

通过复数几何光学对一种天线面型诊断方法的改进^①

姚 强^② 金惠良^③ 叶 骞

(上海交通大学机械与动力工程学院 上海 200240)

摘 要 通过天线所辐射的电场幅值来求解天线面形变是一种新的天线面型诊断方法,但是由于该方法基于实数几何光学(RGO),忽略了高斯馈源的影响,从而导致了一定的误差。本文通过复数几何光学(CGO)对高斯馈源所发射的电磁波的复数相位进行了研究,推导得出了较准确的天线面形变和天线辐射场幅值之间的关系表达式。在此基础上,提出了一种迭代算法来求解天线面形变,仿真结果表明该方法可以有效提高天线面形变的求解精度。

关键词 实数几何光学(RGO);复数几何光学(CGO);反射天线;高斯馈源;表面形变

0 引 言

抛物面型反射天线作为一种重要的通信设备广泛应用于卫星通讯、微波通讯等领域。反射天线表面通常是由一片片铝板拼接而成,铝板后面由一些支撑结构固定。由于天气、温度以及自身重力等原因,支撑结构和铝板表面会产生一定的变形,该变形会极大地影响天线的增益、效率、主瓣宽度和旁瓣结构^[1]。对此可以在天线面板的支撑结构上加装主动调节系统来弥补天线表面误差,但前提是要精确地知道天线表面的形变。目前的研究主要是通过天线辐射的电磁场的相位来求解变形的。Rahmat^[2]推导了天线近场电磁波的相位与天线表面变形的关系,并且得到了广泛应用。Huang 等人^[3]提出了一种新的相位方法。相位方法有一个共同缺点,如果变形所产生的相位误差在 $[0, 2\pi]$ 内,那么相位方法可以求出变形,但如果变形产生的误差超过这个范围,那么求解的变形就会有多解,这时需要设计额外的算法来判断哪一个求解结果才是实际的情况。因为相位方法的上述缺陷,Huang 等人^[4]从天线辐

射场的幅值入手,推导得出了一种新的测量天线面型的方法。该方法通过实数几何光学(real geometrical optics, RGO)推导出近场幅值与天线变形之间的函数关系,即所谓的变形幅值比方程,并据此求解出了天线变形。但是其仿真结果显示该方法仍具有一定误差,其原因是在 RGO 中,馈源被当作点光源处理,而文献[4]在仿真中采用的是高斯馈源模型,不能将其简单地认为是实数空间中的点光源。对于高斯馈源的处理,应该将讨论的范围延拓到复数空间,通过复数几何光学(complex geometrical optics, CGO)对其辐射的电磁场进行分析。本文通过分析发现,馈源所辐射的电磁场相位的虚部会对变形幅值比方程产生影响,这部分影响是幅值方法误差的主要来源。本文通过射线追踪(ray trace, RT)弥补了这一部分误差,并得出了改进的变形幅值比方程。然而由于天线变形未知,无法正向求解该方程,为了解决此问题,本文提出了一种迭代算法,通过该算法可以逐步逼近理论变形,仿真结果显示该迭代算法的求解结果较文献[4]的仿真结果在精度上有了一定的提高。

本文结构如下,第 1 节简要回顾文献[4]中的

① 国家自然科学基金(U1931137)资助项目。
② 男,1996 年生,硕士;研究方向:机电控制;E-mail: 535766715@qq.com
③ 通信作者,E-mail: hljin@sjtu.edu.cn
(收稿日期:2020-03-05)

幅值方法,并指出其主要误差来源;第2节通过CGO理论消除误差,并提出改进的变形幅值比方程;第3节提出了一种求解改进的方程的迭代算法;第4节通过仿真来验证该算法的有效性;第5节是结论。

1 变形幅值比方程

1.1 RGO 介绍

为方便对变形幅值比方程以及CGO的讨论,本节先简单介绍RGO, Deschamps 和 Lee 等人^[5,6]对RGO有详细介绍。以下讨论均仅限于时谐场,并且省略 $e^{j\omega t}$ 项,其中 ω 为时间频率。

RGO中,电磁波能量通过射线来传播。在图1中,设 O 为馈源,其坐标为 (x_0, y_0, z_0) ,坐标的下标 O 代表馈源为 O 点的坐标,后面都用这种方式来表示点的坐标。 O 点发出的电磁波被完纯导体表面反射后经过 P 。求解 P 的电场,可以总结为以下3步。

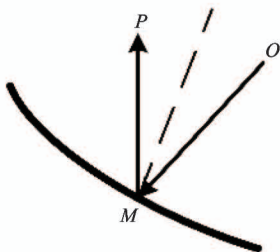


图1 电磁波反射

(1) 通过RT找到反射点 M 。RT满足费马定理:

$$\frac{\partial L}{\partial x} = \frac{\partial L}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

其中, L 为光程,在各向同性介质中有:

$$L = d_{OM} + d_{PM} \quad (2)$$

其中, d 带下标表示某一线段的欧式距离,以 OM 为例,有:

$$d_{OM} = \sqrt{(x_M - x_O)^2 + (y_M - y_O)^2 + (z_M - z_O)^2} \quad (3)$$

对于凹曲面,与式(1)有等价的条件, M 点应使得下式成立。

$$L(M) = \min L \quad (4)$$

(2) P 的电场幅值可按式计算^[7]:

$$|E(P)| = |E(M)| D(M) \quad (5)$$

其中, $|E(M)|$ 为馈源在 M 点处的电场幅值, $D(M)$ 是电磁波被曲面反射而产生的扩散系数,其公式为^[8]

$$D(M) = \sqrt{\frac{R_1}{(R_1 + d_{PM})} \frac{R_2}{(R_2 + d_{PM})}} \quad (6)$$

式中, R_1 和 R_2 为反射波前在 M 处的主曲率半径。

(3) 若 O 点为相位中心,则 P 的相位延迟等于光程,即:

$$\phi(P) = d_{OM} + d_{MP} \quad (7)$$

P 点的最终电场表达式由幅值和相位组成:

$$E(P) = |E(P)| e^{-jk\phi(P)} \quad (8)$$

其中, k 为波数, $j^2 = -1$ 。

1.2 变形幅值比方程推导

在RGO的基础上,下面简要列出推导变形幅值比方程过程中的主要结果,并在此基础上指出其主要误差来源,具体的推导过程参见文献[4]。

为方便讨论,设定图2所示的坐标系。文献[4]的理论需要先通过仿真得出未变形天线在某个近场的辐射场,然后通过测量得出实际天线在该近场下的辐射场,图中的抛物线代表理想天线,波浪线代表实际天线。在理想抛物面天线底部建立全局坐标系 XYZ 。 O 点为馈源,设其位于天线焦点,坐标为 $(0, 0, F)$, F 为焦距。 P 为近场上的点,在理想天线上, P 对应的反射点为 M ,在变形天线面上对应的反射点为 M^* , M 在变形天线面上的 z 方向投影为 M^{**} 。线段 OM 和 OM^* 与竖直方向夹角分别为 θ 和 θ^* 。

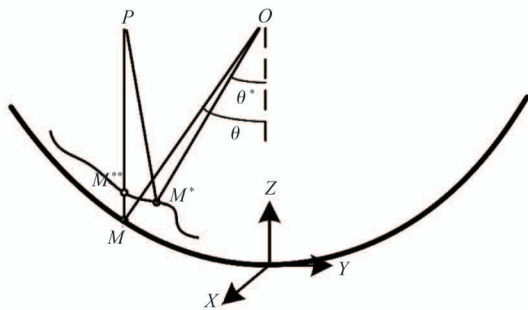


图2 坐标系

理想天线面在该坐标系下的表达式为

$$z = \frac{x^2 + y^2}{4F} \tag{9}$$

设实际天线的变形为 δ , 其 z 轴坐标为 z^* , 则实际天线的表达式为

$$z^* = z + \delta \tag{10}$$

记馈源经过理想天线面反射后的反射场为 E , 经过实际天线面反射后的反射场为 E^* , 为了得到变形幅值比方程, 需要知道 $E(P)$ 和 $E^*(P)$, 求解过程按 RGO 的三步来求解。由抛物面性质可知 M 位于 P 正下方, 其坐标为 $(x_P, y_P, z(x_P, y_P))$; 接着求幅值, 在 RGO 中馈源发射球面波, 此时:

$$E(M) = \frac{E_o}{d_{OM}} e^{jk d_{OM}} \tag{11}$$

E_o 是馈源处电场幅值。由于 O 位于焦点, 球面波经反射后成为平面波, 此时反射波前主曲率半径均为无穷, 从而 $D(M) = 1$ 。再根据 P 的相位延迟等于光程, 可得:

$$E(P) = \frac{|E_o|}{d_{OM}} e^{-jk(d_{OM} + d_{MP})} \tag{12}$$

经过同样的步骤, 可得:

$$E^*(P) = \frac{|E_o|}{d_{OM^*}} D(M^*) e^{-jk(d_{OM^*} + d_{M^*P})} \tag{13}$$

文献[4]中推导了 $D(M^*)$:

$$D(M^*) \approx \frac{1}{\sqrt{1 + G \nabla^2 \delta + [(U + G_x)\delta_x + (V + G_y)\delta_y] + (U_x + V_y)\delta}} \tag{14}$$

式中, ∇^2 表示拉普拉斯算子, 式中的下标 x 或 y 表示对 x 或 y 方向求偏导, 后续推导中也采用同样的记号。式(14)中之所以是约等号, 是因为文献中并没有求解 M^* 的位置, 而是认为:

$$M^* \approx M^{**} \tag{15}$$

由于天线变形较小, 所以式(15)是成立的, 这也使得文献中的理论可以避开 RT 步骤, 但是这会对后面的结果产生误差。式(14)中的 G 、 U 、 V 表达式如下。

$$\begin{aligned} G &= 2F \frac{x^2 + y^2 - 4Fh}{x^2 + y^2 + 4F^2} \\ U &= \frac{-4Fx(x^2 + y^2 - 4Fh)}{(x^2 + y^2 + 4F^2)^2} \\ V &= \frac{-4Fy(x^2 + y^2 - 4Fh)}{(x^2 + y^2 + 4F^2)^2} \end{aligned} \tag{16}$$

再将式(12)和式(13)相结合可以计算电场的幅值平方比:

$$\left(\frac{|E(P)|}{|E^*(P)|} \right)^2 \approx \left(\frac{d_{OM}}{d_{OM^*}} \right)^2 \frac{1}{(D(M^*))^2} |e^{-2jk(d_{OM} + d_{MP} - d_{OM^*} - d_{M^*P})}| \tag{17}$$

在 RGO 中, 显然:

$$|e^{-2jk(d_{OM} + d_{MP} - d_{OM^*} - d_{M^*P})}| = 1 \tag{18}$$

由于变形很小, 从而有:

$$\left(\frac{d_{OM}}{d_{OM^*}} \right)^2 \approx 1 \tag{19}$$

将式(18)和式(19)带入式(17)可得变形幅值比方程:

$$\begin{aligned} \left(\frac{|E(P)|}{|E^*(P)|} \right)^2 &\approx 1 + G \nabla^2 \delta + [(U + G_x)\delta_x \\ &\quad + (V + G_y)\delta_y] + (U_x + V_y)\delta \end{aligned} \tag{20}$$

通过求解式(20)这个微分方程便可得到实际天线的变形, 式中 $E(P)$ 涉及到理想天线, 需要通过仿真得到, 只有 $E^*(P)$ 需要实际测量, 这样只需测量一次近场幅值便可以求出变形。

1.3 误差来源

文献[4]在仿真求解变形幅值比方程时采用了高斯馈源, 然而高斯馈源不能通过 RGO 去分析, 因为高斯馈源被当作是一种置于复空间下的点源^[9], 此时的讨论范围已经拓展到了复空间。若图 2 中的 O 处为高斯馈源, 那么 O 的坐标会有虚部, 为方便讨论, 这里仅仅将 z 分量添加上虚部, 此时 O 坐标为 $(0, 0, F + jb)$, b 可由高斯馈源的边缘照射(edge irradiate, EI)来确定。设馈源发出的射线与竖直方向夹角为 θ_0 时照射到天线面边缘, 此时 EI 为 A dB, 那么 b 为:

$$b = \frac{-A}{20k(1 - \cos\theta_0)\log_{10}e} \tag{21}$$

当讨论范围延拓到复空间后, 需要用 CGO 来对馈源辐射规律进行分析, 此时式(12)和式(13)中各项均为复数, 特别地, 所有的相位延迟均变成了复数。为了更好地区分, 这里将复数变量上方加上一横, 此时式(18)变成:

$$| e^{-2jk(\overline{d_{OM}+d_{MP}-d_{OM^*}-d_{M^*P}})} | = e^{2k\phi_{im}} > 1 \quad (22)$$

式中 ϕ_{im} 表示 $\overline{d_{OM}+d_{MP}-d_{OM^*}-d_{M^*P}}$ 的虚部, $\overline{d_{OM}}$ 仍然通过式(3)计算,只不过此时所有变量都是复数。由于馈源坐标的虚部 b 较小,所以式(19)和式(14)仍然成立,但是式(22)中波数 k 较大,从而式(22)的影响不能忽略,式(22)的存在使得式(20)不再成立,这里便是文献[4]理论的主要误差。

下一节通过 CGO 理论提出改进的变形幅值比方程,从而修补了这一项误差。

2 改进的变形幅值比方程

CGO 求解电场的步骤与 RGO 一样,只不过此时式(1)~式(8)中各式中的变量都是复数。特别地,在第一步 RT 中寻找反射点时需要将反射面延拓到复空间下,然后用复空间下的费马定理^[9]:

$$\frac{\partial \bar{L}}{\partial \bar{x}} = \frac{\partial \bar{L}}{\partial \bar{y}} = 0 \quad (23)$$

来确定反射点。

与 1.2 节中一样,通过 CGO 来推导变形幅值比方程时同样需要知道 $E(P)$ 和 $E^*(P)$ 。求解的第一步也是需要通过 RT 来求反射点,只不过这里将讨论范围延拓到复空间,所以需要将天线的反射表面也延拓到复空间下进行讨论^[10]。对于理想抛物面天线,可以很容易地将其延拓到复空间,其复空间下的表达式为^[10]

$$\bar{x}^2 + \bar{y}^2 - 4F\bar{z} = 0 \quad (24)$$

记 $\bar{x} = x_{re} + jx_{im}$, $\bar{y} = y_{re} + jy_{im}$, $\bar{z} = z_{re} + jz_{im}$, 将式(24)展开成实部和虚部 2 部分:

$$x_{re}^2 - x_{im}^2 + y_{re}^2 - y_{im}^2 - 4Fz_{re} = 0 \quad (25)$$

$$2x_{re}x_{im} + 2y_{re}y_{im} - 4Fz_{im} = 0$$

若给定 x_{re} 、 x_{im} 、 y_{re} 、 y_{im} , 那么 z_{re} 、 z_{im} 可以由式(25)给出,这样原本二维的曲面,经过解析延拓之后就变成了四维,这给反射点的求解带来了很大麻烦;另一方面,对于实际天线,由于变形未知,所以如果想要将其延拓到复空间下,首先需要知道一个近似准确的变形,可以通过文献[4]的方法求解出一个近似变形。但是正如 1.3 节指出的那样,这个求解出的变形存在误差,由于文献中的求解结果是以离散点的形式给出的,所以进行复空间延拓之前,

需要通过伪样条曲线在离散点之间进行插值,之后才可以将变形的表面延拓到复空间^[11],通过这种方式进行复空间延拓同样十分麻烦。

基于以上困难的考虑,多数研究者都对 CGO 理论做了一些近似。文献[7]中提出了实数近似(real approximation, RA)的方法,RA 先通过 RGO 来求得反射点坐标,并得出目标点 P 的电场,然后再对所求结果进行一些复数化修正。仿照这样的处理,这里先通过 RGO 求得反射点,然后再将馈源置于复空间下的坐标 $(0, 0, F + jb)$ 处。由第 1 节可知,文献[4]的理论通过式(15)避开了 RT,但是由于式(22)中 k 很大,从而式(15)中的近似会带来较大误差。为此,需要准确求解反射点 M 和 M^* 的位置。

M 点的位置在第 1 节已经说明, M^* 的位置可以由式(4)求得,这等效于一个最优化问题。由于变形较小,所以 M^* 处于 M^{**} 附近,故可尝试以 M^{**} 为起点去搜寻 M^* 的位置,在 M^{**} 点附近的天线面可以近似成一个理想抛物面^[12]。该抛物面表达式可以由泰勒展开得到:

$$w = z^* + z_x^* u + z_y^* v + \frac{1}{2} z_{xx}^* u^2 + z_{xy}^* uv + \frac{1}{2} z_{yy}^* v^2 \quad (26)$$

式中, $u = (x - x_p)$, $v = (y - y_p)$ 。在该抛物面上搜寻反射点可以在不缺失精度的情况下简化求解过程,求解反射点等价于一个最优化问题:

$$\begin{aligned} \min L &= \sqrt{(x_p + u)^2 + (y_p + v)^2 + (w - F)^2} \\ &\quad + \sqrt{u^2 + v^2 + (w - h)^2} \\ \text{s. t. } w &= z^* + z_x^* u + z_y^* v + \frac{1}{2} z_{xx}^* u^2 + z_{xy}^* uv + \frac{1}{2} z_{yy}^* v^2 \end{aligned} \quad (27)$$

式(27)即为式(26)的具体表达式。这里采用最速下降法进行求解,以 M^{**} 为起始点,此时 $(u, v) = (0, 0)$,在该处 L 对 u 的偏导为

$$L_u(0, 0) = \frac{x_p + (z^* - F)z_x^*}{\sqrt{x_p^2 + y_p^2 + (z^* - F)^2}} - z_x^* \quad (28)$$

将式(10)与式(9)带入上式进行化简:

$$\begin{aligned} L_u(0, 0) &= \frac{x_p + (z + \delta - F)(z_x + \delta_x)}{\sqrt{x_p^2 + y_p^2 + (z + \delta - F)^2}} - (z_x + \delta_x) \\ &\approx \frac{x_p + (z + \delta - F)(z_x + \delta_x)}{\sqrt{x_p^2 + y_p^2 + (z - F)^2}} - (z_x + \delta_x) \end{aligned}$$

$$= \frac{\frac{x_P}{2F}\delta + \delta\delta_x - 2F\delta_x}{F + \frac{x_P^2 + y_P^2}{4F}} \approx \frac{-2F\delta_x}{F + \frac{x_P^2 + y_P^2}{4F}} \quad (29)$$

式(29)中第 1 个约等式成立是因为天线变形较小^[4],第 2 个约等式成立的原因同样也是由于天线变形小,这样 $\delta\delta_x$ 和 $\frac{x_P}{2F}\delta$ 与 $2F\delta_x$ 相比就小很多,可以忽略。

经过相同步骤可以得到该处 L 对 v 的偏导为

$$L_v(0, 0) \approx \frac{-2F\delta_y}{F + \frac{x_P^2 + y_P^2}{4F}} \quad (30)$$

根据式(28)和式(30)可以得到最速下降方向:

$$\mathbf{d} = [2F\delta_x \quad 2F\delta_y]^T \quad (31)$$

在该方向上可以对目标函数 L 进行一维搜索,但是首先需要确定最优解所在的范围,该范围可按以下步骤寻找。

步骤 1 初始化 $i = 0$

步骤 2 $\alpha_i = i, \beta_i = i + 1$ 。

步骤 3 如果 $L(\alpha_i \mathbf{d}) < L(\beta_i \mathbf{d})$, 则转到步骤 5; 否则继续步骤 4。

步骤 4 $i++$, 转到步骤 2。

步骤 5 输出范围 $[0, \beta_i] \mathbf{d}$ 。

可以确定 L 的最小值一定在 $[0, \beta_i] \mathbf{d}$ 范围里面,因为到步骤 5 时一定是因为某个 i 使得 $L(\alpha_i \mathbf{d}) < L(\beta_i \mathbf{d})$ 。由微分中值定理可知 $[\alpha_i, \beta_i] \mathbf{d}$ 范围内有 σ_1 使得 $\left. \frac{\partial L}{\partial \mathbf{d}} \right|_{(u, v) = \sigma_1 \mathbf{d}} > 0$, 然而又因为 $\mathbf{d}$ 为下降方向, 所以有 $\left. \frac{\partial L}{\partial \mathbf{d}} \right|_{(u, v) = (0, 0)} < 0$, 从而由达布定理^[13]可知在 $[0, \sigma_1] \mathbf{d}$ 范围内有 σ_2 使得 $\left. \frac{\partial L}{\partial \mathbf{d}} \right|_{(u, v) = \sigma_2 \mathbf{d}} > 0$, 此时 L 取到最小值, 而 $[0, \sigma_1] \mathbf{d}$ 为 $[0, \beta_i] \mathbf{d}$ 的子区间, 所以可以确定 L 的最小值一定在 $[0, \beta_i] \mathbf{d}$ 范围里面。

确定范围后便可以在该范围内寻找最优解, 这里采用 0.618 方法求解^[14], 其求解步骤如下。

步骤 1 初始化 $n = 0, c_n = 0, d_n = \beta_i, \lambda_n = 0.382\beta_i, \mu_n = 0.618\beta_i$, 预先给定阈值 ε 。

步骤 2 如果 $|d_n - c_n| < \varepsilon$, 停止计算, 输出结

果为 $\frac{\lambda_n + \mu_n}{2}$; 否则, 若 $L(\lambda_n) > L(\mu_n)$, 转步骤 3; 若 $L(\lambda_n) \leq L(\mu_n)$, 转步骤 4。

步骤 3 置 $c_{n+1} = \lambda_n, d_{n+1} = d_n, \lambda_{n+1} = \mu_n, \mu_{n+1} = c_{n+1} + 0.618(d_{n+1} - c_{n+1})$, 转步骤 5。

步骤 4 置 $c_{n+1} = c_n, d_{n+1} = \mu_n, \mu_{n+1} = \lambda_n, \lambda_{n+1} = c_{n+1} + 0.382(d_{n+1} - c_{n+1})$, 转步骤 5。

步骤 5 $k++$, 转步骤 2。

经过以上步骤可以求出最优步长, 在最优步长处对应有最优解:

$$u^* = \frac{\lambda_n + \mu_n}{2} 2F\delta_x, v^* = \frac{\lambda_n + \mu_n}{2} 2F\delta_y \quad (32)$$

则此时 M^* 坐标近似为 $(x_P + u^*, y_P + v^*, w(u^*, v^*))$ 。

得出反射点后, 将馈源置于复空间下的坐标 $(0, 0, F + jb)$ 处便可以求式(22)中的 $\overline{d_{OM}} + \overline{d_{MP}} - \overline{d_{OM^*}} - \overline{d_{M^*P}}$ 。按式(33)计算:

$$\begin{aligned} & \overline{d_{OM^*}} \\ &= \sqrt{(x_P + u^*)^2 + (y_P + v^*)^2 + [w - (F + jb)]^2} \\ &\approx d_{OM^*} + jb \frac{F - w}{d_{OM^*}} = d_{OM^*} + jbcos\theta^* \end{aligned} \quad (33)$$

上式中的 d_{OM^*} 为实空间下 OM^* 的欧式距离。 $\overline{d_{OM}}$ 经过同样的计算得到:

$$\overline{d_{OM}} \approx d_{OM} + jbcos\theta \quad (34)$$

由于反射点是通过 RGO 求得的, 从而 M, M^*, P 的坐标均为实数, 因此 $\overline{d_{MP}} = d_{MP}, \overline{d_{M^*P}} = d_{M^*P}$ 。综上, 可以计算式(22)得:

$$|e^{-2jk(\overline{d_{OM}} + \overline{d_{MP}} - \overline{d_{OM^*}} - \overline{d_{M^*P}})}| = e^{2kb(\cos\theta - \cos\theta^*)} \quad (35)$$

将上式带入式(17)可得改进后的幅值比公式:

$$\begin{aligned} \left(\frac{|E(P)|}{|E^*(P)|} \right)^2 &\approx \{1 + G \nabla^2 \delta \\ &+ [(U + G_x)\delta_x + (V + G_y)\delta_y] \\ &+ (U_x + V_y)\delta\} \cdot e^{2kb(\cos\theta - \cos\theta^*)} \end{aligned} \quad (36)$$

3 改进的变形幅值比方程的求解

对式(36)的求解无法正向进行, 因为 θ^* 的求解涉及到求反射点, 而反射点的求解在变形未知的情况下是无法进行的。为解决这个问题, 这里采用

一种迭代的方法进行处理。

为方便讨论,记:

$$EA = \left(\frac{|E(P)|}{|E^*(P)|} \right)^2, EC = e^{2kb(\cos\theta - \cos\theta^*)},$$

$$FA = EA - 1 \quad (37)$$

其中, EA 表示变形前后天线所辐射的电场的幅值平方比, EC 表示高斯馈源的相位虚部对电场幅值平方比的贡献, FA 是引入的一个中间变量,这会对之后的变形求解带来方便。

文献[4]证明了求解下式可以得到一个近似准确的变形:

$$EA \approx 1 + G \nabla^2 \delta \quad (38)$$

该文献通过离散傅里叶变换的方式求解式(38),这里直接列出结果,首先进行离散化处理,设 x 、 y 方向的离散点间距分别为 dx 、 dy ,引入离散拉普拉斯算子 LA :

$$LA = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (39)$$

FA 和 G 经过离散化处理后变成了二维离散矩阵 FA 和 G ,此时的变形为^[4]

$$\delta = FFT^{-1} \left(\frac{FFT \left(\frac{FA}{G} \right)}{FFT(LA)} \right) \quad (40)$$

FFT 表示二维离散傅里叶变换,上式中的除法指的是矩阵中对应元素相除,并不是矩阵求逆。

通过式(40)可以求得一个近似准确的变形,这里可以将该变形作为一个初步变形 δ_0 ,通过 δ_0 可以求解式(27)所讲的最优化问题,从而得出式(37)中的 EC ,之后可以更新 FA 为

$$FA = \frac{EA}{EC} - [(U + G_x)\delta_x + (V + G_y)\delta_y] - (U_x + V_y)\delta - 1 \quad (41)$$

上式将式(38)所忽略的项全部考虑了进来,将式(41)带回式(40)可以求出更准确的变形。

以上求解过程可以多次进行,总结其主要步骤如下。

步骤1 通过式(37)初始化 FA ,并设定想要的迭代次数为 n

步骤2 通过式(40)求出变形 δ

步骤3 求解式(27),然后求出 EC

步骤4 通过式(41)更新 FA

步骤5 $n := n - 1$,若 $n = 0$ 则结束求解过程,否则返回步骤2。

4 数值仿真

本节对上一节的求解算法进行数值仿真来验证其有效性。

所仿真的天线参数如下,直径 $d = 110$ m,焦距 $F = 33$ m,高斯馈源频率 $f = 0.3$ GHz,实际的馈源辐射方向图应该使抛物面的 EI 约为 -11 dB,此时馈源与反射器达到匹配状态^[15]。根据天线参数 d 、 F 的数值以及实空间下馈源坐标 $(0, 0, F)$ 可以算得边缘照射的角度 θ_0 为 79.611143° ,设此时 EI 为 $A = -12$ dB,这样可以由式(21)计算 b 。所仿真的近场距离天线底部的高度 $h = 33$ m,仿真范围为 $[-55, 55] \times [-55, 55]$,在 x 和 y 方向离散点的个数均为 $N = 257$ 。

仿真时采用物理光学(physical optics, PO)来计算近场的辐射方向图,本文虽然采用 GO 进行分析,因为 GO 便于理论分析,但是 GO 只是一种计算电磁场的高频近似方法,其计算结果存在一定误差。虽然 PO 涉及繁琐的积分计算,难以进行理论化简,但是研究证明 PO 方法可以得到更加符合实际天线辐射方向图的结果^[16],所以这里采用 PO 来验证本文算法的有效性。

改进的变形幅值比公式同样需要两幅近场的辐射方向图,对于理想天线的情况需要用仿真得出,对于实际天线的情况,这里也用仿真去替代。首先预设一个变形,在理想天线上加上变形来仿真实际天线。预设变形为

$$\delta = \frac{\sin\left(\frac{F}{d} \sqrt{x^2 + y^2 + \frac{F^2}{2}}\right)}{50F} \frac{1}{1 + e^{[-0.6(0.4d - \sqrt{x^2 + y^2})]}} \quad (42)$$

通过预设变形可以验证本文算法的精度,这里采用 RMS 来作为评价指标,其计算公式如下:

$$RMS = \frac{1}{M_\delta} \sqrt{\frac{\sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N [\delta_r(x_n, y_m) - \delta(x_n, y_m)]^2}{N^2}} \quad (43)$$

其中, x_n 表示 x 方向第 n 个数据点, y_m 意义类似, δ_r 表示通过算法反解的变形, M_δ 表示的是预设变形的最大值。

仿真所采用的电脑搭载 2.6 GHz 主频的 i7-6700HQ 处理器。设定第 3 节算法迭代次数为 10, 设

定第 2 节 0.618 法则中的阈值 $\varepsilon = 10^{-7}$ m, 为了进行比较, 这里也通过文献[4]的方法求解变形。

为了更加清晰地比较仿真结果, 这里只截取 $y = 0$ 截面上的求解结果, 如图 3 所示。

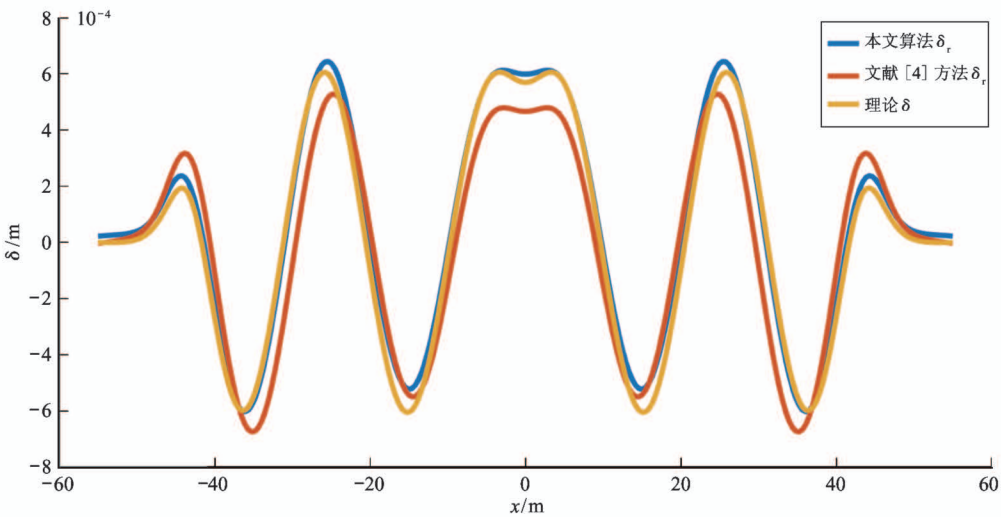


图 3 变形求解对比

改进后的算法求解用时 4.0691 s, $RMS = 3.75\%$; 文献[4]算法求解用时 0.2347 s, $RMS = 10.79\%$ 。改进后的算法虽然用时更长, 但是其在中心位置和远离中心位置的地方, 其变形求解结果更为精确。

为了进一步验证算法的通用性, 再做一组变形

为随机生成的仿真。仿真时的馈源参数和理想天线参数与之前的设置相同, 仿真所采用的方法仍然是 PO, 设定第 3 节算法迭代次数为 5, 设定第 2 节 0.618 法则中的阈值 $\varepsilon = 10^{-7}$ m。为了进行比较, 这里同样也通过文献[4]的方法求解了变形。求解结果如图 4 所示。

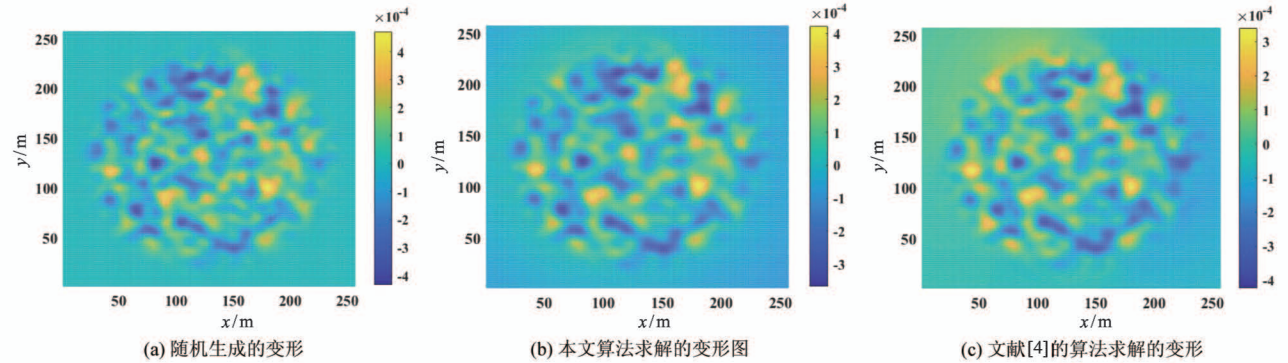


图 4 变形求解对比

改进后的算法求解用时 8.7264 s, $RMS = 3.64\%$; 文献[4]算法求解用时 0.0284 s, $RMS = 9.49\%$ 。可以看到, 改进后的算法在求解精度上比文献[4]算法更好, 由于这里的变形是任意生成的, 从而可以说明改进后的算法在求解精度上比文献[4]

算法具有普遍的优势。

5 结 论

文献[4]通过其推导的变形幅值比方程提出了一种求解天线形变的新方法, 该方法的主要误差来

源于忽略了高斯馈源特性的影响。高斯馈源可以看作是置于复空间下的点源,本文指出了高斯馈源辐射的电磁波所具有的复数相位会对变形幅值比方程产生影响。为消除这个影响,本文通过 CGO 研究了高斯馈源辐射的电磁波被天线面反射的情况,由于 CGO 中求解反射点的过程十分繁琐,所以本文采用 RGO 方法来求反射点,待求出反射点后再将馈源置于复空间下,从而可以近似算出近场上的观测点的复数相位,最终得出改进的变形幅值比方程。本文通过一种迭代求解的算法去求解这个方程,仿真结果表明该算法的求解精度要优于文献[4]的方法,并与仿真所添加的人工变形十分相近,这说明了之前通过 RGO 近似求解反射点所产生的误差是可以接受的。

本文仅仅是对单抛物面型反射天线做了分析,实际中的天线多带有副反射面,比如卡塞格林天线和格里高利天线等,但是这些天线通过一些分析手段可以等价于一个单抛物面反射天线。未来进一步的工作可以将本文的理论应用于这类反射天线。

参考文献

- [1] Rahmat-Samii Y. Surface diagnosis of large reflector antennas using microwave holographic metrology: an iterative approach[J]. *Radio Science*, 1984, 19(5): 1205-1217
- [2] Rahmat-Samii Y. Microwave holography of large reflector antennas-simulation algorithms[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1985, 33(11): 1194-1203
- [3] Huang J, Jin H, Ye Q, et al. Phase-retrieval algebraic solution based on window modulation[J]. *Annalen der Physik*, 2018, 530(10): 1-9
- [4] Huang J, Jin H, Ye Q, et al. Surface deformation recovery algorithm for reflector antennas based on geometric optics[J]. *Optics Express*, 2017, 25(20): 24346-24361
- [5] Lee S W. Electromagnetic reflection from a conducting surface: geometrical optics solution[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1975, 23(2): 184-191
- [6] Deschamps G A. Ray techniques in electromagnetics[J]. *Proceedings of the IEEE*, 1972, 60(9): 1022-1035
- [7] Ruan Y Z, Felsen L B. Reflection and transmission of beams at a curved interface[J]. *Journal of the Optical Society of America A: Optics, Image Science and Vision*, 1986, 3(4): 566-579
- [8] 汪茂光. 几何绕射理论[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1994: 4-7
- [9] Hasselmann F, Felsen L. Asymptotic analysis of parabolic reflector antennas[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1982, 30(4): 677-685
- [10] Wang W D, Deschamps G A. Application of complex ray tracing to scattering problems[J]. *Proceedings of the IEEE*, 1974, 62(11): 1541-1551
- [11] Pereira L, Hasselmann F. Approximation of shaped reflector surfaces by pseudo-splines [C] // *Antennas and Propagation Society International Symposium*, Boston, USA, 1984: 327-329
- [12] Gao M G M, Yang F Y F, Cui X C X, et al. Geometrical optics-based ray field tracing method for complex source beam applications [J]. *Chinese Physics B*, 2018, 27(4): 184-190
- [13] Zorich. Mathematical Analysis[M]. Beijing: World Publishing Corporation, 2006: 233
- [14] 陈宝林. 最优化理论与算法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2005: 256-258
- [15] 汪泉弟, 罗宏伟. 旋转抛物面天线馈源相位中心的仿真分析[J]. *重庆大学学报*, 2013, 36(4): 45-50
- [16] Liu Y, Huang F, Zhang Q, et al. Calculations of radiation characteristics of reflector antennas with surface deformation and perforation[J]. *Computers and Mathematics with Applications*, 2011, 61(8): 2349-2352

Improvement on an antennas surface diagnosis method by using complex geometrical optics

Yao Qiang, Jin Huiliang, Ye Qian

(School of Mechanical Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240)

Abstract

Using the amplitude of electric field radiated from antennas to retrieve surface deformation of antennas is a new surface diagnosis method. However, this method is based on real geometrical optics(RGO) which ignores the influence of Gaussian feed. This article utilizes complex geometrical optics(CGO) to analyze the complex phase of electromagnetic wave radiated from Gaussian feed and derives an accurate functional relationship between surface deformation and amplitude value. An iterative algorithm is proposed to solve that function. Simulation result shows that the surface deformation of antennas retrieved by the proposed algorithm can reach a high level of accuracy.

Key words: real geometrical optics (RGO), complex geometrical optics (CGO), antenna, Gaussian feed, surface deformation