

一种基于模糊 PID 的立方体机器人控制系统^①

张舰栋^{②*} 章政^{③**}*** 黄卫华* 李磊* 陈阳*

(* 武汉科技大学机器人与智能系统研究院 武汉 430081)

(** 武汉科技大学冶金自动化与检测技术教育部工程研究中心 武汉 430081)

(*** 武汉科技大学信息科学与工程学院 武汉 430081)

摘要 针对以棱边为支点的立方体机器人坡面自平衡控制问题,提出了一种基于模糊 PID 的立方体机器人控制系统的设计方法。首先,基于自主设计的一种内部集成的动量轮立方体机器人,通过 Lagrange 方程建立了坡面上立方体机器人的动力学模型,证明了在平衡点附近是一个不稳定系统且具有能控性和能观性。其次,设计了一种基于模糊 PID 的角速度-角度串级控制系统,实现了立方体机器人的坡面自平衡控制。最后,仿真和实测实验结果证明了本文所设计系统的有效性。

关键词 立方体机器人;模糊 PID;动力学建模;自平衡控制

0 引言

立方体机器人是近 20 年出现的一种结构和运动方式独特的新型机器人^[1-3],其驱动电机、控制系统、传感器以及电源等模块均包含在立方体内部,具有全封闭^[3-4]或半封闭^[5-6]的立方体外壳。与传统的轮式、腿式、履带式等机器人相比,立方体机器人具有结构简单、外观新颖和组装方式灵活多变等特点,在太空探索、编队表演、未来无人机平衡控制等领域具有广阔的应用前景。

立方体机器人通过安装在立方体内部某个面的动量轮的旋转产生重心偏移,基于动量守恒完成立方体机器人的单棱边、单点自平衡或翻滚等可控运动,可以等效为一个多自由度空间动量轮倒立摆系统^[7-9]。此外,受限于立方体机器人独特的外观结构和运动方式,现有的立方体机器人缺乏直接的外部环境测量传感器,导致难以获取精确的姿态数据,

存在抗干扰能力较差、控制精度不高等问题。因此,动力学建模和自平衡控制一直是立方体机器人的研究重点和难点。文献[1]设计了一种金属壳和一个装有动力摆机构组成的立方体系统,采用模糊控制方法设计了一种基于 Sugeno 模糊推理型智能积分模糊平衡控制器,可实现以棱边为支点的平衡。文献[3,4]设计了一种由内部 3 个两两相交垂直的动量轮和驱动电机组成的立方体机器人装置,对立方体机器人以棱边和角点为支点的平衡问题做了较系统的分析,并对立方体机器人实现以角点为支点平衡的原理进行了介绍。文献[5]先采用拉格朗日方法和凯恩方法建立了立方体机器人的单边动力学模型,通过比较两种方法的建模结果和数值仿真分析,从理论上验证了所建立模型的正确性。文献[6]针对立方体机器人单点平衡,设计了自抗扰控制器实现了立方体机器人的单点平衡控制。

上述研究主要是研究立方体机器人在平面上的建模和控制,本文针对立方体机器人坡面自平衡控

① 国家自然科学基金(61773298),冶金自动化与检测技术教育部工程研究中心开放基金(MADT201603)和武汉科技大学国防预研基金(GF201706)资助项目。

② 男,1996 年生,硕士生;研究方向:机器人与智能控制;E-mail: 404338268@qq.com。

③ 通信作者,E-mail: kitamizz@wust.edu.cn。

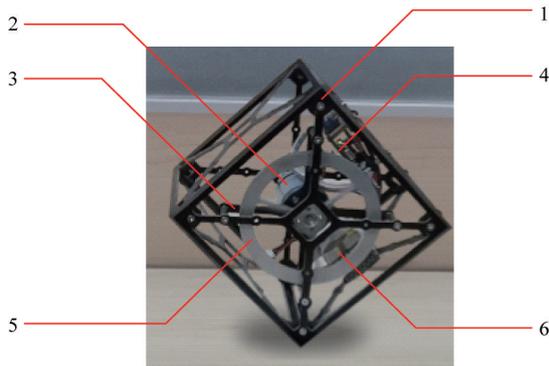
(收稿日期:2020-12-28)

制系统进行研究。

考虑到立方体机器人具有非线性、欠驱动、强耦合、多变量等复杂特性,难以获取其精确的数学模型,并且受限于其特殊的自平衡方式,采用经典的控制方法存在控制精度不高、抗干扰能力较差等问题。因此,本文将模糊逻辑用于立方体机器人控制系统中,实现其在坡面自平衡控制。首先,基于自主设计的一种内部集成的单动量轮棱边平衡立方体机器人,采用拉格朗日法建立了以棱边平衡于坡面的立方体机器人动力学模型,并对立方体机器人的稳定性、能控性及能观性进行分析。然后,设计了一种基于模糊 PID 的角速度-角度串级控制系统。最后,仿真和实测实验验证了所设计系统的动、静态特性。

1 立方体机器人机械结构设计

在保证立方体机器人结构强度可靠性以及功能完整性的情况下,本文设计了一种单面安装动量轮内部集成的立方体机器人,由立方体本体、一面上的动量轮、直流电机、传感器、供电模块以及主控单元构成。立方体机器人结构如图 1 所示。



1. 立方体外框, 2. 电机驱动单元, 3. 电机固定件, 4. 主控单元及传感器模块, 5. 动量轮, 6. 锂电池供电单元

图 1 立方体机器人结构图

立方体机器人的主控单元采用 32 位低功耗 ARM 微控制器,动量轮直径为 0.08 m,姿态观测传感器选用 MPU 6050,完成对立方体姿态数据的实时采集,采用陀螺仪/加速度计互补滤波得到立方体机器人倾角最优估计。立方体机器人的主要参数以及数据如表 1 所示。

表 1 立方体机器人的主要参数表

参数名称	参数符号	参数数值
立方体总质量	M	0.3275 kg
动量轮质量	m	0.0952 kg
立方体重心与点 A 的距离	l_1	0.136 m
动量轮重心与点 A 的距离	l_2	0.095 m
坡面底点与点 A 的距离	l_3	0.153 m
机体转动惯量	I_1	$9.852 \times 10^{-4} \text{ kgm}^2$
动量轮转动惯量	I_2	$6.694 \times 10^{-5} \text{ kgm}^2$

2 立方体机器人坡面平衡建模

立方体机器人以一条棱边为支点在斜面上的动态平衡等效模型可视作为一阶倒立摆模型。为了便于简化立方体机器人建模与控制器设计,本文对立方体机器人做出如下假设。

- (1) 立方体机器人以棱边为支点的所在边与接触面无滑动。
- (2) 立方体机器人视为刚体且质量均匀对称。
- (3) 忽略空气阻力以及各种摩擦力。

立方体机器人以一条单棱边为支点在坡面上平衡时,由电机驱动动量轮产生回复力实现平衡控制,因此立方体机器人的系统模型可简化为其平面二维模型,如图 2 所示。立方体机器人位于倾角为 γ 的坡面上,其中 M 为立方体框架及电池的总质量,其重心 G 的位置坐标为 (x_1, y_1) 。立方体机器人与坡面接触点记为点 A,点 A 正下方与水平面接触点记

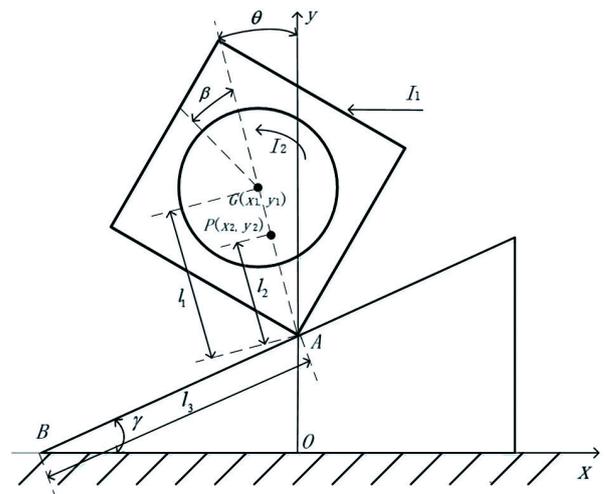


图 2 立方体机器人在坡面上平衡的坐标系定义

为坐标系原点 O , 立方体绕点 A 进行转动, 转动惯量为 I_1 , m 为动量轮的质量, 其重心 P 的位置坐标为 (x_2, y_2) , 动量轮转过的角度为 β , 转动惯量为 I_2 。立方体机器人相对于纵轴的偏转角为 θ , 点 A 与立方体机器人重心 G 的距离为 l_1 , 与动量轮重心 P 的距离为 l_2 , 与坡面底点 B 的距离为 l_3 。

立方体机器人在坡面上平衡的拉格朗日方程为

$$L(q, \dot{q}) = T(q, \dot{q}) - V(q, \dot{q}) \quad (1)$$

式中, L 为拉格朗日算子, q 为系统的广义坐标, T 为系统的总动能, V 为系统的总势能。

拉格朗日方程由广义坐标 q_i 以及拉格朗日算子 L 所表示为

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right] - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i \quad (2)$$

式中, $i = 1, 2, 3 \dots n$; Q_i 为系统沿广义坐标方向的外力, 设立方体机器人的 2 个广义坐标分别是 θ 和 β 。

立方体机器人在坡面上的总动能为

$$T = T_1 + T_2 \quad (3)$$

其中, 立方体机器人机体的动能为

$$T_1 = \frac{1}{2} M l_1^2 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} I_1 \dot{\theta}^2 \quad (4)$$

动量轮的动能为

$$T_2 = \frac{1}{2} m l_2^2 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} I_2 (\dot{\theta}^2 + \dot{\beta}^2) \quad (5)$$

则立方体机器人在坡面上平衡的总动能为

$$T = \frac{1}{2} M l_1^2 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} I_1 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} m l_2^2 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} I_2 (\dot{\theta}^2 + \dot{\beta}^2) \quad (6)$$

立方体机器人在坡面上的总势能为

$$V = V_1 + V_2 \quad (7)$$

其中, 立方体机器人机体的势能为

$$V_1 = M g l_1 \cos \theta + M g l_3 \cos \gamma \quad (8)$$

动量轮的势能为

$$V_2 = m g l_2 \cos \theta + m g l_3 \cos \gamma \quad (9)$$

则立方体机器人在坡面上平衡的总势能为

$$V = M g l_1 \cos \theta + M g l_3 \cos \gamma + m g l_2 \cos \theta + m g l_3 \cos \gamma \quad (10)$$

由此可得, 立方体机器人在坡面上平衡的拉格朗日算子为

$$L = \frac{1}{2} M l_1^2 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} I_1 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} m l_2^2 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} I_2 (\dot{\theta}^2 + \dot{\beta}^2) - (M l_1 + m l_2) g \cos \theta - (M + m) g l_3 \cos \gamma \quad (11)$$

立方体机器人在坡面上平衡的广义力矩为

$$f = [-I_2 \ddot{\beta} U - I_2 \ddot{\theta}]^T \quad (12)$$

式中, U 为动量轮的驱动力矩。

将式(11)、(12)带入式(2), 则有:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = -I_2 \ddot{\beta} \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\beta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \beta} = U - I_2 \ddot{\theta} \end{cases} \quad (13)$$

由此可得:

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} = (M l_1^2 + m l_2^2 + I_1 + I_2) \dot{\theta} \\ \frac{\partial L}{\partial \theta} = (M l_1 + m l_2) g \sin \theta \\ \frac{\partial L}{\partial \dot{\beta}} = I_2 \dot{\beta} \\ \frac{\partial L}{\partial \beta} = 0 \end{cases} \quad (14)$$

将式(14)代入式(2), 则有:

$$\begin{cases} (M l_1^2 + m l_2^2 + I_1 + I_2) \ddot{\theta} - (M l_1 + m l_2) g \sin \theta = -I_2 \ddot{\beta} \\ I_2 \ddot{\beta} = U - I_2 \ddot{\theta} \end{cases} \quad (15)$$

由此可得立方体机器人在坡面上平衡的动力学模型为

$$\begin{cases} \ddot{\theta} = \frac{(M l_1 + m l_2) g \sin \theta}{M l_1^2 + m l_2^2 + I_1} - \frac{U}{M l_1^2 + m l_2^2 + I_1} \\ \ddot{\beta} = -\frac{(M l_1 + m l_2) g \sin \theta}{M l_1^2 + m l_2^2 + I_1} + \frac{(M l_1^2 + m l_2^2 + I_1 + I_2) U}{I_2 (M l_1^2 + m l_2^2 + I_1)} \end{cases} \quad (16)$$

为了便于分析和计算, 将式(16)表示为

$$\begin{cases} \ddot{\theta} = f_1(\theta, \dot{\theta}, \dot{\beta}, U) \\ \ddot{\beta} = f_2(\theta, \dot{\theta}, \dot{\beta}, U) \end{cases} \quad (17)$$

当立方体机器人处于平衡位置时, 各个状态变量的初始值为 0, 即:

$$(\theta, \dot{\theta}, \dot{\beta}) = (0, 0, 0) \quad (18)$$

令 $x = y = (\theta, \dot{\theta}, \dot{\beta})^T$, 立方体机器人在平衡点附近, 即 θ 较小时, $\sin \theta \approx \theta$, 将式(16)在平衡位

置处进行泰勒级数展开并进行线性化,由此可得立方体机器人的坡面自平衡的动力学模型的状态方程为

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 66.456 & 0 & 0 \\ -66.456 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ -126.553 \\ 15068.775 \end{bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x} \end{aligned} \quad (19)$$

3 基于模糊 PID 的立方体机器人串级控制系统设计

稳定性是控制系统正常工作的必要条件,对于

式(19)所示的立方体机器人系统,其特征根分别为 $\lambda_1 = 0, \lambda_2 = 8.1521, \lambda_3 = -8.1521$, 即立方体机器人系统有一个极点 λ_3 在 S 平面的右半平面上,因此系统在平衡点处是不稳定的。此外,式(19)的能控矩阵和能观矩阵均为满秩,即所设计的立方体机器人在坡面上既能控且能观。因此,可以设计相应的控制器,实现其坡面自平衡调节。

立方体机器人复杂的结构和独特的自平衡方式,使其难以获取精确的动力学模型,导致采用常规的 PID 控制方法存在控制精度不高、姿态不易收敛且抗干扰能力较差等问题。因此,本文将模糊逻辑与 PID 相结合构成立方体机器人的角速度-角度串级控制系统,系统结构如图 3 所示。

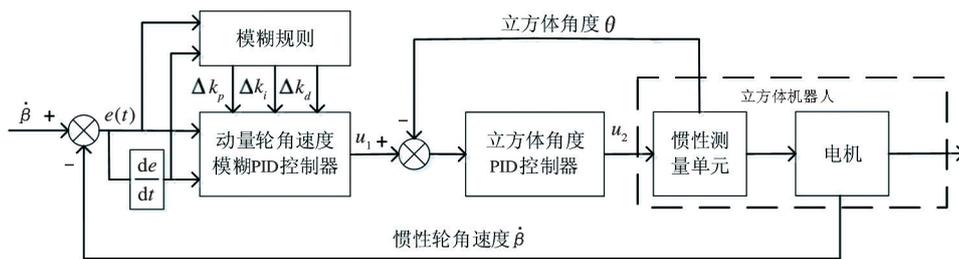


图 3 立方体机器人控制系统结构图

为了及时响应立方体机器人机体角度的变化且克服不确定性扰动,选择立方体机器人的机体角度 θ 作为副变量构成基于 PID 控制的副回路;为了弥补立方体机器人动力学模型不精确的问题和增强系统的鲁棒性,以动量轮角速度 $\dot{\beta}$ 为主变量并采用模糊 PID 控制方式,构成基于模糊 PID 的角速度-角度串级控制系统,从而使得立方体机器人系统具有良好的控制品质。

动量轮角速度输入量偏差 e 及偏差变化率 ec 通过量化因子 K_e, K_{ec} 进行一次量化处理,输出量 $\Delta k_p, \Delta k_i, \Delta k_d$ 经过解模糊化比例因子 k_1, k_2, k_3 进行一次比例变换。取动量轮角速度输入量偏差 e 和偏差变化率 ec , 输出量 $\Delta k_p, \Delta k_i, \Delta k_d$ 模糊子集为 $\{NB, NM, NS, Z, PS, PM, PB\}$, 分别代表负大,负中,负小,零,正小,正中,正大。论域为 $[-3, 3]$, 量化等级为 $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ 。输入量偏差 e 和偏差变化率 ec 隶属函数选为双边高斯型,输出量

$\Delta k_p, \Delta k_i, \Delta k_d$ 隶属函数选为三角形,使用重心法进行解模糊:

$$u_{cen} = \frac{\sum_{i=1}^n u_i A(u_i)}{\sum_{i=1}^n A(u_i)} \quad (20)$$

式中, u_{cen} 为面积中心对应的横坐标, $A(u_i)$ 为 u_i 处的隶属度, n 为相关隶属度的个数。系统的输入输出的函数隶属度曲线如图 4、图 5 所示。

根据动量轮角速度环 k_p, k_i, k_d 3 个参数的作用、相互之间的互连关系及对输出特性的影响,可以归

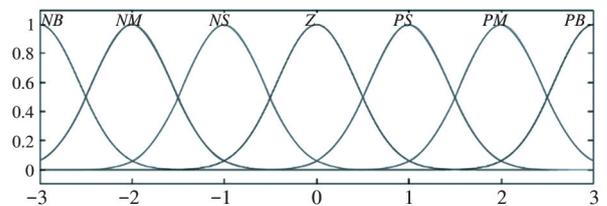


图 4 e, ec 隶属函数

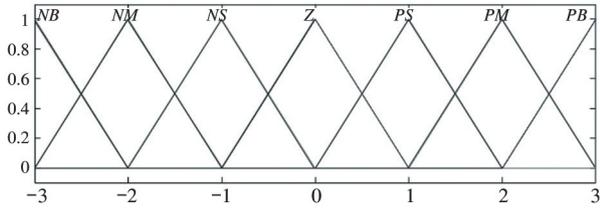


图5 $\Delta k_p, \Delta k_i, \Delta k_d$ 隶属函数

纳出在不同 e 和 ec 的情况下,动量轮角速度环 k_p, k_i, k_d 的自整定要求,从而可得模糊规则:

- (1) if (e is NB) and (ec is NB)
then (Δk_p is PB) (Δk_i is NB) (Δk_d is PS)
- (2) if (e is NB) and (ec is NM)
then (Δk_p is PB) (Δk_i is NB) (Δk_d is NS)
- (3) if (e is NB) and (ec is NS)
then (Δk_p is PM) (Δk_i is NM) (Δk_d is NB)
- ...
- (49) if (e is PB) and (ec is PB)
then (Δk_p is NB) (Δk_i is PB) (Δk_d is PB)

上述 49 条模糊控制规则形成一个模糊控制规则矩阵,根据模糊输入量决策出模糊输出量

将 $\Delta k_p, \Delta k_i, \Delta k_d$ 代入式 (21), 求出系统最终的控制参数 k_p, k_i, k_d 。

$$\begin{cases} k_p = k_{p0} + \Delta k_p \\ k_i = k_{i0} + \Delta k_i \\ k_d = k_{d0} + \Delta k_d \end{cases} \quad (21)$$

其中, k_{p0}, k_{i0}, k_{d0} 为 PID 初始值。

4 实验与结果分析

4.1 对比仿真实验

设立方体机器人的初始状态为 $(5, 0, 0)^T$, 本文所设计的基于模糊 PID 的立方体机器人串级控制系统和基于普通 PID 的立方体机器人控制系统的系统输出响应仿真曲线如图 6 所示。

由图 6 可知,相比于基于普通 PID 控制的系统,本文所设计的基于模糊 PID 的串级控制系统具有调节时间短、超调小、响应速度快等特性。

4.2 稳定性实测实验及结果分析

将立方体机器人放置在倾斜角度为 23° 的坡面

上,如图 7 所示,采样周期为 5 ms。稳态时立方体机器人的机体角度跟随和动量轮角速度实测输出曲线如图 8 和图 9 所示。

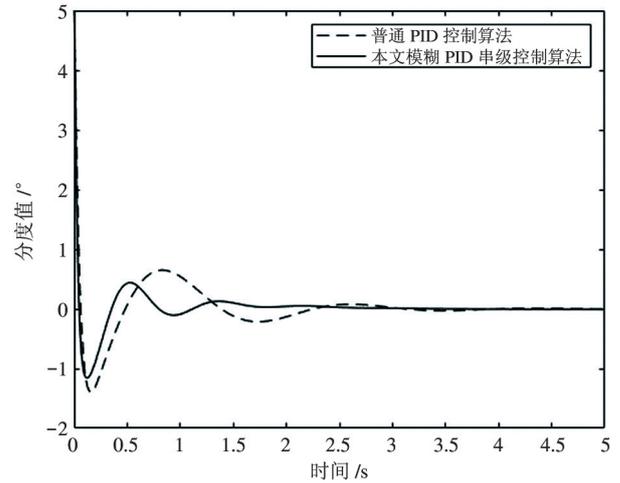


图6 模糊 PID 串级控制与普通 PID 仿真对比实验图

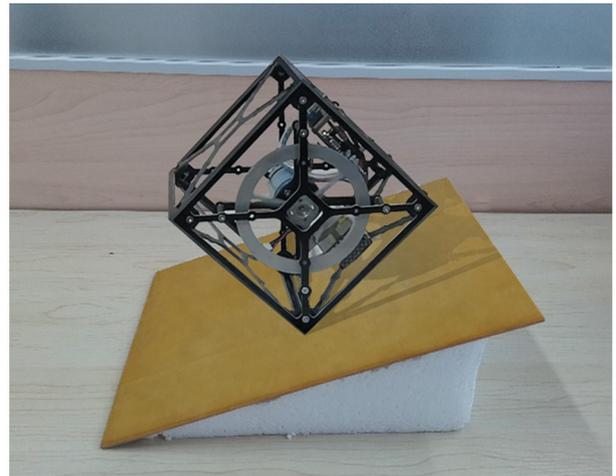


图7 立方体机器人实物实验图

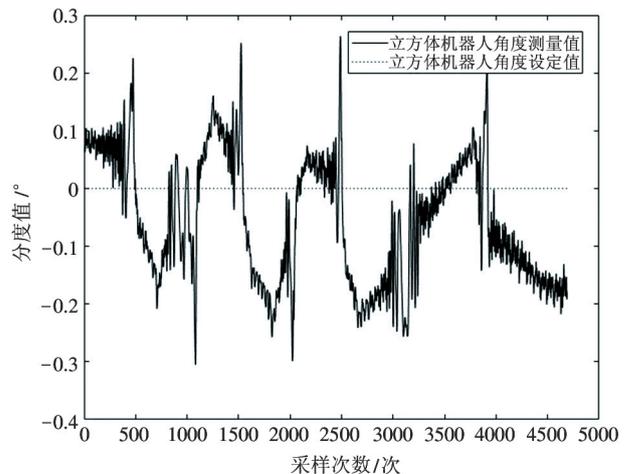


图8 立方体机器人稳态时的机体角度跟随曲线

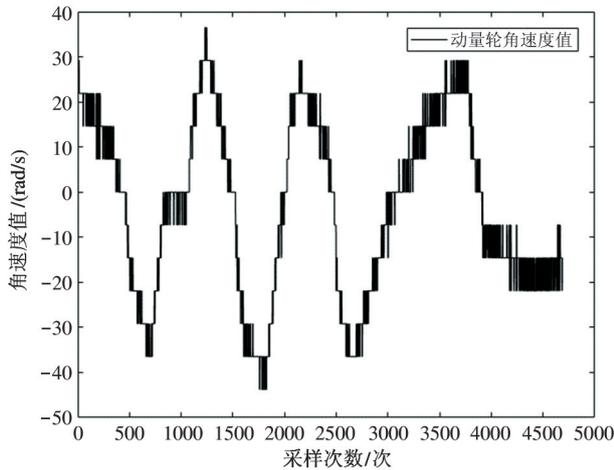


图9 立方体机器人稳态时动量轮角速度输出曲线

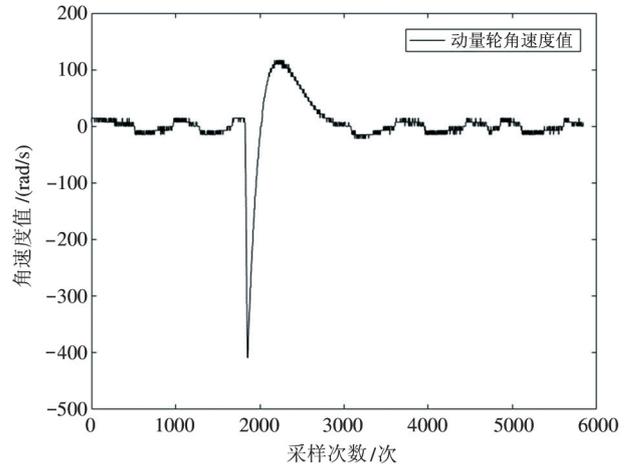


图11 扰动情况下动量轮角速度输出曲线

由图8、图9可知,立方体机器人在坡面上稳定时,动量轮的角速度在0附近波动,机体角度值在设定值附近小幅度波动,立方体机器人具有良好的稳定性。

4.3 抗扰性实测实验及结果分析

立方体机器人在坡面上稳态平衡过程中,给立方体机器人一个瞬间的干扰,使其机体角度值发生变化,立方体机器人系统的机体角度跟随和动量轮角速度波形抗扰输出响应如图10和图11所示。

由图10和图11可知,对于立方体机器人坡面上稳定过程中突然出现的外部干扰,立方体机器人系统能够对抗扰做出快速且有效的调整,保证立方体机器人的稳定控制。

4.4 鲁棒性实测实验及结果分析

立方体机器人在坡面上稳态平衡过程中,给立

方体机器人的立方体框架上悬挂一个重物,改变立方体框架的质量,系统的输出响应如图12和图13所示。

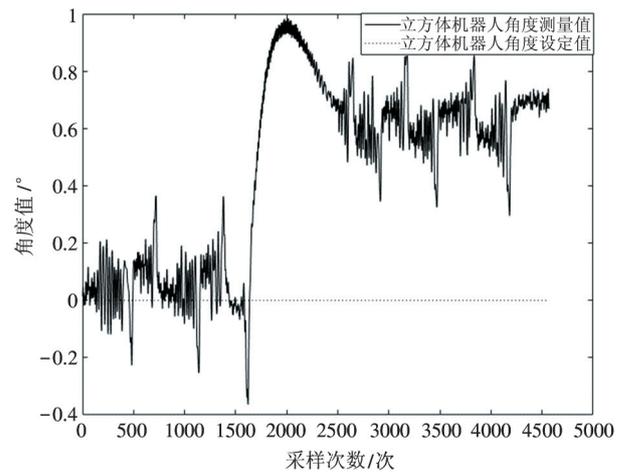


图12 不同系统参数下立方体机器人机体角度跟随曲线

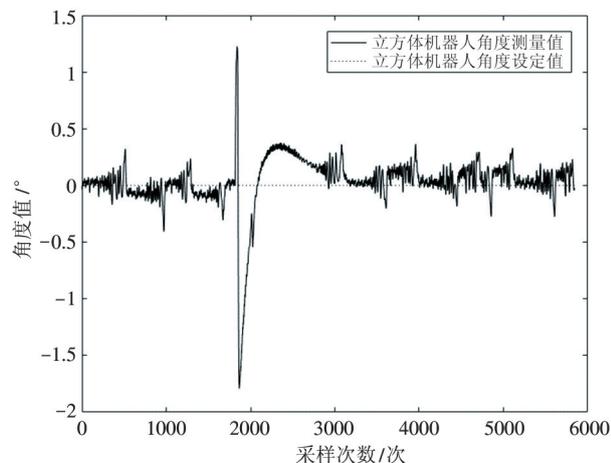


图10 扰动情况下机体角度跟随曲线

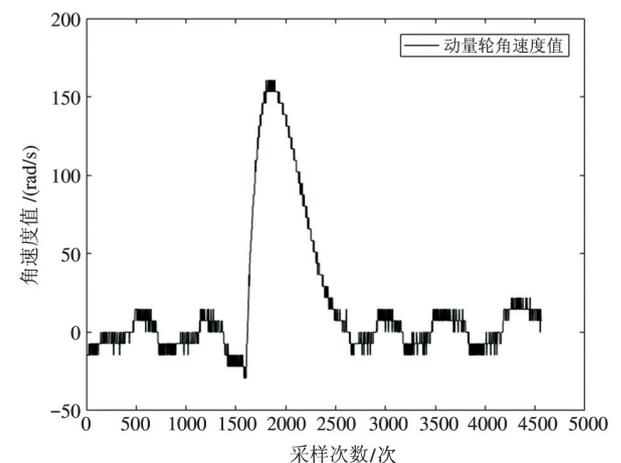


图13 不同系统参数下动量轮角速度输出曲线

由图 12、图 13 可知,基于模糊 PID 的动量轮立方体机器人控制系统,在系统参数发生变化时,仍然对立方体机器人系统的平衡控制具有良好的适应性,验证了本文控制算法对系统参数发生变化时有良好的鲁棒性。

5 结论

本文自主研制了一种以立方体棱边为支点的立方体机器人,针对其在坡面上自平衡动力学建模及控制问题,设计了基于模糊 PID 控制的角速度-角度串级控制系统。首先,基于 Lagrange 方程建立了立方体机器人坡面动力学模型并进行了稳定性和能控性、能观性的理论分析。在此基础上,选择立方体机器人的机体角度为副变量、动量轮角速度为主变量,构成基于模糊 PID 的立方体机器人串级控制系统。相比于常规的 PID 单回路立方体机器人控制系统,由于增加了角度副回路以及模糊逻辑的作用,坡面自平衡立方体机器人系统可以更好地克服由于对象非线性、各种扰动等不确定因素对系统的影响,具有良好稳定性、抗干扰以及鲁棒性。

参考文献

[1] 田莉. 立方体系统的模糊控制算法研究[D]. 南京:南

京理工大学自动化学院, 2006

- [2] 邱振彬. 基于观测器的立方体系统控制研究[D]. 南京:南京理工大学自动化学院, 2009
- [3] GAJAMOHAN M, MERZ M, THOMMEN I, et al. The Cubli: a cube that can jump up and balance[C] // 2012 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Vilamoura, Portugal, 2012:3722-3727
- [4] GAJAMOHAN M, MUEHLEBACH M, WIDMER T, et al. The Cubli: a reaction wheel based 3D inverted pendulum[C] // 2013 European Control Conference(ECC), Zurich, Switzerland, 2013:268-274
- [5] 陈志刚,阮晓钢,李元. 自平衡立方体机器人动力学建模[J]. 北京工业大学学报, 2018, 44(3):376-381
- [6] 陈志刚,阮晓钢,李元. 立方体机器人自抗扰平衡控制方法[J]. 控制与决策, 2019, 34(6):85-92
- [7] TRIMPE S, D' ANDREA R. The balancing cube: a dynamic sculpture as test bed for distributed estimation and control[J]. *IEEE Control Systems Magazine*, 2012, 32(6):48-75
- [8] MUEHLEBACH M, D' ANDREA R. Nonlinear analysis and control of a reaction-wheel-based 3D inverted pendulum[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2017, 25(1): 235-246
- [9] 赵博,李嘉波,李忠玉,等. 基于模糊控制的旋转倒立摆稳定性仿真研究[J]. 机床与液压, 2020, 48(7):131-134

A cubli robot control system based on fuzzy-PID

ZHANG Jiandong*, ZHANG Zheng***, HUANG Weihua*, LI Lei*, CHEN Yang*

(* Institute of Robotics and Intelligent Systems, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan 430081)

(** Engineering Research Center for Metallurgical Automation and Measurement Technology of Ministry of Education, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan 430081)

(*** School of Information Science and Engineering, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan 430081)

Abstract

Aiming at the self-balancing control of the cubli robot with the edge as the fulcrum on the slope, a control system for the cubli robot based on fuzzy-PID is proposed. Firstly, a kind of cubli robot is designed with an internally integrated momentum wheel, and the dynamic model of the cubli robot on the slope is established with the Lagrange equation, which proves that it is an unstable system near the equilibrium point and is controllable and observable. Secondly, an angular velocity-speed cascade control system for the designed cubli robot is constructed with the fuzzy-PID controller to realize the self-balancing control of the cubli on the slope. Finally, Simulations and practical experiments results prove the effectiveness of the system designed in this paper.

Key words: cubli robot, fuzzy-PID, dynamic modeling, self-balancing control