad + (\beta\alpha(t)e_1 - 2\chi\alpha(t)e_2) \\ &= \left( \frac{3}{2}\alpha - 2\chi\beta_{02} + \beta\beta_{01} + |e_1|^{\frac{1}{2}} \right) |e_1|^{-\frac{1}{4}} + |e_1|^{\frac{3}{4}} \\ &\quad \text{sign}(e_1) e_2 - \beta e_2^2 - \left( \frac{3}{2}\alpha\beta_{01} - \beta\beta_{02} \right) |e_1|^{2(\frac{3}{4})} \\ &\quad + (\beta\alpha(t)e_1 - 2\chi\alpha(t)e_2) \end{aligned} \quad (41)$$

$$\text{令 } x_1 = |e_1|^{\frac{3}{4}} \text{sign}(e_1), x_2 = e_2, A = \frac{3}{2}\alpha\beta_{01} - \beta\beta_{02}, F = \left( \frac{3}{2}\alpha - 2\chi\beta_{02} + \beta\beta_{01} + |e_1|^{\frac{1}{2}} \right) |e_1|^{-\frac{1}{4}}。$$

式(41)可写为

$$\begin{aligned} \dot{V} &= F |e_1|^{\frac{3}{4}} \text{sign}(e_1) e_2 - E e_2^2 - A |e_1|^{2(\frac{3}{4})} \\ &\quad + (\beta\alpha(t)e_1 - 2\chi\alpha(t)e_2) \\ &= F x_1 x_2 - E x_2^2 - E x_1^2 + (\beta\alpha(t)e_1 - 2\chi\alpha(t)e_2) \end{aligned} \quad (42)$$

取  $V_1 = F x_1 x_2 - E x_2^2, V_2 = \beta\alpha(t)e_1 - 2\chi\alpha(t)e_2$ , 则  $\dot{V} = V_1 + V_2$ , 当  $A > 0, F > 0, F^2 - 4AF < 0$  时, 有  $V_1 < 0$ 。求解得, 当  $\beta > 0, 3\frac{\alpha}{\beta} > 2\frac{\beta_{02}}{\beta_{01}}, 3\alpha > 4\chi\beta_{02}, \beta\beta_{02}(2\chi\beta_{01} - \beta) > 0$  时, 式(42)在大范围内都是负定函数, 只有在  $V_1, V_2$  2 个面相交的上面部分不满足负定, 由此证明了状态观测器在很大范围内都是渐近稳定的。即当  $e_1 \rightarrow 0, e_2 \rightarrow 0$  时,  $\tilde{q} \rightarrow q, \dot{\tilde{q}} \rightarrow \dot{q}$ 。

**定理 3** 针对系统式(1)和式(2)扰动存在且有界的情况下, 参数选择合适可以实现 ESO 对状态的实时观测。

证 令  $\eta_1 = q, \eta_2 = \dot{q}, \eta_3 = f$ , 则有:

$$\begin{cases} \dot{\eta}_1 = \eta_2 \dot{q} \\ \dot{\eta}_2 = \eta_3 + b\tau \\ \dot{\eta}_3 = f \end{cases} \quad (43)$$

误差系统为

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = \dot{\tilde{q}} - \dot{\eta}_1 = \tilde{q} - \beta_{01}e_1 - \eta_2 = e_2 - \beta_{01}e_1 \\ \dot{e}_2 = \dot{\tilde{q}} - \dot{\eta}_2 = e_3 - \beta_{02}f_{al}(e_1, \alpha, \delta) \\ \dot{e}_3 = \dot{f} - f = -\beta_{03}f_{al}(e_1, \alpha, \delta) - \dot{f} \end{cases} \quad (44)$$

当系统进入稳态时,  $\dot{e}_1 = \dot{e}_2 = \dot{e}_3 = 0$  即

$$\begin{cases} e_2 - \beta_{01}e_1 = 0 \\ e_3 - \beta_{02}\text{fal}(e_1, \alpha, \delta) = 0 \\ -\beta_{01}\text{fal}(e_1, \alpha, \delta) - \dot{f} = 0 \end{cases} \quad (45)$$

其中,  $\text{fal}(e_1, \alpha, \delta)$  是关于  $e_1$  的单调函数且  $\text{fal}(e_1, \alpha, \delta) = 0$ , 一般先将  $\alpha$  和  $\delta$  根据经验给定为固定常数, 故其反函数存在且  $\text{fal}^{-1}(0) = 0$ , 因此, 当系统进入稳态时, 估计误差为

$$\begin{cases} e_1 = \text{fal}^{-1}(-\dot{f}/\beta_{03}) \\ e_2 = \beta_{01}e_1 = \beta_{01}\text{fal}^{-1}(-\dot{f}/\beta_{03}) = 0 \\ e_3 = \beta_{02}\text{fal}(e_1, \alpha, \delta) = -\beta_{02}\dot{f}/\beta_{03} = 0 \end{cases} \quad (46)$$

因此, 当  $|\beta_{03}| >> |\dot{f}|$  时, 只要扰动有界通过合理选择参数可以使  $\tilde{q} \rightarrow q$ ,  $\tilde{\dot{q}} \rightarrow \dot{q}$ ,  $f \rightarrow \dot{f}$ , 实现扩张状态观测器对状态的实时观测。

## 5 仿真研究

对本文提出的地面空间 2 种工况下的模型进行了仿真研究, 选择以(1,1)为起点边长为 5 m 逆时针运动的正方形轨迹, 正方形与圆或直线等形状的轨迹相比, 其控制要求更高, 并且便于观察在正方形 4 个角轨迹突变处的跟踪情况。表 1 为仿真时机械臂杆的参数取值。

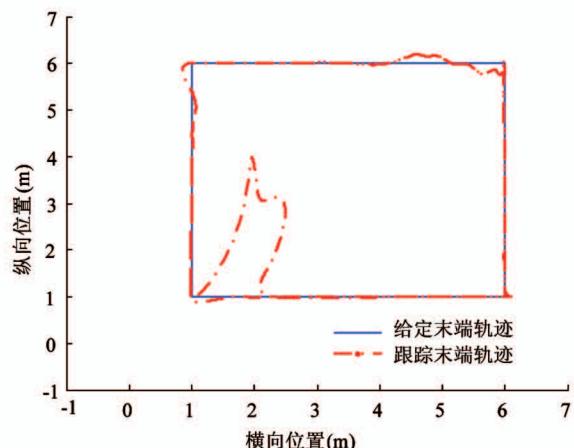
表 1 平面二连杆柔性关节空间机械臂仿真参数

| 杆件号 | $a_i$ (m) | $b_i$ (m) | $m_i$ (kg) | $I_i$ (kg · m <sup>2</sup> ) |
|-----|-----------|-----------|------------|------------------------------|
| 0   | 0         | 2.25      | 40         | 135                          |
| 1   | 2.25      | 2.25      | 1.5        | 2.54                         |
| 2   | 2.25      | 2.25      | 1.5        | 2.54                         |

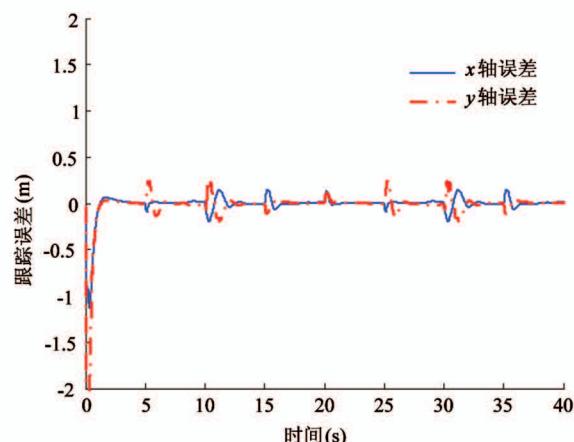
采用基于奇异摄动的自抗扰控制器对地面二自由度机械臂及空间自由漂浮机械臂进行控制仿真结果如图 4 和图 5 所示, 自适应 PD 控制仿真结果如图 6 和图 7 所示。

由图 4(a)可以看出地面调试阶段设计的自抗扰控制器可以较好地实现轨迹跟踪控制。由图 4(b)可以看出  $x$  方向  $y$  方向误差基本在 0 附近变化, 只是在转角处, 误差偏大一点。

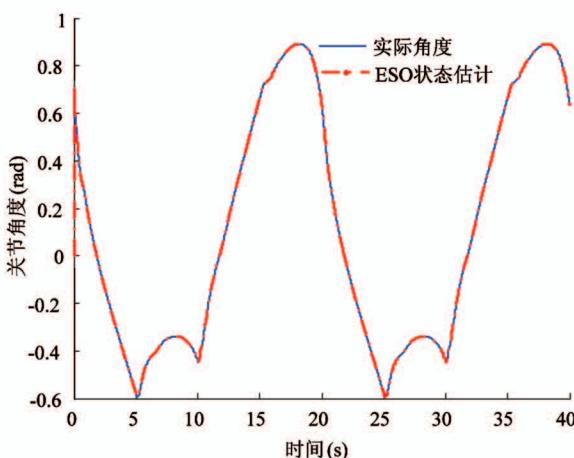
由图 4(c)和图 4(d)可以看出, ESO 对关节角度状态的估计精度很高, 估计值曲线与实际值曲线基本重合, 估计精度很高。



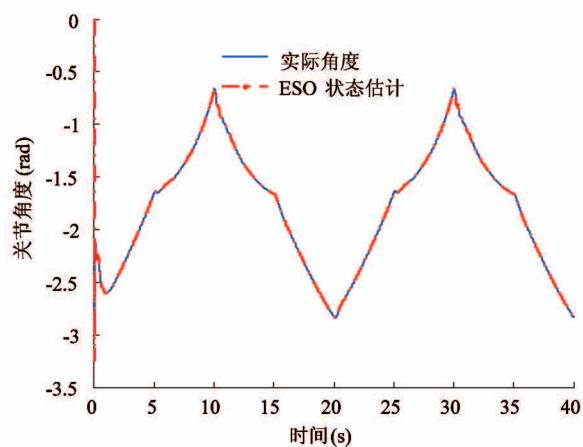
(a) 端轨迹跟踪图



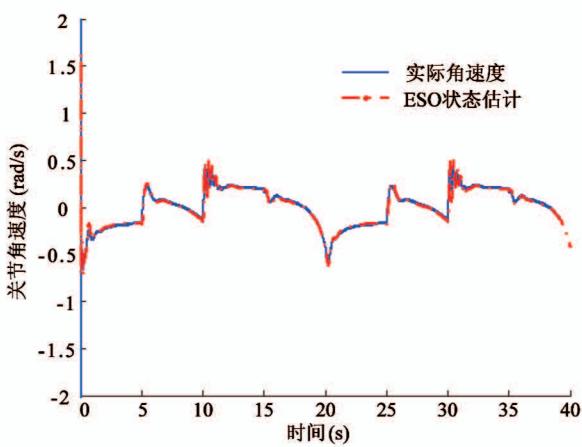
(b) 位置误差图



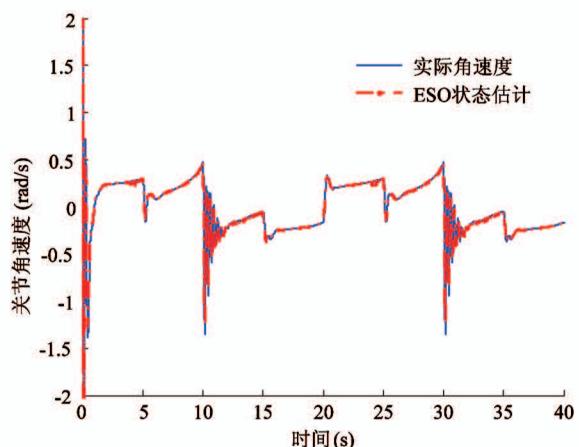
(c) 关节 1 角度实际值和估计值



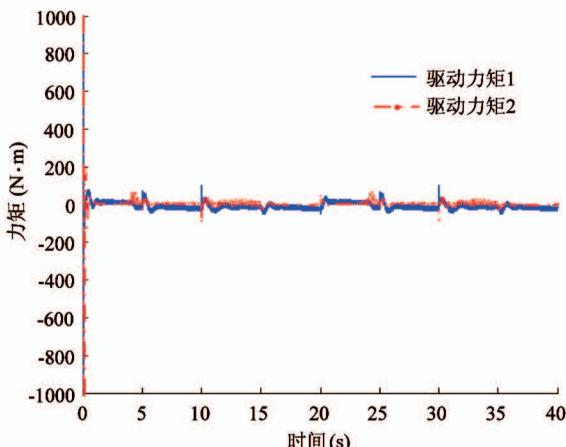
(d) 关节 2 角度实际值和估计值



(e) 关节 1 角速度实际值和估计值



(f) 关节 2 角速度实际值和估计值



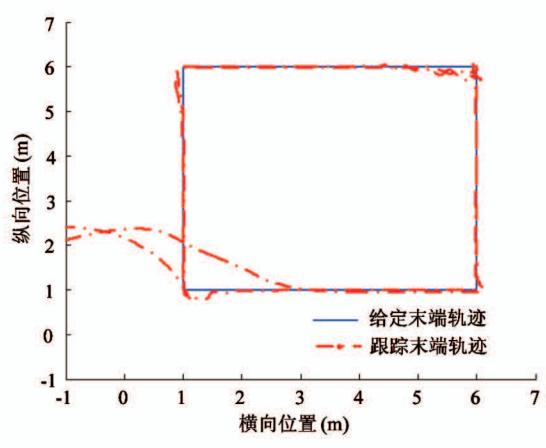
(g) 地面阶段下关节力矩情况

图 4 地面阶段下奇异摄动自抗扰控制仿真图

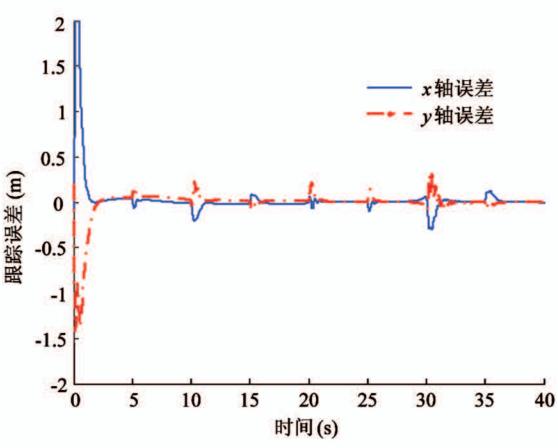
从图 4(e) 和图 4(f) 可以看出, 角速度实际值和角速度估计值曲线基本吻合, 所以, ESO 实现的估计精度较高。综上, 可以看出 ESO 的有效性。

由图 5(a) 可知, 空间阶段控制器也可以较好进

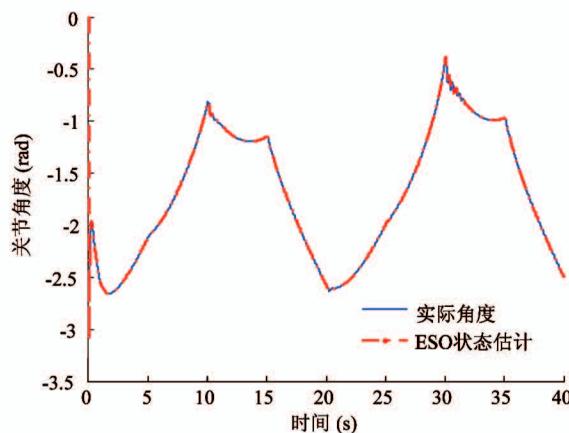
行轨迹跟踪控制。由图 5(b) 可以看出  $x$  方向  $y$  方向误差基本在 0 附近变化, 其误差值越来越小, 在转角处, 误差偏大一点。



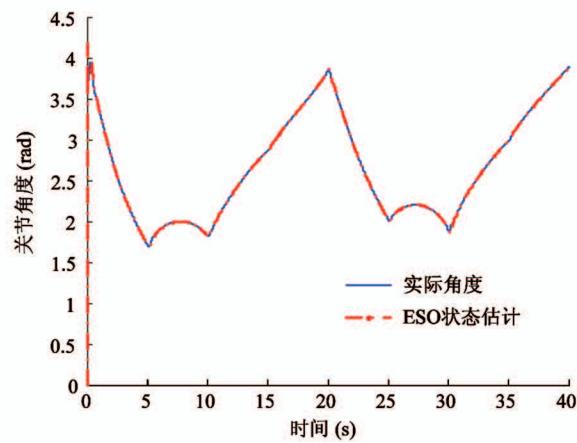
(a) 末端轨迹跟踪图



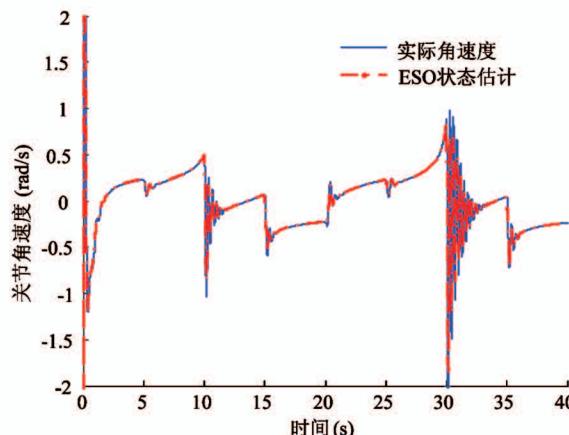
(b) 位置误差图



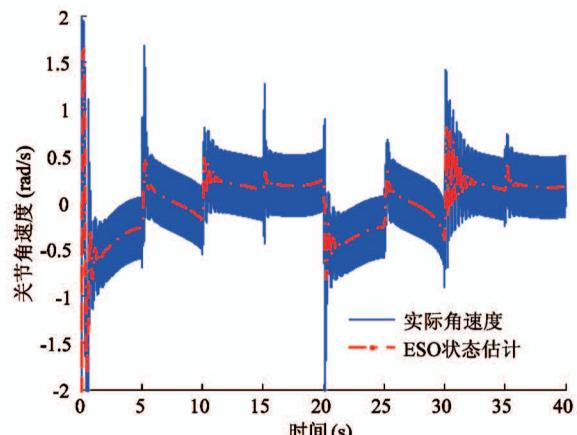
(c) 关节 1 角度实际值和估计值



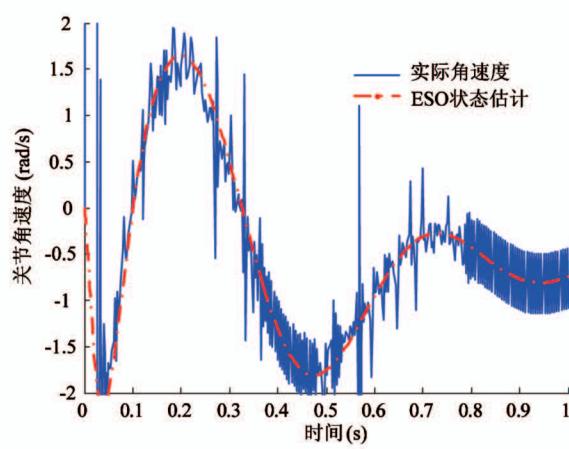
(d) 关节 2 角度实际值和估计值



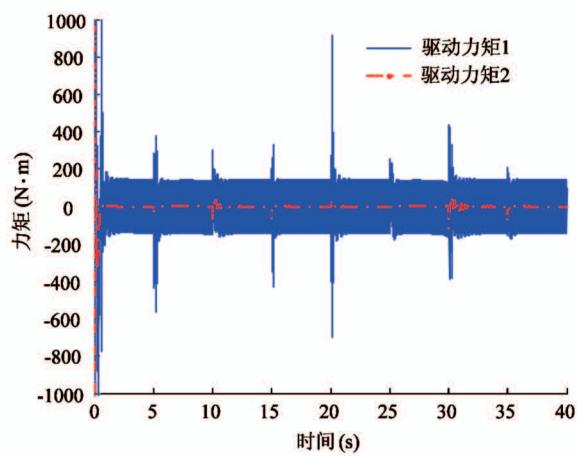
(e) 关节 1 角速度实际值和估计值



(f) 关节 2 角速度实际值和估计值



(g) 关节 2 角速度实际值和估计值放大图



(h) 空间阶段下关节力矩情况

图 5 空间阶段下奇异摄动自抗扰控制仿真图

由图 5(c) 和图 5(d) 可知, ESO 对状态的估计精度很高, 由图 5(e) 和图 5(f) 可知, 关节 1 角速度实际值和估计值曲线基本吻合, 估计精度较高, 但从

图 5(g) 可知, 关节 2 的角速度估计值和实际值变化趋势相同, 但估计情况并不好, 引起这一问题的主要原因是参数选取不当, 有待改善和调整。

由图 4(g)和图 5(h)可知关节力矩在转角处会出现明显突变,以应对转弯情况。同时在空间阶段,力矩有明显的抖动,这是由于 ESO 对关节 2 角速度估计不准确且关节 2 时机角速度变化明显不平滑导致的。

采用基于奇异摄动自适应 PD 控制器对被控对象进行控制得到的仿真结果如图 6 和图 7 所示。设计的控制率如下:

$$\tau_s = -K_p e - K_d \dot{e} + m \ddot{g} \quad (18)$$

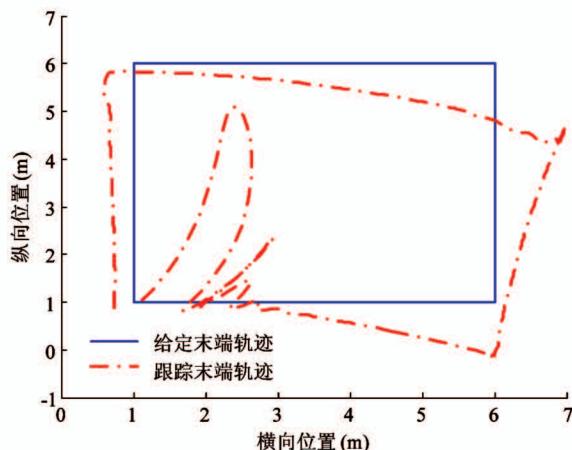


图 6 地面阶段奇异摄动自适应 PD 控制仿真图

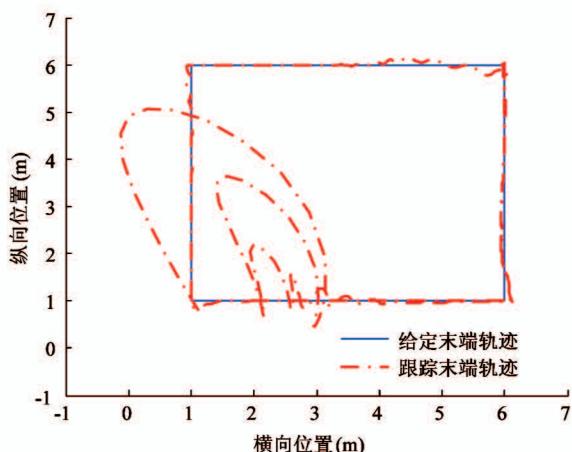


图 7 空间阶段奇异摄动自适应 PD 控制仿真图

由图 6 和图 7 可知,基于奇异摄动自适应 PD 控制器控制精度低,不能很好地抑制抖动。对比图 4、图 5 和图 6、图 7 可知,自抗扰控制有效地抑制了柔性关节带来的抖动,且能实现较高精度的轨迹跟踪。

## 6 结 论

本文针对地面调试和空间漂浮两阶段柔性关节空间机械臂末端轨迹跟踪问题,设计了基于奇异摄动的自抗扰控制器。利用李亚普诺夫方法证明了控制系统的渐进稳定性,并进行了仿真研究。仿真结果表明,控制器实现了对机械臂的高精度跟踪控制,且有效抑制了关节柔性带来的抖动,分析了重力变化对系统控制带来的影响。

### 参 考 文 献

- [1] Nagatomo M, Mitome T, Kawasaki K, et al. MFD robot arm and its flight experiment [C] // Proceedings of the International Conference Exposition on Engineering, Construction, Operations in Space, Albuquerque, USA, 1998: 319-324
- [2] 邱志成,谈大龙. 基于加速度反馈的柔性关节机械臂接触力控制[J]. 机械工程学报, 2002, 38(10):37-41
- [3] Good M, Sweet L, Strobel K. Dynamic models for control system design of integrated robot and drive system [J]. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 1987, 107(1):53-59
- [4] Benosman M, Vey G L. Joint trajectory tracking for planar multi-link flexible manipulator: simulation and experiment for a two-link flexible manipulator [C] // Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, Washington, USA, 2002: 2461-2466
- [5] 王旭辉,周岩. 欠驱动柔性关节机器人的趋同控制策略[J]. 计算机工程与设计, 2017, 38(5):1366-1370, 1393
- [6] 荣吉利,项阳,辛鹏飞,等. 考虑关节柔性的双连杆机械臂振动控制及试验研究[J]. 宇航学报, 2017, 38(10): 1024-1031
- [7] 陈志勇,陈力. 柔性关节空间双臂机器人奇异摄动增广鲁棒自适应 PD 复合控制[J]. 振动与冲击, 2015, 34(16): 79-84
- [8] 宋崇生,陈江,柯翔敏. 基于干扰观测器的柔性关节机械臂滑模控制[J]. 计算机仿真, 2016, 33(10): 294-299
- [9] 刘福才,李倩,刘林. 柔性关节空间机械臂奇异摄动自抗扰控制仿真研究[J]. 高技术通讯, 2016, 26(6):

567-576

- [10] 刘福才, 高静方, 贾晓菁. 考虑重力影响的柔性关节空间机械臂任务空间神经网络控制[J]. 宇航学报, 2015, 36(12): 1391-1397
- [11] Spong M W. Modeling and control of elastic joint robots [J]. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 1987, 109(4): 310-319
- [12] 富立, 罗珍. 基于奇异摄动的捷联惯导伪圆锥误差补偿算法[J]. 高技术通讯, 2012, 22(3): 282-288
- [13] 刘福才, 刘林, 徐智颖. 柔性关节空间机械臂奇异摄动模糊 PID 控制仿真研究[J]. 高技术通讯, 2019, 29(7): 661-667
- [14] 韩京清. 自抗扰控制器及其应用[J]. 控制与决策, 1998(1): 19-23
- [15] 刘福才, 王立新, 贾晓菁, 等. 线性/非线性自抗扰切换控制在变载荷气动加载系统中的应用[J]. 机械工程学报, 2018, 54(12): 225-232

## Simulation study on the singular perturbation based auto disturbance rejection control for flexible joint space manipulators

Liu Fucai, Liu Lin, Guo Genwang

(Key Lab of Industrial Computer Control Engineering of Hebei Province, Yanshan University, Qinhuangdao 066004)

### Abstract

The dynamic models of flexible joint manipulator in the stages of space floating and ground debugging are established, a singular perturbation based auto disturbance rejection control algorithm for the manipulator's end track tracking control is designed to achieve the manipulator's end position tracking control. The singular perturbation method is used to divide the higher order system into two lower ones, a fast subsystem and a slow subsystem, and then controllers for them are designed respectively. The controller of the fast subsystem is mainly composed of torque feedback part, and the control part of the slow subsystem is nonlinear auto disturbance rejection control. The control's stability analysis and simulation verification are conducted. The simulation results show that the auto disturbance rejection controller designed can achieve high precision trajectory tracking control, and can suppress the jitter problem caused by joint flexibility effectively.

**Key words:** space manipulator, flexible joint, auto disturbance rejection, singular perturbation, free floating