

具有时延和丢包的非线性网络控制系统的切换稳定性研究^①

张 奇^{②*} 刘 碩^{③**}

(* 武汉科技大学冶金自动化与测量技术工程研究中心 武汉 430081)

(** 湖北省冶金过程系统科学重点实验室 武汉 430081)

摘要 针对带有双边随机时延和丢包的非线性网络控制系统(NNCS),本文利用模型依赖的平均驻留时间(MDADT)方法研究了其系统的稳定性。采用 Takagi-Sugeno(T-S)模糊模型表示系统中的非线性对象,使用不确定性方法表示系统中的随机时延,并使用切换系统方法表示系统的丢包过程,建立了参数不确定性的离散时间模糊切换系统模型。进一步地,根据慢切换和快切换相结合的 MDADT 方法,给出了切换系统状态满足的指数稳定性条件。通过非线性倒立摆仿真实验,验证了所提方法的有效性,并通过实验对比证明,对于处理非线性系统,根据 T-S 模糊模型所设计的模糊控制器比根据模型线性化后所设计的线性控制器具有更大的稳定范围。

关键词 非线性网络控制系统(NNCS); Takagi-Sugeno(T-S)模糊模型; 切换系统; 模型依赖的平均驻留时间(MDADT)

0 引言

随着网络通讯技术和计算机技术的高速发展,网络控制系统(networked control system, NCS)应运而生。相比于传统的控制策略,NCS 的优势在于能够实现远程分布控制和远程分布共享,安装维护方便以及具有高度的灵活性^[1]。然而,通过网络传输数据时,系统中不可避免地存在随机时延和数据包丢失,这将会影响系统的控制性能,甚至破坏其稳定性。针对存在的随机时延和随机丢包的线性 NCS,输入时延、Bernoulli 分布、Markov 链以及切换系统等方法已经被用于对其进行建模和分析^[2-5]。然而,只有少数文章研究了非线性被控对象。因此,对存在随机时延和丢包的非线性网络控制系统(nonlinear networked control system, NNCS)的研究是很有必要的。

对于一般的非线性被控对象,通常对其在平衡点附近进行线性化,然后再基于线性化后的模型进行分析和设计控制器。然而,线性化后的模型与原非线性系统模型之间存在较大偏差,这会影响系统的被控性能。由于 Takagi-Sugeno(T-S)模糊模型对非线性函数具有良好的逼近能力,因此,T-S 模糊模型已被广泛用于非线性系统模型的表示^[6]。文献[7,8]使用输入时延的方法将网络诱导时延和丢包等效为输入时延,并研究了基于 T-S 模糊模型的 NNCS 的稳定性问题。然而使用输入时延的方法往往需要构造复杂的 Lyapunov 函数来进行稳定性分析。文献[9]将 NCS 中的时延和丢包的概率作为模糊隶属度函数,提出了一种准 T-S 模糊模型去表示 NCS。文献[10-12]将 NCS 中存在的丢包描述为 Bernoulli 过程,并采用随机系统的分析方法给出了基于 T-S 模糊模型的 NNCS 状态均方稳定的条件。

由于具有随机丢包的 NCS 具有切换系统的特

① 国家自然科学基金(61873197)和湖北省重点实验室开放基金(Z201702)资助项目。

② 男,1995 年生,硕士生;研究方向:网络控制系统,T-S 模糊模型,切换控制系统,滑模控制;E-mail: 499319017@qq.com

③ 通信作者,E-mail: liubin@wust.edu.cn

(收稿日期:2019-11-21)

性,可以将存在丢包的 NCS 建模为具有有限个子系统的切换系统模型。文献[13]将带有固定时延和随机丢包的 NCS 建立为切换系统,采用平均驻留时间(average dwell time, ADT)的方法研究了其指数稳定性问题。文献[14]将带有时变时延和随机丢包的 T-S 模糊系统建模为带有输入时延的切换模糊系统,并采用 ADT 的方法分析了其指数稳定性。文献[15]针对存在有限个稳定子系统和不稳定子系统的切换系统,在 ADT 的基础上提出了慢切换和快切换的模型依赖的平均驻留时间(mode-dependent average dwell time, MDADT)方法。文献[16]将 MDADT 扩展到在 T-S 模糊模型上的应用,但该文章仅研究了开环切换系统。文献[17]将存在双边随机时延和丢包的 NCS 建模为参数不确定性的离散时间切换系统模型,并采用慢切换的 MDADT 方法对系统的指数稳定性进行了分析。但是,其研究的对象为线性系统。文献[18]将存在丢包的 type-2 模糊系统建模为具有不稳定子系统的模糊切换系统模型,并对采用慢切换和快切换的 MDADT 方法分析了系统指数稳定性。但是,该文章并没有考虑系统中存在的随机时延且采用的是零输出方式来描述丢包现象。

基于上述分析,本文将存在双边随机时延和随机丢包的 NNCS 建模为带有参数不确定性的离散切换模糊系统,针对切换系统中的稳定子系统和不稳定子系统,分别采用慢切换和快切换的 MDADT 方法对系统的指数稳定性进行了分析,并给出了模糊状态反馈控制器的设计方法。最后,通过非线性倒立摆实验,证明了所提方法的有效性,并通过对比实验证明了基于 T-S 模糊模型设计的模糊控制器比基于线性化模型设计的线性状态反馈控制器具有更大的稳定范围。

1 问题构建及系统模型

本节基于 T-S 模糊模型,对具有随机时延和丢包的一般非线性网络控制系统(NNCS)进行建模。

考虑如下一般的非线性系统:

$$\dot{x}(t) = f(x(t)) + g(x(t), v(t)) \quad (1)$$

其中, $x(t) \in R^n$ 表示系统的状态变量, $v(t) \in R^m$ 表示系统的输入变量, $f(x(t))$ 和 $g(x(t), v(t))$ 为已知的非线性函数。

T-S 模糊模型首先将非线性系统表示为几个局部线性的子系统,然后平滑地将各个局部线性的子系统通过相应的隶属度连接起来,从而形成非线性系统的全局模糊模型。因此非线性系统式(1)可以由一个 T-S 模糊模型表示,其第 i 条规则表示如下:

$$\begin{aligned} \text{规则 } i: & \text{ IF } \theta_1(t) \text{ is } M_{i1}, \dots, \theta_g(t) \text{ is } M_{ig} \\ \text{THEN } & \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i v(t) \quad i = 1, 2, \dots, r \end{aligned} \quad (2)$$

其中, $\theta_1(t), \theta_2(t), \dots, \theta_g(t)$ 为状态变量组成的函数,即前件变量; M_{ij} ($i = 1, \dots, r, j = 1, \dots, g$) 是模糊集; r 是模糊规则数; A_i 为 B_i 为具有合适维度的系数矩阵。因此,非线性系统式(1)可以表示为

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(\boldsymbol{\theta}(t))(A_i x(t) + B_i v(t)) \quad (3)$$

$$\text{其中, } h_i(\boldsymbol{\theta}(t)) = \frac{\varpi_i(\boldsymbol{\theta}(t))}{\sum_{i=1}^r \varpi_i(\boldsymbol{\theta}(t))}, \quad \varpi_i(\boldsymbol{\theta}(t)) =$$

$$\prod_{j=1}^g M_{ij}(\theta_j(t)), \boldsymbol{\theta}(t) = [\theta_1(t), \theta_2(t), \dots, \theta_g(t)]$$

上式中 $M_{ij}(\theta_j(t))$ 为前件变量 $\theta_j(t)$ 在模糊集 M_{ij} 中的隶属度,通常情况下, $M_{ij}(\boldsymbol{\theta}(t)) \geq 0$ 。显然有, $0 \leq \varpi_i(\boldsymbol{\theta}(t)) \leq 1, i = 1, 2, \dots, r, \sum_{i=1}^r \varpi_i(\boldsymbol{\theta}(t)) > 0$, 继而有, $h_i(\boldsymbol{\theta}(t)) \geq 0, \sum_{i=1}^r h_i(\boldsymbol{\theta}(t)) = 1$ 。

具有双边随机时延和丢包的 NNCS 模型结构,如图 1 所示。

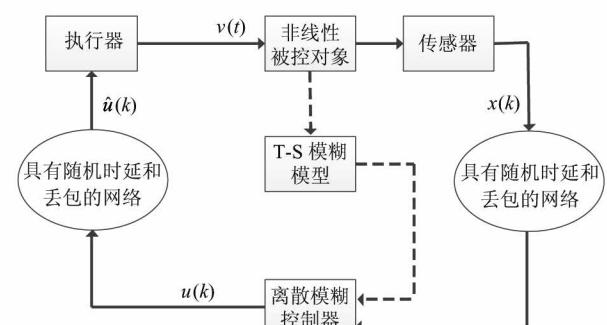


图 1 非线性网络控制系统结构框图

对其作如下假设。

(1) 传感器采用时间驱动方式,且采样周期为

T。

(2) 控制器和执行器采用事件驱动方式。执行器采用 0 阶保持输出, 当系统发生数据包丢失时(传感器到控制器之间或控制器到执行器之间发生丢包), 当前周期内执行器数据不会更新。

(3) 考虑传感器到控制器(S-C)之间和控制器到执行器(C-A)之间存在的随机传输时延 τ_k^{sc} 和 τ_k^{ca} , 总时延 τ_k 满足 $\tau_k = \tau_k^{sc} + \tau_k^{ca} \in (0, T)$ 。

NCS 的信号时序如图 2。由于考虑了网络时延, 被控对象的控制输入可以表示为^[19]

$$\mathbf{v}(t) = \begin{cases} \hat{\mathbf{u}}(k-1) & kT < t \leq kT + \tau_k \\ \hat{\mathbf{u}}(k) & kT + \tau_k < t \leq (k+1)T \end{cases} \quad (4)$$

其中, $\hat{\mathbf{u}}(k) = \begin{cases} \hat{\mathbf{u}}(k-1) & \text{丢包} \\ \mathbf{u}(k) & \text{未丢包} \end{cases}$ 。

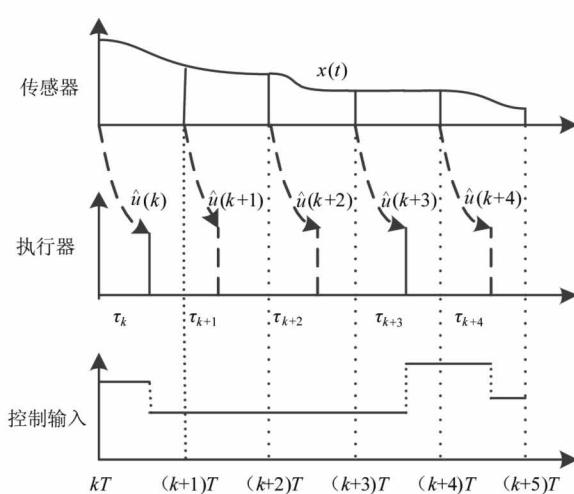


图 2 网络控制系统时序图

当系统在当前时刻未发生数据包丢失时, 如图 2 在 $[kT, (k+1)T]$ 、 $[(k+3)T, (k+4)T]$ 以及 $[(k+4)T, (k+5)T]$ 等时间周期内, 由于存在着随机时延, 连续被控对象模糊模型式(3)的离散化模型为 S_0 。

$S_0: \mathbf{x}(k+1)$

$$= \sum_{i=1}^r h_i(\boldsymbol{\theta}(k)) \left(\mathbf{A}_{di} \mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_{d0i}(\tau_k) \mathbf{u}(k) + \mathbf{B}_{d1i}(\tau_k) \hat{\mathbf{u}}(k-1) \right) \quad (5)$$

其中, $\mathbf{A}_{di} = e^{A_i T}$, $\mathbf{B}_{d0i}(\tau_k) = \int_0^{-\tau_k} e^{A_i s} ds \cdot \mathbf{B}_i$,

$$\mathbf{B}_{d1i}(\tau_k) = \int_{T-\tau_k}^T e^{A_i s} ds \cdot \mathbf{B}_i$$

当系统发生数据包丢失时, 如图 2 在 $[(k+1)T, (k+2)T]$ 、 $[(k+2)T, (k+3)T]$ 等时间周期内, 由于执行器采用 0 阶保持器输出, 则连续被控对象模糊模型式(3)的离散化模型为 S_1 。

$$S_1: \mathbf{x}(k+1) = \sum_{i=1}^r h_i(\boldsymbol{\theta}(k)) (\mathbf{A}_{di} \mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_{d2i} \hat{\mathbf{u}}(k-1)) \quad (6)$$

$$\text{其中, } \mathbf{B}_{d2i} = \int_0^T e^{A_i s} ds \cdot \mathbf{B}_i$$

为了更好地反映具有随机丢包的系统具有切换系统的特性, 令增广矩阵 $\mathbf{z}(k) = [\mathbf{x}^T(k) \quad \hat{\mathbf{u}}^T(k-1)]^T$, 切换信号 $\sigma(k) \in \Omega = \{0, 1\}$, 是关于离散时间的常数, 则系统的模型式(5)和式(6)可以描述为离散时间的开环模糊切换系统模型 $S_{\sigma(k)}$ 。

$$S_{\sigma(k)}: \mathbf{z}(k+1) = \sum_{i=1}^r h_i(\boldsymbol{\theta}(k)) (\Phi_{\sigma(k)i} \mathbf{z}(k) + \Gamma_{\sigma(k)i} \mathbf{u}(k)) \quad (7)$$

当 $\sigma(k) = 0$ 时, 系统当前时刻未发生丢包, 则有:

$$\Phi_{0i} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{di} & \mathbf{B}_{d1i}(\tau_k) \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \Gamma_{0i} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{d0i}(\tau_k) \\ \mathbf{I} \end{bmatrix}$$

当 $\sigma(k) = 1$ 时, 系统当前时刻发生丢包, 则有:

$$\Phi_{1i} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{di} & \mathbf{B}_{d2i} \\ 0 & \mathbf{I} \end{bmatrix}, \quad \Gamma_{1i} = 0$$

针对系统模型中存在的随机时延, 使用不确定性的方法对其进行如下表示。

$$\begin{aligned} \text{令 } \bar{\mathbf{F}}_i(\tau'_k) &= \int_0^{-\tau_k} e^{A_i s} ds, \quad \tau'_k = \tau_k - T/2 \in (-T/2, T/2), \quad \sigma_i > \max_{\tau'_k \in (-T/2, T/2)} \|\bar{\mathbf{F}}_i(\tau'_k)\|_2 = \\ &\|\int_0^{-\tau_k} e^{A_i s} ds\|_2, \quad \mathbf{B}_{d0i} = \int_0^{T/2} e^{A_i s} ds \cdot \mathbf{B}_i, \quad \mathbf{B}_{d1i} = \int_{T/2}^T e^{A_i s} ds \\ &\cdot \mathbf{B}_i, \quad \mathbf{D}_i = \sigma_i e^{A_i T}, \quad \mathbf{E}_i = \mathbf{B}_i, \quad \mathbf{F}_i(\tau'_k) = \sigma_i^{-1} \int_0^{-\tau_k} e^{A_i s} ds \cdot \mathbf{B}_i \end{aligned}$$

则有:

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_{d0i}(\tau_k) &= \int_0^{-\tau_k} e^{A_i s} ds \cdot \mathbf{B}_i = \mathbf{B}_{d0i} + \mathbf{D}_i \mathbf{F}_i(\tau'_k) \mathbf{E}_i, \\ \mathbf{B}_{d1i}(\tau_k) &= \int_{T-\tau_k}^T e^{A_i s} ds \cdot \mathbf{B}_i = \mathbf{B}_{d1i} - \mathbf{D}_i \mathbf{F}_i(\tau'_k) \mathbf{E}_i, \\ \mathbf{F}_i^T(\tau'_k) \mathbf{F}_i(\tau'_k) &= \sigma_i^{-2} \bar{\mathbf{F}}_i^T(\tau'_k) \bar{\mathbf{F}}_i(\tau'_k) < \mathbf{I} \end{aligned}$$

针对离散时间的模糊切换系统模型式(6), 使

用增广矩阵 $\mathbf{z}(k)$ 的状态信息, 根据并行分布补偿 (parallel distributed compensation, PDC), 给出了模糊状态反馈控制器 $\mathbf{u}(k)$ 的设计方法^[20]。

$$\mathbf{u}(k) = \sum_{i=1}^r h_i(\boldsymbol{\theta}(k)) \mathbf{K}_i \mathbf{z}(k) \quad (8)$$

其中, \mathbf{K}_i 为待设计的控制器参数。

将式(8)带入式(7)中可以得到如下带有参数不确定性的离散时间模糊切换闭环系统模型 $S_{\sigma(k)}$ 。

$$S_{\sigma(k)} : \mathbf{z}(k+1) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(\boldsymbol{\theta}(k)) h_j(\boldsymbol{\theta}(k)) (\hat{\Phi}_{\sigma(k)ij} \mathbf{z}(k)) \quad (9)$$

其中, $\hat{\Phi}_{0ij} = \tilde{\Phi}_{0i} + \tilde{\Gamma}_{0i} \mathbf{K}_j + \tilde{D}_i \mathbf{F}_i(\tau'_k) (\tilde{\mathbf{E}}_i + \mathbf{E}_i \mathbf{K}_j)$, $\hat{\Phi}_{1ij} = \Phi_{1i}$, $\tilde{\Phi}_{0i} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{di} & \mathbf{B}_{dii} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $\tilde{\Gamma}_{0i} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{d0i} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix}$, $\tilde{D}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_i \\ 0 \end{bmatrix}$, $\tilde{\mathbf{E}}_i = [0 \quad -\mathbf{E}_i]$ 。

由于 $\sigma(k) \in \Omega = \{0, 1\}$, 即 S_0 表示系统当前时刻未发生丢包; S_1 表示系统当前时刻发生丢包。由切换系统式(9)可知, 当系统被控对象开环不稳定时, 可以通过设计合适的控制器使子系统 S_0 状态稳定, 即子系统 S_0 为稳定的子系统; 然而当系统被控对象开环不稳定时, 由于子系统 S_1 不可控, 即子系统 S_1 为不稳定子系统。因此, 根据系统当前时刻是否发生数据包丢失可以将系统描述为一个稳定子系统 S_0 和一个不稳定子系统 S_1 之间相互切换的切换系统模型。本文所给出的模糊切换系统模型可以有效地描述具有随机时延和丢包的 NNCS。

2 系统指数稳定性分析

定义 1 对于给定的切换信号 $\sigma(k)$, 如果存在常数 $\alpha > 0$, $0 < \gamma < 1$, 使得对于任意的初始状态 $x(k_0)$ 满足 $\|x(k)\| \leq \alpha \gamma^{(k-k_0)} \|x(k_0)\|$, $\forall k \geq k_0$, 则离散时间切换系统模型式(9)的平衡点 $x=0$ 在切换信号 $\sigma(k)$ 的作用下全局一致指数稳定且具有衰减率 γ 。

定义 2 慢切换平均驻留时间 (slow switching MDADT)^[15], 对任意的 $k_2 > k_1 \geq 0$, 令 $N_{\sigma p}(k_1, k_2)$ 为在时间区域 $[k_1, k_2]$ 上子系统 S_p 被激活的次数, $T_p(k_1, k_2)$ 表示在时间区域 $[k_1, k_2]$ 上子系统 S_p

被激活的总时间周期数, N_{0p} 为系统的颤抖界, $p \in \Omega = \{0, 1\}$ 。如果存在常数 $\tau_{ap} > 0$, 使得 $N_{\sigma p}(k_1, k_2) \leq N_{0p} + T_p(k_1, k_2)/\tau_{ap}$ 成立, 则称 τ_{ap} 为子系统 S_p 模型依赖的 MDADT。

定义 3 快切换平均驻留时间 (fast switching MDADT)^[15], 对任意的 $k_2 > k_1 \geq 0$, 令 $N_{\sigma p}(k_1, k_2)$ 为在时间区域 $[k_1, k_2]$ 上快切换子系统 S_p 被激活的次数, $T_p(k_2, k_1)$ 表示在时间区域 $[k_1, k_2]$ 上快切换子系统 S_p 被激活的总时间周期数, N_{0p} 为系统的颤抖界, $p \in \Omega = \{0, 1\}$ 。如果存在常数 $\tau_{ap} > 0$, 使得 $N_{\sigma p}(k_1, k_2) \geq N_{0p} + T_p(k_1, k_2)/\tau_{ap}$ 成立, 则称 τ_{ap} 为快切换子系统 S_p 的 MDADT。

根据上述定义, 慢切换 MDADT 的含义为切换系统式(9)中某个子系统 S_p 在某 2 个相邻切换点之间的时间间隔可能会小于 τ_{ap} 个采样周期, 但是在整个时间域内, 子系统 S_p 在某 2 个相邻切换点之间的时间间隔平均起来不小于 τ_{ap} 个采样周期。同理, 快切换 MDADT 的含义为切换系统式(9)中某个子系统 S_p 在某 2 个相邻切换点之间的时间间隔可能会大于 τ_{ap} 个采样周期, 但是在整个时间域内, 子系统 S_p 在某 2 个相邻切换点之间的时间间隔平均起来不大于 τ_{ap} 个采样周期。

由上文可知, 系统可以被描述为在一个稳定子系统 S_0 和一个不稳定子系统 S_1 之间相互切换的离散模糊系统模型。根据上述所给出的离散切换系统的 2 类 MDADT, 与文献[17]采用慢切换去处理所有的子系统不同的是, 本文采用慢切换方法去处理稳定子系统 S_0 , 采用快切换方法去处理不稳定的子系统 S_1 。其主要思想是设计切换规则使稳定子系统的 MDADT 足够大以及使不稳定子系统的 MDADT 足够小, 从而使整个切换系统指数稳定。因此, 在时间区域 $[k_1, k_2]$ 上, 对于稳定子系统 S_0 , 有 $N_{\sigma 0}(k_1, k_2) \leq N_{00} + T_0(k_1, k_2)/\tau_{a0}$; 对于不稳定子系统 S_1 , 有 $N_{\sigma 1}(k_1, k_2) \geq N_{01} + T_1(k_1, k_2)/\tau_{a1}$ 。

本文的主要目的是在考虑一定时延和丢包率的条件下, 采用模型依赖的平均驻留时间方法, 通过合理地设计控制器增益, 使系统的状态全局一致指数稳定。

引理 1 考虑上述系统式(9), 对于给定的常数

$-1 < \lambda_0 < 0, \lambda_1 > 0$, 假设存在 C^1 函数 $V_0(z(k))$ 和 $V_1(z(k)) : R^n \rightarrow R$ 以及 κ_∞ 类函数 κ_1, κ_2 , 使得:

$$\begin{cases} \kappa_1(\|z(k)\|) \leq V_0(z(k)) \leq \kappa_2(\|z(k)\|) \\ \kappa_1(\|z(k)\|) \leq V_1(z(k)) \leq \kappa_2(\|z(k)\|) \\ \Delta V_0(z(k)) \leq \lambda_0 V_0(z(k)) \\ \Delta V_1(z(k)) \leq \lambda_1 V_1(z(k)) \end{cases}$$

同时对于 $\forall (\sigma(k_i) = p, \sigma(k_i^-) = q) \in \Omega \times \Omega, p \neq q$, 存在常数 $\mu_0 > 1$ 和 $0 < \mu_1 < 1$, 使得:

$$\begin{cases} V_0(z(k_i)) \leq \mu_0 V_1(z(k_i^-)) \\ V_1(z(k_i)) \leq \mu_1 V_0(z(k_i^-)) \end{cases}$$

以及对于任意的切换信号满足如下的 MDADT:

$$\begin{cases} \tau_{a0} \geq \tau_{a0}^* = -\frac{\ln \mu_0}{\ln(1+\lambda_0)} \quad (-1 < \lambda_0 < 0) \\ \tau_{a1} \leq \tau_{a1}^* = -\frac{\ln \mu_1}{\ln(1+\lambda_1)} \quad (\lambda_1 > 0) \end{cases} \quad (10)$$

其中, τ_{a0} 是子系统 S_0 的 MDADT, τ_{a1} 是子系统 S_1 的 MDADT, 那么切换系统式(9)是全局一致指数稳定的, 其指数收敛率为 γ 。

定理 1 考虑离散模糊切换系统式(9), 对于给定的常数 $\mu_0 > 1, 0 < \mu_1 < 1, -1 < \lambda_0 < 0, 0 < \lambda_1 < 1$, 如果存在对称矩阵 $P_p > 0, P_q > 0, \forall (p, q) \in \Omega \times \Omega$, 且 $p \neq q$, 使得下式成立:

$$V_p(z(k+1)) \leq (1 + \lambda_p) V_p(z(k)) \quad (11)$$

$$P_p < \mu_p P_q \quad (12)$$

且如果切换系统的 MDADT 满足式(10)时, 离散模糊切换系统式(9)是全局一致指数稳定的。

证明 记 $V_{\sigma(k_i)}(z(k_i)) = V_{\sigma(k_i)}(k_i)$, 令 $V_p(k) = \begin{cases} z^T(k) P_0 z(k), & p=0 \\ z^T(k) P_1 z(k), & p=1 \end{cases}$ 为子系统的 Lyapunov 函数, $\bar{\lambda}_p = 1 + \lambda_p, p \in \Omega$. 令时间序列 $k_0, k_1, k_2, \dots, k_i, \dots, k_{i+1}, \dots, k_{N_\sigma(nT, 0)}$ 是 $[0, nT]$ 时间周期内各个子系统的切换点, 且是右连续的。则对于 $k \in [k_i, k_{i+1}]$, 反复利用式(11)和式(12)有:

$$\begin{aligned} & V_{\sigma(k_i)}(k) \\ & < \bar{\lambda}_{\sigma(k_i)}^{(k-k_i)} V_{\sigma(k_i)}(k_i) \\ & < \mu_{\sigma(k_i)} \bar{\lambda}_{\sigma(k_i)}^{(k-k_i)} V_{\sigma(k_i^-)}(k_i^-) \\ & < \mu_{\sigma(k_i)} \bar{\lambda}_{\sigma(k_i)}^{(k-k_i)} \bar{\lambda}_{\sigma(k_{i-1})}^{(k_i-k_{i-1})} V_{\sigma(k_{i-1})}(k_{i-1}) \\ & < \mu_{\sigma(k_i)} \mu_{\sigma(k_{i-1})} \bar{\lambda}_{\sigma(k_i)}^{(k-k_i)} \bar{\lambda}_{\sigma(k_{i-1})}^{(k_i-k_{i-1})} V_{\sigma(k_{i-1})}(k_{i-1}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \cdots \\ & < \prod_{s=1}^i \mu_{\sigma(k_s)} \bar{\lambda}_{\sigma(k_s)}^{(k-k_s)} \bar{\lambda}_{\sigma(k_{s-1})}^{(k_s-k_{s-1})} \cdots \bar{\lambda}_{\sigma(k_1)}^{(k_2-k_1)} \times \bar{\lambda}_{\sigma(k_0)}^{(k_1-k_0)} \\ & V_{\sigma(k_0)}(k_0) \\ & \text{令 } k_0 = 0, V_{\sigma(k)}(k) = V_{\sigma(k_i)}(k), \text{ 对于模型依赖的平均驻留时间满足式(10)的切换信号, 有:} \\ & V_{\sigma(k)}(k) \leq \mu_0^{N_{00(k, 0)}} \mu_1^{N_{01(k, 0)}} \times \bar{\lambda}_0^{T_0(k, 0)} \bar{\lambda}_1^{T_1(k, 0)} V_{\sigma(0)}(0) \\ & \leq \mu_0^{N_{00(k, 0)} + \frac{T_0(k, 0)}{\tau_{a0}}} \mu_1^{N_{01(k, 0)} + \frac{T_1(k, 0)}{\tau_{a1}}} \\ & \quad \times \bar{\lambda}_0^{T_0(k, 0)} \bar{\lambda}_1^{T_1(k, 0)} V_{\sigma(0)}(0) \\ & = \exp \{ N_{00(k, 0)} \ln \mu_0 + N_{01(k, 0)} \ln \mu_1 \} \\ & \quad \left(\left(\mu_0^{\frac{1}{\tau_{a0}}} \bar{\lambda}_0 \right)^{T_0(k, 0)} \times \right. \\ & \quad \left. \left(\mu_1^{\frac{1}{\tau_{a1}}} \bar{\lambda}_1 \right)^{T_1(k, 0)} V_{\sigma(0)}(0) \right) \\ & \leq \exp \{ N_{00(k, 0)} \ln \mu_0 + N_{01(k, 0)} \ln \mu_1 \} \gamma^k V_{\sigma(0)}(0) \end{aligned} \quad (13)$$

其中, $T_0(k, 0)$ 是子系统 S_0 被激活的总时间周期, $T_1(k, 0)$ 是子系统 S_1 被激活的总时间周期, 由 $0 < \mu_0^{\frac{1}{\tau_{a0}}} \bar{\lambda}_0 < 1, 0 < \mu_1^{\frac{1}{\tau_{a1}}} \bar{\lambda}_1 < 1$ 可得切换信号的 MDADT 满足式(10)。令 $L = \exp \{ N_{0p(k, 0)} \ln \mu_p + N_{01(k, 0)} \ln \mu_1 \}$, $\gamma = \max \{ (\mu_0^{\frac{1}{\tau_{a0}}} \bar{\lambda}_0), (\mu_1^{\frac{1}{\tau_{a1}}} \bar{\lambda}_1) \}$, 则有 $V_{\sigma(k)}(k) < K \gamma^k V_{\sigma(0)}(0)$ 。

定义 $\beta_1 = \min_{\forall p \in \Omega} \lambda_{\min}(P_p)$, $\beta_2 = \min_{\forall p \in \Omega} \lambda_{\max}(P_p)$, 得:

$$\begin{aligned} \beta_1 \|z(k)\| & \leq V_{\sigma(k)}(k) < L \gamma^k V_{\sigma(0)}(0) \\ & \leq L \gamma^k \cdot \beta_2 \|z(0)\| \end{aligned}$$

假设初始时刻 $\mathbf{u}(-1) = 0$, 令 $\alpha = \frac{K \beta_2}{\beta_1}$, 则:

$$\begin{aligned} \|\mathbf{x}(k)\| & \leq \|z(k)\| < \alpha \gamma^k \|z(0)\| \\ & = \alpha \gamma^k \|\mathbf{x}(0)\| \end{aligned}$$

当 $\gamma < 1$ 时, 系统状态指数稳定。证毕。

3 系统指数稳定控制器设计

引理 2 (Schur 补引理) 对于给定的对称矩阵 A 、对称正定矩阵 C 、矩阵 $B, A + B^T C B < 0$ 等价于

$$\begin{bmatrix} A & B^T \\ B & -C^{-1} \end{bmatrix} < 0 \text{ 或者 } \begin{bmatrix} -C^{-1} & B \\ B^T & A \end{bmatrix} < 0$$

引理 3 对于给定的实矩阵 W, D, E 和 $F(k)$, 其中 W 为对称矩阵, 对于任意满足 $F^T(k) F(k) < I$

的矩阵 $\mathbf{F}(k)$, 有不等式 $\mathbf{W} + \mathbf{D}\mathbf{F}(k)\mathbf{E} + \mathbf{E}^T\mathbf{F}^T\mathbf{D}^T < 0$, 当且仅当存在变量 $\varepsilon > 0$, 使得 $\mathbf{W} + \varepsilon\mathbf{D}\mathbf{D}^T + \varepsilon^{-1}\mathbf{E}^T\mathbf{E} < 0$ 。

引理 4 对于任意实对称矩阵 \mathbf{X}_i 、 \mathbf{Y}_i ($1 \leq i \leq r$) 和适当维数的矩阵 $\mathbf{S} > 0$, 以下不等式成立:

$$\begin{aligned} 2 \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \sum_{l=1}^r \sum_{m=1}^r h_i h_j h_l h_m \mathbf{X}_{ij}^T \mathbf{S} \mathbf{Y}_{lm} \\ \leq \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j (\mathbf{X}_{ij}^T \mathbf{S} \mathbf{X}_{ij} + \mathbf{Y}_{ij}^T \mathbf{S} \mathbf{Y}_{ij}) \end{aligned}$$

定理 2 考虑离散模糊切换系统模型式(9), 对于给定的常数 $\mu_0 > 1$ 、 $0 < \mu_1 < 1$ 、 $-1 < \lambda_0 < 0$ 、 $0 < \lambda_1 < 1$, 若存在对称正定矩阵 \mathbf{X}_p , $p \in \Omega$, 矩阵 \mathbf{Y}_{0i} 以及标量 $\varepsilon_i > 0$, $i = 1, \dots, r$, 使得如下线性矩阵不等式(LMIs)成立。

$$\begin{cases} \Psi_{ii} < 0 & i = 1, \dots, r \\ \Psi_{ij} + \Psi_{ji} < 0 & i < j \leq r \end{cases}, \quad p = 0 \quad (14)$$

$$\begin{bmatrix} -(1 + \lambda_p)\mathbf{X}_p & * \\ \hat{\Phi}_{pi}\mathbf{X}_p & -\mathbf{X}_p \end{bmatrix} < 0, \quad i = 1, \dots, r, p = 1 \quad (15)$$

$$\begin{bmatrix} -\mu_p \mathbf{X}_q & * \\ \mathbf{X}_q & -\mathbf{X}_p \end{bmatrix} < 0, \quad \forall p \neq q \in \Omega \quad (16)$$

其中,

$$\Psi_{ij} = \begin{bmatrix} -(1 + \lambda_0)\mathbf{X}_0 & * & * \\ \tilde{\Phi}_{0i}\mathbf{X}_0 + \tilde{\Gamma}_{0i}\mathbf{Y}_{0j} & \varepsilon_i \tilde{\mathbf{D}}_i \tilde{\mathbf{D}}_i^T - \mathbf{X}_0 & * \\ \tilde{\mathbf{E}}_i \mathbf{X}_0 + \mathbf{E}_i \mathbf{Y}_{0j} & 0 & -\varepsilon_i \mathbf{I} \end{bmatrix}。 \text{且当}$$

切换信号满足 MDADT 式(10)时, 离散模糊切换系统式(9)是全局一致指数稳定的, 控制器增益参数 $\mathbf{K}_j = \mathbf{Y}_{0j} \mathbf{X}_0^{-1}$ 。

证明 记 $\sum_{i=1}^r h_i(\theta(k)) = \sum_{i=1}^r h_i$, 将离散模糊切换系统式(9)带入式(11)中, 由引理 4 可得:

$$\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j \hat{\Phi}_{\sigma(k)ij}^T \mathbf{P}_p \hat{\Phi}_{\sigma(k)ij} - (1 + \lambda_p) \mathbf{P}_p < 0 \quad (17)$$

对式(12)和式(17)运用 Schur 补引理得:

$$\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j \begin{bmatrix} -(1 + \lambda_p) \mathbf{P}_p & * \\ \hat{\Phi}_{\sigma(k)ij} & -\mathbf{P}_p^{-1} \end{bmatrix} < 0, \quad \forall p \in \Omega \quad (18)$$

$$\begin{bmatrix} -\mu_p \mathbf{P}_q & * \\ \mathbf{I} & \mathbf{P}_p^{-1} \end{bmatrix} < 0, \quad \forall p \neq q \in \Omega \quad (19)$$

令 $\mathbf{X}_p = \mathbf{P}_p^{-1}$, $\mathbf{X}_q = \mathbf{P}_q^{-1}$, $p, q \in \Omega$, 在式(18)左右两边分别乘以矩阵 $\text{diag}(\mathbf{X}_p, \mathbf{I})$, 在式(19)左右两边分别乘以矩阵 $\text{diag}(\mathbf{X}_q, \mathbf{I})$, 不等式(18)和式(19)等价为

$$\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j \begin{bmatrix} -(1 + \lambda_p) \mathbf{X}_p & * \\ \hat{\Phi}_{pi} \mathbf{X}_p & -\mathbf{X}_p \end{bmatrix} < 0, \quad \forall p \in \Omega \quad (20)$$

$$\begin{bmatrix} -\mu_p \mathbf{X}_q & * \\ \mathbf{X}_q & -\mathbf{X}_p \end{bmatrix} < 0, \quad \forall p \neq q \in \Omega \quad (21)$$

因此, 由不等式(21)可得不等式(16)。

当 $p = 1$ 时, 系统发生丢包, 由系统模型式(9)可知, $\hat{\Phi}_{pi} = \hat{\Phi}_{pi}$, 不等式(20)可以简化为

$$\sum_{i=1}^r h_i \begin{bmatrix} -(1 + \lambda_p) \mathbf{X}_p & * \\ \hat{\Phi}_{pi} & -\mathbf{X}_p \end{bmatrix} < 0, \quad p = 1 \quad (22)$$

因此, 当式(15)成立时, 式(22)成立。

当 $p = 0$, 系统不发生丢包, 系统中存在的随机时变时延用参数不确定性的形式表现, 由式(20)可得:

$$\left. \begin{aligned} & \begin{bmatrix} -(1 + \lambda_0) \mathbf{X}_0 & * \\ \tilde{\Phi}_{0i} \mathbf{X}_0 + \tilde{\Gamma}_{0i} \mathbf{Y}_{0j} & -\mathbf{X}_0 \end{bmatrix} \\ & \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j \left[+ \begin{bmatrix} 0 \\ \tilde{\mathbf{D}}_i \end{bmatrix} \mathbf{F}_i(\tau_k') [\tilde{\mathbf{E}}_i \mathbf{X}_0 + \mathbf{E}_i \mathbf{Y}_{0j} \ 0] \right. \\ & \quad \left. + [\tilde{\mathbf{E}}_i \mathbf{X}_0 + \mathbf{E}_i \mathbf{Y}_{0j} \ 0]^T \mathbf{F}_i^T(\tau_k') \begin{bmatrix} 0 \\ \tilde{\mathbf{D}}_i \end{bmatrix}^T \right] \end{aligned} \right\} < 0 \quad (23)$$

其中, $\mathbf{Y}_{0j} = \mathbf{K}_j \mathbf{X}_0$ 。

由上述可知, $\mathbf{F}_i^T(\tau_k') \mathbf{F}_i(\tau_k') < \mathbf{I}$, 根据引理 3, 不等式(23)等价为

$$\left. \begin{aligned} & \begin{bmatrix} -(1 + \lambda_0) \mathbf{X}_0 & * \\ \tilde{\Phi}_{0i} \mathbf{X}_0 + \tilde{\Gamma}_{0i} \mathbf{Y}_{0j} & -\mathbf{X}_0 \end{bmatrix} \\ & \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j \left[+ \varepsilon_i \begin{bmatrix} 0 \\ \tilde{\mathbf{D}}_i \end{bmatrix} [0 \ \tilde{\mathbf{D}}_i^T] \right. \\ & \quad \left. + \varepsilon_i^{-1} \left[(\tilde{\mathbf{E}}_i \mathbf{X}_0 + \mathbf{E}_i \mathbf{Y}_{0j})^T \right] [\tilde{\mathbf{E}}_i \mathbf{X}_0 + \mathbf{E}_i \mathbf{Y}_{0j}] \right] \end{aligned} \right\} < 0 \quad (24)$$

运用 Schur 补引理, 不等式(22)可以等效为

$$\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j \begin{bmatrix} -(1 + \lambda_0)X_0 & * & * \\ \tilde{\Phi}_0 X_0 + \tilde{\Gamma}_0 Y_{0j} & \varepsilon_i \tilde{D}_i \tilde{D}_i^T - X_0 & * \\ \tilde{E}_i X_0 + E_i Y_{0j} & 0 & -\varepsilon_i I \end{bmatrix} < 0 \quad (25)$$

因此, 当式(14)成立时, 式(25)成立。证毕。

同样地, 当考虑线性被控对象时, 在定理 2 的基础上, 有如下推论。

推论 1 考虑离散线性切换系统模型 $z(k+1) = \hat{\Phi}_{\sigma(k)} z(k)$, $\sigma(k) \in \Omega$, 对于给定的常数 $\mu_0 > 1$ 、 $0 < \mu_1 < 1$, $-1 < \lambda_0 < 0$ 、 $0 < \lambda_1 < 1$, 若存在对称正定矩阵 X_p , $p \in \Omega$, 矩阵 Y_0 以及标量 $\varepsilon > 0$, 使得如下线性矩阵不等式(LMIs)成立。

$$\begin{bmatrix} -(1 + \lambda_0)X_0 & * & * \\ \tilde{\Phi}_0 X_0 + \tilde{\Gamma}_0 Y_0 & \varepsilon \tilde{D} \tilde{D}^T - X_0 & * \\ \tilde{E}_0 X_0 + E Y_0 & 0 & -\varepsilon I \end{bmatrix}, p = 0 \quad (26)$$

$$\begin{bmatrix} -(1 + \lambda_p)X_p & * \\ \hat{\Phi}_p X_p & -X_p \end{bmatrix} < 0, p = 1 \quad (27)$$

$$\begin{bmatrix} -\mu_p X_q & * \\ X_q & -X_p \end{bmatrix} < 0, \forall p \neq q \in \Omega \quad (28)$$

且当切换信号满足 MDADT 式(10)时, 该离散线性切换系统是全局一致指数稳定的, 控制器增益参数 $\mathbf{K} = Y_0 X_0^{-1}$ 。

证明 推论 1 证明过程与定理 2 类似, 在此不作说明。

由定理 1 和定理 2 可知, 如果切换系统的 MDADT 满足式(10), 则可以对模糊切换系统式(9)的指数稳定性进行分析及控制器的求解。值得注意的是, 系统的丢包率越大, 越难得到满足系统状态指数稳定的控制器。

传统的 ADT 方法是让所有子系统共用同一个 ADT, 而 MDADT 方法是让每个子系统都拥有单独的 ADT, 相比较而言, MDADT 方法在稳定性分析上具有更小的保守性。同时快切换和慢切换相结合的 MDADT 方法更是对慢切换 MDADT 方法的一种补充。

4 数值仿真

考虑带有随机时延和随机丢包的非线性倒立摆系统, 倒立摆的动力学模型描述如下:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = \frac{g \sin x_1(t) - a m l x_2^2(t) \sin 2x_1(t)/2 - a \cos x_1(t) v(t)}{4l/3 - a m l \cos^2 x_1(t)} \end{cases} \quad (29)$$

其中, $x_1(t) \in (-\pi/2, \pi/2)$ 表示摆杆相对于处置向上位置的角度; $x_2(t)$ 表示摆杆角速度; $v(t)$ 表示系统控制输入。 $g = 9.8 \text{ m}^2/\text{s}$ 为重力加速度; $M = 8.0 \text{ kg}$ 为小车的质量; $m = 2.0 \text{ kg}$ 为摆杆的质量; $2l = 1.0 \text{ m}$ 为摆杆的长度, 并且有 $a = 1/(m+M)$ 。令状态向量 $\mathbf{x}(t) = [x_1(t) \ x_2(t)]^T$ 。

分别使用 T-S 模糊模型以及线性化后的模型表示上述倒立摆的分线性动力学模型, 然后分别根据相应的模型以及本文所提出的方法设计模糊状态反馈控制器以及线性控制器, 比较两者控制器的控制效果。

4.1 T-S 模糊模型

当 $x_1(t)$ 在平衡 0 点附近时, 有 $\sin(\alpha) \approx \alpha$ 和 $\cos(\alpha) \approx 1$ 。值得注意的是, 当 $x_1(t) = \pm \pi/2$ 时, 系统是不可控的。因此, 当 $x_1(t)$ 在 $\pm \pi/2$ 附近时, 有 $\sin(x_1(t)) \approx \pm 1$ 和 $\cos(x_1(t)) \approx \cos(\pm 88^\circ)$ 。由式(2)可知, 倒立摆的动力学模型式(29)可以被表示为 T-S 模糊模型, 其模糊规则如下:

规则 1 IF $x_1(t)$ is about 0, THEN $\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_1 \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_1 \mathbf{v}(t)$, $\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 17.2941 & 0 \end{bmatrix}$, $\mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.1765 \end{bmatrix}$ 。

规则 2 IF $x_1(t)$ is about $\pm \pi/2$ ($|\alpha| < \pi/2$), THEN $\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_2 \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_2 \mathbf{v}(t)$, $\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 9.36 & 0 \end{bmatrix}$, $\mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.0052 \end{bmatrix}$ 。

规则 1 和规则 2 的隶属度函数选择为

$$h_1(x_1(t)) = \begin{cases} -\frac{2}{\pi}x_1(t) + 1, & 0 < x_1(t) \leq \frac{\pi}{2} \\ \frac{2}{\pi}x_1(t) + 1, & -\frac{\pi}{2} \leq x_1(t) \leq 0 \end{cases} \text{ 和}$$

$h_2(x_1(t)) = 1 - h_1(x_1(t))$ 。则由式(3)可知, 式(29)可以被表示为一个 T-S 模糊模型。

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^2 h_i(x_1(t)) [A_i x(t) + B_i v(t)] \quad (30)$$

4.2 线性化模型

当 $x_1(t)$ 在平衡 0 点附近时, 有 $\sin(\alpha) \approx \alpha$ 和 $\cos(\alpha) \approx 1$ 。则式(29)在 0 点附近线性化为

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bv(t) \quad (31)$$

$$\text{其中, } A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 17.2941 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.1765 \end{bmatrix}.$$

选择传感器的采样周期为 $T = 0.04$ s, 选择其他满足上述条件的参数为 $\sigma_1 = \sigma_2 = 0.080$, $\mu_0 = 1.850$, $\mu_1 = 0.550$, $\lambda_0 = -0.116$, $\lambda_1 = 0.700$ 。由式(10)可得 $\tau_{a0}^* = 4.9894$, $\tau_{a1}^* = 1.1267$ 。对于上述的 T-S 模糊模型式(30), 通过定理 2 求解 LMIs 式(14) ~ (16), 可得: $K_1 = [114.356 \ 25.864 \ 0.064]$, $K_2 = [182.977 \ 46.632 \ -0.079]$ 。

对于上述的线性化的模型式(31), 通过推论 1 求解 LMIs 式(26) ~ (28), 可得: $K = [69.3696 \ 16.6809 \ 0.5031]$ 。

假设系统中的随机时延满足 $\tau_k = \tau_k^{sc} + \tau_k^{ca} \in (0, 0.04)$ s, 数据包的传输时间序列如图 3。则系统发生丢包和未丢包相应子系统的 MDADT 为 $\tau_{a0} = 5.0487 > \tau_{a0}^*$ 和 $\tau_{a1} = 1.0750 < \tau_{a1}^*$, 满足引理 1 的要求。当摆杆的初始状态 $x_1(0)$ 为不同值时, 模糊控制器的实验结果如图 4, 线性控制器的实验结构如图 5。

如图 4 可知, 当摆杆的初始状态满足 $x_1(0) \in [-55^\circ, 55^\circ]$ 时, 模糊控制器可以使倒立摆平衡, 当摆杆的初始状态 $|x_1(0)| > 55^\circ$ 时, 系统状态发散。如图 5 可知, 当摆杆的初始状态满足 $x_1(0) \in [-45^\circ, 45^\circ]$ 时, 模糊控制器可以使倒立摆平衡, 当摆杆的初始状态 $|x_1(0)| > 45^\circ$ 时, 系统状态发散。因此, 对于带有随机时延和丢包 NNCS 稳定性分析, 仿真结果证明了所提方法的有效性, 并且通过对比实验证明了根据 T-S 模糊模型所设计的模糊控

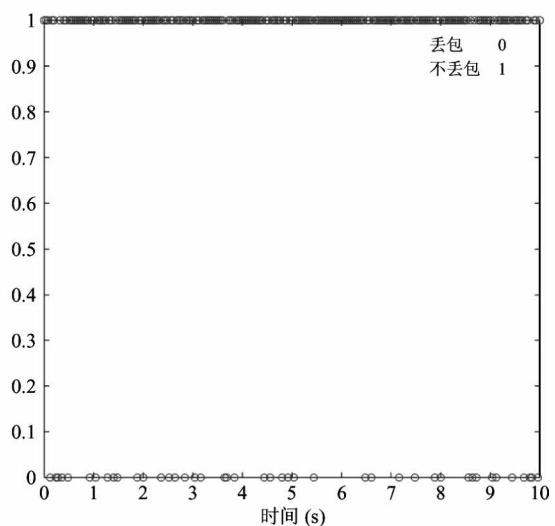


图 3 采样周期 $T = 0.04$ s, 丢包率 17.20% 的数据包传输时序图

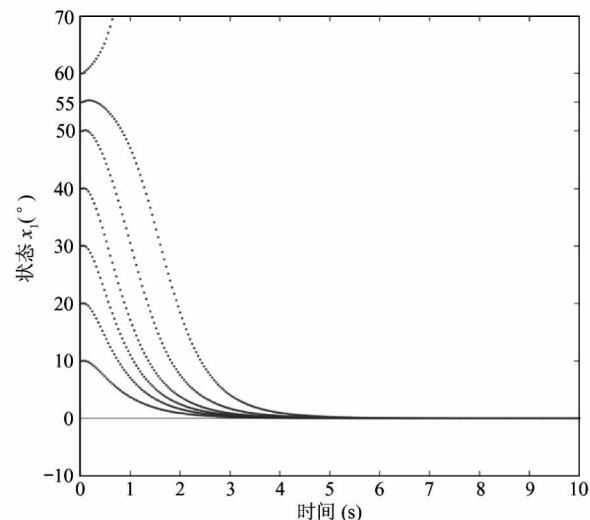


图 4 模糊控制器仿真实验结果

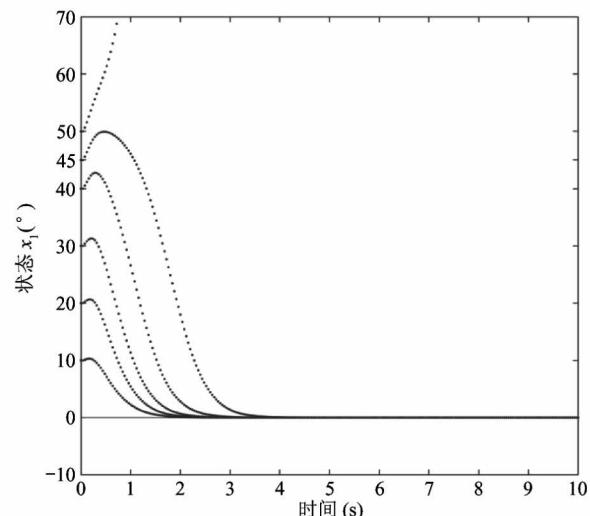


图 5 线性控制器仿真实验结果

制器比根据模型线性化方法所设计的线性控制器具有更大的稳定范围。

5 结 论

本文使用 T-S 模糊模型、参数不确定性方法以及切换系统方法将带有双边随机时延和丢包的 NNCS 建模为参数不确定性的离散模糊切换系统，使用慢切换和快切换相结合的 MDADT 方法给出了该切换系统状态指数稳定性条件，并求解相应的 LMIs 得到模糊控制参数，根据 T-S 模糊模型所设计的模糊控制器比根据模型线性化方法所设计的线性控制器具有更好的控制效果。

参 考 文 献

- [1] Zhang X, Han Q, Yu X. Survey on recent advances in networked control systems [J]. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2017, 12(5) :1740-1752
- [2] 刘义才, 刘斌, 石安伟. 区间化随机时延的网络控制系统建模与控制 [J]. 系统仿真学报, 2018, 30(2) : 654-663
- [3] Yong Z, Fang H. Stabilization of nonlinear networked systems with sensor random packet dropout and time-varying delay [J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2011, 35(5) :2253-2264
- [4] 姚合军, 袁野, 乔玥. 一类具有时延和丢包的网络系统的 $H\infty$ 均方指数稳定控制 [J]. 河北师范大学学报: 自然科学版, 2017(4) :18-24
- [5] Liu B, Liu Y, Li W, et al. Modeling and control of networked control systems with random network-induced delay and packet-dropout [C] // Proceedings of the 12th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications (ICIEA), Siem Reap, Cambodia, 2017:786-791
- [6] Tanaka K, Wang H O. Fuzzy Control Systems Design and Analysis: A Linear Matrix Inequality Approach [M]. New York: John Wiley & Sons, 2002:23-31
- [7] Hu S, Zhang Y, Yin X, et al. T-S fuzzy-model-based robust stabilization for a class of nonlinear discrete-time networked control systems [J]. *Nonlinear Analysis: Hybrid Systems*, 2013, 8: 69-82
- [8] Marouf S, Mahboobi E R, Akbari A, et al. T-S fuzzy controller design for stabilization of nonlinear networked control systems [J]. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 2016, 50:135-141
- [9] Zhang H, Fang H, Ren X. Stability analysis of networked control system based on quasi T-S fuzzy model [J]. *International Journal of Modelling Identification and Control*, 2012, 16(1) :41-49
- [10] Han F, Feng G, Wang Y, et al. A novel dropout compensation scheme for control of networked T-S fuzzy dynamic systems [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2014, 235: 44-61
- [11] Lin Q, Chen S, Chai Q. Dissipative fuzzy control of nonlinear networked control systems with multiple packet dropout [C] // Australian and New Zealand Control Conference (ANZCC), Gold Coast, Australia, 2017:41-46
- [12] Li H, Wu C, Shi P, et al. Control of nonlinear networked systems with packet dropouts: interval type-2 fuzzy model-based approach [J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2014, 45(11) :2378-2389
- [13] Zhang W A, Yu L. Modelling and control of networked control systems with both network-induced delay and packet-dropout [J]. *Automatica*, 2008, 44(12) :3206-3210
- [14] Wang M, Qiu J, Chadli M, et al. A switched system approach to exponential stabilization of sampled-data T-S fuzzy systems with packet dropouts [J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2015, 46(12) :1-12
- [15] Zhang H, Xie D, Zhang H, et al. Stability analysis for discrete-time switched systems with unstable subsystems by a mode-dependent average dwell time approach [J]. *ISA Transactions*, 2014, 53(4) :1081-1086
- [16] Liu L, Yin Y, Wang J, et al. Stability analysis of discrete-time switched nonlinear systems via T-S fuzzy model approach [J]. *Neurocomputing*, 2016, 173 (P3) :1967-1971
- [17] 刘义才, 刘斌. 具有时延和丢包的网络化切换系统控制研究 [J]. 控制工程, 2018, 25(8) :1482-1489
- [18] Xue M Q, Tang Y, Wu L G, et al. Switching stabilization for Type-2 fuzzy systems with network-induced packet losses [J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2019, 49(7) : 2591-2604
- [19] Wang J, Yang H. Exponential stability of a class of networked control systems with time delays and packet dropouts [J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2012,

218(17):8887-8894

化的控制器设计方法[J]. 杭州电子科技大学学报,

[20] 关瑞玲, 姜偕富, 李艳红, 等. T-S 模糊控制系统离散

2013, 33(3):49-52

Switching stabilization for nonlinear networked control systems with delays and packet losses

Zhang Qi*, Liu Bin**

(* Engineering Research Center for Metallurgical Automation and Measurement Technology of Ministry of Education,
Wuhan University of Science and Technology, Wuhan 430081)

(** Hubei Province Key Laboratory of Systems Science in Metallurgical Process, Wuhan 430081)

Abstract

Aiming at nonlinear networked control system (NNCS) with bilateral network-induced random delay and packet dropout, this paper studies the stabilization of the system by using model-dependent average dwell time (MDADT). Takagi-Sugeno (T-S) fuzzy model is employed to represent the nonlinear controlled plant. The switched system approach is utilized to treat the packet dropouts and the random delays in the system are described as uncertain parameters. Based on these methods, the networked control system is modeled as a discrete-time fuzzy switched system model with uncertain parameters. Furthermore, the exponential stability condition for the state of the fuzzy switched system is obtained by using the combination of slow switching MDADT method and fast switching MDADT method. Finally, a series of nonlinear invert pendulum simulation experiments illustrate the effectiveness of the proposed method and prove that the proposed fuzzy controller based on T-S fuzzy model can stabilize the system in a greater state range than the linear controller based on linearization.

Key words: nonlinear networked control system (NNCS), T-S fuzzy model, switched system, mode-dependent average dwell time (MDADT)